



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

6 апреля 2010

Использование CUDA в расчете динамики пучка

С.Б. Ворожцов, В.А. Смирнов, Е.Е. Перепелкин
Дубна, ОИЯИ

<http://parallel-compute.ru>



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Циклотрон

- Постановка задачи
- Численные методы
- Программная реализация на CUDA
- Результаты

<http://cbda.jinr.ru>

CBDA: Cyclotron Beam Dynamic Analysis code



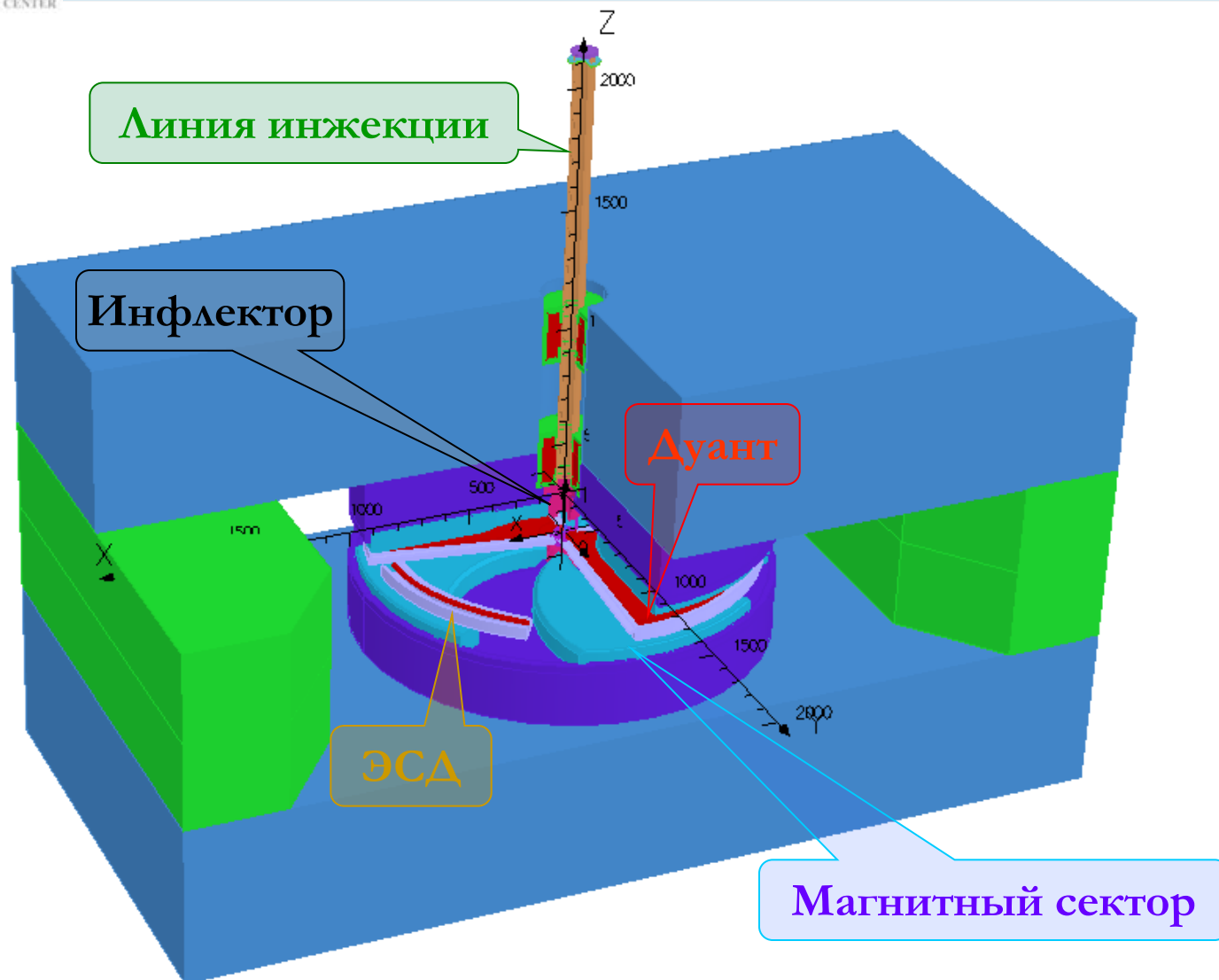
НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Постановка задачи



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

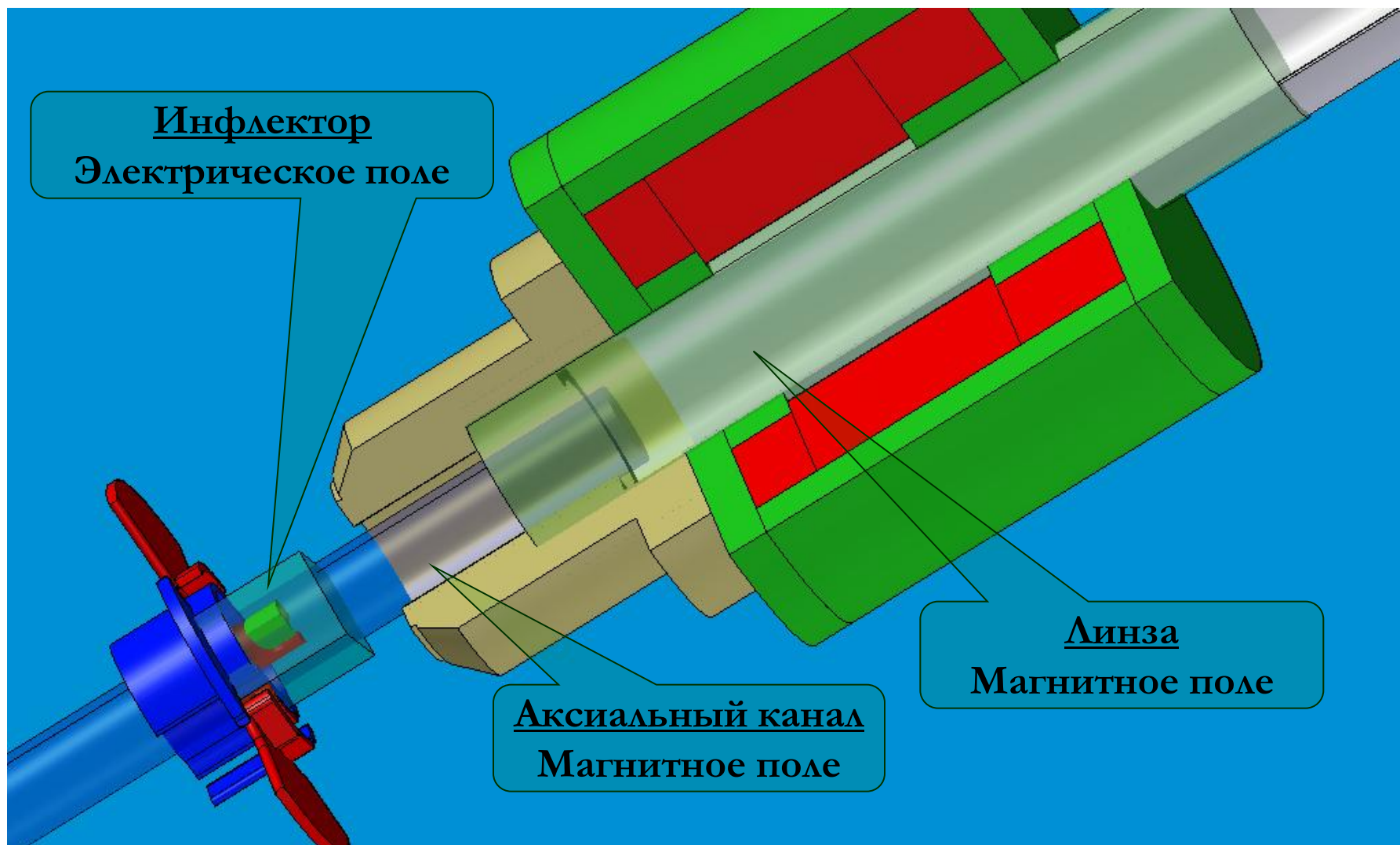
Компьютерная модель циклотрона





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Области задания карт полей





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Ресурсоемкое моделирование

- Необходимость рассмотреть не менее 5 различных конфигураций центральной зоны;
- Необходимость ускорять различные ионы;
- Сложная геометрическая структура;
- Учет пространственного заряда;



Одна итерация требует ~
несколько дней расчетов



Уравнения движения

$$(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t), \quad i = 1 \dots N$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_i = \vec{F}_i, \quad i = 1 \dots N$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i \frac{d}{dt} (\gamma_i \vec{v}_i) = q_i \left(\vec{E}_{ext}(\vec{r}_i, t) + \vec{E}_s(\vec{r}_i, t) + [\vec{v}_i, \vec{B}_{ext}(\vec{r}_i)] \right) \\ \gamma_i = 1 / \sqrt{1 - \beta_i^2}, \quad \beta_i = \frac{v_i}{c} \\ \vec{r}_i|_{t=t_i} = \vec{r}_i^{(0)}, \quad \vec{v}_i|_{t=t_i} = \vec{v}_i^{(0)}, \text{ или } \vec{r}_i|_{t=0} = \vec{r}_i^{(0)}, \quad \vec{v}_i|_{t=0} = \vec{v}_i^{(0)} \\ 1 \leq i \leq N, \vec{r}_i \in V \end{array} \right.$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Пространственный заряд

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E}_s &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}, & \operatorname{rot} \vec{B}_s &= \mu_0 \vec{J}_s + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}_s \\ \operatorname{rot} \vec{E}_s &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}_s, & \operatorname{div} \vec{B}_s &= 0, \quad \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} = c^2 \end{aligned}$$

РІС метод

$$\vec{E}_s = -\nabla \varphi$$

$$\begin{cases} \Delta \varphi(p) = -\frac{\rho(p)}{\varepsilon_0}, & p \in \Omega \\ \varphi|_{\Gamma_D} = \varphi_D, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_N} = \psi_N, & \Gamma_D \cup \Gamma_N = \Gamma \end{cases}$$

РР метод

$$\begin{aligned} \vec{E}_s(\vec{r}_i) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{j \neq i}^N \frac{q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad i = 1 \dots N \\ \vec{E}_s(j \rightarrow i) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_j}{R^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < R \end{aligned}$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Численные методы



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Уравнение движения

Уравнение движения из постановки задачи

$$m_i \frac{d}{dt}(\gamma_i \vec{v}_i) = q_i \left(\vec{E}_{ext}(\vec{r}_i, t) + \vec{E}_s(\vec{r}_i, t) + [\vec{v}_i, \vec{B}_{ext}(\vec{r}_i)] \right), \quad i = 1, \dots, N$$

можно представить в упрощенном виде, дополнив
его вторым уравнением для определения координат
частиц

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{f}(t, \vec{r}_i, \vec{v}_i) \\ \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{v}_i|_{t=t_0} = \vec{v}_i^{(0)} \\ \vec{r}_i|_{t=t_0} = \vec{r}_i^{(0)} \end{cases}$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Пример решения ОДУ

Рассмотрим решение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) методом Рунге -Кутта

Задача Коши

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x) \\ x|_{t=t_0} = x_0 \end{cases}$$

k – номер итерации по времени,
 τ – шаг по времени

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\tau}{6} (kx_1 + 2 \cdot kx_2 + 2 \cdot kx_3 + kx_4)$$

$$kx_1 = f(t_k, x_k)$$

$$kx_2 = f\left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_1}{2}\right)$$

$$kx_3 = f\left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_2}{2}\right)$$

$$kx_4 = f(t_k + \tau, x_k + kx_3)$$



Метод Рунге - Кутта

$$vx_{k+1} = vx_k + \frac{\tau}{6} (kvx_1 + 2 \cdot kvx_2 + 2 \cdot kvx_3 + kvx_4)$$

$$vy_{k+1} = vy_k + \frac{\tau}{6} (kvy_1 + 2 \cdot kvy_2 + 2 \cdot kvy_3 + kvy_4)$$

$$vz_{k+1} = vz_k + \frac{\tau}{6} (kvz_1 + 2 \cdot kvz_2 + 2 \cdot kvz_3 + kvz_4)$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\tau}{6} (kx_1 + 2 \cdot kx_2 + 2 \cdot kx_3 + kx_4)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{\tau}{6} (ky_1 + 2 \cdot ky_2 + 2 \cdot ky_3 + ky_4)$$

$$z_{k+1} = z_k + \frac{\tau}{6} (kz_1 + 2 \cdot kz_2 + 2 \cdot kz_3 + kz_4)$$



Метод Рунге - Кутта

$$\left\{ \begin{array}{l} kx_1 = v_x(t_k, x_k, y_k, z_k, vx_k, vy_k, vz_k) \\ ky_1, kz_1 \\ kvx_1 = f_x(t_k, x_k, y_k, z_k, vx_k, vy_k, vz_k) \\ kvy_1, kvz_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} kx_2 = v_x\left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_1}{2}, y_k + \frac{ky_1}{2}, z_k + \frac{kz_1}{2}, vx_k + \frac{kvx_1}{2}, vy_k + \frac{kvy_1}{2}, vz_k + \frac{kvz_1}{2}\right) \\ ky_2, kz_2 \\ kvx_2 = f_x\left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_1}{2}, y_k + \frac{ky_1}{2}, z_k + \frac{kz_1}{2}, vx_k + \frac{kvx_1}{2}, vy_k + \frac{kvy_1}{2}, vz_k + \frac{kvz_1}{2}\right) \\ kvy_2, kvz_2 \end{array} \right.$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Метод Рунге - Кутта

$$\left\{ \begin{array}{l} kx_3 = v_x \left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_2}{2}, y_k + \frac{ky_2}{2}, z_k + \frac{kz_2}{2}, vx_k + \frac{kvx_2}{2}, vy_k + \frac{kvy_2}{2}, vz_k + \frac{kvz_2}{2} \right) \\ ky_3, kz_3 \\ kvx_3 = f_x \left(t_k + \frac{\tau}{2}, x_k + \frac{kx_2}{2}, y_k + \frac{ky_2}{2}, z_k + \frac{kz_2}{2}, vx_k + \frac{kvx_2}{2}, vy_k + \frac{kvy_2}{2}, vz_k + \frac{kvz_2}{2} \right) \\ kvy_3, kvz_3 \\ kx_4 = v_x (t_k + \tau, x_k + kx_3, y_k + ky_3, z_k + kz_3, vx_k + kvx_3, vy_k + kvy_3, vz_k + kvz_3) \\ ky_4, kz_4 \\ kvx_4 = f_x (t_k + \tau, x_k + kx_3, y_k + ky_3, z_k + kz_3, vx_k + kvx_3, vy_k + kvy_3, vz_k + kvz_3) \\ kvy_4, kvz_4 \end{array} \right.$$



Решение краевой задачи

$$\begin{cases} \Delta \varphi(p) = -\frac{\rho(p)}{\varepsilon_0}, & p \in \Omega \\ \varphi|_{\Gamma} = 0 \end{cases}$$

При поиске коэффициентов Фурье
используется алгоритм БПФ
(Быстрого Преобразования Фурье)

$\rho(x_i, y_j, z_s)$ – необходимо найти из распределения частиц

$$\bar{\rho}(n, m, k) = \frac{8}{N_x N_y N_z} \sum_{s=1}^{N_z-1} \sum_{j=1}^{N_y-1} \sum_{i=1}^{N_x-1} \rho(x_i, y_j, z_s) \sin\left(\frac{\pi n i}{N_x}\right) \sin\left(\frac{\pi m j}{N_y}\right) \sin\left(\frac{\pi k s}{N_z}\right)$$

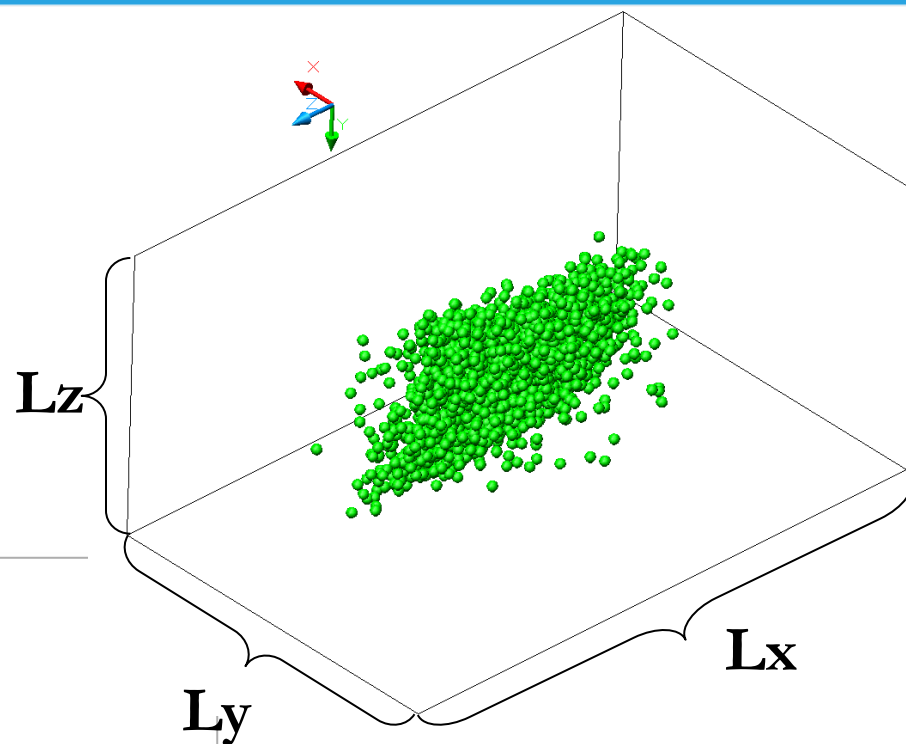
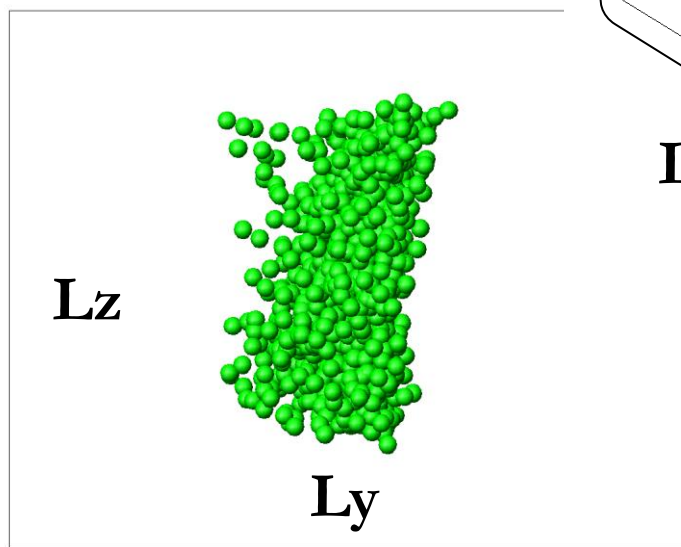
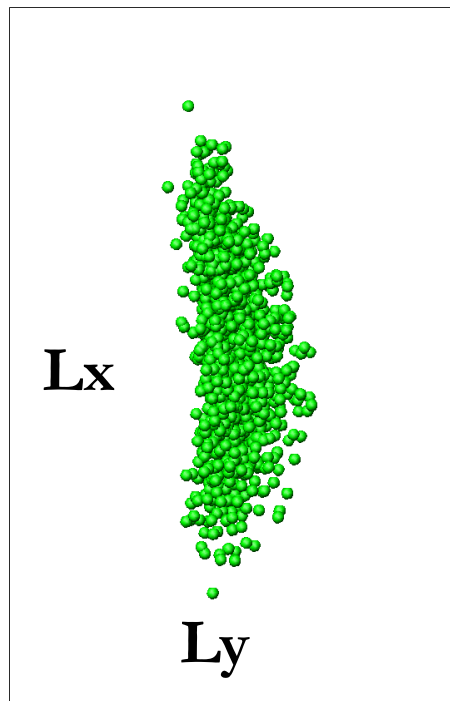
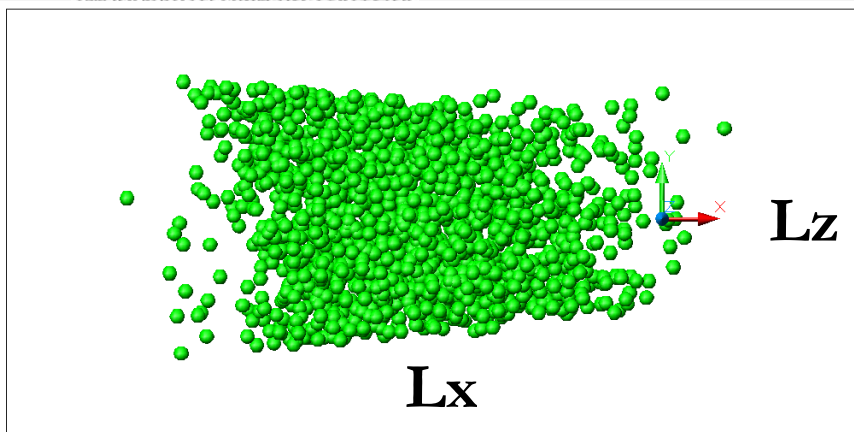
$$\bar{\varphi}(n, m, k) = -\bar{\rho}(n, m, k) \left[\left(\frac{\pi n}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\pi k}{L_z}\right)^2 \right]^{-1}$$

$$\varphi(x_i, y_j, z_s) = \sum_{k=1}^{N_z-1} \sum_{m=1}^{N_y-1} \sum_{n=1}^{N_x-1} \bar{\varphi}(n, m, k) \sin\left(\frac{\pi n i}{N_x}\right) \sin\left(\frac{\pi m j}{N_y}\right) \sin\left(\frac{\pi k s}{N_z}\right)$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"

Задание области для краевой задачи



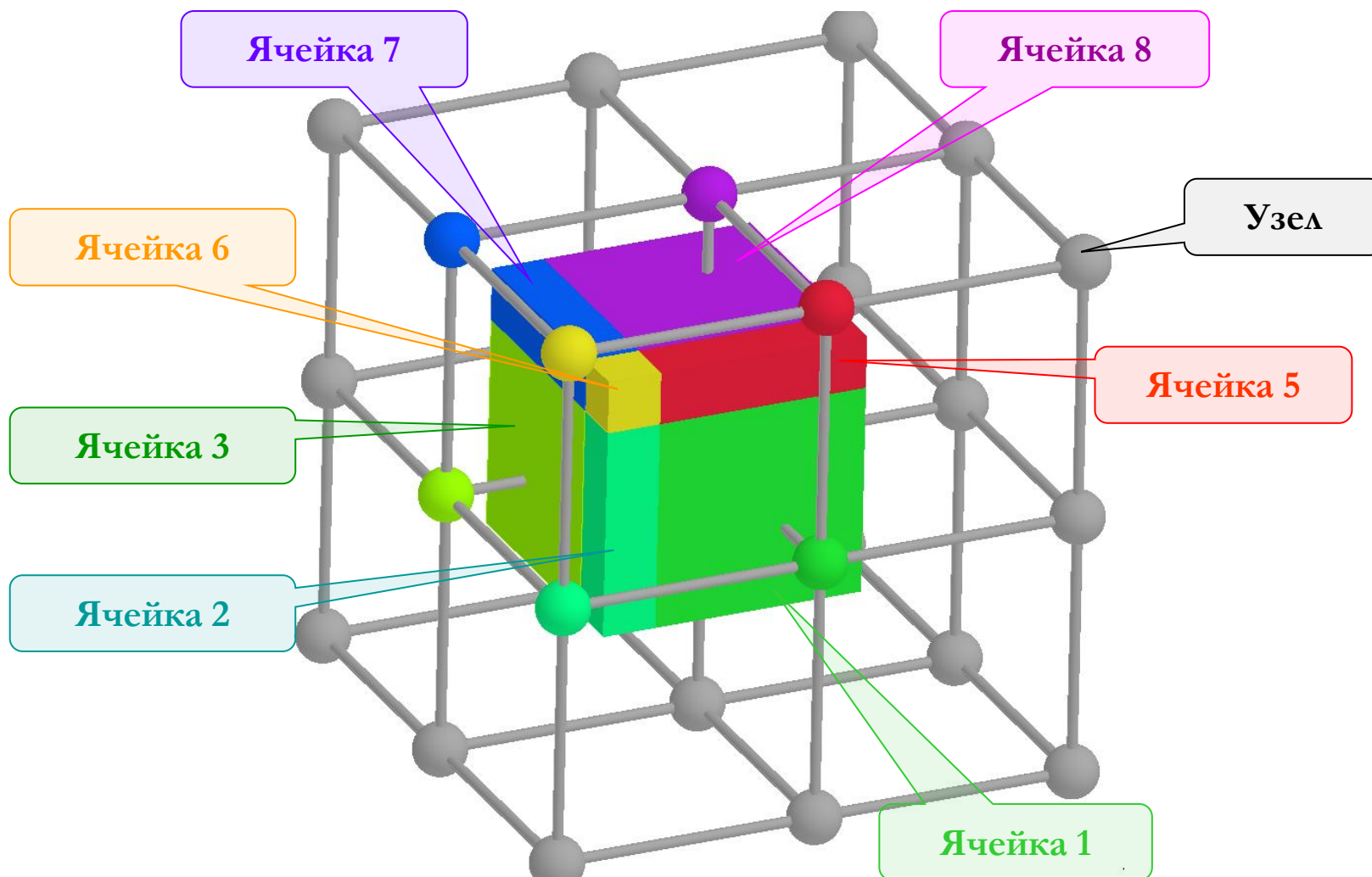
Сетка $N_x \cdot N_y \cdot N_z$

$$\text{Шаг } h_x = \frac{L_x}{N_x}, h_y = \frac{L_y}{N_y}, h_z = \frac{L_z}{N_z}$$



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

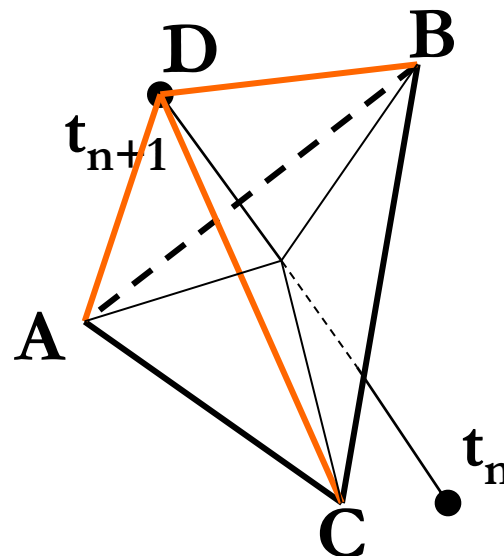
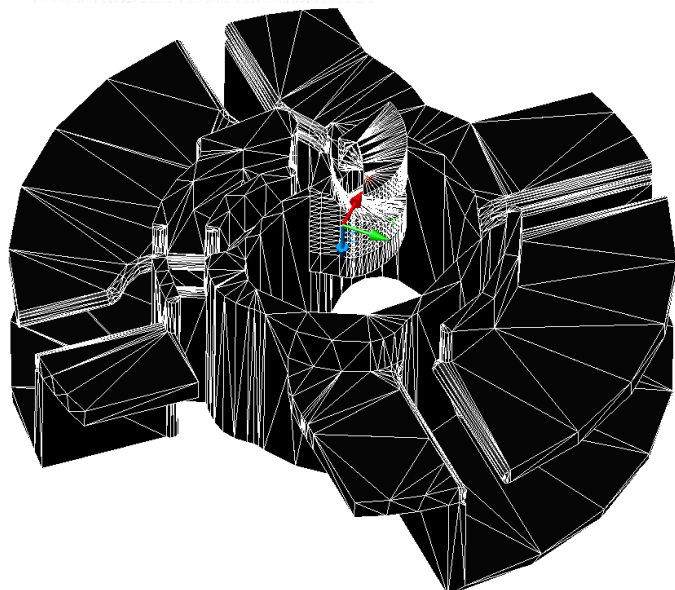
Раздача плотности заряда





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Потери частиц



Если точка D принадлежит треугольнику ABC, тогда

$$S_{\Delta ADC} + S_{\Delta ADB} + S_{\Delta CDB} = S_{\Delta ABC}$$

Условие пересечения $S_{\Delta ADC} + S_{\Delta ADB} + S_{\Delta CDB} < S_{\Delta ABC} + \varepsilon_{\Delta}$

где ε_{Δ} – допустимое отклонение от поверхности



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Программная реализация на CUDA



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Функции ядра

- Track (карты полей, координаты и скорости частиц)
 - метод Рунге-Кутта
- Losses (геометрия установки, координаты частиц)
 - проверка пересечений с геометрией
- Rho (координаты частиц)
 - раздача заряда в узлы сетки
- FFT (функция плотности заряда или потенциал)
 - БПФ по базисным функциям $\sin(\pi n/N)$
- PoissonSolver (Фурье коэффициенты)
 - решение краевой задачи
- E_SC (потенциал электрического поля)
 - поиск электрического поля



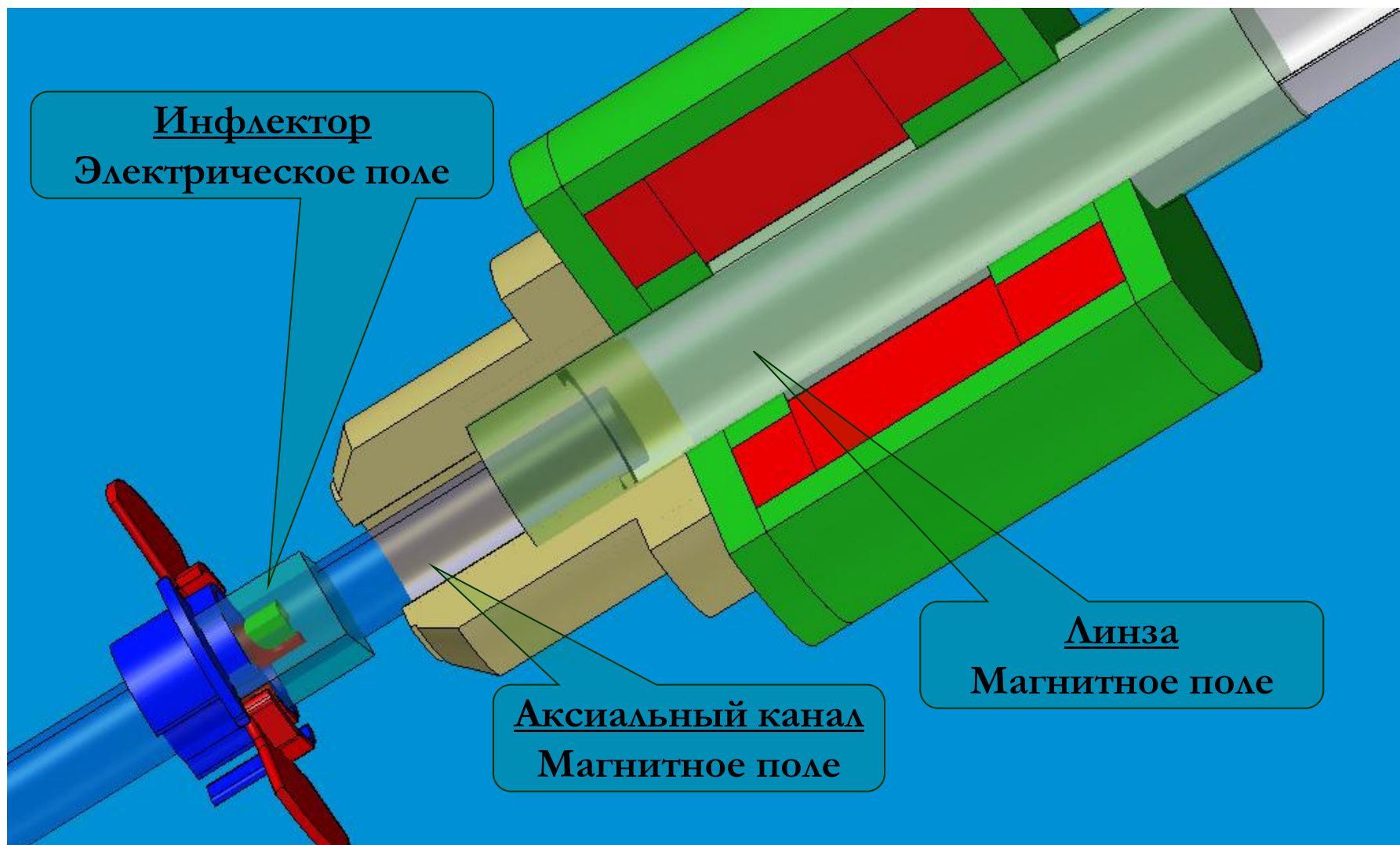
__global__ void Track ()

- Много входных параметров. Использование типа переменной `__constant__` для неизменных параметров:
 - `__device__ __constant__ float d_float[200];`
 - `__device__ __constant__ int d_int[80];`
- Каждой частице соответствует нить:
 - `int n = threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x;`
- Количество “`if, goto, for`” необходимо максимально сократить



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Проблема количества “if, goto, for”





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

__global__ void Losses ()

- Нити одного блока копируют вершины треугольников из **global** в **shared** память.
- Синхронизация нитей после копирования треугольников **__syncthreads()**
- Каждой частице соответствует номер нити:
 - **int n = threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x;**
- Проверка условия пересечения частицей с номером **n**, загруженных в **shared** память, треугольников
- Для каждого блока геометрии есть своя функция Losses



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

__global__ void Rho

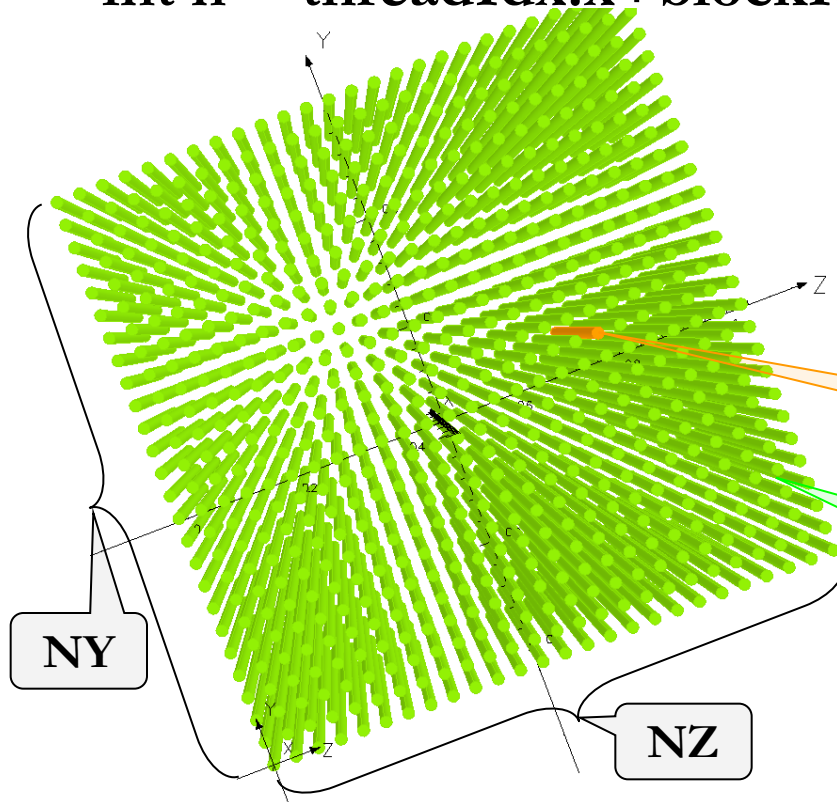
- Каждая частица с номером $n = \text{threadIdx.x} + \text{blockIdx.x} * \text{blockDim.x}$ дает свой вклад, в окружающие ее узлы. Для этого по координатам частицы определяется какой ячейки она принадлежит
- Одна частица может дать вклад в 8 ближайших узлов. Таким образом, каждая нить заполняет свои 16 ячеек в общем массиве вклада: 8 – номеров узлов и 8 – значений вклада.
- Далее производится сложение этих вкладов для каждого узла.



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

__global__ FFT ()

- Действительное БПФ по базисным функциям $\sin(\pi n/N)$;
- 3D преобразование состоит из трех последовательных 1D БПФ по осям: X, Y, Z соответственно
- `int n = threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x;`



`k=(int)(n/(NY+1));`

`j=n-k*(NY+1);`

`m=j*(NX+1)+k*(NX+1)*(NY+1);`

`FFT_X[i+1]=Rho[i+m];`

`n = j + k*(NY+1)`

Массив данных для
функции Rho трех
переменных



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

__global__ PoissonSolver ()

- Номер нити

`int n = threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x;`

- Каждая нить находит значение коэффициентов Фурье ΦF потенциала Φ

$$\Phi F_{\text{ind}(i,j,k)} = -\text{Rho}F_{\text{ind}(i,j,k)} / (kx_i^2 + ky_j^2 + kz_k^2)$$

В узле с номером:

$$\text{ind}(i,j,k) = i + j * (NX + 1) + k * (NX + 1) * (NY + 1),$$

где

$$k = (\text{int})(n / ((NX + 1) * (NY + 1)));$$

$$j = (\text{int})(n - k * (NX + 1) * (NY + 1)) / (NX + 1);$$

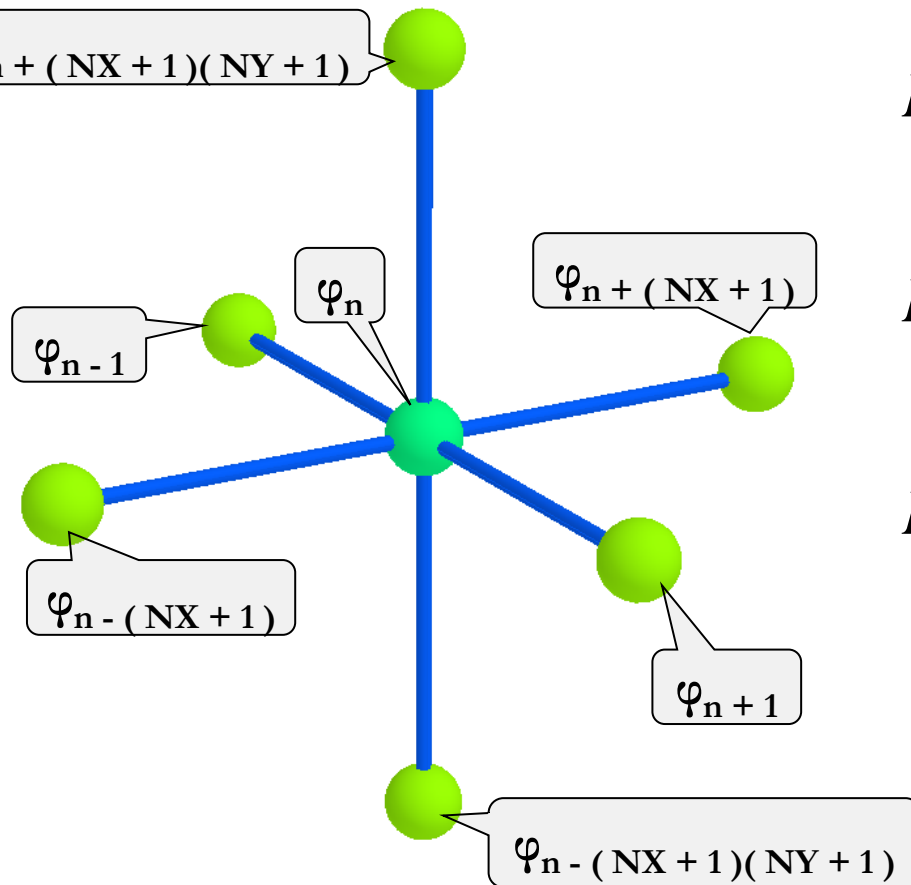
$$i = n - j * (NX + 1) - k * (NX + 1) * (NY + 1);$$

- $\text{Rho}F$ – коэффициенты Фурье для функции плотности заряда Rho .



__global__ E_SC ()

- Вычисление электрического поля в узле с номером
`int n = threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x+startInd`



$$E_x = -\frac{\varphi_{n+1} - \varphi_{n-1}}{2h_x}$$

$$E_y = -\frac{\varphi_{n+(Nx+1)} - \varphi_{n-(Nx+1)}}{2h_y}$$

$$E_z = -\frac{\varphi_{n+(Nx+1)(Ny+1)} - \varphi_{n-(Nx+1)(Ny+1)}}{2h_z}$$



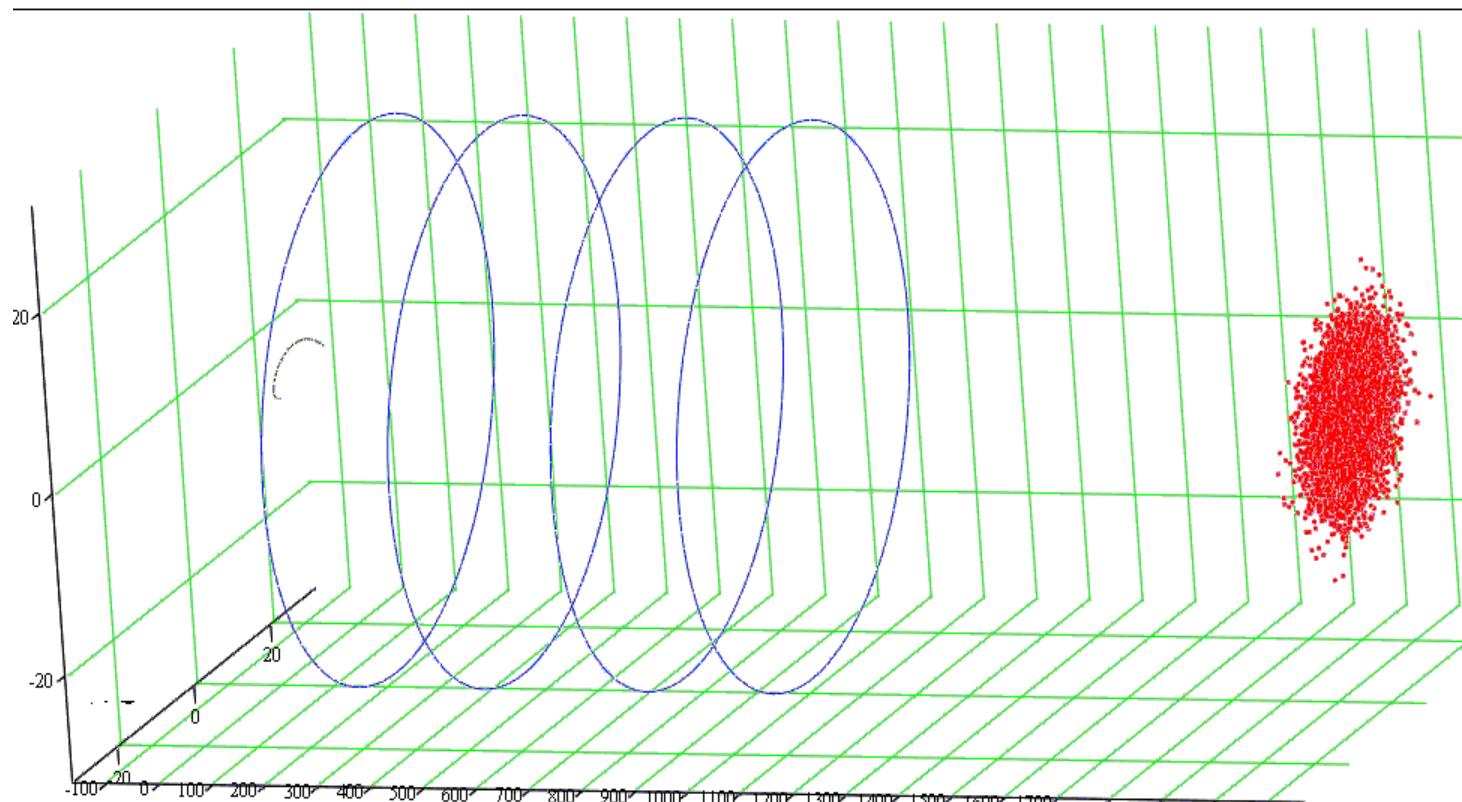
НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Результаты



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

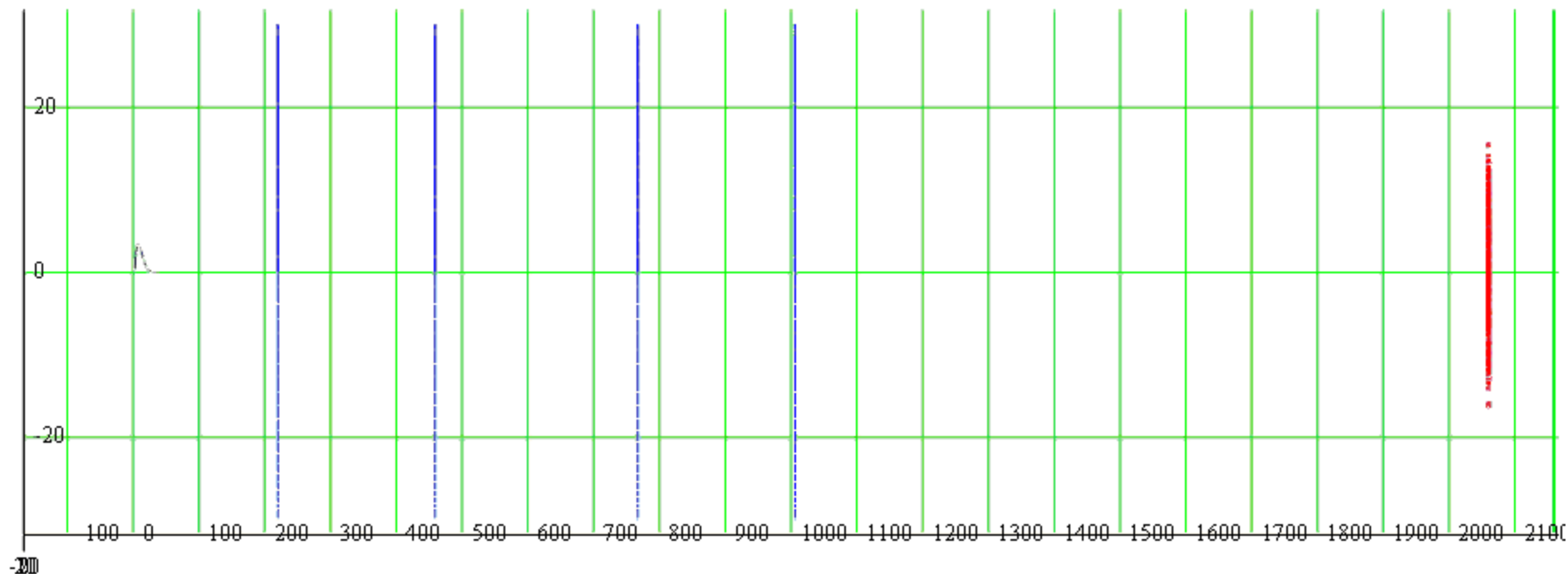
Аксиальная инжекция пучка





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

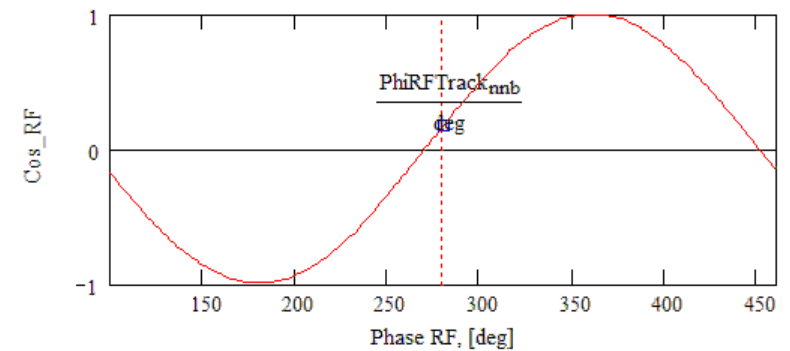
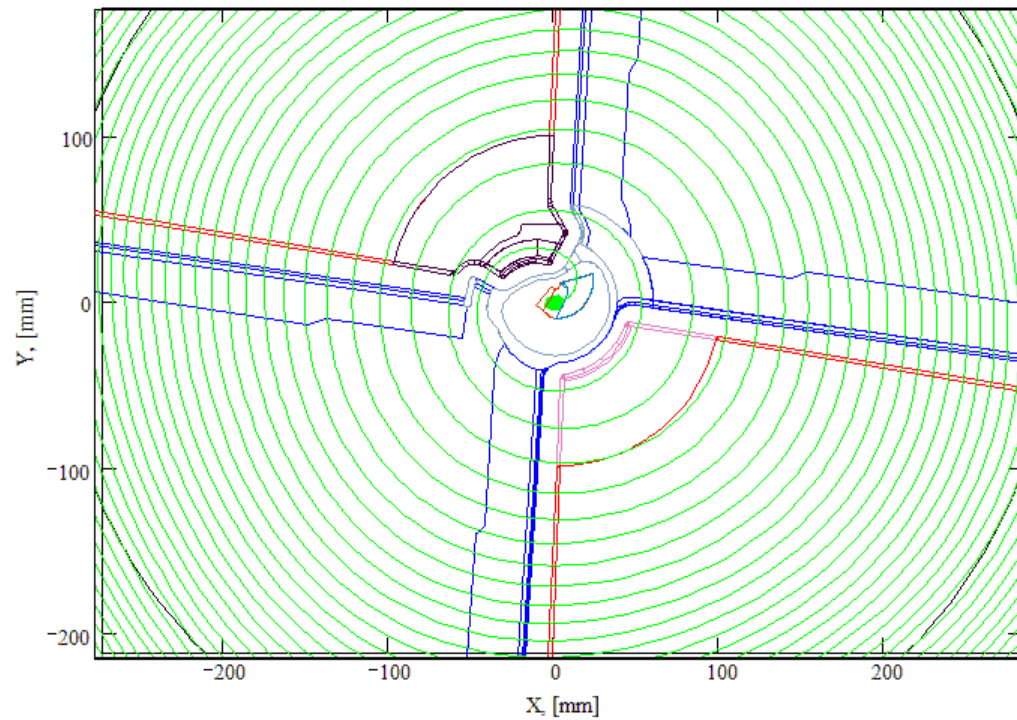
Процесс банчирования пучка





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Ускорение в циклотроне



$$\text{PhiRF}_{nmb} = -79.7 \text{ deg}$$

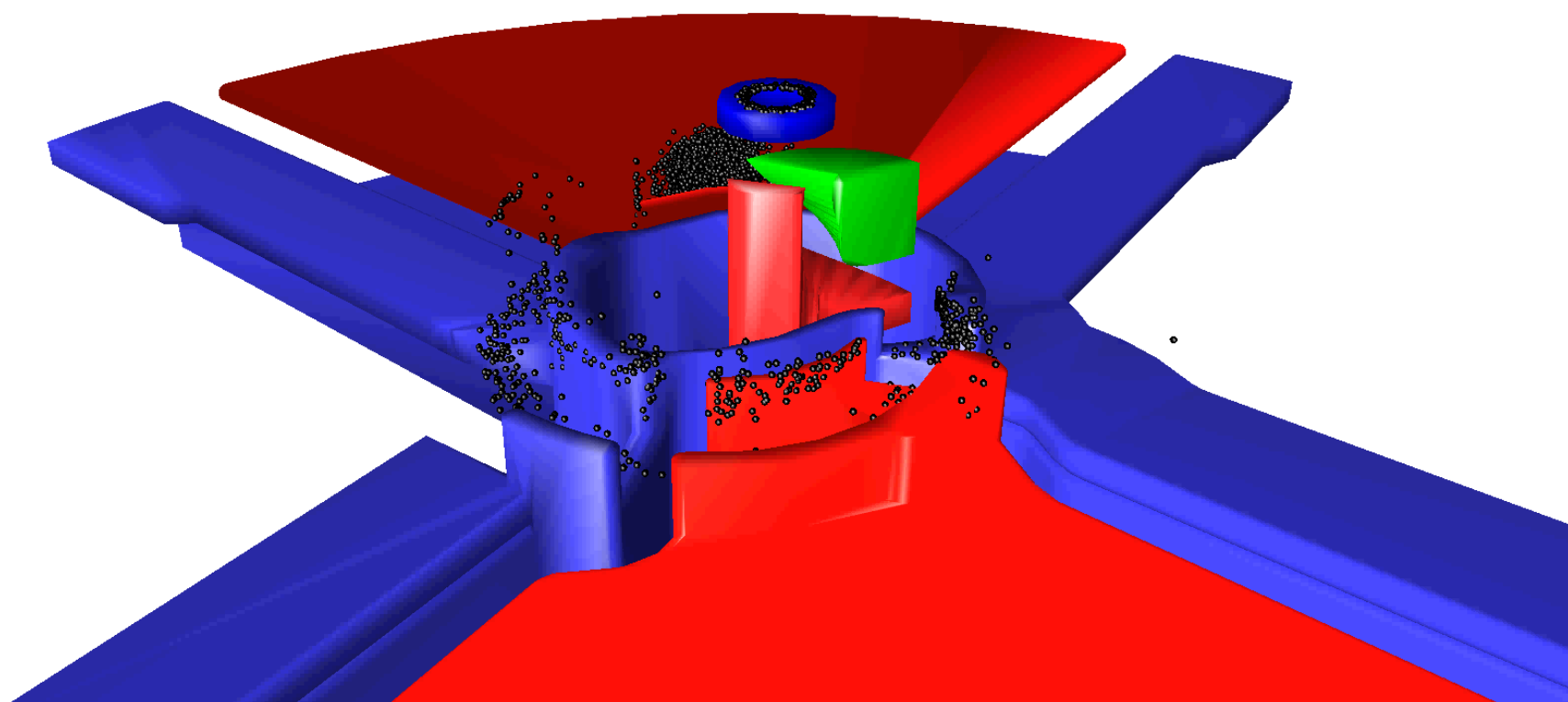
$$\text{Energy}_{nmb} = 45 \text{ keV}$$



Анимация

НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Program_version1



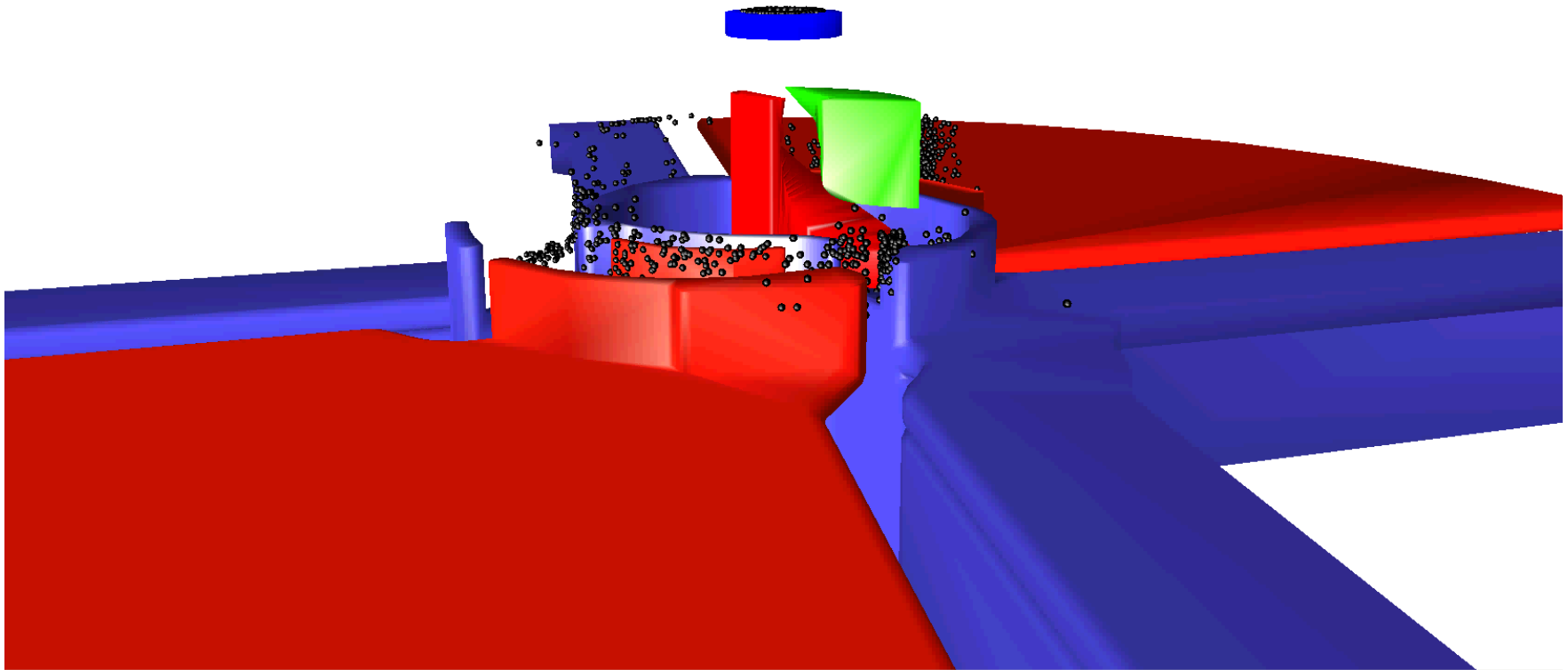


Анимация

НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Program_version1

[-] [x]

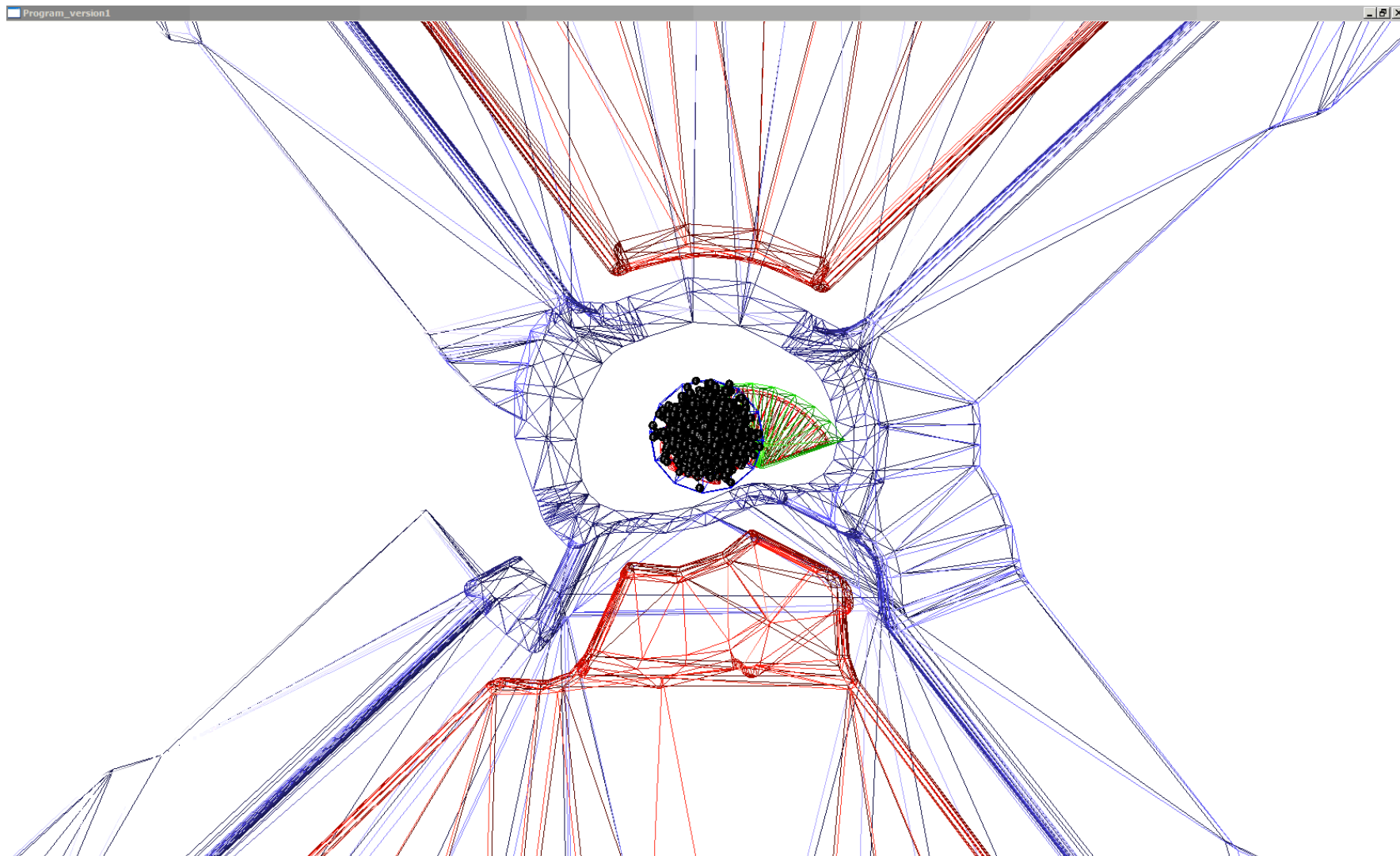




Анимация

НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

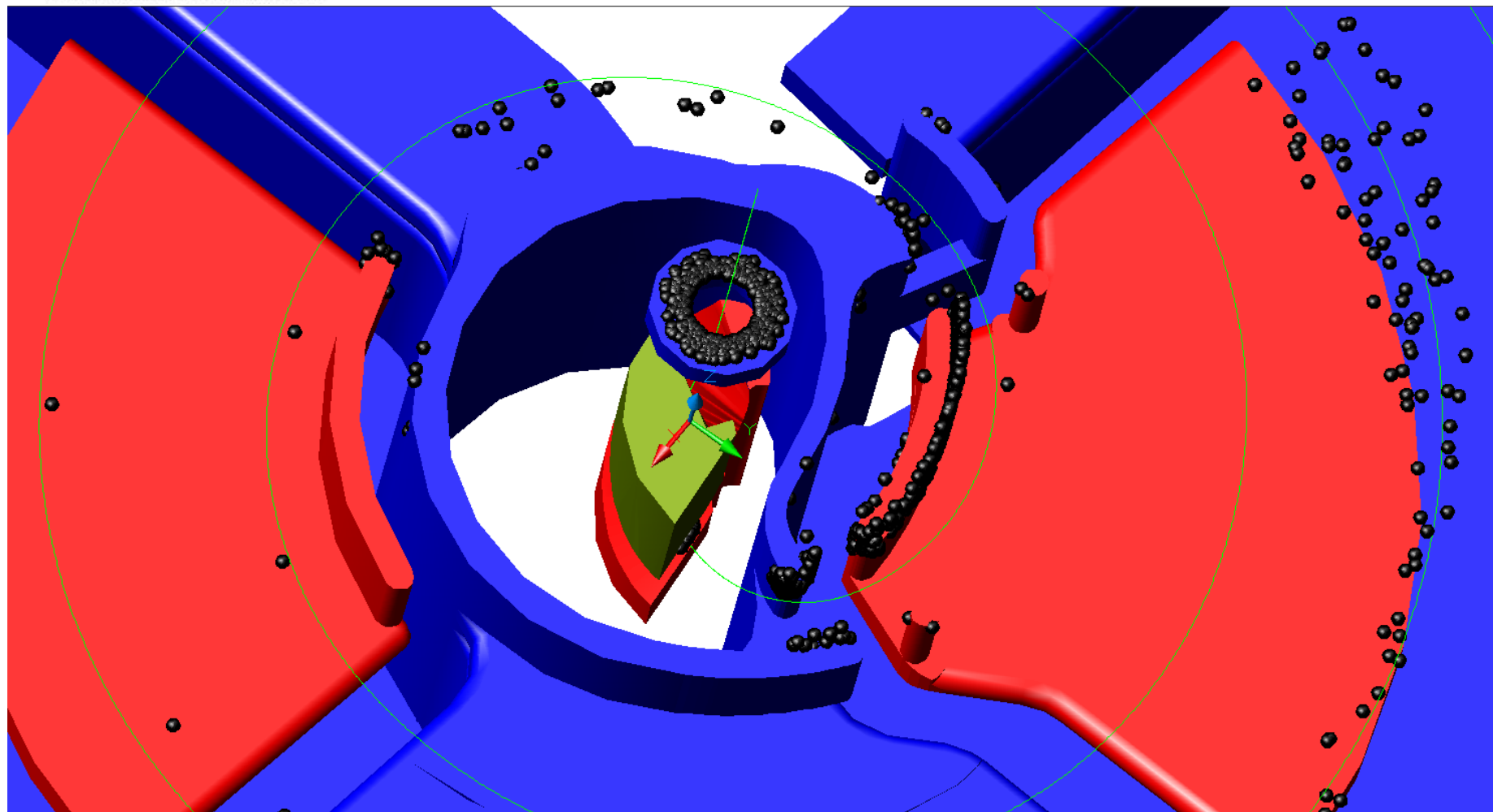
Program_version1





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

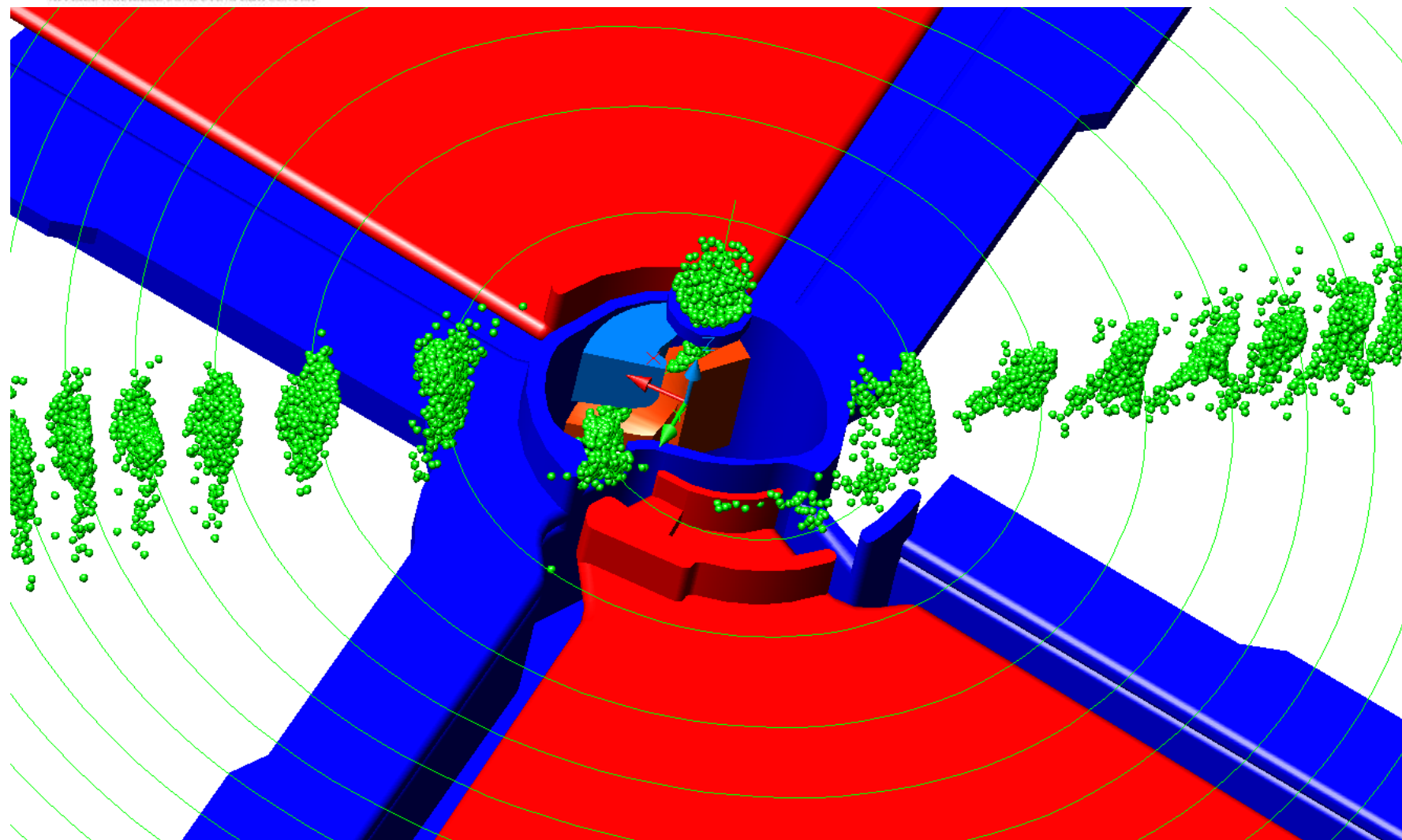
Потери частиц





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

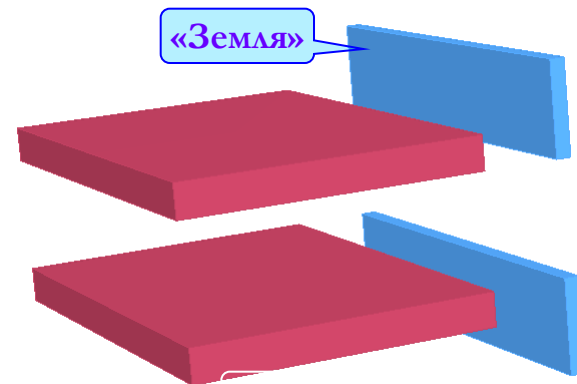
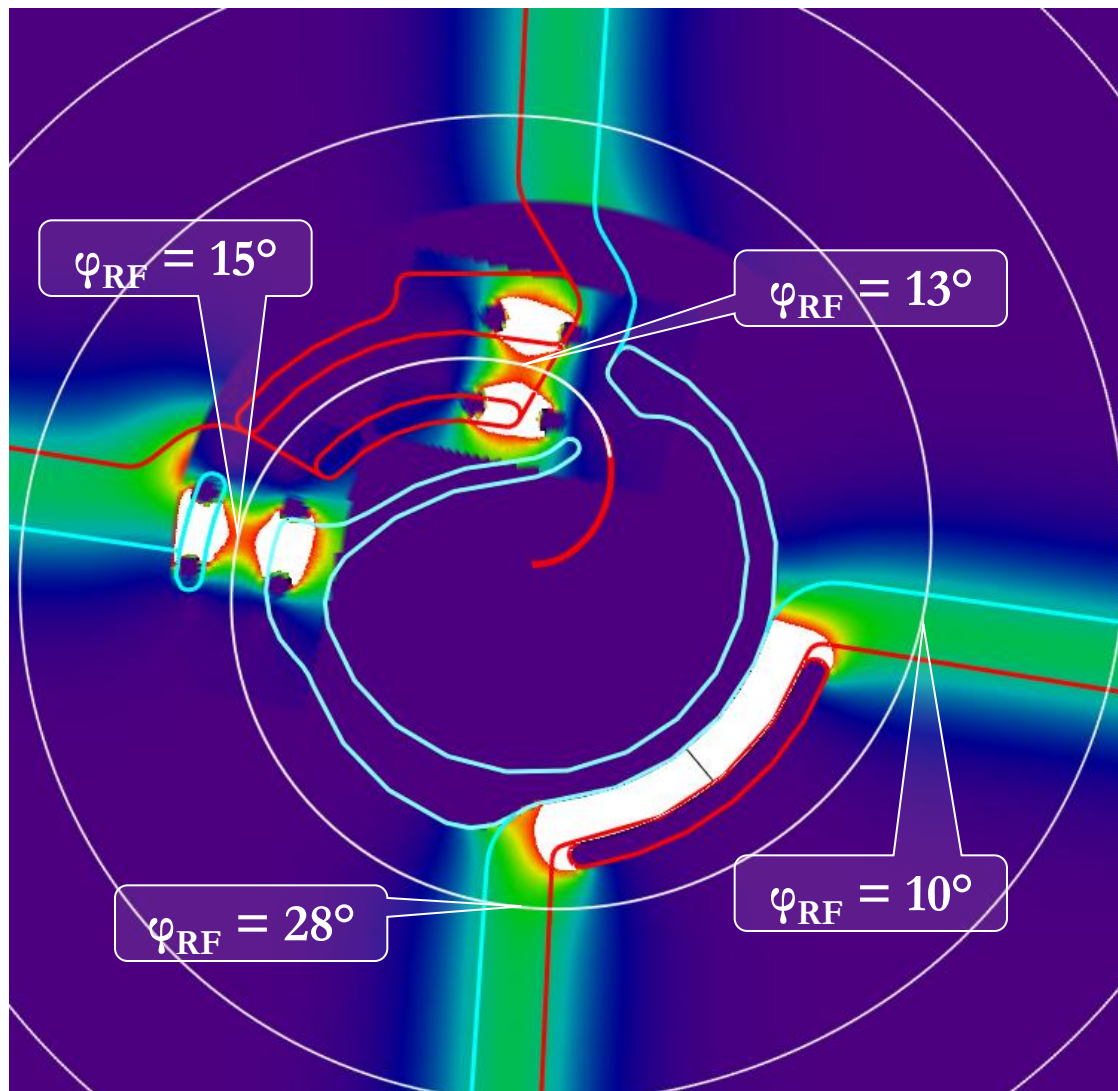
Ускорение банчей





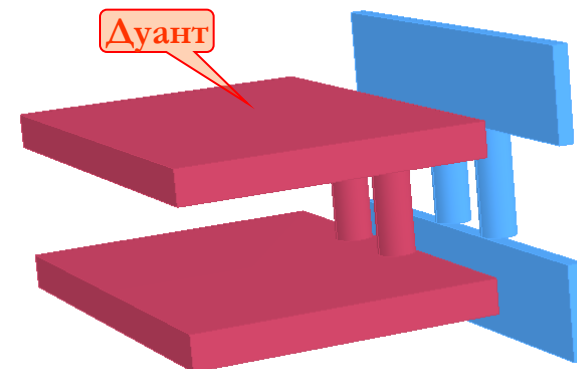
НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Оптимизация центральной области



Без постов

$$F = ZU_{RF} - W_{GAP}$$



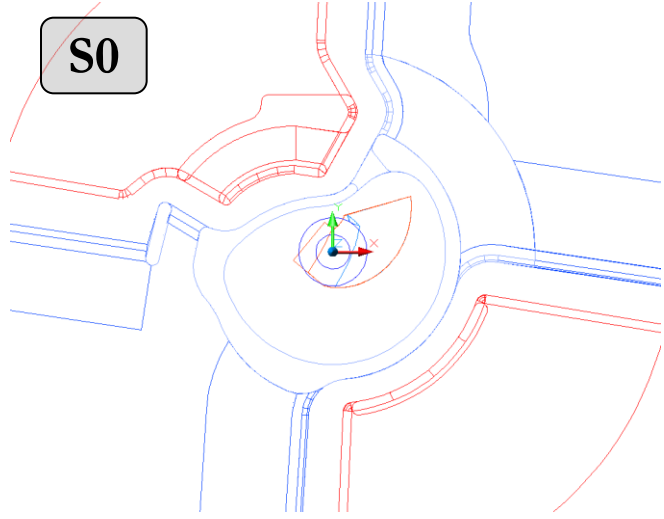
С постами



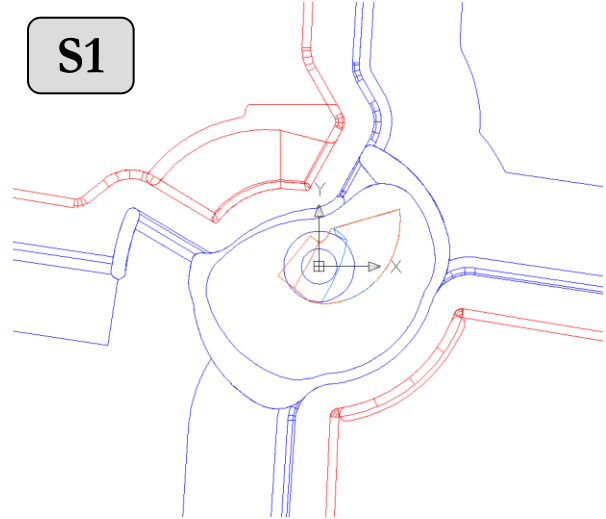
НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Выбор оптимальной конфигурации

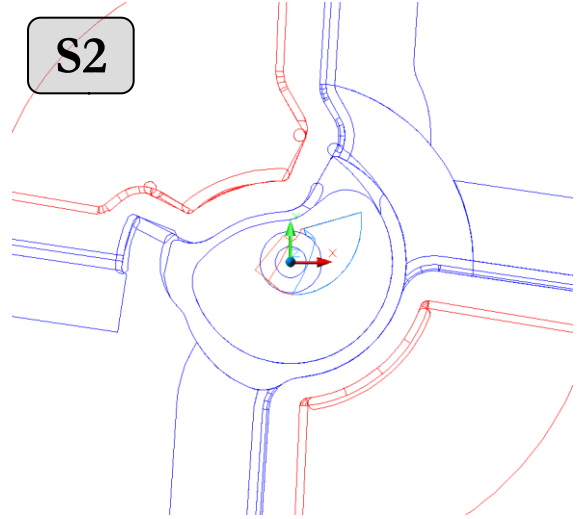
S0



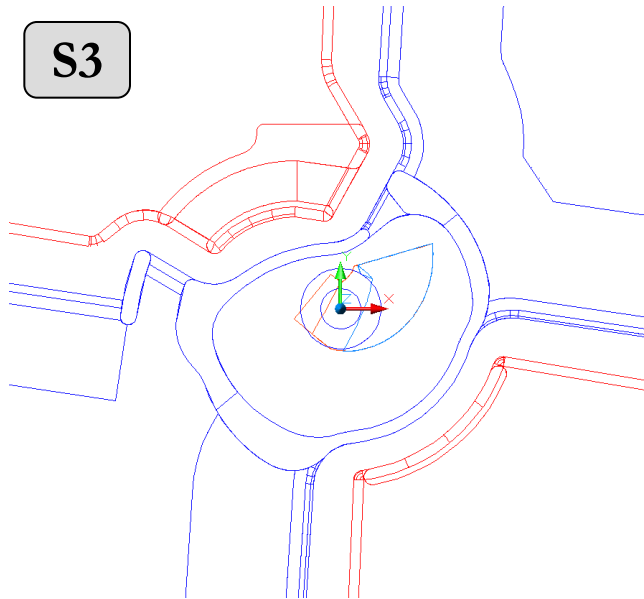
S1



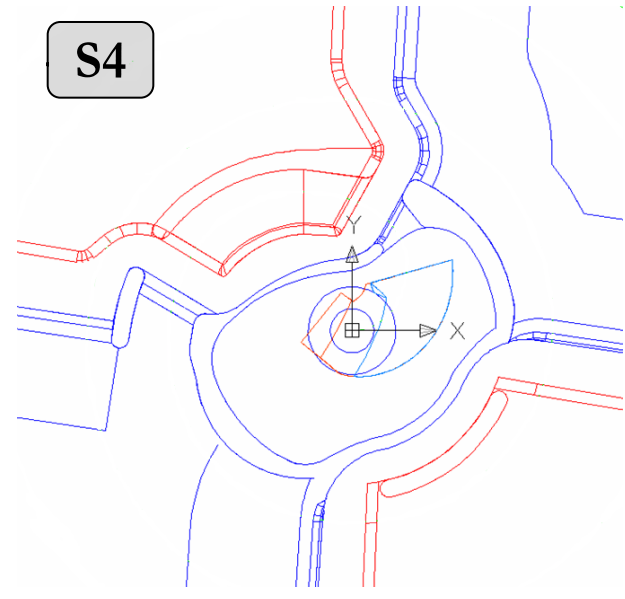
S2



S3



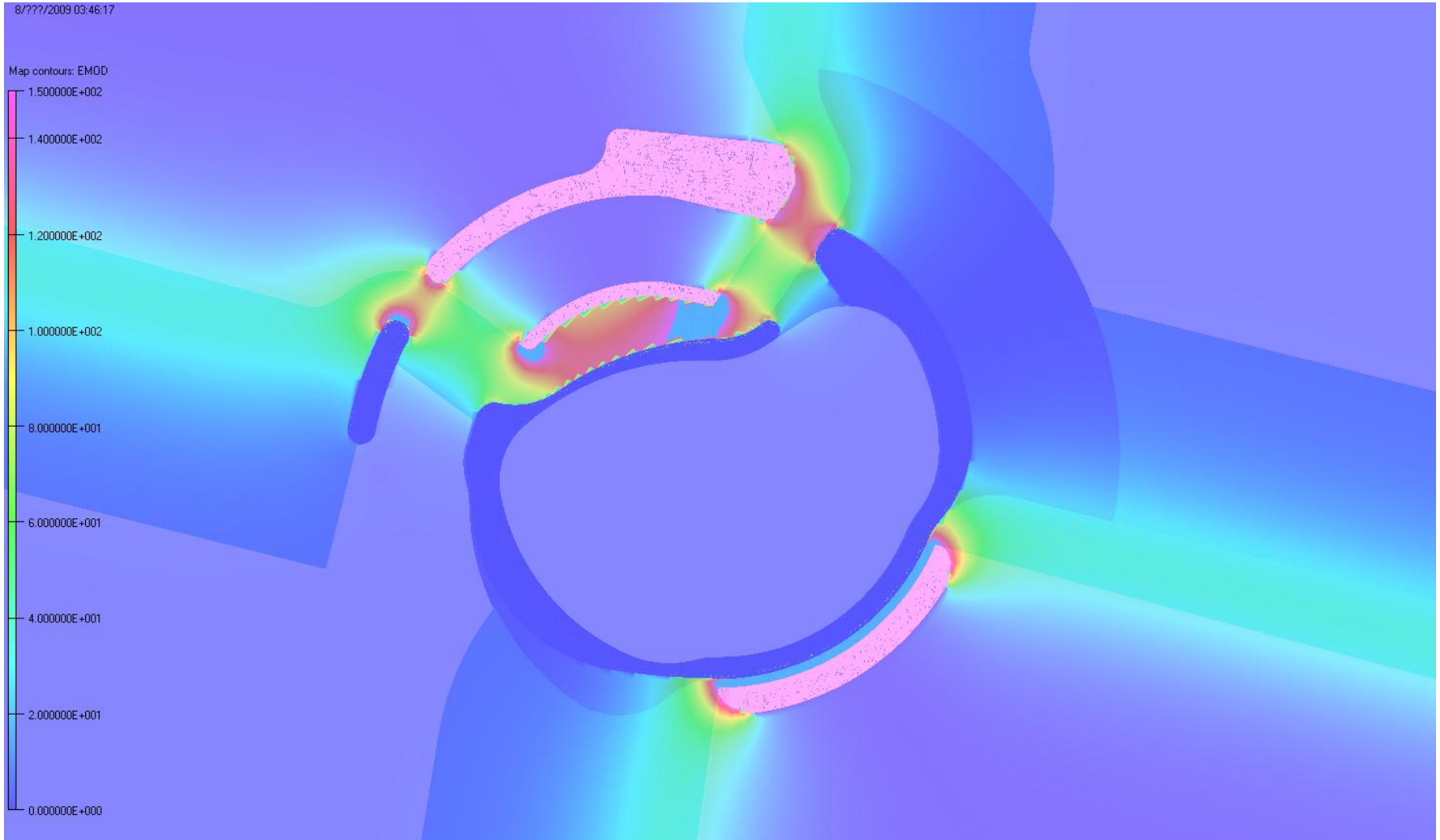
S4





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Распределение ускоряющего поля





НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Производительность на 8800GTX

Функции*	Время, [мс]		Ускорение, [раз]
	CPU**	GPU	
Track	486	30	16
Losses	6997	75	93
Rho	79	6	14
Poisson/FFT	35	3	13
E_SC	1.2	0.8	1.4
Total	7598	114	67

*Размер сетки: $2^5 \times 2^5 \times 2^5$. Число частиц: 100,000 треугольников: 2054

**CPU с частотой 2.4 ГГц



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Сравнение CPU и GeForce 8800GTX

Число частиц	Время вычислений		Ускорение, [раз]
	CPU*	GPU	
1,000	3 мин. 19 с.	12 с.	17
10,000	34 мин. 14 с.	42 с.	49
100,000	5 ч. 41 мин.	6 мин.	56
1,000,000	2 дня 8 ч. 53 мин.	1 ч.	60

*CPU с частотой 2.4 ГГц



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Сравнение CPU с Tesla C1060

Число частиц	Время вычислений		Ускорение, [раз]
	CPU 2.5ГГц	GPU C 1060	
1,000	3 мин. 12 с.	11 с.	18
10,000	32 мин. 24 с.	27 с.	72
100,000	5 ч. 14 мин. 31 с.	3 мин. 34 с.	88
1,000,000	2 дня 4 ч. 25 мин.	34 мин. 29 с.	91

БЕЗ пространственного заряда



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Сравнение CPU с Tesla C1060

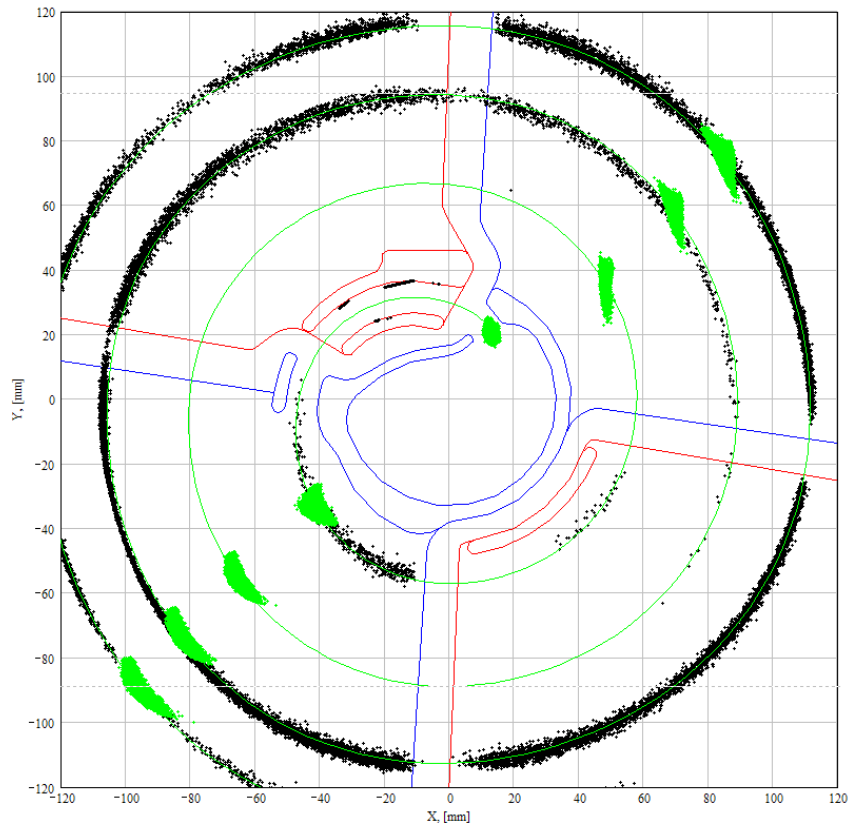
Число частиц	Время вычислений		Ускорение, [раз]
	CPU 2.5 ГГц	GPU C 1060	
10,000	33 мин. 36 с.	44 с.	45
100,000	5 ч. 28 мин. 12 с.	5 мин. 4 с.	65
1,000,000	2 дня 8 ч. 27 мин.	50 мин. 17 с.	67

С пространственным зарядом

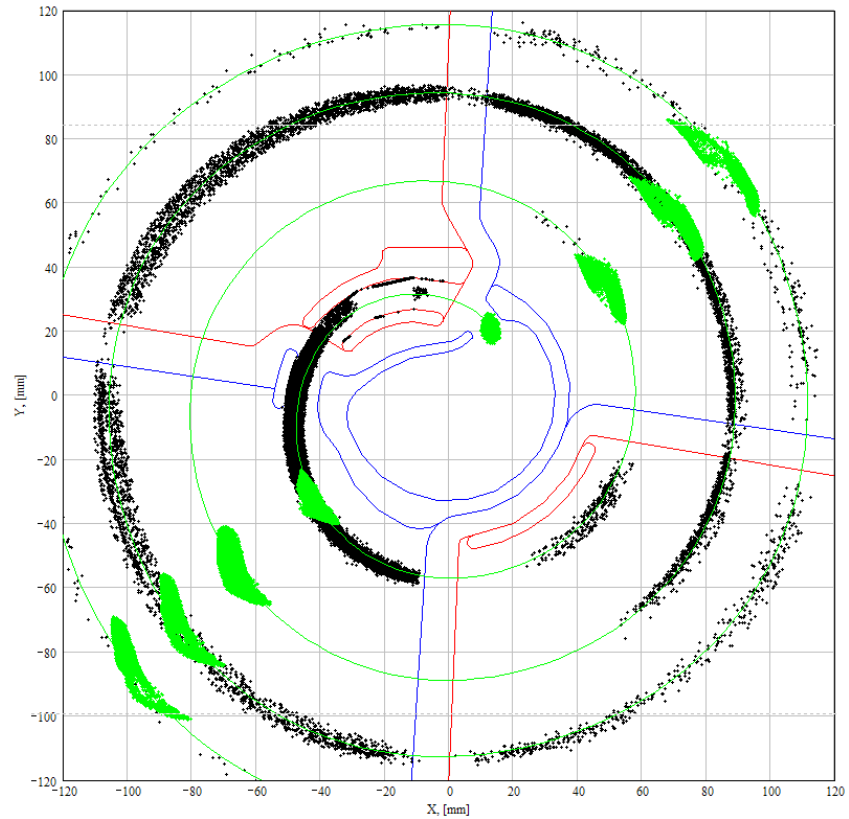


НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Эффект пространственного заряда



$I \sim 0$
Потери 24%



$I = 4 \text{ mA}$
Потери 94%



НОЦ "ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ"
APPLIED PARALLEL COMPUTING E&R CENTER

Заключение

- Очень дешевая технология в сравнении с CPU;
- Увеличение производительности на 1.5 – 2 порядка дает шанс проведения моделирования ресурсоемких физических моделей;
- Требуется аккуратного программирования.