《最优化技术》总结

计算题 + 应用题 + 简答题

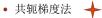


pdfelement

主要内容

- 传统的最优化技术
 - 一维搜索技术: 黄金分割法, 斐波那契数列法, 二分法, 牛顿法, 割线法 ★
- 2 梯度方法: 最速梯度下降法 🔶





★ 祕 × | • 线性规划方法: 单纯形法

大殿*1 • 动态规划(口草即可验证) 状态方程+表

- 智能优化技术
 - 基于生物学原理的优化算法
 - 遗传算法:
 - 粒子群算法
 - 人工神经网络 →

 - 基于物理学原理的优化算法
 - 模拟退火算法

模型的建立与标准化

- 优化问题的模型: 目标函数和约束条件
- 模型的标准化:

目标函数求最大值 所有约束条件均由等式表示 每个约束条件右端常数常为非负值 所有决策变量为非负值



一维搜索技术

- 搜索区间的确定: 进退法(从一点出发,按一定的步长,试图确定出函数值呈现出"高-低-高"的三个点。一个方向不成功,就退回来沿相反方向搜索。)
- 试探法: 黄金分割法, 二分法, 斐波纳契法
- 插值法: 牛顿插值法(切线法), 割线法
 - 牛顿法: $\alpha_{k+1} = \alpha_k \frac{f'(\alpha_k)}{f''(\alpha_k)};$
 - 割线法: $x^{(k+1)} = x^{(k)} \frac{(x^{(k)} x^{(k-1)})f'(x^k)}{f'(x^{(k)}) f'(x^{(k-1)})}$



不存在二阶导数

• 试探法与插值法的区别

梯度下降法

• 一种爬山算法, 迭代算法

$$x^{k+1} = x^k + \lambda_k d^k$$

- 一阶收敛性。
- 一维的梯度下降法: 当前梯度方向与前一个点梯度方向互相垂直。

$$x^{K+1} = xk - \lambda \nabla f(xk)$$

- 多维的梯度下降法
- 梯度下降法的特点
 - 时间,空间复杂度低
 - 靠近极小值时收敛速度减慢, 求解需要多次迭代
 - 可能会有"之字形"地下降
 - 不能保证全局最优解



共轭梯度下降法

- 一种迭代算法
- 共轭方向+梯度下降法
- 概念掌握: 共轭方向
- 共轭梯度方向:

$$d^{(i+1)} = -\nabla f(x^{(i+1)}) + \beta_i d^{(i)},$$

其中 $\beta_i = \frac{\|\nabla f(x^{(i+1)})\|^2}{\|\nabla f(x^{(i)})\|^2}$ 。

• 迭代过程中的步长:

$$\lambda_k = -\frac{g_k^T d^{(k)}}{d^{(k)^T} A d^{(k)}} 或一维搜索技术求取$$

牛顿法

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \frac{f'(\alpha_k)}{f''(\alpha_k)};$$

- 特点:
 - 牛顿法是一种迭代算法,每一步都需要求解目标函数的Hessian矩阵的逆矩阵, 计算比较复杂。
 - 牛顿法具有二阶收敛性,收敛速度快,对于正定二次函数一步迭代即达最优解。
 - 牛顿法是局部收敛的, 当初始点选择不当时, 往往导致不收敛;
 - 二阶海塞矩阵必须可逆, 否则算法进行困难。





- 解的分类: 唯一最优解, 无穷多个最优解, 无界解, 无可行解
- 图形法
- 单纯形法
 - 工具: 单纯形表
 - 不存在现成的单位矩阵: 大M法和两阶段法 大判断!!!

文动态规划 方程+表

- 将多阶段决策过程转化为一系列单阶段问题。
- 01背包问题
- TSP旅行商问题



智能优化技术

- 启发式算法
 - 遗传算法: 求解问题时从多个解开始, 然后通过一定的法则进行逐步迭代以产生新的解。
 - 初始种群-》选择父母(基于概率的轮盘赌)-》生成后代(复制,交叉和变异)-》产生新种群
 - 粒子群算法
 - 初始粒子-》粒子速度更新
 - 人工神经网络
 - 神经元模型
 - 基本结构
 - 反向传播算法
 - 训练过程
 - 模拟退火算法
 - 爬山算法的改进:Metropolis准则