基于房室模型的饮酒驾车问题

摘要

在交通事故频发的今天，酒后驾车已然凸显为一个日益严重的社会问题，引起广泛的关注。当血液中酒精含量超过一定浓度时，大脑的反应会有相应的延迟，从而加大交通事故发生的概率。为了保障交通秩序和行人安全，必须对司机饮酒驾车采取有效的防控措施。

针对饮酒后人体血液中酒精含量的变化，本文主要讨论了在短时间和较长时间饮酒后血液中酒精含量变化，并据此建立了饮酒动力学模型。通过综合考虑药物动力学原理以及饮酒周期和摄入量等因素的影响，我们依据**房室模型**，将人体视为不同房室，根据血液浓度含量不同分为**中心室**（心、肺、肾等器官）和**周边室**（四肢、肌肉组织等），并通过**微分方程**计算其中酒精含量，然后利用 matlab 拟合出血液中酒精浓度随时间变化的关系式并加以求解。

当在较短时间内饮酒时，我们将人体酒精吸收简化为吸收室与房室间的酒精吸收。根据房室模型建立房室酒精浓度相关微分方程，通过查阅资料获得短时间喝酒后人体内酒精浓度，我们分别分析啤酒和白酒中的酒精含量，并在两种情况下利用 matlab 的**最小二乘法**进行**数据拟合**，得到相关参数的具体数值（K=79.5918，k2=0.1855）并绘制出相应的血液酒精浓度预测图。计算曲线与交通规定中血液中酒精浓度（20mg/100ml）取交点，即可得到酒后可驾车间隔时长：短时间喝 4 瓶啤酒后 7.9681h 后可以驾车，短时间喝 6 两低度白酒后 11.9743h 可以驾车。

当在较长时间内饮酒时，我们认为饮酒过程体内匀速摄入酒精，血液中酒精浓度不断累加，停止摄入后酒精浓度按照短时间内饮酒的规律下降，因此参数同上。参考前文建立的**饮酒动力学模型**，我们建立酒精浓度微分方程并于代入参数值后绘制出相应图像，最后结果为：长时间喝 4 瓶啤酒后 8.4765h 后可以驾车，长时间喝 6 两低度白酒后 12.826h 可以驾车。

接着我们依据函数关系式与函数图像，我们综合分析了血液中酒精含量最高的时间：短时间喝酒体内酒精含量最高的时刻为 1.3069h，长时间喝酒体内酒精含量最高时间为 2h。最后我们通过计算量化得出天天饮酒几乎不能开车，再次证实了喝酒后不建议开车的观点。经过模型评价，我们证明了模型的合理及有效，并给想喝酒驾车的司机提出了相应的建议和指导。

关键词：药物动力学、微分方程模型、房室模型、饮酒周期、数据拟合

目录

1. 问题分析与重述 2

1.1 问题背景与重述......................................2

1.2 本文主要工作与创新点................................2

1.3 本文研究意义..2

2. 模型假设..2

3. 符号说明..3

4. 模型建立与求解

4.1 短时间内饮酒..4

4.2 较长时间内饮酒......................................6

4.3 血液中的酒精含量什么时间最高........................7

4.4 天天饮酒能否驾车....................................8

5. 结果与分析..8

6. 模型评价..9

7. 参考文献..10

一．问题重述与分析

1.1 问题背景与重述

随着交通的快速发展，开车出行是越来越多人的选项，但是交通事故的发生也层出不穷。其中，酒后驾车已经成为引发交通事故的重要因素之一，并日益凸显为社会问题，引起了人们的关注。长期以来，我国酒后驾车现象一直处于较快增长的态势之中，为了让人们认识到饮酒后驾车的危险性和杜绝此类行为的必要性，本文分析了在不同饮酒方式和不同饮酒周期下的血液中酒精浓度随时间的变化，并且据此为想喝一点酒的司机在驾驶方面提出了相应的建议和指导。

饮酒驾车问题可基于房室模型进行处理与分析，对人体环境进行简化处理后，我们可以将人体看作二室模型，即将机体分为血液较丰富的**中心室Ⅰ**（包括心、肺、肾等器官）和血液较贫乏的**周边室Ⅱ**（四肢、肌肉组织等）。根据房室模型我们可以构造出这两室中酒精含量的微分方程，并在数据拟合后求得相关参数的具体数值，在这个基础上我们可以构建一个饮酒动力学模型，从而通过绘图得到各个问题的解答。

1.2 本文主要工作与创新点

在基本房室问题的基础上，对人体进行分析后合理简化，从而完成了“房室”的构建。而在建立各室中酒精浓度的微分方程后，我们利用最小二乘法完成了对数据的拟合从而得到了参数的具体数值。在这个基础上，我们建立了使用于本问题的饮酒动力学模型。

1.3 本文研究意义

对于饮酒后驾车问题，我们对于不同的饮酒方式，不同的酒精摄入量均作出了分析，且绘制了对应的图像，结果直观丰富且具有信服力。相较于简单的饮酒后避免驾车，我们的模型与分析给出了充足的证据与理由。此外，本文建立的饮酒动力学模型适用于多种情况下人体饮酒后血液中酒精浓度的预测，可用于医疗等多个场所。

二．模型假设

1. 按照血液浓度将人体分为血液较丰富的中心室和血液较贫乏的周边室。两个室的容积固定不变，并且任一时刻的酒精浓度分布均匀。
2. 人体对酒精吸收和排出符合药物动力学：药物从中心室转移至周边室速率、

向体外排出速率，与酒精浓度成正比。
3. 整个过程中人体的酒精体积不断被吸收，血液体积保持不变。
4. 酒精含量，啤酒以国宾为例，酒精度 2.5%，容量 500ml。低度白酒取 35 度为标准。
5. 人的体液占人的体重的 65%至 70%，其中血液只占体重的 7%左右;而药物（包括酒精）在血液中的含量与在体液中的含量大体是一样的。
6. 饮酒人以成年男性为例，体重一般为 70kg。

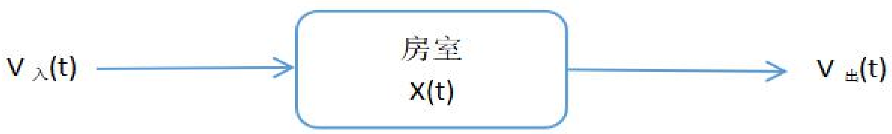
三．符号说明

符号	说明
$x(t)$	t 时刻房室内的酒精量
$c(t)$	t 时刻房室内的酒精浓度
$v_{入}(t)$	酒精进入房室的速率
$v_{出}(t)$	酒精从房室输出的速率
k_1	酒精从房室排出的速率系数
k_2	酒精在吸收室的吸收速率系数
V	房室体积
D_0	饮入的酒精量
G	人的体重

四．模型建立与求解

将人体分为多个血液酒精比例不同的房室，药物在一个房室内呈均匀分布，即血液中的酒精浓度是常数，而在不同房室之间则按照一定规律进行酒精的转移。本题认为人体为二室模型，即将机体分为血液较丰富的中心室Ⅰ（包括心、肺、肾等器官）和血液较贫乏的周边室Ⅱ（四肢、肌肉组织等）。药物的动态过程在每个房室内是一致的，转移只在两个房室之间以及某个房室与体外之间进行。

我们已经假设了酒精在血液中含量与体液中含量大体相同，所以我们提到的酒精含量均指融入血液后的酒精含量，单位为(毫克/毫升)。酒精从Ⅱ室进入Ⅰ室，不考虑Ⅰ室返回Ⅱ室的情况（即酒精只从体液渗透进血液）。由此依据药物动力学原理建立一个房室模型如图：



根据模型假设，给出一房室模型的动力学方程：

$$\frac{dx}{dt} = V入(t) - v出(t) \quad (1)$$

根据假设酒精的消除速率与房室内的酒精量成正比，那么就有：

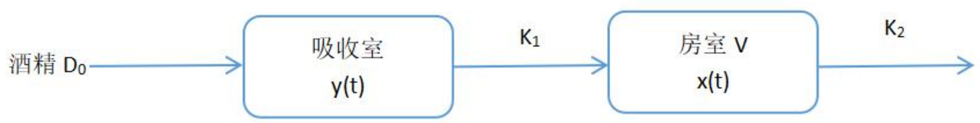
$$v\text{出}(t) = k1 * x(t) \tag{2}$$

将（2）式带入（1）式，则有：

$$\frac{dx}{dt} = v\text{入}(t) - k1 * x(t) \tag{3}$$

4.1 短时间内饮酒

在此过程中，人体内有一个吸收酒精的过程，不妨假设此时有一个吸收室，所以酒精在人体内的吸收过程可简化为：



此时我们将 v 入(t)看作酒精被房室吸收的速率用 y(t)表示 t 时刻吸收室吸收的酒精量，所以有：

$$v\text{入}(t) = -\frac{dy}{dt} \tag{4}$$

由模型假设可知，

$$v\text{入}(t)=k2*y(t) \tag{5}$$

并且显然

$$y(0)=D0 \tag{6}$$

有（3）~（6）式可解得：

$$x(t) = \frac{k2*D0}{k1-k2}(e^{-k2*t} - e^{-k1*t}) \tag{7}$$

$$c(t) = \frac{k2*D0}{(k1-k2)*V}(e^{-k2*t} - e^{-k1*t}) \tag{8}$$

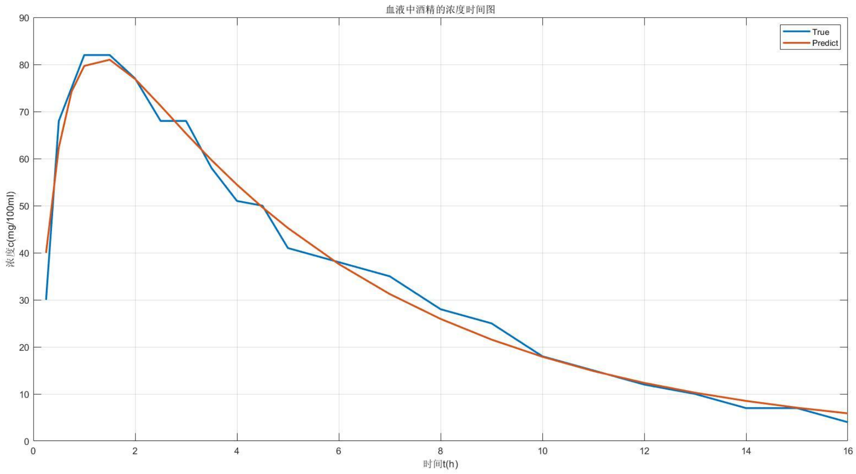
解方程代码见附录 1。

因为酒是快速喝下的，因此 k2<<k1，因此$e^{-k2*t} - e^{-k1*t} \approx e^{-k2*t}$

令$\frac{k1*D0}{(k1-k2)*V}$=K，则：

$$\ln c(t) = \ln K - k2 * t \tag{9}$$

根据资料（见附录 2，数据来源 MCM2004 年赛题 C 题）查询，拟合出 lnc(t)-t 的曲线，用最小二乘法得系数 K 和 k_2，K=79.5918，k2=0.1855。绘出拟合与原始数据图像如下。拟合及绘图代码见附录 3。



喝的酒啤酒以国宾为例，酒精度 2.5%，容量 500ml，因此一瓶啤酒含有 12.5ml 酒精，题干中 4 瓶啤酒认为有 50ml 酒精，以 0.78g/ml 为准，即 39g，因此短时间内喝完 4 瓶啤酒情况下，D_0=39000mg。

低度白酒：指的是 40°以下的白酒，现行标准白酒度数有 28 度，33 度，35 度，38 度，39 度，40 度。取 35 度为标准，题干中 6 两低度白酒认为有 6*50*35%=105ml，即 D_0=82000mg。

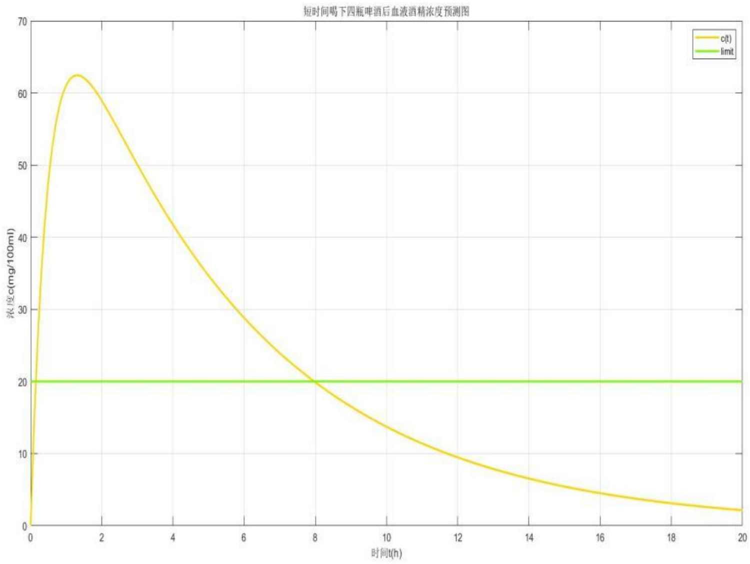
由假设，一个人的体重为 70kg，体液占体重的 65％~70％，血液占体重的 7％，体液的密度约为 1g／ml,所以 V=49000ml

由$\frac{k1*D0}{(k1-k2)*V}$=K 可知，喝 4 瓶啤酒下 k1=10.101，喝 6 两低度白酒 k1=10.214。

所以短时间内喝下 4 瓶啤酒的关系式为：

$$c(t) = 0.01489 * (e^{-0.1855t} - e^{-10.101t}) \qquad (10)$$

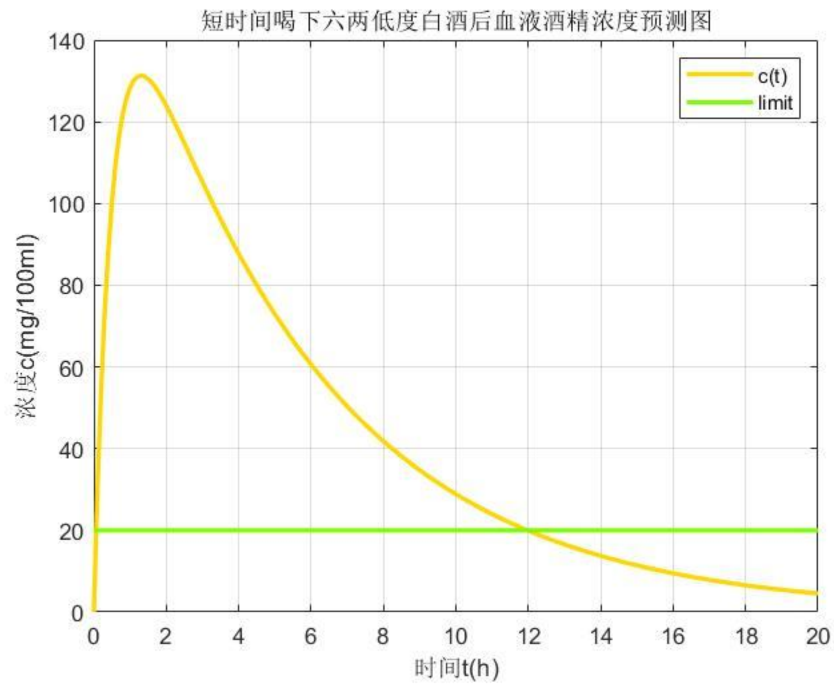
绘出图像：



短时间内喝下 6 两低度白酒的关系式为：

$$c(t) = 0.01472 * (e^{-0.1855t} - e^{-10.214t}) \quad （11）$$

绘出图像：



根据我国《车辆驾驶人员血液、呼气酒精含量阈值与检验》中规定，驾驶员血液中酒精含量大于等于 20mg/100ml 即为酒驾，因此短时间内**喝下 4 瓶啤酒 7.9681h 后可以上路，短时间内喝下 6 两低度白酒 11.9743h 后可以上路**。上述绘图以及求解交点代码见附件 4。

4.2 较长时间内饮酒

当酒是在较长的一段时间 T 内喝的，假设在这较长时间 T 内匀速摄入酒精 ，即以恒定的速率 a 来饮酒，$a = \frac{D0}{T}$，所以有：

$$v_{入}(t)=a \quad （12）$$

$$x(0)=0 \quad （13）$$

由此（3）式可化为：

$$\frac{dx}{dt} + k2 * x(t) = a \quad （14）$$

由（10）~（12）式得：

$$x(t) = \frac{a}{k2} * (1 - e^{-k2*t}) \quad （15）$$

$$c(t) = \frac{a}{k2 * V} * (1 - e^{-k2*t})(0 < t <= T) \quad （16）$$

上式为饮酒过程中体内酒精变化。

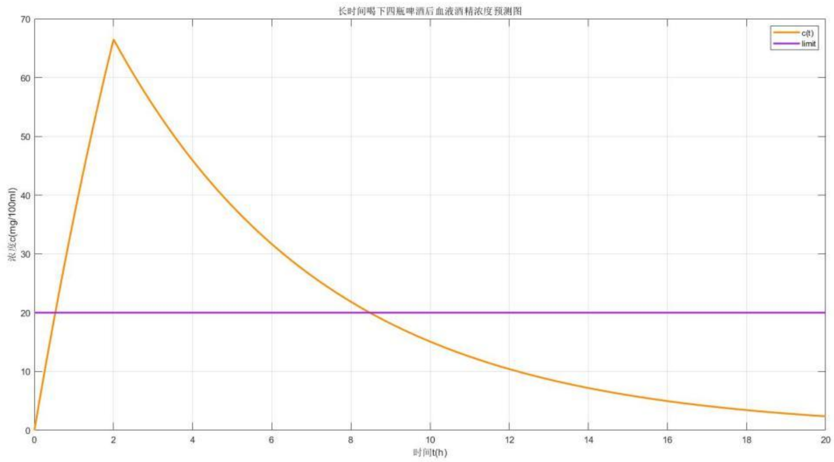
当 t=T 时不再喝酒，那么之后的酒精浓度将按短时间内饮酒的规律下降，且 t=T 时人体内酒精浓度满足 $c(T) = \frac{a}{k2*V} * (1 - e^{-k2*T})$。 （17）

当 t>=T 时有人体内的酒精浓度为：

$$c(t)=\frac{a}{k2*V}*(1-e^{-k2*t})*e^{-k2*(t-T)}\ (t>T) \qquad (18)$$

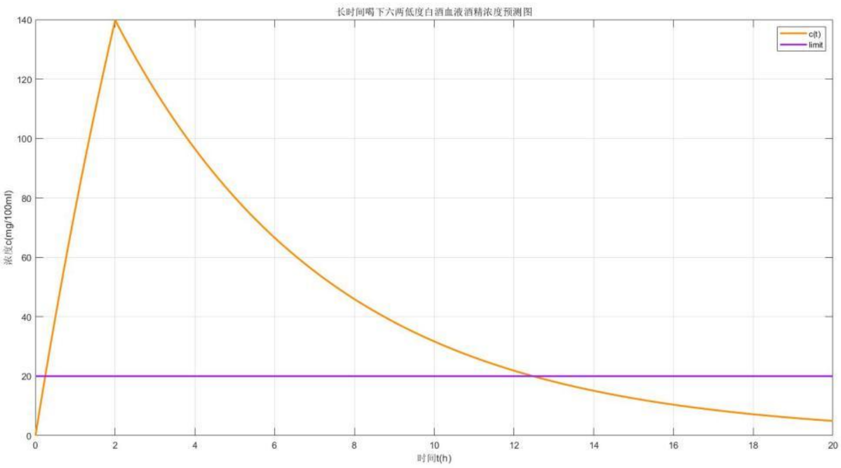
代入参数值则可得图像以及与 20 的交点。

（1）长时间内喝下 4 瓶啤酒的图像：



经 8.4765h 后可以驾车。

（2）长时间内喝下 6 两低度白酒的图像：



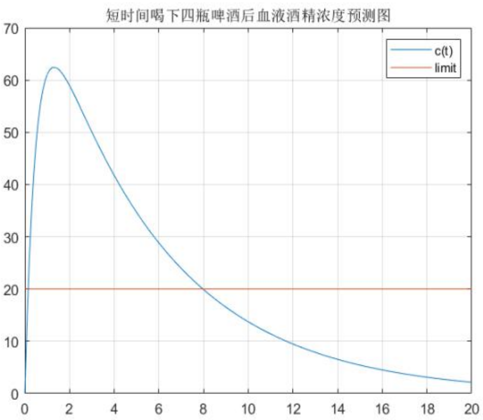
经 12.826h 可以驾车。

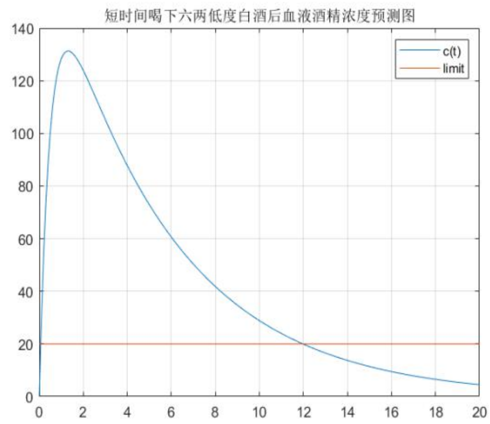
上述绘图代码见附录 5

4.3 血液中的酒精含量在什么时间最高

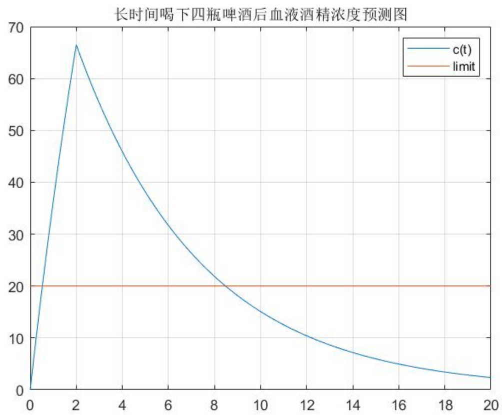
a、b 中已经得出血液中酒精含量数量关系，分别求解即可，图像如下，代码见附录 6。

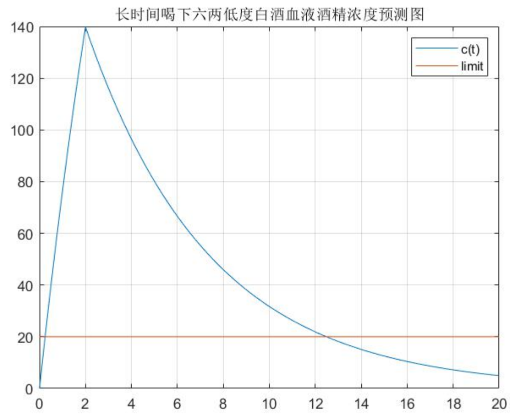
短时间内喝酒最高酒精含量出现在 1.3069h





长时间喝酒酒精含量出现在喝酒停止时刻（2h）





4.4 天天喝酒，是否还能开车

根据图像分析，当 t 达到 20h 时，人体内酒精含量大致为 2~3mg/100ml，而一天只有 24h，因此像题干所给饮酒方式与剂量，司机天天喝酒的话几乎不能开车。

五．结果与分析

在假设饮酒人为 70Kg 的成年男性情况下，如果他在短时间内喝下 4 瓶啤酒，7.9681h 后可以上路，短时间内喝下 6 两低度白酒，11.9743h 后可以上路，经过 1.3069h 体内酒精含量达到最高。长时间内喝下 4 瓶啤酒经 8.4765h 后可以驾车，长时间内喝下 6 两低度白酒经 12.826h 可以驾车，经过 2h 体内酒精含量达到最高。

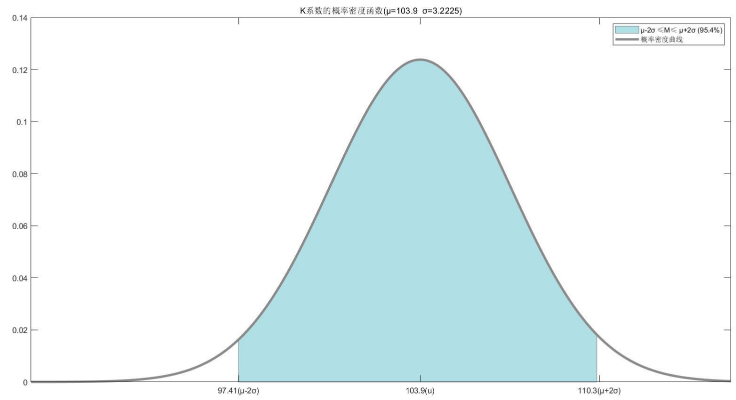
如果饮酒人天天喝酒，则难以驾驶汽车的。如果司机想喝一点酒，需要考虑到下次上路前的休息时长，最佳的解决方案是在晚上休息前适度饮酒，第二天才可以达到上路标准。而根据我们建立模型的结果，短时间内饮酒相较于长时间内饮酒血液中酒精浓度下降相对较快，这一点可以作为饮酒前的参考。但是我们在这里最好的提议依然是，不饮酒或者饮酒次日再驾驶。

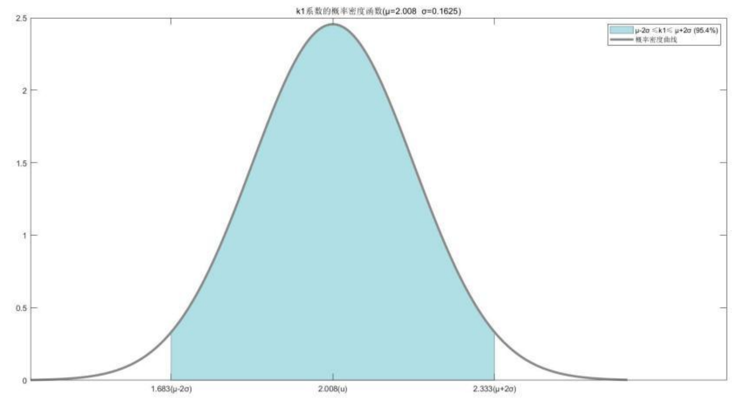
六．模型评价

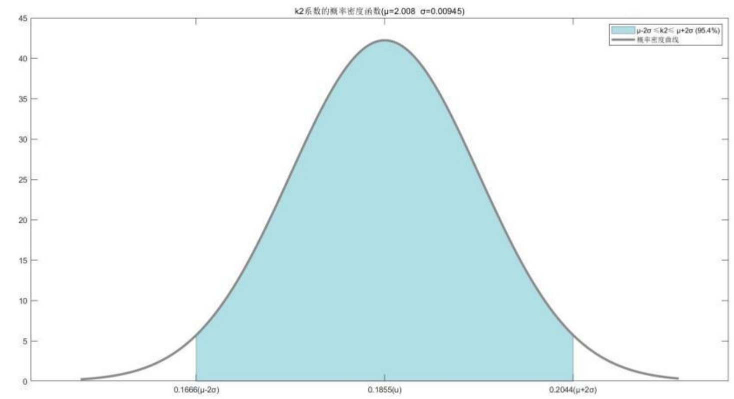
本文用房室模型结合微分方程描绘酒精在身体系统里的吸收，分布，消除和代谢，将身体的循环系统看成多个房室，用微分方程描绘房室之间的动力学传输关系，从而准确得到各个房室的酒精含量-时间关系模型曲线。从而准确模拟不同情况下酒后人体内酒精含量，帮助司机确定酒后开车需要的时间间隔。

其中最小二乘法拟合数据参数时，存在一定的系统误差。根据线性回归模型评估，分析模型的鲁棒性。

根据 matlab 计算参数的误差，K=103.9(97.41,110.3)，k1=2.008(1.683,2.333)，k2=0.1855(0.1666,0.2044)，取置信概率 95%，绘出其高斯分布曲线图：







根据图像发现，95%的解都落在该区间，稳定性较好。同时求解结果还给出了模型的确

定系数 R-Square=0.9857，我们知道确定系数越接近 1 则模型拟合越好，高于 0.8 则模型较优秀。因此我们的模型相当精确。

七．参考文献

[1]数学模型(第四版). 姜启源, 谢金星，叶俊. 北京. 高等教育出版社，2011.1. 154—163

[2]药物动力学房室模型的改进. 曾文艺, 孙晓颖.《北京师范大学学报：自然科学版》. 北京师范大学信息科学与技术学院, 2012-48-1

[3]Transport of fluid and solutes in the body : a compartmental model approach. Cristina C.Gyenge. The University of British Columbia. 2000

[4]饮酒驾车. 张珠宝. 江苏经贸职业技术学院. 江苏 南京. 210007

[5]The Mathematical Model of Drinking Driving. LiGuangxi, XiaJianye, ZhanMeichun. Guangdong University of Finance Zlongdong. 510512

[6]饮酒驾车模型的分析及应用. 王 楠. 许昌学院数学与统计学院. 河南 许昌. 461000

八．附录

附录 1：

```
syms y(t) k_1 k_2 D
eqn_1 = -diff(y,t)==k_2*y
% s_1 = dsolve(eqn_1,y(0)==D*k_1/k_2)
s_1 = dsolve(eqn_1,y(0)==D)
-diff(s_1,t)

syms x(t)
eqn_2 = diff(x,t)==-diff(s_1,t)-k_1*x
s_2 = dsolve(eqn_2,x(0)==0)
```

附录 2：（数据源自 CUMCM2004 年 C 题）

2. 体重约 70kg 的某人在短时间内喝下 2 瓶啤酒后，隔一定时间测量他的血液中酒精含量（毫克 / 百毫升），得到数据如下：

时间(小时)	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
酒精含量	30	68	75	82	82	77	68	68	58	51	50	41
时间(小时)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
酒精含量	38	35	28	25	18	15	12	10	7	7	4	

附录 3：

```
function y = fit11(x,tdata)
y = x(3)*(x(1)/(x(1)-x(2)))*(exp(-x(2)*tdata)-exp(-x(1)*tdata));
end
%x(1)=k1 x(2)=k2 x(3)=M
```

```
tdata = [0.25 0.5 0.75 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
15 16];
ct = [30 68 75 82 82 77 68 68 58 51 50 41 38 35 28 25 18 15 12 10 7 7 4];
x0 = [2 0 100]
K = lsqcurvefit('fit11',x0,tdata,ct)
k1 = K(1); k2 = K(2); M=K(3);
k1,k2,M
```

```
ct_predict = fit11([k1,k2,M],tdata);
plot(tdata,ct,tdata,ct_predict)
title('血液中酒精的浓度时间图')
legend('True','Predict')
grid on
```

附录 4:

```
t = 0:0.1:20
ct_pijiu = fit11([k1,k2,M_1],t);
ct_std = 20*ones(1,201)
plot(t,ct_pijiu,t,ct_std)
legend('c(t)','limit')
title('短时间喝下四瓶啤酒后血液酒精浓度预测图')
grid on
```

```
fun = @(t_arg) M_1*(k1/(k1-k2))*(exp(-k2*t_arg)-exp(-k1*t_arg))-20;
t_1=fzero(fun,0.1)
t_2=fzero(fun,8.2)
```

```
ct_baijiu = fit11([k1,k2,M_2],t);
ct_std = 20*ones(1,201)
plot(t,ct_baijiu,t,ct_std)
legend('c(t)','limit')
title('短时间喝下六两低度白酒后血液酒精浓度预测图')
grid on
```

```
fun = @(t_arg) M_2*(k1/(k1-k2))*(exp(-k2*t_arg)-exp(-k1*t_arg))-20;
t_3=fzero(fun,0.1)
t_4=fzero(fun,8.2)
```

附录 5:

```
a_pj = 39000/2;
t_1= 0:0.1:2;
func_1 = @(x) a_pj/k2/490.*(1-exp(-k2*x));
ct_pj_1 = func_1(t_1)

func_2 = @(x) func_1(2)*exp(-k2*(x-2));

ct_pj_2 = func_2(2.1:0.1:20)
ct_pj_=[ct_pj_1,ct_pj_2];
plot(t,ct_pj_,t,ct_std);
legend('c(t)','limit')
title('长时间喝下四瓶啤酒后血液酒精浓度预测图')
grid on
```

```
func_1_ = @(x) a/k2/490.*(1-exp(-k2*x))-20;
```

```
func_2_ = @(x) func_1(2)*exp(-k2*(x-2))-20;
t_pj_1=fzero(func_1_,1)
t_pj_2=fzero(func_2_,8)
```

```
a_bj = 82000/2;

t_1= 0:0.1:2;
func_1 = @(x) a_bj/k2/490.*(1-exp(-k2*x));
ct_pj_1 = func_1(t_1)

func_2 = @(x) func_1(2)*exp(-k2*(x-2));
ct_pj_2 = func_2(2.1:0.1:20)

ct_pj_=[ct_pj_1,ct_pj_2];
plot(t,ct_pj_,t,ct_std);
legend('c(t)','limit')
title('长时间喝下六两低度白酒血液酒精浓度预测图')
grid on
```

```
func_1_ = @(x) a_bj/k2/490.*(1-exp(-k2*x))-20;
func_2_ = @(x) func_1(2)*exp(-k2*(x-2))-20;
t_pj_1=fzero(func_1_,1)
t_pj_2=fzero(func_2_,8)
```

附录 6:

```
t = 0:0.1:20;
ct_pijiu = fit11([k1,k2,M_1],t);
ct_std = 20*ones(1,201);
plot(t,ct_pijiu,t,ct_std);
legend('c(t)','limit');
title('短时间喝下四瓶啤酒后血液酒精浓度预测图');
grid on
%求浓度的最大值点
syms X_pj(t_pjmax);
X_pj= M_1*(k1/(k1-k2))*(exp(-k2*t_pjmax)-exp(-k1*t_pjmax));
eqn_pj = diff(X_pj,t_pjmax)==0;
t_m_pj = double(solve(eqn_pj,t_pjmax));
```

```
ct_baijiu = fit11([k1,k2,M_2],t);
ct_std = 20*ones(1,201);
plot(t,ct_baijiu,t,ct_std);
legend('c(t)','limit');
```

```
title('短时间喝下六两低度白酒后血液酒精浓度预测图');
grid on;
%求最大值点
syms X_bj(t_bjmax);
X_bj= M_1*(k1/(k1-k2))*(exp(-k2*t_bjmax)-exp(-k1*t_bjmax));
eqn_bj = diff(X_bj,t_bjmax)==0;
t_m_bj = double(solve(eqn_bj,t_bjmax));
```