Class 3

2018年3月8日 星期四 10:00

* Taxi: (white / black)

witness: white
80% 概率没看错 ⇒ white

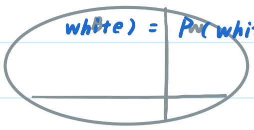
⇒ P(... tness)

info: city { white 15% ; black 85% } ⇒ black

13% × 80% = 12% ⇒ $\frac{12\%}{17\% + 12\%}$ ← P(Black; witness_white)

P(B; w-w) P(W; w-w)

85% × 20% = 17%



Example 1

全概率公式

$E_1, \cdots, E_n$ disjoint, $\bigcup_{i=1}^{n} E_i \supseteq B$

$$\Rightarrow P(E_j|B) = \frac{P(E_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|E_j)P(E_j)}{\sum_i P(B|E_i)P(E_i)}$$

因果概率计算

全概率公式

HW: 用上公式计算明天太阳升起的概率

Homework 1

* AB = C 矩阵乘法的随机验证算法 (F_2)

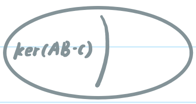
⇒ 若 AB = C → $AB \cdot r = C \cdot r$ ($A, B, C \in F_2^{n \times n}$; $r \in F_2^n$)

任取 $r \in F_2^n$: $AB \cdot r = C \cdot r$ ⇒ P(AB = C) = ?

$P(ABr = Cr \mid AB = C) = 1$

$P(ABr = Cr \mid AB \neq C) = ?$

↳ 判断 $(AB - C) \cdot r \overset{?}{=} 0$



$\because |F_2^n / \ker(AB-C)| = 2^k$ ($k \geq 1$)

$\therefore P(ABr = Cr \mid AB \neq C) = \frac{1}{|F_2^n / \ker(AB-C)|} \leq \frac{1}{2}$

$$\rightarrow P(Error) = P(AB \neq C \mid AB \cdot r = C \cdot r) = \frac{P(AB \neq C; AB \cdot r = C \cdot r)}{P(AB \neq C; AB \cdot r = C \cdot r) + P(AB = C; AB \cdot r = C \cdot r)} \Rightarrow HW$$

Example 2

Homework 2

*

50% 红球 — 出生 < 前半年 Yes ; 后半年 No

50% 白球 — 偷东西 < 有 Yes ; 无 No

150人 60人回答 Yes

Example 3

评: $\frac{60}{150} = 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times x$ ⇒ $x = \frac{3}{10}$ 偷东西人占比

* 基因: A a

AA (u) Aa ($2v$) aa (w)

$$\rightarrow P(A) = \frac{u + 2v \cdot \frac{1}{2} + w \cdot 0}{u + 2v + w} = \frac{u+v}{u+2v+w} \qquad P(B) = \frac{v+w}{u+2v+w}$$

Example 4

$$\Rightarrow \begin{cases} AA: p^2 \\ Aa: 2pq \\ aa: q^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(A) = p^2 + pq = p \\ P(a) = pq + q^2 = q \end{cases}$$

---

* 独立性：

$P(F|E) = \dfrac{P(F\cap E)}{P(E)}$ $\Rightarrow$ $P(E)\cdot P(F) = P(F\cap E)$ 具有对称性，F对E也无影响

$\quad \overset{\shortparallel}{P(F)}$ ← E发生对F无影响

	F	F^*
E	*	*
E^*	*	*

⇒ 各区域地位等价（E不发生对F无影响）

⇝ 推广：

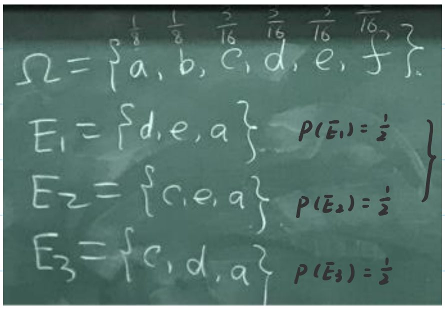
$P(E_1\cap E_2\cap E_3) = P(E_1)\cap P(E_2)\cap P(E_3)$ mutually independent collectively pairwise

* $E_1, \cdots, E_n$: 1) $\forall E_i, E_j \Rightarrow P(E_i\cap E_j) = P(E_i)P(E_j)$; 2) $P(E_1\cap\cdots\cap E_n) = \prod P(E_i)$ $\Rightarrow \forall S \subseteq [n]$ $P(\bigcap_{i\in S} E_i) = \prod_i P(E_i)$

Elements

⇝ $\mathcal{F} \subseteq 2^{[n]}$ (幂集) $\Rightarrow \mathcal{F}(E_1, \cdots, E_n) = \mathcal{F} \Rightarrow$ HW

eg:



$P(E_1\cap E_2) = P(a,e) \neq \frac{1}{4}$

Simplicial Complex

Homework 3

独立性

---

* 掷骰子：

A: 2 2 6 6 7 7

B: 1 1 5 5 9 9 ⇒ $P(A>B) = P(B>C) = P(C>A) = \frac{5}{9}$ * 固定六个面该概率MAX=? * 面数>6? ⇒ HW

C: 3 3 4 4 8 8

6个面上的值

Homework 4

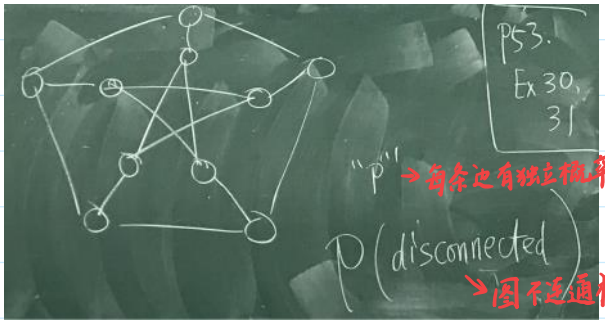
Example 5

---

* Betrand's chord (1889) 书 P14

⇝ Kolmogorov 公理化 (1933)

HW:



Homework 5