

Лабораторная работа 5.1.

Измерение коэффициента ослабления
потока γ -лучей в веществе и определение их
энергии

SOMEVEODY, B01-909

29 сентября 2021 г.

Содержание

1	Теоретические сведения	3
2	Экспериментальная установка	8
3	Ход работы	11
3.1	Динамический режим	11
3.2	Статический режим	12
4	Вывод	14

Цель работы: Исследуется энергетическая зависимость вероятности рассеяния электронов атомами ксенона, определяются энергии электронов, при которых наблюдается «просветление» ксенона, и оценивается размер его внешней электронной оболочки.

1 Теоретические сведения

К. Рамзауэр в 1921 г. исследовал зависимость поперечных сечений упругого рассеяния электронов (с энергией до 10 эВ) на атомах аргона. В результате этих исследований было обнаружено явление, получившее название эффекта Рамзауэра.

Эффективное сечение реакции (поперечное сечение, сечение) - это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение σ равно отношению числа N таких переходов в единицу времени к плотности nv потока рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т.е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости v (n - плотность потока падающих частиц)

$$\sigma = \frac{N}{nv} \quad (1)$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

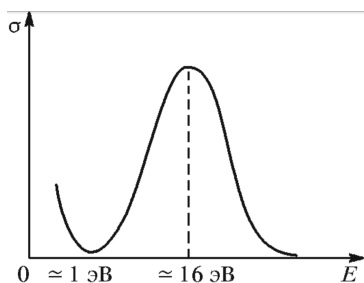


Рис. 1.1: Качественная картина результатов измерения упругого рассеяния электронов в аргоне

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков электрон-вольт на аргоне показан на рис. (1.1). По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет, как это и следует из очень простых рассуждений: чем меньше скорость электрона, тем медленнее он «проскакивает» мимо атома, тем больше вероятность этого взаимодействия, т.е. сечение реакции. Однако в эксперименте наблюдалось, что при энер-

гиях меньше 16 эВ сечение начинает уменьшаться, а при $E \approx 1$ эВ практически равно нулю, т.е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать.

Последующие опыты показали, что это удивительное поведение поперечного сечения свойственно не только атомам аргона, но и атомам всех инертных газов. Такое поведение электронов нельзя объяснить с позиций классической физики.

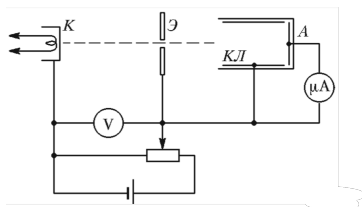


Рис. 1.2: Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах

Схема эксперимента Рамзауэра показана на рис. (1.2). Пучок электронов, вылетая из накаливаемого катода K , проходит ускоряющую разность потенциалов V , приложенную между катодом и электродом, и приобретает тем самым энергию $E = \frac{mv^2}{2} = eV$. При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах, уходит в сторону и собирается коллектором, а прошедшие без рассеяния электроны попадают на анод A и создают анодный ток I . Ток I пропорционален числу прошедших электронов, и по-

этому непосредственно характеризует проницаемость газа для электронного пучка в зависимости от его скорости (ускоряющего напряжения). Согласно классическим воззрениям с ростом напряжения V , как указывалось выше, сечение рассеяния уменьшается, и ток должен монотонно возрастать.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит иначе. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона U отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной v' в соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U \quad (2)$$

а значит, изменяется и длина волны де Бройля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая

среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 + \frac{U}{E}} \quad (3)$$

Рассмотрим грубую модель: будем считать, что электрон рассеивается на одномерной потенциальной яме конечной глубины. Форму реального потенциала для качественных оценок можно считать прямоугольной. Модель прямоугольной потенциальной ямы является хорошим приближением для атомов тяжелых инертных газов, отличающихся наиболее компактной структурой и резкой внешней границей.

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \text{ где } k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} - \text{в областях I и II} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} - \text{в области III} \end{cases} \quad (4)$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением

$$D = \frac{16k_1^2 k_2^2}{16k_1^2 k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 l)} \quad (5)$$

или

$$D^{-1} = 1 + \frac{(k_1^2 + k_2^2)^2}{4k_1^2 k_2^2} = 1 + \frac{U_0^2}{4E(E + U_0)} \sin^2(k_2 l) \quad (6)$$

Мы видим, что коэффициент прохождения частицы над ямой имеет, в зависимости от ее энергии, ряд чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если $k_2 l = \pi$, то $\sin k_2 l = 0$ и коэффициент прохождения равен единице, т.е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики.

Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимален при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} \cdot l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (7)$$

Это условие легко получить, рассматривая интерференцию электронных волн де Бройля в атоме. Движущемуся электрону соответствует

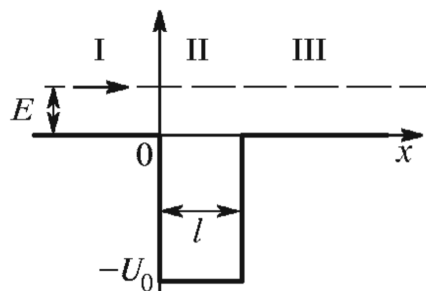


Рис. 1.3: Схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией E

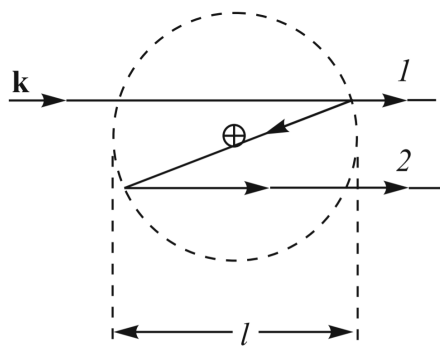


Рис. 1.4: Схема интерференции волн де Бройля при рассеянии на атоме

волна де Бройля, длина которой определяется соотношением $\lambda = h/mv$. Если кинетическая энергия электрона невелика, то $E = mv^2/2$ и $\lambda = h/\sqrt{2mE}$. При движении электрона через атом длина волны де Бройля становится меньше и равна $\lambda' = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$, где U_0 – глубина атомного потенциала. При этом, как показано на рис. ((1.4)) волна де Бройля отражается от границ атомного потенциала, т.е. от поверхности атома, и происходит интерференция прошедшей через атом волны 1 и волны 2, отраженной от передней и задней границы атом (эти волны когерентны).

Прошедшая волна 1 усилится волной 2, если геометрическая разность хода между ними $\Delta = 2l = \lambda'$, что соответствует условию первого интерференционного максимума, т.е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}} \quad (8)$$

Здесь E_1 – энергия электрона, соответствующая этому условию, которое совпадает с условием (7), следующим из решения уравнения Шредингера.

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$ (условие первого интерференционного минимума), т.е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}} \quad (9)$$

Решая совместно эти два уравнения, можно исключить U_0 и найти эффективный размер атома l

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}} \quad (10)$$

Понятно, что энергии E_1 и E_2 соответствуют энергиям электронов, прошедших разность потенциалов V_1 и V_2 , т.е. $E_1 = eV_1$ и $E_2 = eV_2$.

Их формул (8) и (9) можно также по измеренным величинам E_1 и E_2 рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \quad (11)$$

2 Экспериментальная установка

В нашей работе используется тиратрон ТГЗ-01/1.3Б, заполненный инертным газом. Схематическое изображение тиратрона и его конструкция приведены на рис. (2.1).

Электроны, эмитируемые катодом тиратрона, ускоряются напряжением V , приложенным между катодом и ближайшей к нему сеткой. Затем электроны рассеиваются на атомах инертного газа. Все сетки 1, 2, 3 соединены между собой и имеют одинаковый потенциал, примерно равный потенциалу анода 6. Поэтому между первой сеткой 1 и анодом практически нет поля. Рассеянные электроны отклоняются в сторону и уходят на сетку, а оставшаяся часть электронов достигает анода и создает анодный ток I_a . Таким образом, поток электронов $N(x)$ на расстоянии x от ускоряющей сетки (т.е. число электронов, проходящих через поперечное сечение лампы в точке x в единицу времени) уменьшается с ростом x от начального значения N_0 у катода (в точке $x = 0$) до некоторого значения N_a у анода (в точке $x = L$).

Рассмотрим теперь, какова должна быть реальная вольт-амперная характеристика (ВАХ) тиратрона. Выделим в газе на расстоянии x тонкий слой с площадью поперечного сечения S и толщиной dx . Этот слой содержит $\nu = n_a S dx$ атомов газа (n_a – концентрация атомов газа в лампе). Суммарная рассеивающая поверхность этих атомов $\Delta = \mu \Delta_a$, где Δ_a – площадь поперечного сечения атома. Обозначим через dN убыль потока электронов в результате прохождения слоя dx ; тогда $dN/N(x)$ есть доля электронов, которые рассеялись, или вероятность рассеяния в слое. Для рассеяния электрона в слое необходимо выполнение двух независимых событий – электрон должен «наткнуться» в слое на атом, и, кроме того, он должен на этом атоме рассеяться. Следовательно, вероятность $dN/N(x)$ рассеяния электрона в слое равна произведению двух вероятностей – вероятности для электрона в слое dx встретить атом газа (она

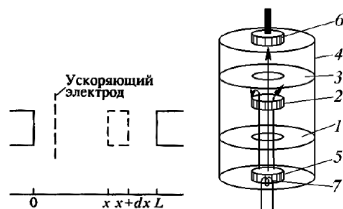


Рис. 2.1: Схема тиратрона (слева) и его конструкция (справа):

1, 2, 3 — сетки, 4 — внешний металлический цилиндр, 5 — катод, 6 — анод, 7 — накаливаемая спираль

равна Δ/S – доли площади поперечного сечения слоя, перекрываемого атомами) и вероятности рассеяния на атоме $\omega(V)$:

$$-\frac{dN}{N(x)} = \frac{\Delta}{S} \cdot \omega(V) = n_a \Delta_a \omega(V) dx \quad (12)$$

Интегрируя это соотношение от 0 до L и заменяя поток электронов на ток $I = Ne$, получаем уравнение ВАХ:

$$I_a = I_0 e^{-C\omega(V)}, \quad C = L \cdot n_a \Delta_a \quad (13)$$

где $I_0 = eN_0$ – ток катода, $I_a = eN_a$ – анодный ток. Согласно классическим представлениям, сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом V (обратно пропорционально скорости электрона, т.е. обратно пропорционально корню квадратному из его энергии), а значит ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как это показано на рис. (2.2а). По квантовым соображения вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рис. (2.2б).

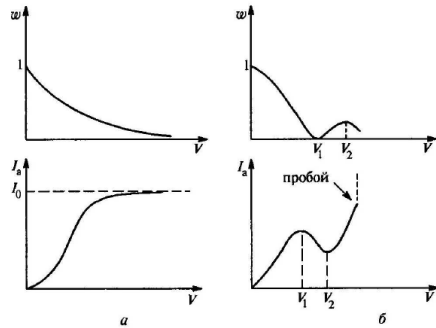


Рис. 2.2: Вероятность рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении.

Согласно формуле (13), по измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения

$$\omega(V) = -\frac{1}{C} \cdot \ln \frac{I_a(V)}{I_0} \quad (14)$$

Принципиальная схема установки для изучения эффекта Рамзауэра приведена на рис. (2.3). На лампу подается синусоидальное напряжение частоты 50 Гц от источника питания, C – стабилизированный блок накала катода; исследуемый сигнал подается на электронный осциллограф; цифрами обозначены номера ножек лампы.

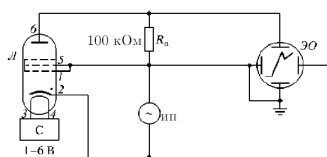


Рис. 2.3: Схема включения тиратрона

Реально на экране осциллографа удастся надежно наблюдать лишь один (первый, при $n = 1$) минимум в сечении рассеяния электронов и следующий за ним максимум. Дело в том, что уже при $n = 2$ напряженность поля столь велика, что с большой вероятностью происходит ионизация атомов и возникает пробой тиратрона. Кроме того, как показывает расчет, с ростом n глубина минимума резко уменьшается, что приводит к не столь ярко выраженному эффекту «просветления» газа.

Схема экспериментальной установки, изображенная на рис. (2.3) в нашей работе конструктивно осуществлена следующим образом. Лампа-тиратрон ТГЗ-01/1.3Б, заполненная инертным газом, расположена непосредственно на корпусе блока источника питания (БИП). Напряжение к электродам лампы подается от источников питания, находящихся в корпусе прибора. Регулировка напряжения и выбор режима работы установки производится при помощи ручек управления, выведенных на лицевую панель БИП (рис. (2.4)).

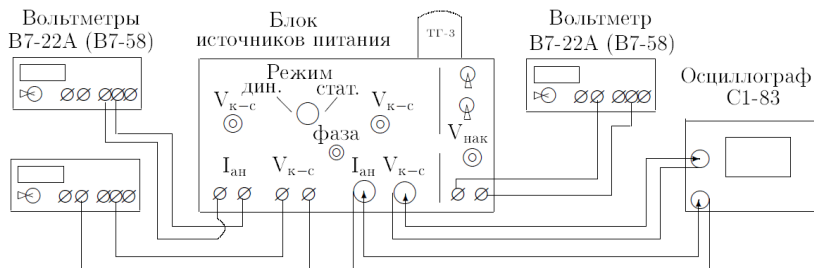


Рис. 2.4: Блок-схема экспериментальной установки

3 Ход работы

3.1 Динамический режим

С помощью осциллографа снимем ВАХ тиратрона в динамическом режиме при двух значениях напряжений накала лампы:

$V_1^{\text{нак}} = 2,830 \pm 0,001$ В, $V_2^{\text{нак}} = 3,392 \pm 0,001$ В. По полученной на экране осциллографа ВАХ определим $V_{\text{мин}}$, $V_{\text{макс}}$, $V_{\text{проб}}$. Занесём результаты измерений в таблицу:

Таблица 1: Измерения в динамическом режиме

№	$V_{\text{нак}}$, В	$V_{\text{макс}}$, В	$V_{\text{мин}}$, В	$V_{\text{проб}}$, В
1	2.830 ± 0.001	5.4 ± 0.4	10.4 ± 0.4	11.7 ± 0.4
2	3.392 ± 0.001	6.2 ± 0.4	9.8 ± 0.4	11.5 ± 0.4

Приняв $U_0 = 2.5$ эВ, рассчитаем размер электронной оболочки атома инертного газа по формулам, заполняющего лампу по формулам (8)-(10). Предварительно оценим погрешности как:

$$\sigma_{l_1} = l_1 \cdot \frac{\sigma_{E_1}}{E_1} \quad \sigma_{l_2} = l_2 \cdot \frac{\sigma_{E_2}}{E_2} \quad \sigma_{l_3} = l_3 \cdot \frac{\sigma_{E_2} - \sigma_{E_1}}{E_2 - E_1}$$

Погрешность глубины потенциальной ямы из формулы (11):

$$\sigma_{U_0} = \frac{4}{5}E_2 + \frac{9}{5}E_1$$

Таблица 2: Рассчёт размера оболочки атома

№	$V_{\text{нак}}, \text{В}$	$l_1, \text{\AA}$	$l_2, \text{\AA}$	$l_3, \text{\AA}$
1	2.830 ± 0.001	2.2 ± 0.2	2.6 ± 0.1	3.1 ± 0.5
2	3.392 ± 0.001	2.1 ± 0.1	2.6 ± 0.1	3.6 ± 0.8

№	$V_{\text{нак}}, \text{В}$	$\bar{l}, \text{\AA}$	$U_0^{\text{эксп}}, \text{эВ}$
1	2.830 ± 0.001	2.6 ± 0.3	1.4 ± 1.0
2	3.392 ± 0.001	2.8 ± 0.3	3 ± 1

Усредним значения в таблице и получим:

$$U_0^{\text{эксп}} = 2.2 \pm 1 \text{ эВ}$$

$$l = 2.7 \pm 0.3 \text{ \AA}$$

Сравнивая с теорией $U_0 = 2.5 \text{ эВ}$ и $l^{\text{теор}} = 2.8 \pm 0.1 \text{ \AA}$, заметим, что результаты совпадают в пределах погрешности. В качестве табличного значения l был выбран удвоенный радиус ксенона, так как в эксперименте пробой наблюдался при $E = 11.6 \pm 0.4 \text{ эВ}$, что достаточно близко к энергии ионизации ксенона 12.1 эВ .

3.2 Статический режим

По результатам измерений в статическом режиме построим ВАХ тиратрона для значений $V_1^{\text{накала}} = 2.837 \pm 0.001 \text{ В}$ и $V_2^{\text{накала}} = 3.402 \pm 0.001 \text{ В}$, а также отметим на них точки максимума и минимума. Построим также график зависимости вероятности w рассеяния электрона атомом ксенона от напряжения на катоде V по формуле (14) (с точностью до константы), основываясь на ВАХ для $V_1^{\text{накала}} = 2.837 \pm 0.001$.

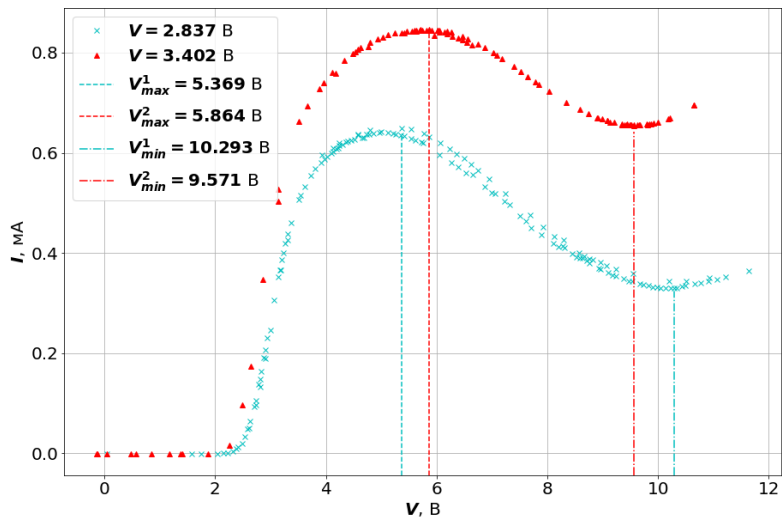


Рис. 3.1: ВАХ тиратрона для двух значений напряжения накала

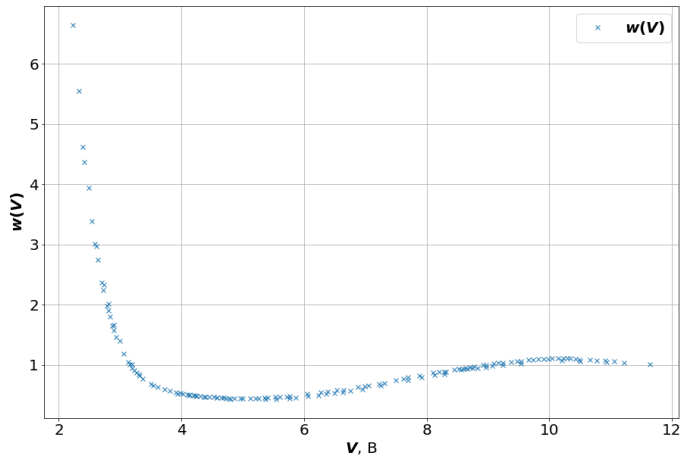


Рис. 3.2: Характер зависимости вероятности рассеяния электрона атомом ксенона от напряжения на катоде

Из графика 3.1 видно, что точки максимумов и минимумов совпа-

дают с измеренными ранее (в динамическом режиме).

Используя формулу (7), оценим, при каких напряжениях должны появляться максимумы в коэффициенте прохождения электронов для $n = 2, 3$, предварительно выразив из неё E_n :

$$E_n = n^2 (E_1 + U_0) - U_0$$

Получим для $n = 2, 3$:

$$E_2 = 29.1 \text{ эВ} \quad E_3 = 68.6 \text{ эВ}$$

Полученные значения выше потенциала ионизации, поэтому эти максимумы уже не будут наблюдаться.

4 Вывод

В ходе работы была исследована ВАХ тиратрона двумя методами: статическим и динамическим. В обоих случаях результаты оказались близки к теории. Было получено значение размера внешней оболочки атома инертного газа тиратрона и потенциал его ионизации, по которому было определено, что данный газ есть ксенон. Также был получен характер зависимости вероятности рассеяния электрона атомом ксенона в зависимости от напряжения на катоде.