

作业六：循环变换与指令流水线

唐亚周 519021910804

1. 完成龙书习题11.3.2。

答：

$$(a) \quad \begin{cases} 1 \leq i \leq 29 \\ i + 2 \leq j \leq 39 - i \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 29 \\ -2 \\ 39 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad \begin{cases} 10 \leq i \leq 1000 \\ i \leq j \leq i + 9 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -10 \\ 1000 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad \begin{cases} 0 \leq i \leq 99 \\ 0 \leq j \leq 99 + i \\ i + j \leq k \leq 99 - i - j \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 99 \\ 0 \\ 99 \\ 0 \\ 99 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. 完成龙书习题10.5.3。请先对问题进行建模，提出求解的一般方法，再代入两小问的具体数字求出最终结果。请注意，本题的最小启动间隔（MII）是对于所有符合题目要求的指令序列而言的，不需要对指令序列的具体形式进行讨论。

答：建模如下：

假设一共有 N 种指令，并且对于编号为 i 的指令 I_i ($1 \leq i \leq N$)，CPU 在一个时钟周期内可以执行 r_i 次 I_i ，而在该循环内有 n_i 个 I_i 。

对于任意一种指令 I_i ，其在软件流水线化后的最小启动间隔为 $\lceil \frac{n_i}{r_i} \rceil$ ，而一个循环的最小启动间隔要满足其中的所有指令，因此最小启动间隔为

$$\max_{1 \leq i \leq N} \lceil \frac{n_i}{r_i} \rceil$$

应用到本题：

$$(a) \quad \max(\lceil \frac{5}{3} \rceil, \lceil \frac{7}{4} \rceil, \lceil \frac{8}{5} \rceil) = 2$$

$$(b) \quad \max(\lceil \frac{5}{3} \rceil, \lceil \frac{7}{3} \rceil, \lceil \frac{8}{3} \rceil) = 3$$