1．下列微分方程是否有解析解，若有，则求其解析解，并画出它们的图形，否则，求出数值解，并画出图形

（1）$y' = y + 2x$，　$y(0) = 1$，　$0<x<1$；

代码：

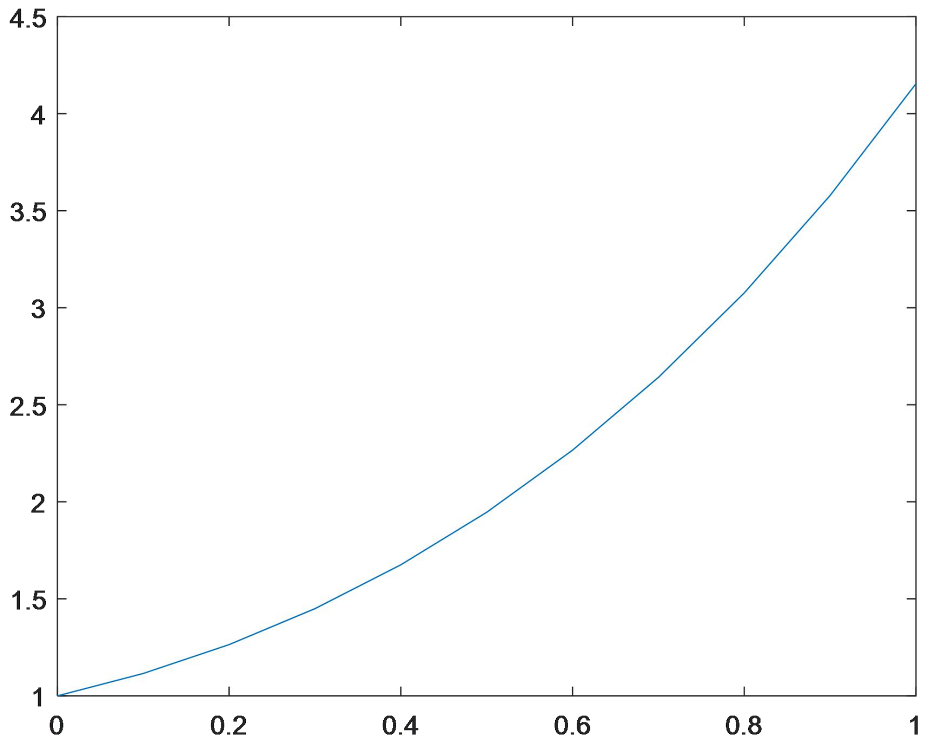
```
%differential_equation_analytical.m
x=0:0.1:1;
y1=dsolve('Dy=y+2*x','y(0)=1','x');
y=eval(subs(y1));
plot(x,y);
```

运行结果截图：

```
>> differential_equation1
>> y1

y1 =

3*exp(x) - 2*x - 2
```

即解析解为：**y1 =3*exp(x) - 2*x - 2**

图像：



(2) $y''+y\cos(x)=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$;

函数代码：

```
%differential_equation_numerical
function yp=differential_equation_numerical(x,y)
    yp(1,1)=y(2);
    yp(2,1)=-y(1)*cos(x);
```

主函数代码：

```
%differential_equation_numerical2
[x,y]=ode23('differential_equation_numerical',[0,20],[1,0]);
y1=y(:,1);
y2=y(:,2);
plot(x,y1,'c',x,y2,'m')
```

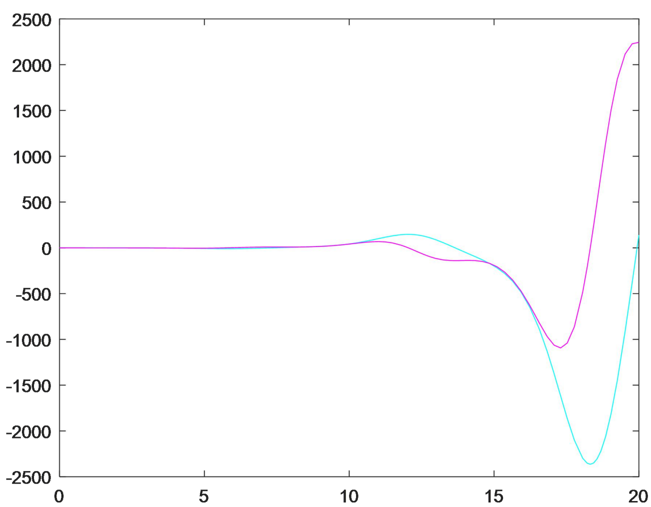
无解析解，只有数值解

部分数值解如下：

```
y1 =

  1.0e+03 *

    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0010
    0.0009
    0.0008
    0.0007
    0.0005
    0.0003
    0.0001
   -0.0001
   -0.0003
```

```
y2 =

  1.0e+03 *

         0
   -0.0000
   -0.0000
   -0.0000
   -0.0000
   -0.0001
   -0.0002
   -0.0003
   -0.0004
   -0.0006
   -0.0007
   -0.0008
   -0.0008
   -0.0008
```

图像：



2. 姜启源《数学模型》（第五版）P150 复习题

3.求解 logistic 方程(8),验证其解为(9)式,设定几组参数 r , x0, xm ,用软件编程画出解的曲线,分析 r 和 xm 的变化对曲线的影响.

解 logistic 方程（8）代码如下：

```
%logistic_equation.m
syms r x0 xm;
x=dsolve('Dx=r*x*(1-x/xm)','x(0)=x0');
```

运行结果：

```
>> x

x =

-xm/(exp(xm*(log((x0 - xm)/x0)/xm - (r*t)/xm)) - 1)
```

x =-xm/(exp(xm*(log((x0 - xm)/x0)/xm - (r*t)/xm)) - 1)，即为（9）式

参数 1：（r 变化）

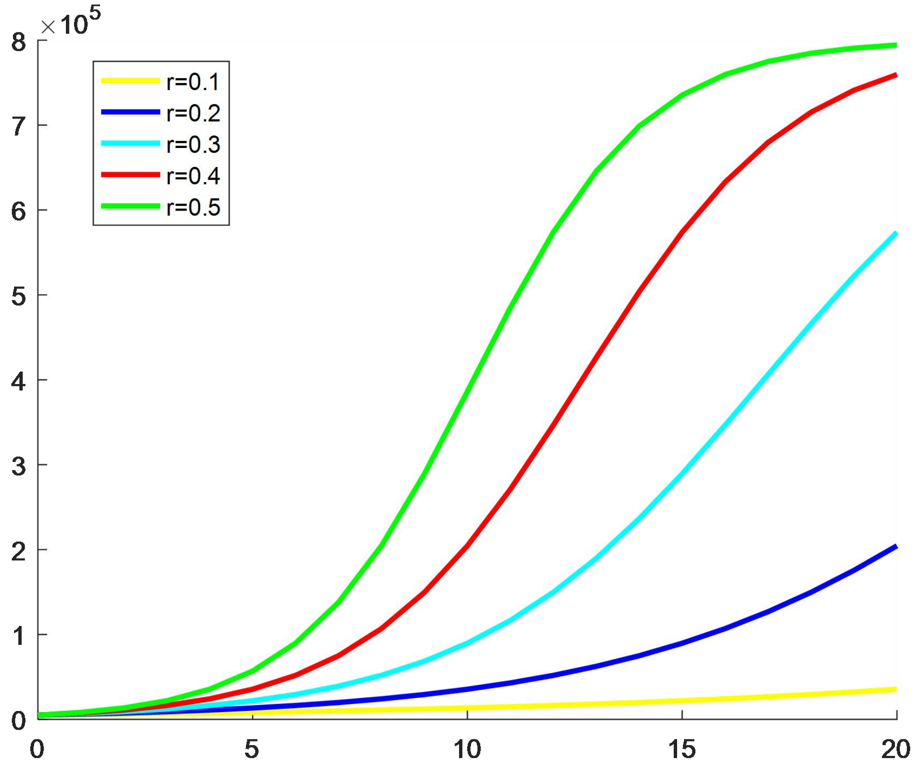
设定 r=[0.1,0.2,0.3,0.4]，x0=5000，xm=800000

代码：

```
%logistic_equation1.m
syms r x0 xm;
x=dsolve('Dx=r*x*(1-x/xm)','x(0)=x0');

hold on;
x0=5000;
t=0:1:20;
xm=800000;
r=0.1;
x1=eval(subs(x));
plot(t,x1,'y','Linewidth',2);
r=0.2;
x2=eval(subs(x));
plot(t,x2,'b','Linewidth',2);
r=0.3;
x3=eval(subs(x));
plot(t,x3,'c','Linewidth',2);
r=0.4;
x4=eval(subs(x));
plot(t,x4,'r','Linewidth',2);
r=0.5;
x5=eval(subs(x));
```

```
plot(t,x5,'g','Linewidth',2);
legend('r=0.1','r=0.2','r=0.3','r=0.4','r=0.5')
```

图像：



参数 2：（xm 变化）

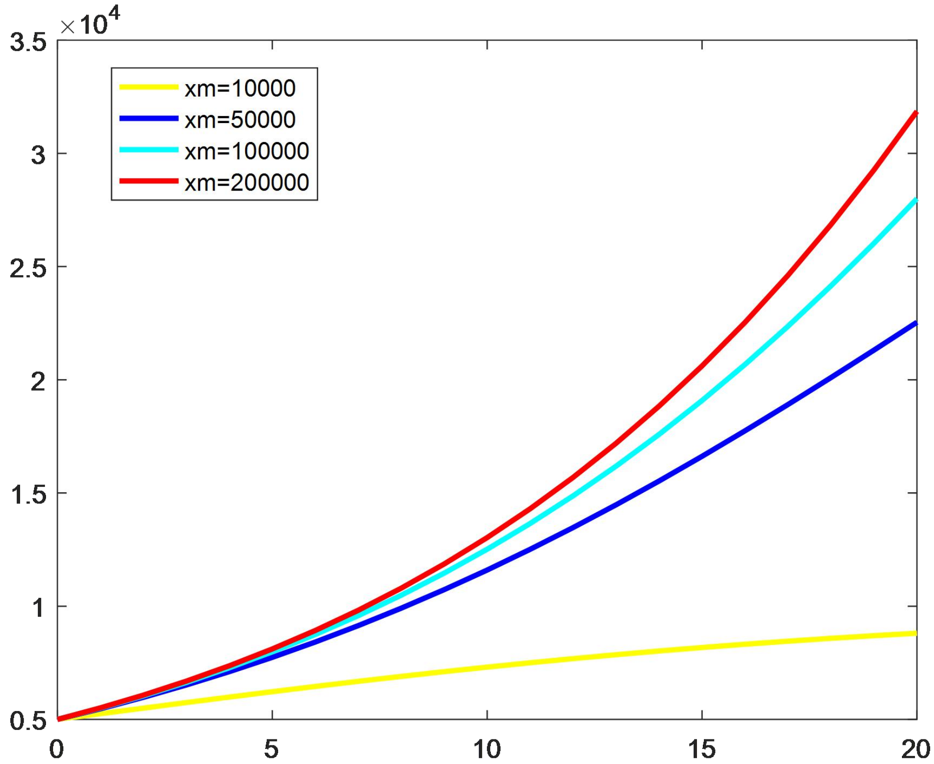
设定 r=0.1，x0=5000，xm=[10000,50000,100000,200000]

代码：

```
%logistic_equation2.m
syms r x0 xm;
x=dsolve('Dx=r*x*(1-x/xm)','x(0)=x0');

hold off;
x0=5000;
r=0.1;
xm=10000;
x1=eval(subs(x));
plot(t,x1,'y','Linewidth',2);
hold on;
xm=50000;
x2=eval(subs(x));
plot(t,x2,'b','Linewidth',2);
xm=100000;
```

```
x3=eval(subs(x));
plot(t,x3,'c','Linewidth',2);
xm=200000;
x4=eval(subs(x));
plot(t,x4,'r','Linewidth',2);
legend('xm=10000','xm=50000','xm=100000','xm=200000')
```

图像：



4. logistic 模型曲线 x(t)出现拐点时刻为：

$$t = \frac{1}{r}\ln\frac{x_m - x_0}{x_0}$$

结合图像和函数关系式，r 越大、x_0越大,t 越小；x_m越大，t 越大。

按照方法一估计参数，t=16.0，美国人口增长曲线的图像拐点出现在 1950 年。

按照方法二估计参数，t= 18.7，美国人口增长曲线的图像拐点出现在 1977 年.