Class 5

2018年3月20日 星期二 10:02

二叉树问题：(根结点单独列出)

叶子标记为$\{1,\dots,n\}$ 内部结点共n个 pf：每个内点可以与叶子结点构建双射
内点向右子树再不断向左子树，映射至唯一叶子

M_1: $|T_n^d|$ n个叶子结点的树的个数

归纳法：$T_{n+1}^d \rightarrow T_n^d$ 映射例如去除一个叶子结点，去除每个叶子结点等价

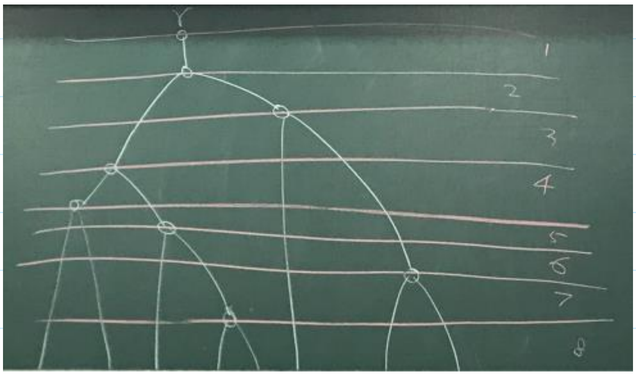
$\Rightarrow$ $T_{n+1}^d = (2n-1)\,T_n^d$ 恢复时即选一条边挂上新叶，n个叶子有n个内点共$2n-1$条边

$\Rightarrow$ $T_{n+1}^d = (2n-1)!!$

M_2: $|R_n^d|$ ranked rooted binary trees with n leaves labelled by $\{1,\dots,n\}$

二叉树按父子关系构建偏序关系比较大小排序(时间顺序亦为深度序)

归纳法：$R_{n+1}^d \rightarrow R_n^d$



←每条线为一个时间点，时间线上发生一个分叉，每个分叉多一条边

共$\underline{1+2+\cdots+8}$条边可插入第$n+1$个点

$R_{n+1}^d = R_n^d \cdot \binom{n+1}{2}$ 在原像基础上生成新树

$|R_{n+1}^d| = \binom{n+1}{2}\binom{n}{2}\cdots\binom{2}{2}$ 每次挑两个合并作为最近一次分裂

$= \dfrac{(n+1)!\cdot n!}{2^n}$

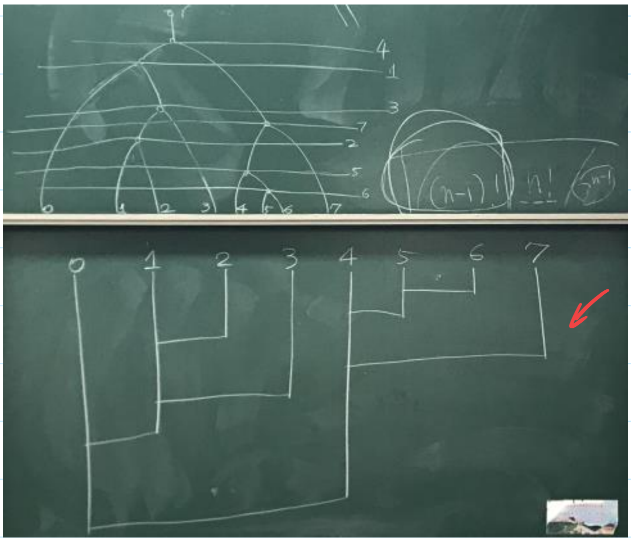
M_3: 固定根，每次选当前一个叶子结点进行分裂，分裂后给叶子标号(注意分裂时的同构，无时间顺序)

计算生成树的概率 $\Rightarrow$ HW

~> New-Problem: ranked rooted oriented binary trees ← $(n-1)! = R_n \cdot n! \cdot 2^{n-1}$

区分左右

证明其个数为$(n-1)!$则为Model 2给出新解释

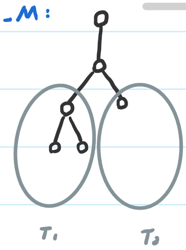


←仍为向右再一直向左寻得中间结点的双射

用线段长度体现映射点深度

向右连接即获得树的同构(精妙!)

~> M:

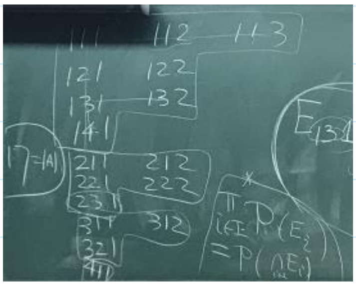


模型同上，随机选一个点分裂

最终有T_1, T_2集合，问 $P_r(T_1$ has k leaves$)$ ~>引出：取R.B球问题

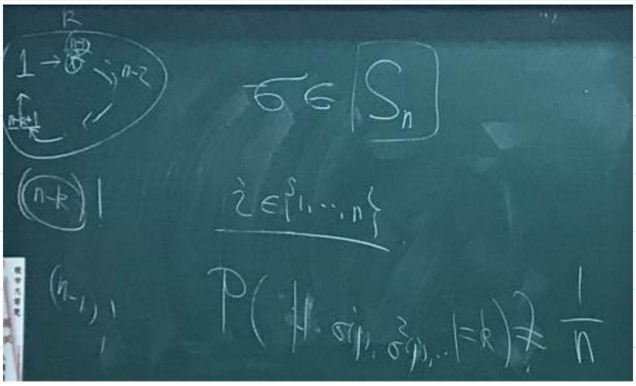
盒子排列问题：

← 填写 1~6 递增概率：$\frac{1}{6!}$



?

置换问题：



← 直接计算很容易，新的理解