

Some Thoughts and Solutions

徐子昊

2018 年 3 月 11 日

1 问题 (猎犬问题) 题面见概率导论 1.5 节 30 号习题或者吴章昊同学 pdf。

在题目中, 若两条猎犬的选择方向不同, 猎手就随机地选择一个方向走。但是, 作者并没有对于随机做具体的定义, 于是存在以下两种情况:

1. 猎手选择两条猎犬所走的两个方向中的一种。
2. 猎手在三叉道路中随机选择一个方向。

对于第一种情况, 吴章昊同学在他的解答中已经做了具体的阐述。在这里仅对第二种情况进行分析。

定义事件 $A = \{ \text{第一条猎犬找到正确的路} \}$, $B = \{ \text{第二条猎犬找到正确的路} \}$, $C = \{ \text{猎人找到正确的路} \}$

下分几种情况进行讨论:

1. 两条猎犬均找到正确的路, 则 $P(C|A \cap B) = 1$, 同时 $P(A \cap B) = p^2$
2. 第一条猎犬找到正确的路而第二条没有找到, 则 $P(C|A \cap B^C) = 1/3$, 同时 $P(A \cap B^C) = p(1 - p)$
3. 第二条猎犬找到正确的路而第一条没有找到, 则 $P(C|A^C \cap B) = 1/3$, 同时 $P(A^C \cap B) = p(1 - p)$
4. 两条猎犬均找到的是错误的路。定义事件 $D = \{ \text{两条猎犬走的是不一样的路} \}$, 假定两条猎犬选择两条错误道路中一条的概率是相同的, 则 $P(D|A^C \cap B^C) = 1/2$, $P(D^C|A^C \cap B^C) = 1/2$, 同时在事件 D 的基础上, 猎人成功的概率是 $1/3$, 而在事件 D^C 上, 猎人成功的概率是 0 (被两条狗指向了错误的方向), 用数学语言表述即 $P(C|(D|A^C \cap B^C)) = 1/3$ 。同时, 又有 $P(A^C \cap B^C) = (1 - p)^2$

综上, 根据全概率公式可列出不等式:

$$p^2 + 2/3 * p(1 - p) + 1/6 * (1 - p)^2 > p \quad (1)$$

解得:

$$p < 1/3 \quad (2)$$