YEŞİM ARIDAL

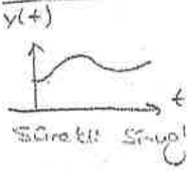
İşaret İşleme

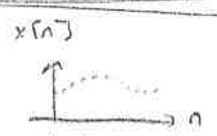
Sinyaller ve Sınıflandırılması

Sürekli ve Ayrık Zamanlı Sinyaller
Analog ve Sayısal Sinyaller: Belli bir zaman aralığındaki sürekli zamanlı sayısal sinyale analog sinyal denir.
Gerçel ve **Karmaşık Sinyaller**: Değerleri karmaşık değerler alan sinyallerdir.
Gerçekçi ve Rassal Sinyaller: Bir sinyalin tüm değerlerini hesaplayabildiğimiz sinyale gerçekçi sinyal denir. Değerlerini hesaplayamadığımız sinyallere rassal sinyaller denir.
Çift ve Tek Sinyaller
Periyodik ve Periyodik Olmayan Sinyaller: Kendisini belirli zaman diliminde tekrar eden sinyaldir.
Enerji ve Güç Sinyalleri

T periyot (sinyalin 1 sn deki tekrar ettiği süre)
$f \rightarrow \frac{1}{T}$ (frekans) (1 sn 'deki tekrar etme sayısı)

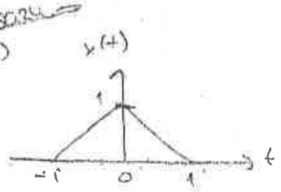
Sürekli ve Ayrık Zamanlı Sinyaller


Sürekli Sinyal


Ayrık Sinyal

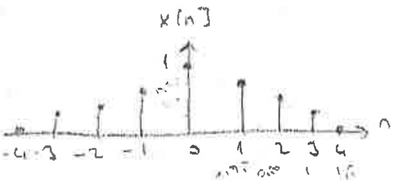
Bizim günlük hayatta kullandığımız bütün sinyaller, sürekli zamanlı sinyallerdir. Ancak işlemci olan kısmında biz ayrık sinyal kullanmak zorundayız. Sürekli zamanlı sinyallerde bunu işlemek mümkün değil. O yüzden ayrık zamanlı sinyaller kullanmak zorundayız. Bilgisayar sis. sonsuz tane noktayı ancak sonlu hale getirip alabilir.

SORU

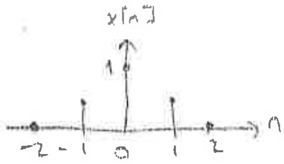


(0,25 s) 0,5 s ve 1,0 s örnekleme aralıklarıyla ayrığa çevir.

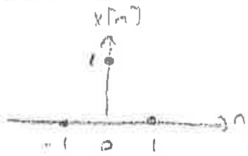
0,25 için (1/4)



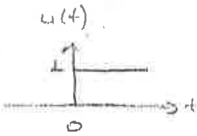
0,5 için (1/2)

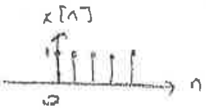


1,0 için. (1)



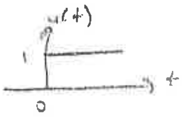
Temel Sinyaller

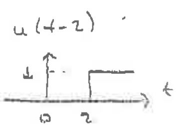

Birim basamak sinyali (0 dan sonra 1 değerini alır)

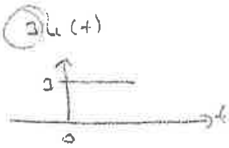

Ayrık zamanda birim basamak

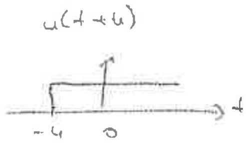

Birim dürtü

SORU









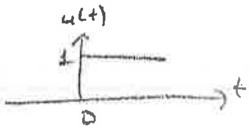
u(t-2) → x ekseninde işlem yap. İçindekinin tam tersini yap.

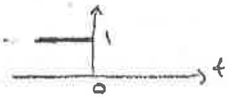
3.u(t) → y ekseninde işlem yap. (aynısını)

Örnek

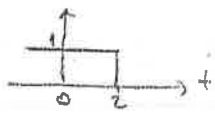
$x(t) = u(t)$

$x(2-t) = ?$





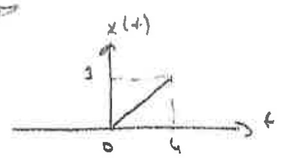
$x(-t) = u(-t)$



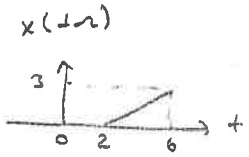
$x(2-t)$

$x(-t)$ ye normal 2 ekle

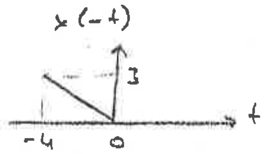
Örnek



Sürekli sinyal t ile gösterilmiş

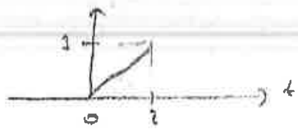


$x(t-2)$

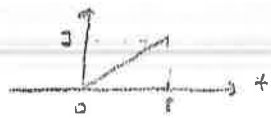


$x(-t)$

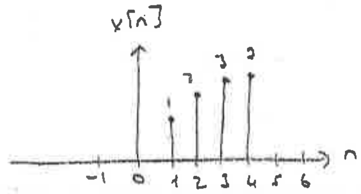
$x(2t)$ → x eksenini 2'ye böl



$x(t/2)$ → x eksenini 2 ile çarp



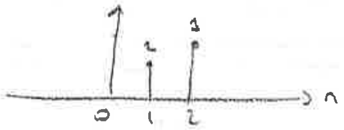
Örnek



$x[2n] = ?$

$x[n-2] = ?$

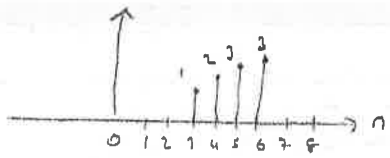
$x[2n]$ → x eksenini 2'ye böl tam olanları al



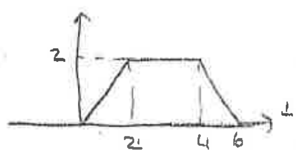
$\frac{1}{2} = 1$

$\frac{3}{2} = 2$

$x[n-2]$

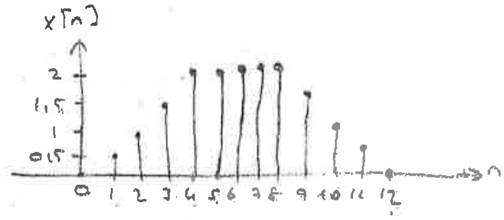


Örnek

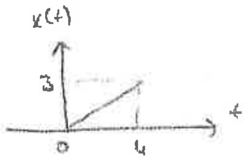


Bu sinyali 0.5 sn örnekleme aralıklarıyla ayrıklaştırınız

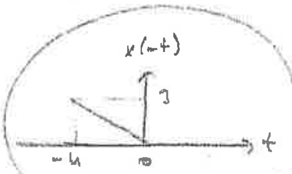
$\frac{1}{2}$ $\frac{t}{2}$



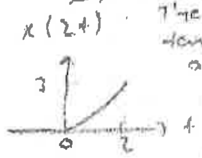
Örnek

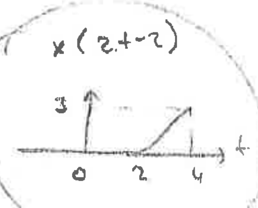


$x(-t) + x(2t-2) = ?$

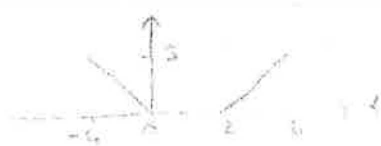


$x(2t)$ → x eksenini 2'ye böl tam olanları al

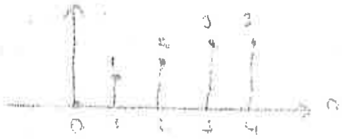




topla

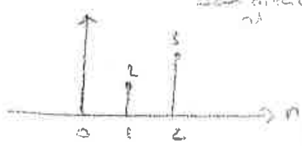


y[n]

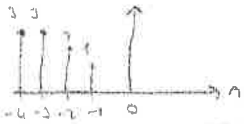


$y[2n] + y[-n+1] = ?$

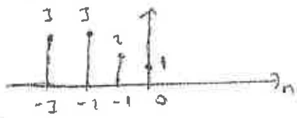
y[2n] → x ekseni 1/2 ile böl, değer çıkarılan



y[-n]

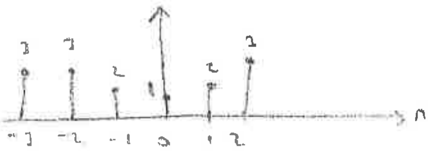


y[-n+1] → -n'e normal +1 ekle

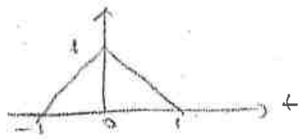


Topla

$y[2n] + y[-n+1]$



x(t)

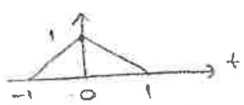


$y_1(t) = x(t) + u(t)$

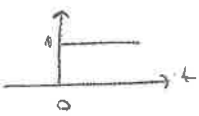
$y_2(t) = x(t) - u(t)$

$y_1(t)$ için ⟹

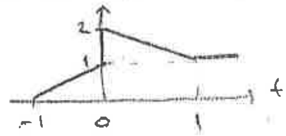
x(t)



u(t)

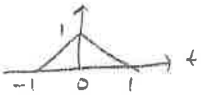


Toplarsam $x(t) + u(t)$

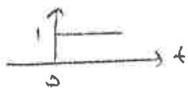


$y_2(t)$ için ⟹

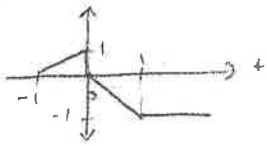
x(t)



u(t)



Çıkarırsam $x(t) - u(t)$



Sistemler ve Sınıflandırılması

Sürekli zamanlı ve ayrık zamanlı

$x(t) \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y(t)$ Sürekli zamanlı

$x[n] \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y[n]$ Ayrık zamanlı

Bellekli ve Belleksiz: Sistemin çıkışı y(t) o anki girişe bağlıysa belleksiz.

$y(t) = 2 \cdot x(t) + 4$ belleksiz

$y(t) = 2 \cdot x(t-1) + 4$ bellekli

bir önceki zamana bağlı

Nedensel ve Nedensel Olmayış

Bir sistemin herhangibir t anındaki çıkışı sistemin o andaki veya geçmişteki değerlere bağlıysa nedenseldir. Gelecekteki değerlerine bağlıysa nedensel değildir.

$y(t) = 3x(t+1) + 5$ N. değil

Gelecek değere bağlı

Belleksiz sistemler daima nedenseldir.

Doğrusal ve Doğrusal olmayan Sistem

Bir sistemin doğrusal olması için;

Toplamsallık } bu ilişkiler
Homojenlik } sağlanmalı

a) Toplamsallık

$x_1 \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y_1$

$x_2 \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y_2$

$x_1 + x_2 \rightarrow \boxed{} \rightarrow y_1 + y_2$

b) Homojenlik

$x \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y$

$c\,x \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow c\,y$

$\alpha(x_1 + x_2) \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow \alpha(y_1 + y_2)$

Örnek) $y = x^2$ doğrusal değil

$x \rightarrow \boxed{} \rightarrow y$

$x = 2$ için $y = x^2$ $2^2 = 4$

$2 \rightarrow \boxed{} \rightarrow 4$

$x = 3$ için

$3 \rightarrow \boxed{} \rightarrow 9$

$2 + 3 = 5 \rightarrow \boxed{}$

$5^2 = 25$ olması gerek

$4 + 9 = 13$ oluyor

$13 \neq 25$ toplamsal değil

$x \rightarrow \boxed{} \rightarrow y$

$x = 5$ için

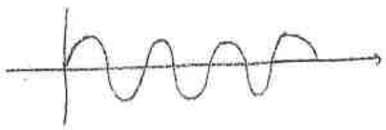
$5 \rightarrow \boxed{} \rightarrow 25$

$5 \cdot 2 \rightarrow \boxed{} \rightarrow$

$25 \cdot 2$ den 50 olmalı ama $10^2 = 100$ oluyor

Homojenlik de sağlanmadı

Örnek) $y = \cos x$ doğrusal değil



$\rightarrow y = 3x - 3333$ doğrusal bu bir doğru denklemi $y = mx + n$

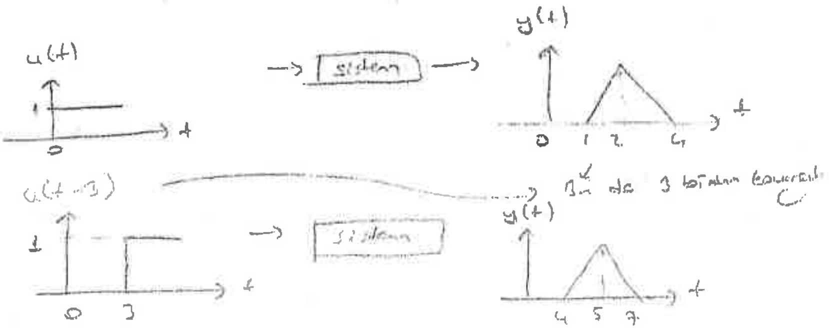
Zamanla Değişen ve Zamanla Değişmeyen Sistemler

$x(t) \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y(t)$

$x(t-\alpha) \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y(t-\alpha)$

x α kadar kaydığında y de α kadar kayıyorsa değişmeyen.

Örnek)



Zamanla değişmeyen

Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler (DZD)

Hem doğrusal hem zamanla değişmeyen sistemlere denir.

Kararlı Sistemler

$x(t) \rightarrow \boxed{\text{sistem}} \rightarrow y(t)$

Belirli aralıkta girişe, belirli aralıkta bir çıkışı olan girişine ne uygulanırsa uygulansın çıkışı sonlu en fazla o kadar olan sistemlerdir.

Geri Beslemeli Sistem

- $y(t) = x(t) + y(t-1) + 5$

$y(t)$'yi hesaplarken $y(t)$ kendisinden önce başka bir değere ihtiyaç duyuyor.

Örnek

$y(t) = 2 \cdot x(t-1)$

- Sistemin t anındaki çıkışı geçmişteki değerine bağlı. Nedenseldir.
- y^2'li ifade var. Liner (doğrusal) değil.
- Sistemin çıkışı o anki girişe bağlı değil. Bellekli (hafızalı)
- Zamanla değişmez.

Örnek

$y[n] = a^n x[n]$, $a > 0$

- $y[n]$ çıkışı sistemin o anki değerine bağlı. Nedenseldir.
- a^n li ifade var. Sabit bir değer. Liner değil.
- $y[n]$ $x[n]$'in o anki değerine bağlı. Belleksiz (Hafızasız)

Örnek

$y(t) = e^{-3t} \cdot x(t+4)$

- $y(t)$ o anki değere bağlı değil. Bellekli
- $y(t)$ gelecekteki " " Nedensel değil
- Kararsız

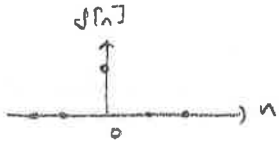
Örnek

$y(t) = e^{-3t} \cdot u(t+4)$

- Bellekli
- Nedensel değil
- Kararlı değil (Kararsız)

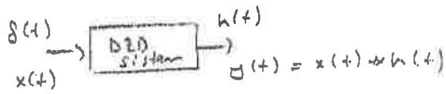
~~Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler~~ (DZD)

Doğrusal zamanla değişmeyen
- ↳ Toplanabilirlik
- ↳ Homojenlik



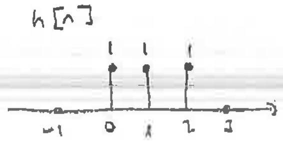
Birim dürtü

KONVOLÜSYON → * ile gösterilir.

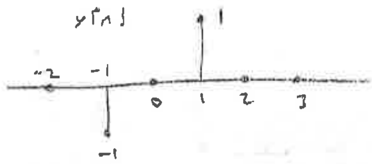


DZD bir sistemin birim dürtü girişine olan tepkisinin bilinmesinin herhangibir giriş sinyaline olan tepkisini bulmamızı sağlar.

Örnek



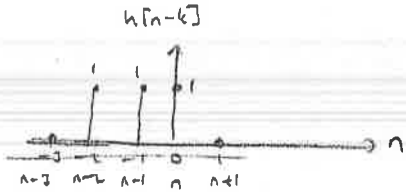
Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin birim dürtü cevabı yandaki gibidir. Aynı sisteme yandaki x[n] değeri uygulanırsa çıkış ne olur?

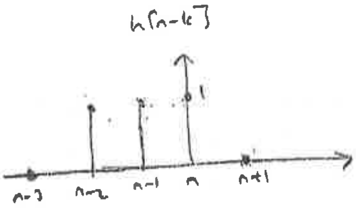


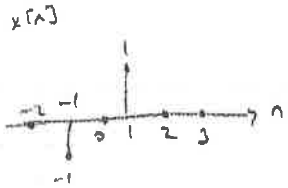
x[n] → [ ] → y[n] = ?

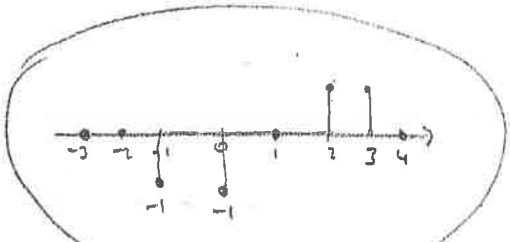
$y[n] = x[n] * h[n]$

h[n]
h[k]
h[n-k] → h[n] in tersini al tepesine n ekle



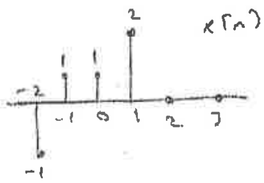


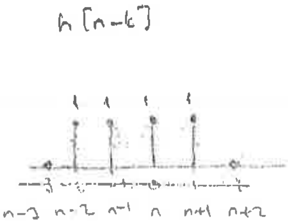


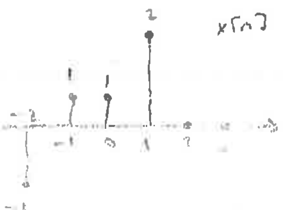


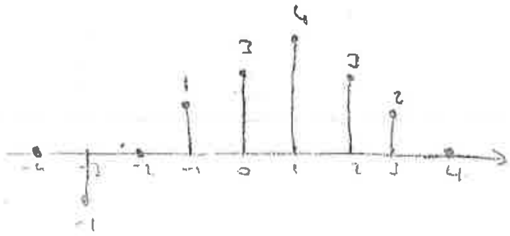
n+1 = -2
n = -3

Örnek Birim dürtü cevabı x[n] olan sistemin h[n]'e vereceği cevap?
↳ Sistemin girişine yeni x[n]'e birim dürtü verilirse çıkış ne olur?





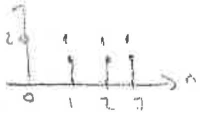




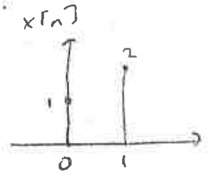
n+2 = -2
n = -4 den başlayacak

Örnek $\delta[n] \longrightarrow$ sistem $x \longrightarrow h[n]$

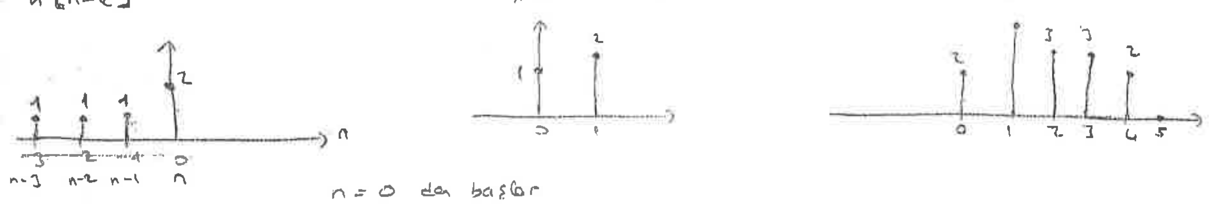
birim dürtü (impuls)



Doğrusal zamanla değişmeyen bir x sistemi var. $y[n]=?$



$x[n] \longrightarrow$ sistem $x \longrightarrow y[n]=?$



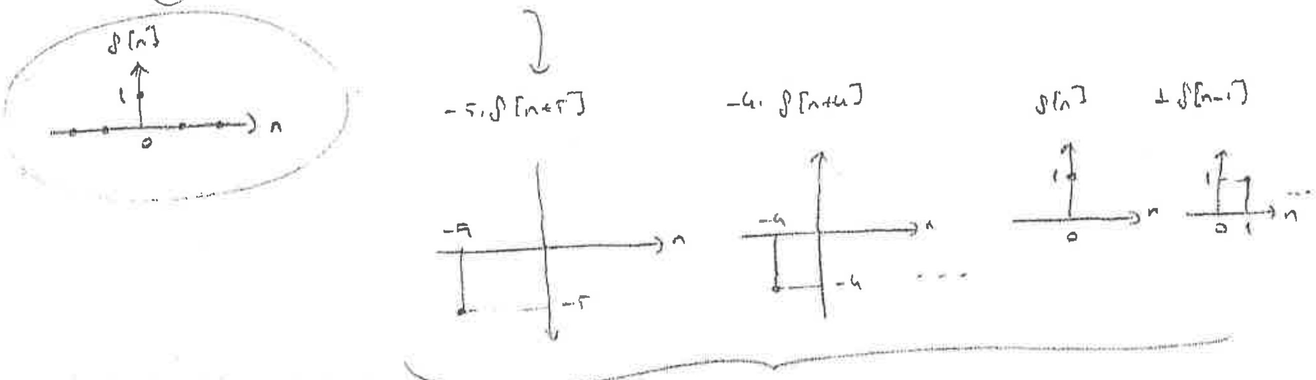
$h[n-k]$ $x[n]$

$n=0$ dan başlar

Örnek $y[n] = \sum_{k=-5}^{5} k \cdot \delta[n-k]$ $y[n]$ grafiğini çiz.

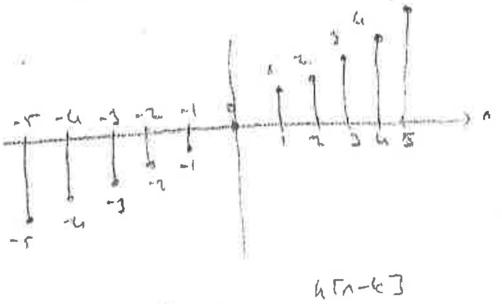
Toplam sembolü

$(-5) \cdot \delta[n+5] - 4 \cdot \delta[n+4] - 3 \cdot \delta[n+3] + \dots + 0 \cdot \delta[n] + 1 \cdot \delta[n-1] + \dots + 5 \cdot \delta[n-5]$

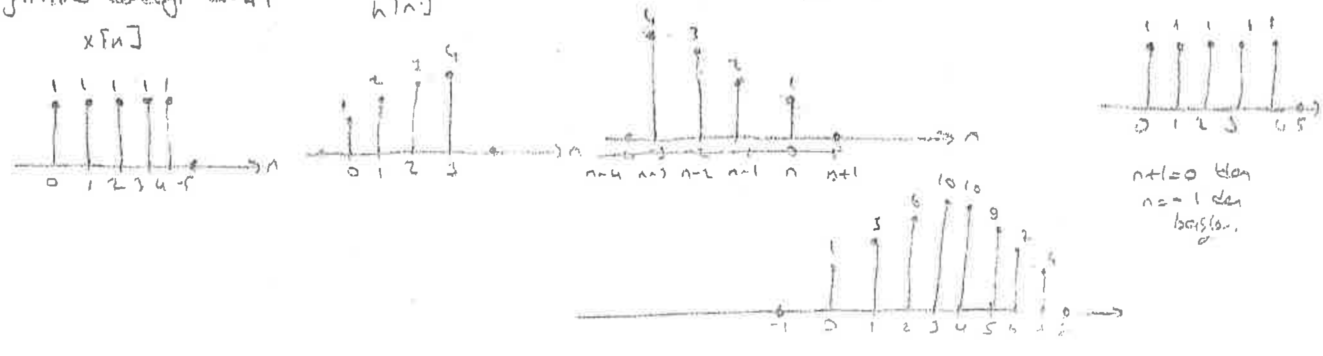


$\delta[n]$ $-5 \cdot \delta[n+5]$ $-4 \cdot \delta[n+4]$ $\delta[n]$ $1 \cdot \delta[n-1]$

Hepsinin toplamı



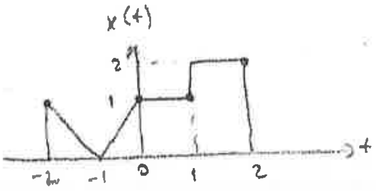
Örnek Birim dürtü cevabı $h[n]$ 'dir. Bu sistemin $x[n]$ girişine vereceği cevap?



$x[n]$ $h[n]$ $h[n-k]$ $x[n]$

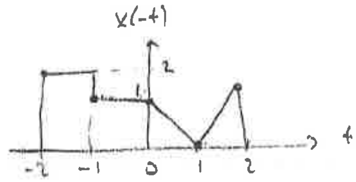
$n+1=0$ dan $n=-1$ den başlar.

Soru

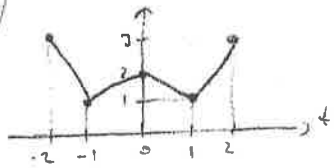


$x(t)$ sinyali verilmiş. Buna göre

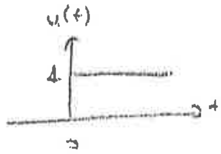
$y(t) = [x(t) + x(-t)] \cdot u(t) = ?$

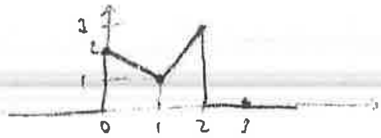


Toplarsan



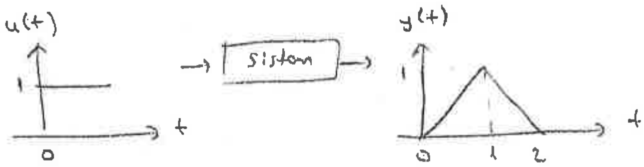
Bununla $u(t)$ yi çarparsan





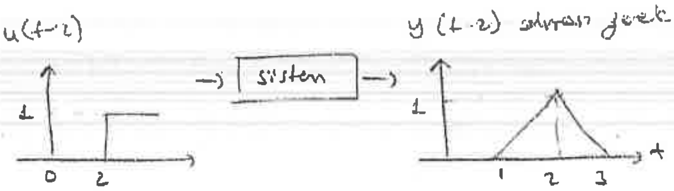
Soru

$x(t) \longrightarrow$ sistem $\longrightarrow y(t)$



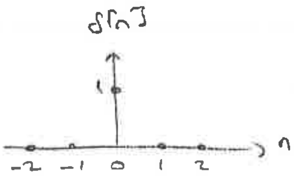
$y(t-2)$ olması gerek ama $y(t-1)$

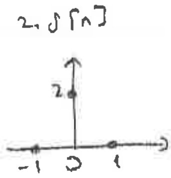
Zamanla değişir.

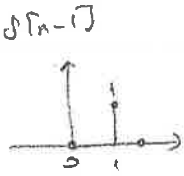


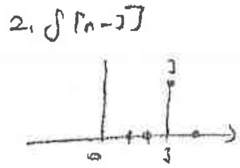
Soru

$y[n] = 2\delta[n] + \delta[n-1] + 2\delta[n-3]$ sinyalini grafiksel çiziniz

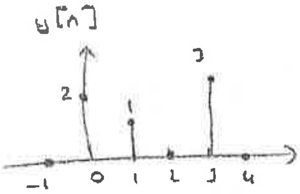








Toplam



Örnek: $y[n] = 2.x[n] + x.[n-1] - 2x[n-3] - x.[n-4]$

Birim basamak cevabı: Bir sistemin girişine birim basamak sinyali verildiğinde çıkışı ne olur dersek.

$x[n] = u[n]$ ise $y[n] = ?$
birim basamak

$u(t) = x(t)$

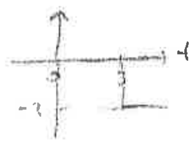
Sürekli zamanda bulup ayrıklaştır.

Birim basamak sinyali

$2.x(t)$

$x(t-1)$

$-2.x(t-3)$

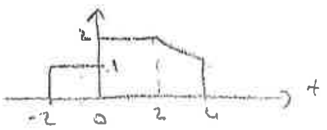


$-x[t-4]$

kopyala topla ayrıklaştırılmış hali
$y[n]$

Örnek

$x(t)$



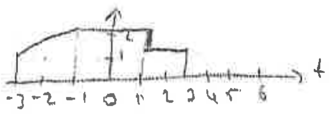
$x(3t-5) = ?$
$x(1-t) = ?$

$x(3t)$
$x(3t-5)$

$x(1-t)$ → önce $x(-t)$ yi bul sonra normal 1 ekle

$x(-t)$

$x(-t+1)$



Örnek

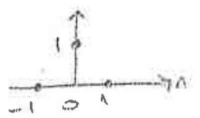
$y[n] = x[n+2] + 2.x[n] + 3.x[n-2]$

$f[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$

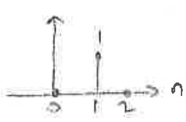
doğrusal zamanla değişmeyen bir sinyal. Girişine $f[n]$ sinyali verilirse çıkış ne olur?

Giriş $= x[n] = f[n]$

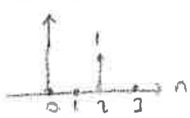
$\delta[n]$



$\delta[n-1]$



$\delta[n-2]$

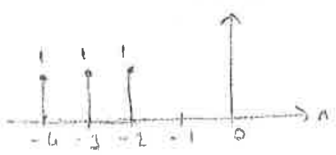


Toplam

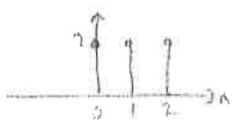
$f[n] = x[n]$

Buna göre $y[n]$

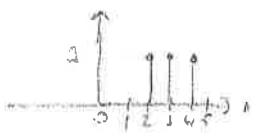
$x[n+2]$



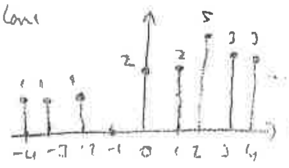
$2.x[n]$



$3.x[n-2]$



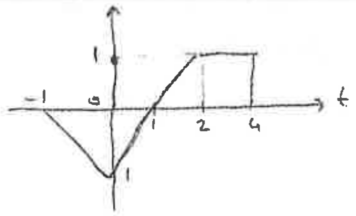
Toplam



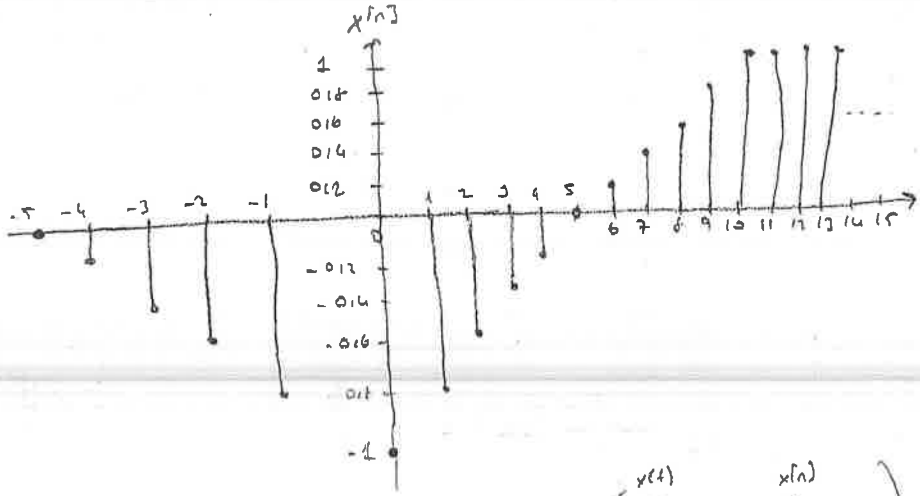
Çözünürlük: Birim alana düşen nokta sayısıdır.
Çöz ↑ gerçek sinyale yakınlık ↑

Örnek

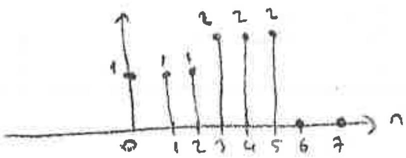
x(t)



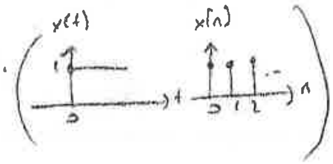
T = 0,2 sn örnekleme aralıklarıyla ayrık çevir.



Örnek



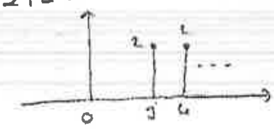
Birim basamak sinyali cinsinden işaretle ...



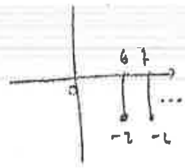
u[n]

u[n-3]

2.u[n-3]



-2.u[n-6]



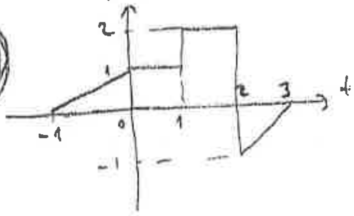
u[n] - u[n-3] + 2.u[n-3] - 2.u[n-6]

↓

u[n] + u[n-3] - 2.u[n-6]

Örnek

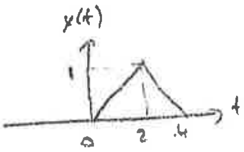
x(t)



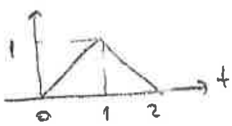
x(t-1).u(1-t)

Örnek

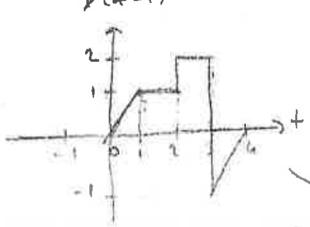
x(t)



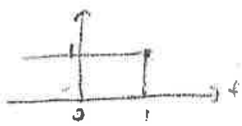
x(2t) olur



x(t-1)



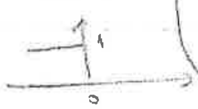
u(1-t)



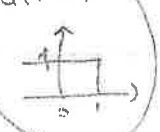
çarparsın

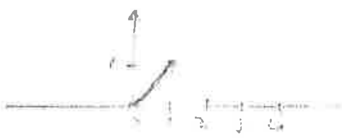
u(t)

u(-t)



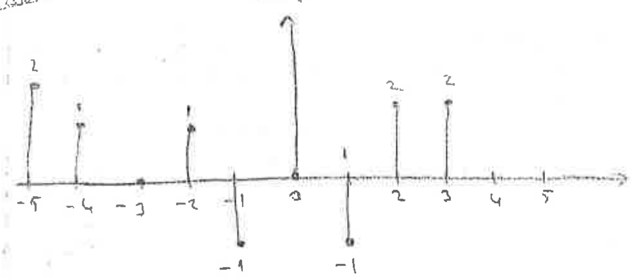
u(1-t)





Sorular

$x[n]$



$x\left[2-\frac{n}{2}\right] = ?$

değer ver

$n=0$ için $2-\frac{0}{2} = 2-0 = 2$ (deki değeri 2)

$n=1$ için ~~$2-\frac{1}{2}$~~

$n=2$ için $2-\frac{2}{2} \rightarrow 2-1=1$ (1deki değeri -1)

$n=3$ için ~~$2-\frac{3}{2}$~~

$n=4$ için $2-\frac{4}{2} \rightarrow 2-2=0$ (0daki değeri 0)

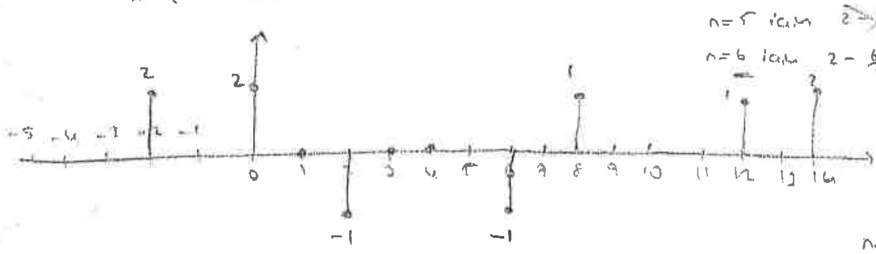
$n=5$ için ~~$2-\frac{5}{2}$~~

$n=6$ için $2-\frac{6}{2} \rightarrow 2-3 \rightarrow -1$ (deki değeri -1)

$n=7$ için ~~$2-\frac{7}{2}$~~

$n=8$ için $2-\frac{8}{2} \rightarrow 2-4 = -2$ (deki değeri 1)

$x\left[2-n/2\right]$



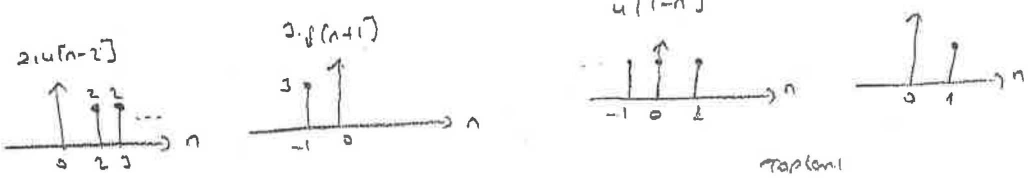
Soru

$x_1[n] = 2 \cdot u[n-2] + 3 \cdot \delta[n+1] - u[1-n] - \delta[n-1]$

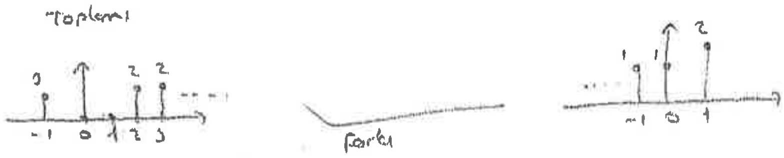
$x_2[n] = 2 \cdot x_1[2-2n]$

$y[n] = x_1[n] + x_2[n]$

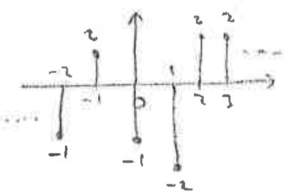
$2u[n-2]$ $\quad$ $3 \cdot \delta[n+1]$ $\quad$ $u[1-n]$ $\quad$ $\delta[n-1]$



Toplam $\quad$ Toplam

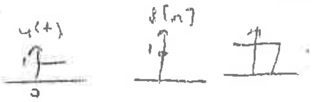


Farkı

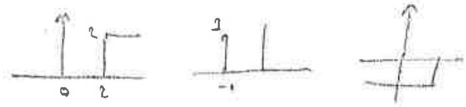


$X_1[n]$

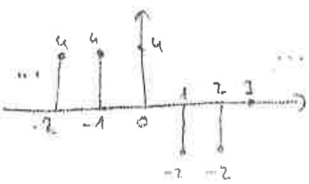
$u(t)$ $\quad$ $\delta[n]$ $\quad$ $-n+1$



$2 \cdot u(t-2)$ $\quad$ $3 \cdot \delta[n+1]$ $\quad$ $u[$



$x_2[n] = 2 \cdot x_1[2-2n]$



FREKANS CEVABI

Birim Dürtü Cevabı

Bir sistemin girişine birim dürtü verirsek çıkışı ne olur?

$\delta[n] \to \boxed{\text{sistem}} \to h[n]$

Birim Basamak Cevabı

Bir sistemin girişine birim basamak verirsek cevabı ne olur?

$u[n] \to \boxed{\text{sistem}} \to$

Frekans Cevabı: Frekans içeren bir sinyali sistemin girişine uygularsak çıkışı ne olur?

$x(n) \to \boxed{\text{sistem}} \to y(n)$

$x(n) = e^{jnw}$

$y(n) = H(e^{jw})e^{jnw}$

$\underbrace{H(e^{jw})}_{\text{Frekans cevabı}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)\cdot e^{-jw}$

$\begin{cases} a^n & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad \frac{1-a^N z^{-N}}{1-az^{-1}}$

Z Dönüşümü

Bir sistemin frekans cevabını bulmak için kullanılan bir dönüşümdür. Sürekli sinyallerde laplace neyse ayrık sinyalde de z dönüşümü odur.

$x(t) \xrightarrow{\text{laplace}} X(s) \to \dots \xrightarrow{\text{ters laplace}} y(t)$

$x[n] \xrightarrow{\text{z dönş.}} X[z] \to \dots \xrightarrow{\text{ters z dönüşümü}} y[n]$

Ayrık zamanlı sinyal

Ayrık zamanda her zaman $\int$ (integral) $\sum$'a denk gelir.

$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\cdot z^{-n} \to$ zet dönüşümü

$-a^n u[-n-1] = \frac{1}{1-az^{-1}}$

$-u[-n-1] = \frac{1}{1-z^{-1}}$

z dönş.

$n\cdot\alpha^n\cdot u(n) = \frac{\alpha\cdot z^{-1}}{(1-\alpha\cdot z^{-1})^2}$

$-n\cdot a^n u[-n-1] = \frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$

$(n+1)a^n u[n] = \frac{1}{(1-az^{-1})^2}$

Sinyal	Z Dönüşümü
birim dü. $\delta[n]$	1
$\delta[n-m]$	z^{-m}
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$
$\cos n\omega\, u[n]$	
$\sin n\omega\, u[n]$	

$u[n]$ olmasaydı ... ... olmazdı

Z Dönüşümünün Özel.

Giriş	Z Dönüşümü
$a\cdot x[n] + b\cdot y[n]$	$a\cdot X[z] + b\cdot Y[z]$
$x[n-n_0]$	$z^{-n_0}\cdot X(z)$
$x[-n]$	$X(z^{-1})$
üstel $a^n\cdot x[n]$	$X(a^{-1} z)$
$n\cdot x[n]$	$-z\cdot\frac{dX(z)}{dz}$
$x[n] * y[n]$	$X[z]\cdot Y[z]$

$3\cdot\delta[n-2] = 3\cdot z^{-2}$

$a^{n-k}\cdot u(n-k) = \frac{z^{-k}}{1-az^{-1}}$

$n\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-2] = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\cdot u[n-2]$

$u[n-1] \to z^{-1}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}$

$u[-n-1] \to \frac{-1}{1-z^{-1}}$

$n\cdot a^{n-1} u[n] =$

FREKANS CEVABI

Frekans cevabı; Frekans içeren bir sinyali sistemin girişine uygularsak çıkışı ne olur? sorusunun cevabıdır.

$$x(n) \longrightarrow \boxed{\text{sistem}} \longrightarrow y(n)$$

$$x(n) = e^{jnw} \longrightarrow \text{sbt sayı}$$

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) * x(n-k)$$

$$y(n) = H(jw) \cdot e^{jnw}$$

$$H(e^{jw}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) * e^{-jkw}$$

$$H(e^{jw}) = H_1 e^{jw} + j \cdot H_2 \cdot e^{jw}$$

$$Q(w) = \tan^{-1} \frac{H_2(e^{jw})}{H(e^{jw})}$$

$$x(n) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \cdot e^{jw}$$

$$y(n) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \cdot H(e^{jw}) \cdot e^{jwkn}$$

Örn: $x(n) = \cos(nw_0)$ ise (DZD)

$h(n)$ birim dürtü cevabı ise;

$$x(n) = \frac{1}{2} e^{jNw_0} + \frac{1}{2} e^{jNw_0}$$

$$y(n) = \frac{1}{2} H e^{jw_0} \cdot e^{jNw_0} + \frac{1}{2} H(e^{-jw_0}) \cdot e^{-jNw_0}$$

Analog Sinyaller	Sayısal Sinyaller
Diferansiyel Denklemler	Fark Denklemleri
Laplace Denklem	(Z) Dönüşümleri

$$\frac{1}{(s+5)\cdot(s+4)} = \frac{A}{(s+5)} + \frac{B}{s+4}$$

$$\frac{1}{(s+5)\cdot(s^2-2s+1)} = \frac{A}{(s+5)} + \frac{Bs+C}{s^2-2s+1}$$

$$\frac{1}{(s+2)^3} = \frac{A}{(s+2)} + \frac{B}{(s+2)^2} + \frac{C}{(s+2)^3}$$

Z DÖNÜŞÜMÜ

Bir sistemin frekans cevabını bulmak için kullanılan bir dönüşümdür.
Sürekli sinyallerde laplace neyse ayrık sinyalde de z dönüşümü odur

$$x[n] \xrightarrow[\text{z dnş}]{} X[z] \longrightarrow \cdots \xrightarrow[\text{Ters z dnş.}]{} y[n]$$

→ ayrık zamanda her zaman $\int$ (integral) Σ'a denk gelir.

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n} \longrightarrow \text{z dönüşümü}$$

Sinyal	Z Dönüşümü
birim dürtü $\delta[n]$	1
$\delta[n-m]$	z^{-m}
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
$+a^n \cdot u[n]$	$\frac{1}{1-a \cdot z^{-1}}$
$\cos m\Omega\, u[n]$	$\cdots$
$\sin m\Omega\, u[n]$	$\cdots$

→ yazmasak da olur pozitif bölge anlamında

Z Dönüşümünün Özel

	Giriş	Z Dönüşümü
	$a \cdot x[n] + b \cdot y[n]$	$a \cdot X[z] + b \cdot Y[z]$
	$x[n-n_0]$	$z^{-n_0} \cdot X(z)$
	$x[-n]$	$X(z^{-1})$
üstel özl	$a^n \cdot x[n]$	$X(a^{-1} z)$
Türev özl	$n \cdot x[n]$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$
konvolüsyon özl.	$x[n] * y[n]$	$X[z] \cdot Y[z]$

$$-a^n \cdot u[-n-1] \longrightarrow \frac{1}{1-az^{-1}}$$

$$-u[-n-1] \longrightarrow \frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$n \cdot a^n \cdot u(n) = \frac{a \cdot z^{-1}}{(1-a \cdot z^{-1})^2}$$

$$-n \cdot a^n \cdot u[-n-1] = \frac{a \cdot z^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$$

$$(n+1) a^n u[n] = \frac{1}{(1-az^{-1})^2}$$

$$3 \cdot \delta[n-2] = 3 \cdot z^{-2}$$

$$u[n-1] = z^{-1} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$u[-n-1] = \frac{-1}{1-z^{-1}}$$

$$n \cdot a^{n-1} u[n] = \frac{z}{(z-a)^2}$$

$a^n \quad 0 \le n \le N-1$
$0 \quad$ diğer durumlar

$$\frac{1-a^N z^{-N}}{1-a \cdot z^{-1}}$$

$$a^{n-k} u(n-k) = \frac{z^{-k}}{1-a \cdot z^{-1}}$$

Kısa

$$\frac{z^{-k}}{1-a \cdot z^{-1}} \Longrightarrow a^{n-k} \cdot u(n-k)$$

$$n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-2] = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \cdot u[n-2]$$

Örnek $2\cdot\underbrace{\delta[n]}_{1}+3\cdot\underbrace{\delta[n-1]}_{z^{-1}} = 2+3\cdot z^{-1}$

Örnek $2\cdot\underbrace{\delta[n]}_{1}+3\cdot\underbrace{u[n-1]}_{z^{-1}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}}$

$u[n]=\frac{1}{1-z^{-1}}$

$u[n-1]$ için öteleme özl. z^{-1} ile çarpmak lazım

$x[n-n_0]=z^{-n_0}\cdot X(z)$

buradan; $z^{-1}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}$ olur.

Örnek $\delta[n] * u[n]=?$

konv. direkt normal çarp

$\left(1\right)\cdot\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)=\frac{1}{1-z^{-1}}=u[n]$ olur.

NOT

$x[n-n_0]=z^{-n_0}\cdot X[z]$

$x[n+n_0]=z^{n_0}\cdot X[z]$

Örnek $3\cdot\underbrace{\delta[n]}_{1}+\underbrace{u[n]}_{\frac{1}{1-z^{-1}}}+2^n\cdot u[n]$

$a^n\cdot u[n]=\frac{1}{1-a\cdot z^{-1}}$ den $\frac{1}{1-2\cdot z^{-1}}$ olur

$3+\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{1-2\cdot z^{-1}}$

Örnek $x[n]=(6^n+2)\cdot u[n]+5\cdot u[n-1]$

$\underbrace{6^n\cdot u[n]}_{\frac{1}{1-6\cdot z^{-1}}}+2\cdot\underbrace{u[n]}_{\frac{1}{1-z^{-1}}}+5\cdot\underbrace{u[n-1]}_{z^{-1}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}}$

$\frac{1}{1-6z^{-1}}+2\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}+5\cdot z^{-1}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}$

TERS Z DÖNÜŞÜMÜ

KISMİ KESİRLERLE AÇMA YÖNTEMİ

Payın derecesi < Paydadan ise uygulanır.

Örnek $X(z)=\frac{6-9z^{-1}}{1-2{,}5z^{-1}+z^{-2}}$ ters z dönüşümü?

z^2+2z+1

$(z+1)\cdot(z+1)$

$\boxed{\text{İlk yapılacak paydayı çarpanlarına ayır}}$

$1-2{,}5\cdot z^{-1}+z^{-2}$

$1 \qquad -0{,}5z^{-1}$

$1 \qquad -2z^{-1}$

$X(z)=\frac{6-9z^{-1}}{(1-0{,}5z^{-1})\cdot(1-2\cdot z^{-1})}$

$X(z)=\frac{A}{(1-0{,}5\cdot z^{-1})}_{(1-2\cdot z^{-1})}+\frac{B}{(1-2\cdot z^{-1})}_{(1-0{,}5\cdot z^{-1})}$

$X(z)=\frac{A\cdot(1-2\cdot z^{-1})+B\cdot(1-0{,}5\cdot z^{-1})}{(1-0{,}5\cdot z^{-1})\cdot(1-2\cdot z^{-1})}=\frac{6-9z^{-1}}{(1-0{,}5\cdot z^{-1})\cdot(1-2\cdot z^{-1})}$

$A-2\cdot A\cdot z^{-1}+B-0{,}5\cdot z^{-1}=6-9z^{-1}$

$A+B=6 \quad -2A-0{,}5B=9$) $A=4$, $B=2$

$$\frac{4}{(1-0{,}5z^{-1})} + \frac{2}{(1-2z^{-1})}$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{1-0{,}5 \cdot z^{-1}}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{1-2z^{-1}}\right)$$

$$4 \cdot (0{,}5)^n u[n] + 2 \cdot (2)^n u[n]$$

yazmasak da olur.

ÖRN

$$X(z) = \frac{4 - \frac{3}{4} z^{-1} + \frac{1}{4} z^{-2}}{1 - \frac{3}{4} z^{-1} + \frac{1}{8} z^{-2}}$$ ters z dönüşümü?

$$= 2 + \frac{2 - \frac{1}{4} z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{4} z^{-1}\right)}$$

$$x[n] = 2\delta[n] + 3 \cdot (0{,}5)^n u[n] - (0{,}25)^n u[n]$$

NOT

$$\Rightarrow \frac{1}{(z+1)\cdot(z+2)} = \frac{A}{(z+1)} + \frac{B}{(z+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(z+3)\cdot(z^2+z+1)} = \frac{A}{(z+3)} + \frac{Bz+C}{z^2+z+1}$$

$(z+1)^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{(z+3)^2} = \frac{A}{(z+3)} + \frac{B}{(z+3)^2}$$

Payın derecesi paydadan büyük veya eşitse; payı paydaya böl, sonra dönüştür.

$$\frac{z^2+2z+4}{z^2+z+1} = 1 + \frac{z+3}{z^2+z+1}$$

$$\begin{array}{r|l} z^2+2z+4 & z^2+z+1 \\ -\ z^2+z+1 & 1 \\ \hline z+3 & \end{array}$$

ÖRN $h[n] = (0{,}5)^n u[n]$

birim sıralı

$x[n] = \delta[n-3]$

$y[n] = h[n] * x[n]$

konv

$y[n] = ?$

Ayrı ayrı z dönüşümlerini alıp çarparız. Tekrar z dönüşümü alırız (yani Ters z) konv. almış oluruz.

Formül $a^n \cdot u[n] = \frac{1}{1-a \cdot z^{-1}}$

Formül $\delta[n-m] = z^{-m}$

$h[n] = (0{,}5)^n u[n]$ ise $h[z] = \frac{1}{1-0{,}5 \cdot z^{-1}}$ olur.

$x[n] = \delta[n-3]$ ise $x[z] = z^{-3}$ olur

konv. özl.

$\Rightarrow y[z] = h[z] \cdot x[z]$

$$y[z] = \frac{1}{1-0{,}5 \cdot z^{-1}} \cdot z^{-3} = \frac{z^{-3}}{1-0{,}5 \cdot z^{-1}}$$

$\Rightarrow (0{,}5)^{n-3} \cdot u[n-3]$ olur

$$a^{n-k} u(n-k) = \frac{z^{-k}}{1-a z^{-1}}$$

$\Rightarrow x[n] = [0{,}5^n + 2] \cdot u[n] = ?$

$$X[z] = 0{,}5^n \cdot u[n] + 2 \cdot u[n]$$

$$\frac{1}{1-0{,}5 \cdot z^{-1}} + 2 \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$$

Örn

$$x[n] = 2\,\delta[n] - 3\,\delta[n-2] + 4\,\delta[n-3]$$

$$h[n] = \delta[n] + 2\,\delta[n-1] + \delta[n-2]$$

$$X(z) = 2 - 3 \cdot z^{-2} + 4 \cdot z^{-3}$$

$$h(z) = 1 + 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}$$

$$y(z) = X(z) * h(z) = (2 - 3z^{-2} + 4z^{-3}) \cdot (1 + 2z^{-1} + z^{-2})$$

$$= 2 + 4z^{-1} - z^{-2} - 3z^{-3} + 5z^{-4} + 4z^{-5}$$

$$y[n] = 2\,\delta[n] + 4\,\delta[n-1] - \delta[n-2] - 3\,[n-3] + 5\,\delta[n-4] + 4\,\delta[n-5]$$

Örn

$$X(z) = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1}) \cdot (1+2 \cdot z^{-1})}$$ ters z dönüşümü?

$$\frac{A}{1-z^{-1}} + \frac{B}{1+2z^{-1}}$$

$(1+2z^{-1})$ $\quad$ $(1-z^{-1})$

$$\frac{A(1+2z^{-1}) + B(1-z^{-1})}{(1-z^{-1}) \cdot (1+2z^{-1})} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1}) \cdot (1+2z^{-1})}$$

$$A + 2Az^{-1} + B - Bz^{-1} = z^{-1}$$

$A + B = 0$

$2A - B = 1$

$3A = 1$

$A = \frac{1}{3}$ $\quad$ $B = -\frac{1}{3}$

$$\frac{\frac{1}{3}}{1-z^{-1}} + \frac{-\frac{1}{3}}{1+2 \cdot z^{-1}}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \underbrace{\frac{1}{1-z^{-1}}}_{u[n]} + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \underbrace{\frac{1}{1+2z^{-1}}}_{-a^n u[n]}$$

$$\frac{1}{3} \cdot u[n] - \frac{1}{3} \cdot (-2)^n u[n]$$

ÖRNEK $\dfrac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}$ ters z dönüşümü ?

NOT: $\dfrac{z^{-k}}{1-a.z^{-1}} \Rightarrow a^{n-k}.u(n-k)$

$$\underbrace{\frac{1.z^{0}}{1-z^{-1}}}_{\downarrow} - \underbrace{\frac{z^{-5}}{1-\underset{a=1}{1}z^{-1}}}_{\downarrow}$$

$$u(n) - 1^{n-5}.u(n-5)$$

ÖRNEK $x(n) = (5^n+2).u(n)$

z dönüşümü = ?

$$x(z) = \underbrace{5^n.u(n)} + 2.u(n)$$

$$x(z) = \frac{1}{1-5.z^{-1}} + 2.\frac{1}{1-z^{-1}}$$

ÖRNEK $x(n) = \delta(n+5)$

$x(z) = z^{-5}$

ÖRNEK $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n.u(n+2)$ z dönüşümü ?

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = 4.\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ ↑ benzetmeye çalıştık

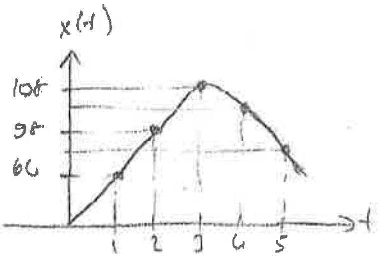
$$4.\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}.u(n+2)$$

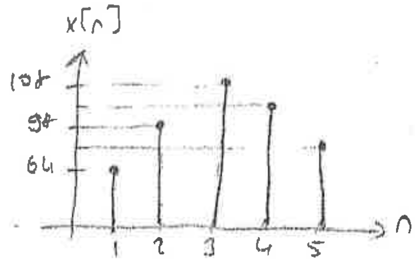
$$a^{n-k}.u(n-k) = \frac{z^{-k}}{1-a.z^{-1}} = \frac{4z^{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right).z^{-1}}$$

Vize Soruları

1.) $x(t) = t^3 - 18t^2 + 8t$ sürekli sinyali $t = 1$sn sıralamadaki ayrık sinyale çeviri.

$t=1$ için $x(t) = 64$
$t=2$ için $x(t) = 98$
$t=3$ için $x(t) = 108$
$t=4$ için $x(t) =$
⋮





a.) $x[n] = n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-2] = ?$

$$n \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \cdot u[n-2]$$

$$X(z) = \frac{1}{2} \cdot z^{-2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{4} z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)^2}$$

Soru $H(z) = \frac{2z - 0{,}5}{(z+0{,}4)\cdot(z-0{,}8)^2}$

a.) Ters z dönüşümü?

b.) $x[n] = \{1, 2, -1\}$ için $y[n] = ?$

c.) $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-2]$

d.) Frekans cevabı $H(e^{j\Omega})$

e.) Fark denklemleri

ÖRN

$$X(z) = \frac{1+\frac{1}{4}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}$$

$$X(z) = \frac{A}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})} + \frac{B}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}$$

$(1-\frac{1}{2}z^{-1})$ (1)

$$\frac{A(1-\frac{1}{2}z^{-1})+B}{\cancel{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}} = \frac{1+\frac{1}{4}z^{-1}}{\cancel{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}}$$

$$A - \frac{A}{2}z^{-1} + B = 1 + \frac{1}{4}z^{-1}$$

$A+B=1$

$-\frac{A}{2} = \frac{1}{4}$ ise $\frac{A}{2} = -\frac{1}{4}$ $\frac{4A}{4} = \frac{-2}{4}$ $A = -\frac{1}{2}$ olur.

$-\frac{1}{2} + B = 1$ $B = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ olur.

$$\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{3}{2}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})^2}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot u[n] + \frac{3}{2}\cdot(n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot u[n]$$

FORRİER DÖNÜŞÜMLERİ

ÖRN $x(n) = a^n u[n]$ 'in forrier dönüşümü ?

- $x(z)$ yi bul burda z yerine e^{jw} yaz.

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{1}{1-ae^{-jw}}$$ Forrier dönş.

ÖRN $x(n) = -a^n \cdot u[-n-1] = ?$

$$X(z) = \frac{1}{1-a\cdot z^{-1}} = \frac{1}{1-a\cdot e^{-jw}}$$ forrier dönş.

$$-a^n\cdot u[-n-1] = \frac{1}{1-az^{-1}}$$

Forrier Dönüşümleri

- $\delta[n] = 1$
- $\delta[n-m] = z^{-m}$ (z dönüşümündü) e^{-jwm} olur.
- $1 \longrightarrow 2\pi\,\delta(w)$
- $e^{jnw_0} \longrightarrow 2\pi\,\delta(w-w_0)$
- $a^n\cdot u[n] \rightarrow$ z dönüşümü $\frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{1}{1-a\cdot e^{-jw}}$ olur.
- $(n+1)\cdot a^n\cdot u[n] \rightarrow$ z dönüşümü $\frac{1}{(1-az^{-1})^2}$ idi $\frac{1}{(1-a\cdot e^{-jw})^2}$ olur.

FREKANS CEVABI

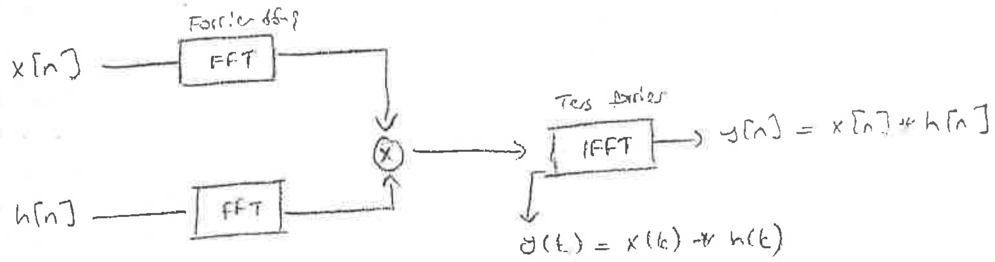
Örn: $h[n] = \delta[n] + 6\delta[n-1] + 3[n-2]$

Frekans cevabı ?

$$h(z) = 1 + 6 \cdot z^{-1} + 3 \cdot z^{-2}$$

$$H(e^{jw}) = 1 + 6 \cdot e^{-jw} + 3 \cdot e^{-2jw}$$

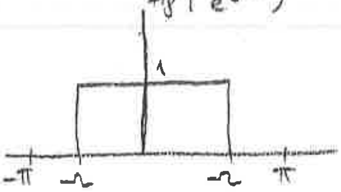
FFT (Fast Fourier Transform)



FİLTRELER

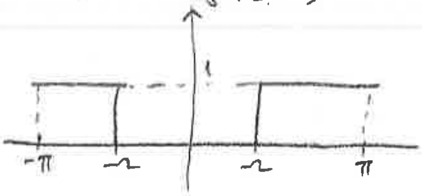
Alçak Geçiren

$H_d(e^{j\Omega})$

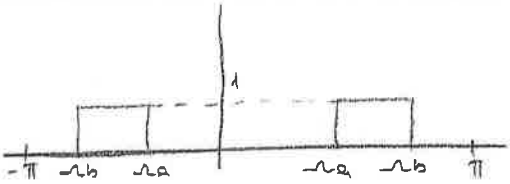


Yüksek Geçiren

$H_d(e^{j\Omega})$



Bant Geçiren



Alçak geçiren süzgecin dürtü cevabı $\dfrac{\sin \Omega_c n}{\pi n}$

Yüksek geçiren " " $\dfrac{-\sin \Omega_c n}{\pi n}$

Bant " " " $\dfrac{\sin n\pi \Omega_c - \sin n\pi c_a}{n\pi}$

SÜZGEÇLER

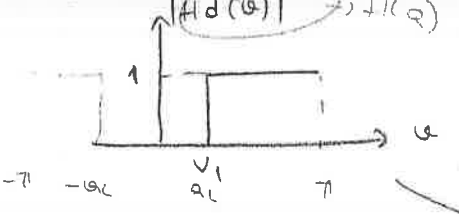
Alçak Geçiren

$|H_d(\omega)| \to x(\omega)$

$H_d[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} H_d(\omega)\, e^{jk\omega}\, d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{jk}\, e^{jk\omega}\Big|_{-\pi}^{\pi}$

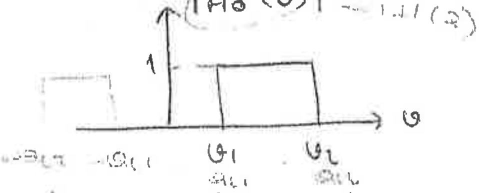
Yüksek Geçiren

$|H_d(\omega)| \to H(\omega)$



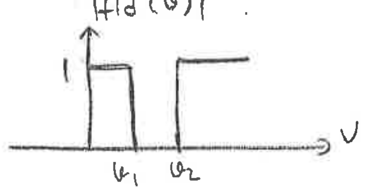
Bant Geçiren

$|H_d(\omega)| \to H(\omega)$



Bant Durduran

$|H_d(\omega)|$

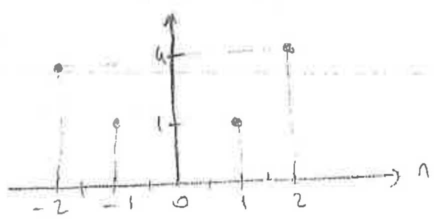


FİLTRELER

$h_d[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{-\omega_c} 1 \cdot e^{jk\omega}\, d\omega +$

$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_c}^{\pi} 1 \cdot e^{jk\omega}\, d\omega$

Örnek: $[-2, 2]$ arasında $T = 0{,}5$ aralıktaki $y[n]$ grafiğini çiziniz $y = x^2$ 'ye göre



$y = x^2$

$x = 0$ için $y = 0$

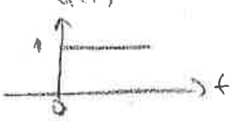
$x = 1, -1$ için $y = 1$

$x = 2, -2$ için $y = 4$

Örn

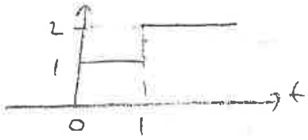
$x(t) = u(t) + u(t-1) - u(t+2) + u(t-3)$
grafiğini çiziniz.

u(t)



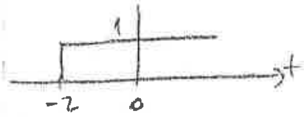
u(t-1)

Toplamı

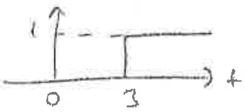


$-\left(u(t+2) - u(t-3)\right)$

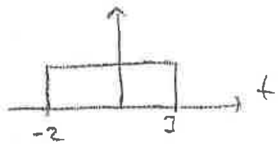
u(t+2)



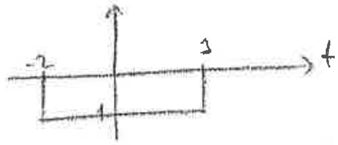
u(t-3)



Farkı



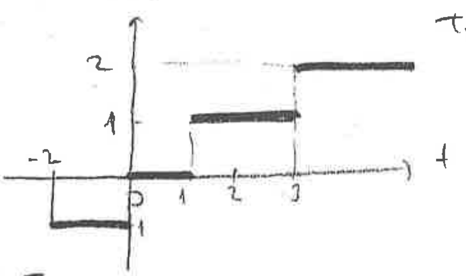
önünde - var -lisi



böyle olur.

Toplamı

x(t)



ÖRN SORU!

$X[n] = 2^n \cdot u[n-2]$

z dönüşümü?

$a^{n-k} \cdot u(n-k) = \dfrac{z^{-k}}{1-az^{-1}}$

buna ~~benzetmeye çalışacağız~~

n-2 olması için 2^{-2} eksik $\frac{1}{4}$ bunu eklesek tüm ifadeyi de 4 ile çarpmalıyız ki eşitlik değişmesin.

$4 \cdot 2^{n-2} u[n-2] = 4 \dfrac{z^{-2}}{1-2 \cdot z^{-1}}$

ÖRN SORU!

$H(z) = \dfrac{2z+1}{(z-1)\cdot(z+1)^2}$ ters z dönüşüm problemini çözünüz.

$\dfrac{A}{\underset{(z+1)^2}{z-1}} + \dfrac{Bz+C}{\underset{(z-1)}{(z+1)^2}}$

$A(z+1)^2 + (Bz+C)(z-1) = 2\overset{-1}{z}+1$

Önce A'yı 0 yapalım $z=-1$ için

$\cancel{A(-1+1)^2} + (-B+C)\cdot(-2) = 2z+1$

$2B - 2C = -1$

$2B + 1 = 2C$

$A(z+1)^2 + (Bz+C)(z-1) = 2z+1$

1 verirek → 3

$A(1+1)^2 = 3$

$A \cdot 4 = 3$

$A = \frac{3}{4}$

$A(z+1)^2 + (Bz+C)\cdot(z-1) = 2z+1$

$A(z^2+2z+1) + Bz^2 - Bz + Cz - C = 2z+1$

$\underbrace{Az^2} + 2Az + A + \underbrace{Bz^2} - Bz + Cz - C = 2z+1$

$A + B = 0$

$B = -\frac{3}{4}$

ÖRNEK SORU: $x[n] = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n+2] + n(3)^n u[-n-1]$ z dönüşümü?

$u[n] = \frac{1}{1-z^{-1}}$

$-n\,a^n\,u[-n-1] = \frac{+az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$

$4 \cdot 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2} u[n+2] = \frac{16z^2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$-\frac{3z^{-1}}{(1-3z^{-1})^2}$

$$\frac{16z^2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{3z^{-1}}{(1-3z^{-1})^2}$$

ÖRN SORU: $H(z) = \frac{(z+2).(z-3)}{(z+0{,}25).(z-0{,}75).(z-0{,}4)}$ ise;

a) Ters z dönüşümü $h[k] = ?$
b) $k = 0,1,2$ için $h(k) = ?$

a) $P_1 = -0{,}25 \qquad P_2 = 0{,}75 \qquad P_3 = 0{,}4$

$$H(z) = \frac{c_1 . z}{z-P_1} + \frac{c_2 . z}{z-P_2} + \frac{c_3 . z}{z-P_3}$$

$$c_1 = \frac{(z+2).(z-3)}{\cancel{(z+0{,}25)}.(z-0{,}75).(z-0{,}4)} \cdot \frac{\cancel{(z+0{,}25)}}{z} \Bigg|_{z=-0{,}25 \text{ için}}$$

$$\frac{(-0{,}25+2).(-0{,}25-3)}{(-0{,}25)(-0{,}25-0{,}75).(-0{,}25-0{,}4)} = 35$$

$$c_2 = \frac{(z+2).(z-3)}{(z+0{,}25).\cancel{(z-0{,}75)}.(z-0{,}4)} \cdot \frac{\cancel{(z-0{,}75)}}{z} \Bigg|_{z=0{,}75 \text{ için}}$$

$$\frac{(0{,}75+2).(0{,}75-3)}{(0{,}75+0{,}25).(0{,}75-0{,}4).(0{,}75)} = 23{,}5714$$

$$c_3 = \text{ -- } = 67{,}5714$$

$$H(z) = 35 . \frac{z}{z+0{,}25} + 23{,}5714 . \frac{z}{z-0{,}75} + 67{,}57 . \frac{z}{z-0{,}4}$$

b) $35 . (-0{,}25)^n + 23{,}5714 . (0{,}75)^n + 67{,}57 . (0{,}4)^n$

$h(0) = 127{,}14$
$h(1) = 36{,}35$
$h(2) = 26{,}41$

Örnekleme Frekansı $f_s \geq 2 f_{max}$

Transfer Fonksiyonu

→ Standart fark denklemi verirse $k = 0, 1, 2, \dots$ yazılır.

→ $H(k)$ yi verip $H(z)$ $H(jw)$ isterirse;

$H(k)$ → birim darbe cevabı
$H(e^{jw})$ → frekans cevabı
$H(z)$ → Transfer fonksiyonu

→ Eğer $H(z)$ verilmiş $x(t)$ isterse standart fark denklemi elde etmek gerek

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-b(z)}{a(z)} \Rightarrow y[k] + a y[k-1] + a_2 y[k-2] + \dots + x[k] + b x[k-1].$$

→ $H(z)$ verip $h[k]$ yazdan $x(z)$ verip $x[k]$ isteseydi ters z dönüşümü yapardık.

Örnek: $H(z) = \dfrac{1 + z^{2} - 3z^{-3}}{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}$ $x[k] = ?$ → standart fark denklemi

Reduz

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{2} - 3z^{-3}}{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}} \cdot \frac{z^{-2}}{z^{-2}} = \frac{z^{-2} + z^{0} - 3z^{-5}}{z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5}}$$

$$= X(z) \cdot z^{-2} + X(z) - 3 X(z) \cdot z^{-5} = Y(z) \cdot z^{-2} + Y(z) \cdot z^{-3} + Y(z) \cdot z^{-4} + Y(z) \cdot z^{-5}$$

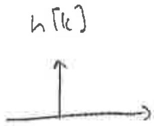
$$= x[k-2] + x[k] - 3x[k-5] = y[k-2] + y[k-3] + y[k-4] + y[k-5]$$

→ Birim basamak cevabı: $x(t) = x(s)$
$H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} \to 1$

→ Birim basamak cevabı: $H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} \to \dfrac{1}{s}$ dersek.

Vize

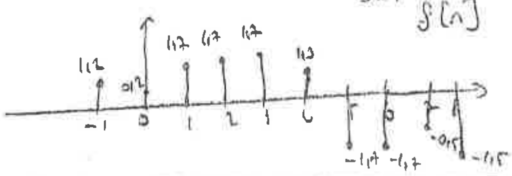
1)



Bir sistemin birim darbe cevabı $h[k]$ ve giriş işareti $x[k]$ yukarıda verilmiş. Buna göre;

Sist. çıkışı elde edip çizin ve birim darbe cvp. ifade edin. birim dürtü $\delta[n]$ olsun.

Çıkış



$$y[k] = 1{,}2 \cdot \delta[k+1] + 0{,}2 \cdot \delta[k] + 1{,}7 \cdot \delta[k-1] + 1{,}7 \cdot \delta[k-2] + 1{,}7 \cdot \delta[k-3] + 1{,}3 \cdot \delta[k-4] - 1{,}7 \cdot \delta[k-5] - 1{,}7 \cdot \delta[k-6]$$
$$- 0{,}5 \cdot \delta[k-7] - 1{,}5 \cdot \delta[k-8]$$

b.) Sistem çıkışını birim basamak cinsi ifade ediniz $u[n]$

Örnek soru
$T_1 = 0,25$ ms
$T_2 = 0,5$ ms
$T_3 = 0,4$ ms
olsun

$x(t) = 5 + 3\sin(2\pi t/T_1) + 5\cos(2\pi t/T_2) + 2\cos(2\pi t/T_3)$ ile.

a.) Örnekleme frekansı en az kaç olmalıdır?
b.) $F_s = 20$ kHz ile örneklenirse $x[k]$ işaretinin ilk üç terimi ne olur?

a.) $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,25} = 4$

$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,5} = 2$

$f_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,4} = 2,5$

Örnekleme frekansı $f_s > 2\underbrace{f_{max}}_{4}$

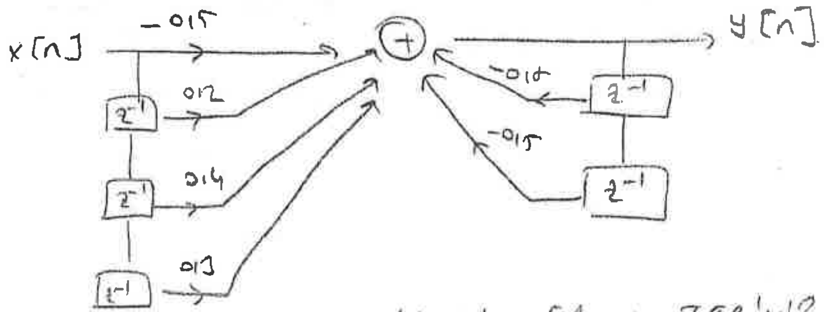
$f_s > 2.4$

$f_s > 8$

b.) $t_0 = 0 \rightarrow x(0) = 12$
$t_1 = 1 \rightarrow x(1) = 13,71$
$t_2 = 2 \rightarrow x(2) = 8,30$

Örnek $y[n] = -0,5\,x[n] + 0,2\,x[n-1] + 0,4\,x[n-2] + 0,3\,x[n-3] - 0,6\,y[n-1] - 0,5\,y[n-2]$
ayrık zamanlı sistemin blok şemasını çiziniz

a.)



b.) FIR ve IIR arasındaki fark? Yukarıdaki sistem FIR mı IIR mı?
Bir sistemin dürtü yanıtında sonlu sayıda 0'dan farklı örnek değeri bulunuyorsa bu tür sistemler FIR (sonlu dürtü yanıtlı) yapıya sahiptir. Eğer dürtü yanıtında sonsuz sayıda sıfırdan farklı örnek değeri bulunuyorsa IIR (sonsuz dürtü yanıtlı) yapıya sahiptir.
Yukarıdaki verilen $y[n]$ ayrık zamanlı sistem, $y[n]$'in önceki değerlerine bağlı olduğundan sıfırdan farklı sonsuz sayıda örnek değeri bulunmaktadır. Bu nedenle $y[n]$ IIR yapıya sahiptir.

Örnek $y[n] = x[n-n_0]$ olan bir sistem

$x[n] = e^{j\Omega n}$ girişi uygulandığında sistemin frekans yanıtı $H(e^{j\Omega n})$ bulunuz

$$y[n] = x[n-n_0] = e^{j\Omega(n-n_0)} = e^{j\Omega n} \cdot e^{-j\Omega n_0}$$ olarak elde edilir.

Sistem girişine karmaşık üstel işaret uygulandığında, sistem çıkışı karmaşık üstel işaret ile frekans yanıtının çarpımından oluşur. Bu yüzden;

$$H(e^{j\Omega n}) = e^{-j\Omega n_0}$$

Örnek Bir sistemin standart fark denklemi; $y(k) + 2y(k-1) + 3y(k-2) = x(k) + 2x(k-1) - 3x(k-2) + 2x(k-3)$ ise;

a) $y(-1) = -1$, $y(-2) = -1$ ise giriş işareti birim basamak olması durumunda $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$ değerlerini bulunuz

b) $H(z)$ transfer fonk. bulunuz

c) Sistemi blok diyagramı olarak ifade ediniz

a) $y(k) + 2y(k-1) + 3y(k-2) = x(k) + 2x(k-1) - 3x(k-2) + 2x(k-3)$

$y(k) = -2y(k-1) - 3y(k-2) + x(k) + 2x(k-1) - 3x(k-2) + 2x(k-3)$

$k=0$ için $y(0) = -2y(0-1) - 3y(0-2) + x(0) + 2x(0-1) - 3x(0-2) + 2x(0-3)$

$= -2\underbrace{y(-1)}_{-1} - 3\underbrace{y(-2)}_{-1} + x(0) + 2x(-1) - 3x(-2) + 2x(-3)$

$= 2 + 3 + 1 + 0 - 0 + 0 = 6$

$k=1$ için $y(1) = -2y(1-1) - 3y(1-2) + x(1) + 2x(1-1) - 3x(1-2) + 2x(1-3)$

$x(1) = x(0) = 1$

$y(1) = -2\underbrace{y(0)}_{6 \text{ çıkmıştı}} - 3\underbrace{y(-1)}_{-1} + x(1) + 2x(0) - 3x(-1) + 2x(-2)$

$= -12 + 3 + 1 + 2 - 0 + 0 = -6$

$k=2$ için $y(2) = -2y(2-1) - 3y(2-2) + x(2) + 2x(2-1) - 3x(2-2) + 2x(2-3)$

$= -2y(1) - 3y(0) + x(2) + 2x(1) - 3x(0) + 2x(-1)$

$= 12 - 18 + 1 + 2 - 3 + 0 = -6$

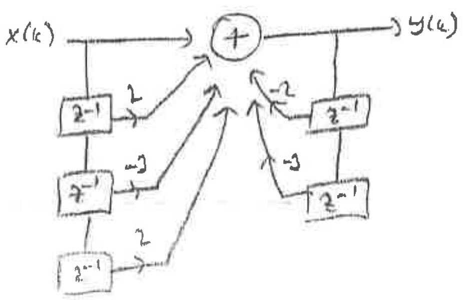
b) $Y(z) + 2Yz^{-1} + 3Yz^{-2} = X(z) + 2Xz^{-1} - 3Xz^{-2} + 2Xz^{-3}$

$Y(z)\left[1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}\right] = X(z)\left[1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 2z^{-3}\right]$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2.z^{-1} - 3.z^{-2} + 2.z^{-3}}{1 + 2.z^{-1} + 3.z^{-2}}$$

$y(k) = -2Yz^{-1} - 3Yz^{-2} + X(z) + 2Xz^{-1} - 3Xz^{-2} + 2Xz^{-3}$

c)



Örnek) $H(z) = \dfrac{2z+5}{(z+3).(z-4)}$ ise ters z dönüşümünü bulunuz.

$$H(z) = \frac{c_1 z}{z-p_1} + \frac{c_2 \cdot z}{z-p_2} \qquad p_1 = -3,\quad p_2 = 4$$

$$c_k = \frac{H(z)}{z} \cdot (z-p_k) \Big|_{z=p_k}$$

$$c_1 = \frac{2z+5}{\cancel{(z+3)}.(z-4)} \cdot \frac{\cancel{z+3}}{z} \Big|_{z=-3 \text{ için}} \qquad c_2 = \frac{2.z+5}{(z+3).\cancel{(z-4)}} \cdot \frac{\cancel{(z-4)}}{z} \Big|_{z=4 \text{ için}}$$

$$= \frac{2.(-3)+5}{(-3-4).-3} = \frac{-1}{21} \qquad = \frac{2.4+5}{(4+3).4} = \frac{13}{28}$$

$$H(z) = \frac{-1}{21} \cdot \frac{z}{z+3} + \frac{13}{28} \cdot \frac{z}{z-4}$$

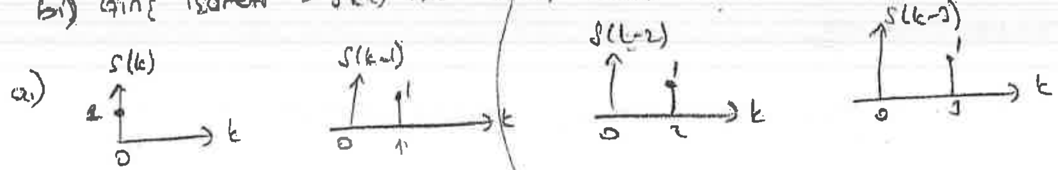
$$= \frac{-1}{21}(-3)^n + \frac{13}{28}(+4)^n$$

Örnek) Birim darbe cevabı $h[k] = 0,2\delta(-k) - \delta(k-1) + 0,2\delta(k-2)$ ve giriş işareti $x[k] = -\delta(k) + \delta(k-1) - \delta(k-2) + \delta(k-3)$ ise

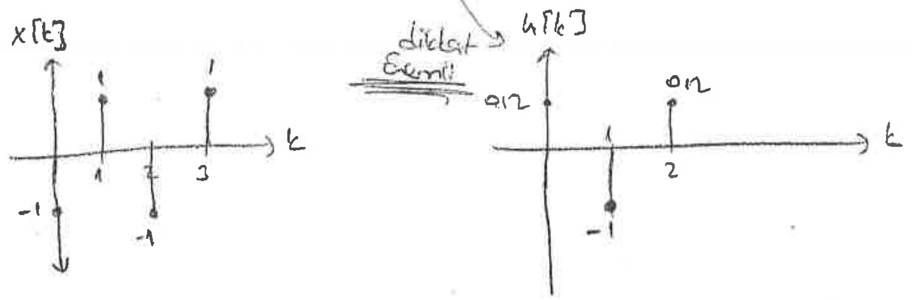
a.) Çıkış işaretini denklem ve grafik olarak gösteriniz.

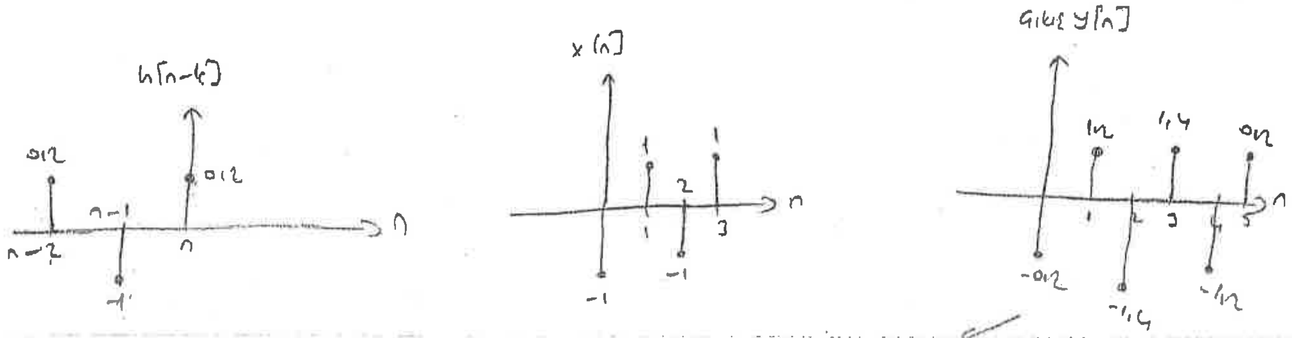
b.) Giriş işareti $-\delta(k)$ ise $h(0)$, $h(1)$, $h(2)$ nedir?

a.)



a.)





b.) $h(0) = 0,2$
$h(1) = -1$
$h(2) = 0,2$

$y[n] = -0,2\delta(k) + 1,2\delta(k-1) - 1,4\delta(k-2) + 1,4\delta(k-3) - 1,2\delta(k-4) + 0,2\delta(k-5)$

ÖRN $h(k) = 0{,}2\,\delta(k) - 0{,}5\,\delta(k-1) + 0{,}2\,\delta(k-2)$ ise;

a.) $H(z) = ?$

b.) $H(jw) = ?$

NOT

$h(k)$

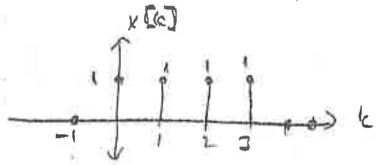
$H(e^{jw})$

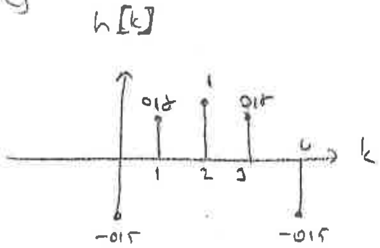
$H(z)$

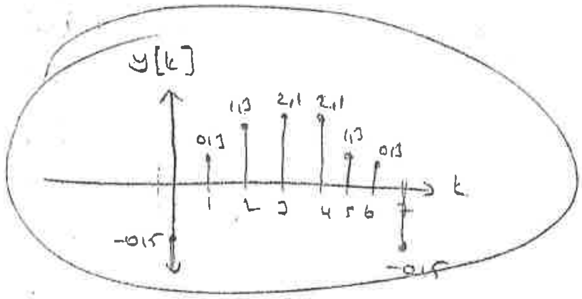
a.) $H(z) = 0{,}2 \cdot z^{0} - 0{,}5 \cdot z^{-1} + 0{,}2 \cdot z^{-2}$

b.) $H(jw) = 0{,}2 - 0{,}5 \cdot e^{-jw} + 0{,}2 \cdot e^{-2jw}$

ÖRN $h(k) = -0{,}5\,\delta(k) + 0{,}8\,\delta(k-1) + \delta(k-2) + 0{,}8\,\delta(k-3) - 0{,}5\,\delta(k-4)$ dü, giriş işareti aşağıdaki gibi ise çıkış ?







ÖRN $h(k) = 0{,}5\,\delta(k) + \delta(k-1) + 0{,}5\,\delta(k-2)$ ise $H(e^{jw}) = ?$

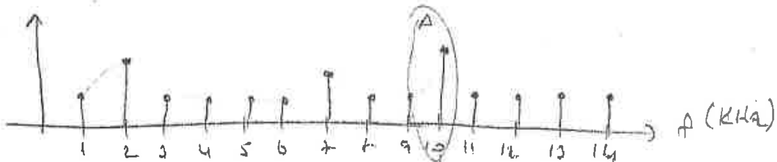
$h(z) = 0{,}5 \cdot z^{0} + 1 \cdot z^{-1} + 0{,}5 \cdot z^{-2}$

$H(e^{jw}) = 0{,}5 + 1 \cdot e^{-jw} + 0{,}5 \cdot e^{-2jw}$

ÖRN Fourier dönüşümü $x(f)$ şeklinde olan bir işaretin;

a.) Örnekleme frekansı en az ne olmalı

b.) Sadece A genlikli bileşen için $x(t)$ işaretini çiziniz.

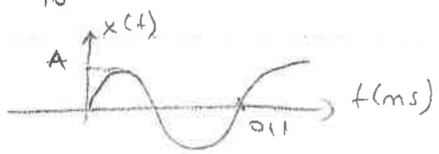


a.) $f_{max} = 14$ kHz

$F_s \geq 2 f_{max}$

$F_s \geq 2 \cdot 14 = 28$ kHz

b.) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ ms



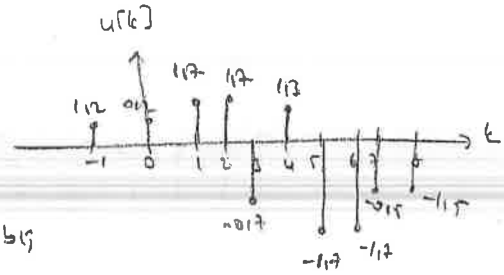
Örnek

Sistemin birim darbe cevabı h[k] ve giriş işareti x[k] yukarıda verilmiştir. Buna göre;

a) Sistemin çıkışını elde edip birim darbe cinsinden ifade ediniz.

b) Sistemin çıkış işareti birim basamak cinsinden ?

Çıkışı



a) Birim darbe cevabı;

$1,2\,\delta[k+1] + 0,2\,\delta[k] + 1,7\,\delta[k-1] + 1,7\,\delta[k-2] - 0,7\,\delta[k-3] + 1,3\,\delta[k-4] - 1,7\,\delta[k-5] - 1,7\,\delta[k-6] - 0,5\,\delta[k-7]$

$-1,5\,\delta[k-8]$

b) Birim basamak cevabı;

$$\delta[k] = u[k] - u[k-1]$$

$$1,2\,\delta[k+1] = 1,2u[k+1] - 1,2u[k]$$

$$0,2\,\delta[k] = 0,2u[k+1] - 0,2u[k-1]$$

$$\vdots$$

$$-1,5\,\delta[k-8] = -1,5\,u[k-8] + 1,5u[k-9]$$

$$y[k] = 1,2u[k+1] - u[k] + 1,5u[k-1] - 2,4u[k-3] + 2u[k-4] - 3u[k-5] + 1,2u[k-7] - u[k-8] + 1,5u[k-9]$$

Örnek: Bir sistemin standart fark denklemi;

$y(k) + 2y(k-1) + 3y(k-2) = x(k) + 2x(k-1) - 3x(k-2) + 2x(k-3)$ ise

a) $y(-1) = -1$, $y(-2) = -1$ ile giriş işareti birim basamak olması durumunda $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$ değerleri?

$$y(k) = x(k) + 2x(k-1) - 3x(k-2) + 2x(k-3) - 2y(k-1) - 3y(k-2)$$

$$y(0) = \underbrace{x(0)}_{1} + 2\cancel{x(-1)}_{0} - 3\cancel{x(-2)}_{0} + 2\cancel{x(-3)}_{0} - \underbrace{2y(-1)}_{2} - \underbrace{3y(-2)}_{3}$$

$$y(0) = 6$$

$$y(1) = \underbrace{x(1)}_{1} + \underbrace{2x(0)}_{2} - 3\cancel{x(-1)}_{0} + 2\cancel{x(-2)}_{0} - \underbrace{2y(0)}_{-12} \underbrace{-3y(-1)}_{+3}$$

$$y(1) = -6$$

$$y(2) = \underbrace{x(2)}_{1} + \underbrace{2x(1)}_{2} - \underbrace{3x(0)}_{-3} + 2\cancel{x(-1)} - \underbrace{2y(+1)}_{+12} \underbrace{-3y(0)}_{-18} = -6$$

b) $H(z)$ transfer fonk.?

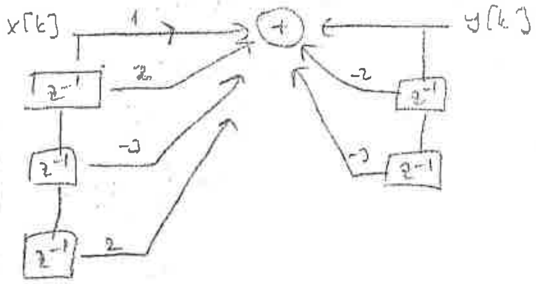
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y(z) + 2z^{-1}Y(z) + 3z^{-2}Y(z) = X(z) + 2z^{-1}X(z) - 3z^{-2}X(z) + 2z^{-3}X(z)$$

$$Y(z)\left(1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}\right) = X(z)\left(1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 2z^{-3}\right)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 2z^{-3}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}}$$

a) Blok diyagramı olarak ifadesi;

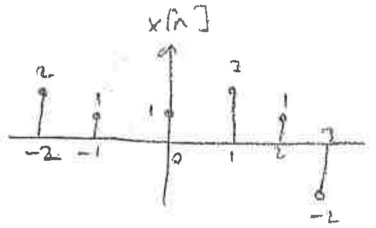


Ts → örnekleme aralığı

$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

$$f_s \geq 2 f_m$$

Ayrık Bir işareti Birim Darbe ile ifade Etme



$$x[n] = 2\delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n] + 3\delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]$$

Ters Z dönüşümü

$$\rightarrow \quad X(z) = \frac{z^2}{(z-0{,}5)\cdot(z-1)^2}$$

kısmi kesirlere ayırma ile açılırsa;

$$X(z) = \frac{Cz}{(z-0{,}5)} + \frac{D_1 z}{(z-1)} + \frac{D_2 z}{(z-1)^2}$$

$$C = \frac{X(z)\cdot(z-0{,}5)}{z} = \frac{\cancel{z^2}}{\cancel{(z-0{,}5)}\cdot(z-1)^2}\cdot\frac{\cancel{(z-0{,}5)}}{\cancel{z}} \Bigg|_{z=0{,}5 \text{ için}}$$

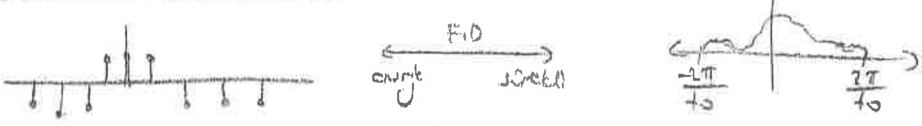
$$C = \frac{z}{(z-1)^2} = \frac{0{,}5}{(-0{,}5)^2} = 2$$

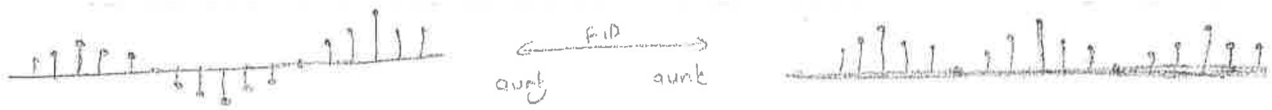
$$D_1 = \frac{\cancel{(z-1)^2}}{\cancel{z}}\cdot\frac{\cancel{z^2}}{(z-0{,}5)\cdot\cancel{(z-1)^2}} \Bigg|_{z=1}$$

$$D_1 = -2$$

$$D_2 = \frac{z}{(z-0{,}5)} \Bigg|_{z=1 \text{ için}} = 2 \text{ olur.}$$

Fourier Dönüşümü



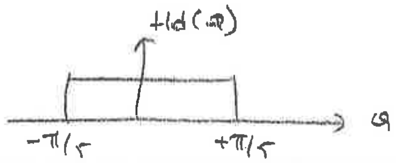


Soru: $M=13$ noktalı, kesim frekansı 100 Hz ve örnekleme frekansı $fs=1000$ Hz olan bir ideal alçak geçiren filtreyi tasarlayınız.

fc = kesim frekansı

fs = örnekleme "

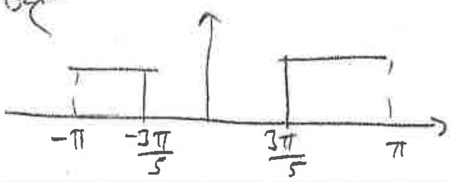
$$\Omega_L = \frac{2\pi fc}{fs} \qquad \Omega_L = \frac{2\pi 100}{1000} = \frac{\pi}{5}$$



$$Hd[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/5}^{\pi/5} 1\, e^{jk\Omega}\, d\Omega = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{jk} e^{jk\Omega}\Big|_{-\pi/5}^{\pi/5}$$

$$= \frac{1}{2\pi jk}\left[e^{jk\pi/5} - e^{-jk\pi/5}\right]$$

Soru



$$Hd[k] = \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{-3\pi/5} 1\, e^{jk\Omega}\, d\Omega + \int_{3\pi/5}^{\pi} 1\, e^{jk\Omega}\, d\Omega\right]$$

Soru: $y[n] - \frac{3}{4} y[n-1] + \frac{1}{8} y[n-2] = x[n]$

a.) Sistem fonksiyonu $(H(z))$
b.) Sistemin dürtü tepkisi $(h[n])$
c.) " basamak " $(s[n])$

a.) Eşitliğin z dönüşümü alınarak;

$$y(z) - \frac{3}{4} z^{-1} y(z) + \frac{1}{8} z^{-2} y(z) = X(z)$$

$$\left(1 - \frac{3}{4} z^{-1} + \frac{1}{8} z^{-2}\right) y(z) = X(z)$$

pay ile paydayı 8'le böl

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{3}{4} z^{-1} + \frac{1}{8} z^{-2}\right)} = \frac{8z^2}{8z^2 - 6z + 1} = \frac{z^2}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}} = \frac{z^2}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(z-\frac{1}{4}\right)}$$

b.) $x[n] = \delta[n]$

$X(z) = 1$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{1} = \frac{z}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(z-\frac{1}{4}\right)}$$

$$\frac{A}{\left(z-\frac{1}{2}\right)} + \frac{B}{\left(z-\frac{1}{4}\right)}$$

$$A\left(z-\frac{1}{4}\right) + B\left(z-\frac{1}{2}\right) = z$$

$A=2$ $B=-1$

$$\frac{y(z)}{z} = \frac{2}{\left(z-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{\left(z-\frac{1}{4}\right)} \Longrightarrow y(z) = 2\cdot\frac{z}{\left(z-\frac{1}{2}\right)} - \frac{z}{\left(z-\frac{1}{4}\right)}$$

Ters z alınarak

$$y(z) = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

(c) $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ $\qquad$ $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$

$x[n] = u[n]$ $\qquad$ $Y(z) = H(z) \cdot X(z)$

$X(z) = \frac{z}{z-1}$

$$Y(z) = \frac{z^2}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(z-\frac{1}{4}\right)} \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$Y(z) = \frac{z^3}{(z-1)\cdot\left(z-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(z-\frac{1}{3}\right)}$$

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{z^2}{(z-1)\cdot\left(z-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(z-\frac{1}{4}\right)} = \frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-\frac{1}{2}} + \frac{C}{z-\frac{1}{4}}$$

$A = \frac{8}{3}$ $\quad B = -2$ $\quad C = \frac{1}{3}$ $\qquad \frac{Y(z)}{z} = \frac{8}{3}\cdot\frac{1}{z-1} - 2\cdot\frac{1}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{z-\frac{1}{4}}$

$$Y(z) = \frac{8}{3}\cdot\frac{z}{z-1} - 2\cdot\frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\cdot\frac{z}{z-\frac{1}{4}}$$

$$y[n] = s[n] = \frac{8}{3}u[n] - 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot u[n]$$

$$s[n] = \left[\frac{8}{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]u[n]$$

Örn

$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3} \cdot u[n-3]$

z dön. $\quad \frac{z^{-3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

Not: $\left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n] = y[n]$ → Bunu 3 birim kaydırmak derek $\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$; z^{-3} ile çarp derek

Not

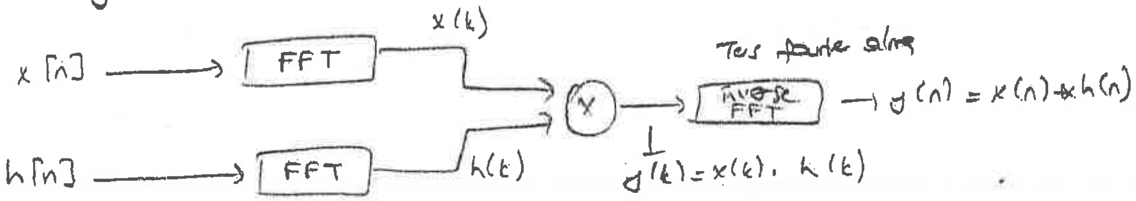
Frekans cevabı derek fourier dön. almak derek

FFT (Fast Fourier Time) (Hızlı Fourier Dönş.)

Fourier dönş. yapan bir bilgi algoritmasıdır.

Fourier " daha hızlı yapılmasını sağlar.

$$y(n) = x(n) * h(n)$$
$$y(k) = x(k) \cdot h(k)$$



ÖRN

FFt_program();
inv_fft_program();
y[n] = x[n] * h[n]

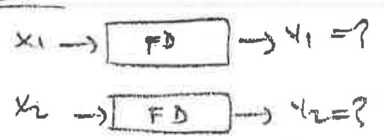
Bu iki fonksiyonu kullanarak y[n] = x[n]*h[n] elde etmek için gerekli algoritma

a = fft_program(x[n]);
b = fft_program(h[n]);
c = a×b;
d = inv_fft_program(c);

y[n] oluyor.

ÖDEV

1.)



Herhangi bir sinyalin fourier dönş.

Fourier dönş. şu şekilde hesaplanıyordu

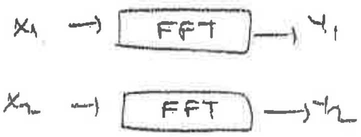
$$X(e^{jw}) = \sum x(n) \cdot e^{-jwn}$$

Bunu

$$X[k]^M = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-\frac{j2\pi}{M}k}$$

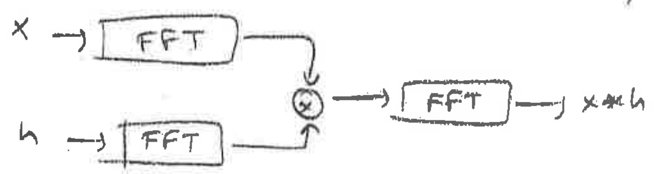
k bir indisi, hangi frekansta olduğunu gösteriyor. M kaç nokta varsa.

2)



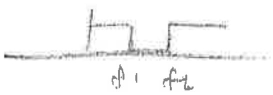
Matlab

3.)



a = ...
b = ...
c = fft(a)
d = fft(b)
e = c×d
f = ifft(e)

Alçak geçiren filtre = Bir sinyalin sadece düşük frekanslı bilgiyi geçirir.
Yüksek " " = Belirli bir frekanstan sonrasını geçirir. f_0
Band " " = İstediğimiz frekans aralığını geçirir. f_1 f_2
Band durduran " = Belirli bir frekans aralığını durdurur.



İstenmeyen sinyalleri engelle. Sadece sistemin çalışmasına ait sinyalleri geçirir.

BLOK DİYAGRAMLARI (Z DÖNÜŞÜMÜ)

Örnek

$$\left(X(z) - 3Y(z)\right) . z^{-1} - 2Y(z) = Y(z)$$

$$\left(X(z) - 3Y(z)\right) . z^{-1} = 3Y(z)$$

$$\frac{X(z) - 3Y(z)}{z} = 3Y(z)$$

$$X(z) - 3Y(z) = 3Y(z) . z$$

$$X(z) = 3Y(z) . z + 3Y(z)$$

$$X(z) = Y(z)\left[3z + 3\right]$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{3z+3} \rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{1}{z+1}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$$

Fark Denklemi

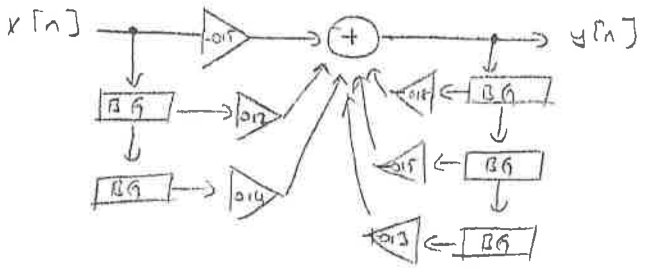
Ayrık zamanlı sinyallerde geçerli

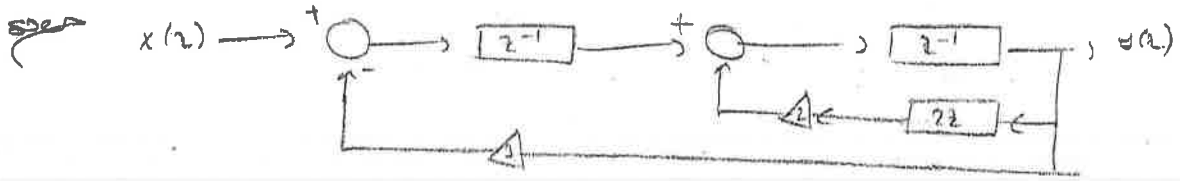
z dönüşümünü fark denklemlerini çözmek için kullanırız. Dif denklemler sürekli sinyallerde, fark denklemi ayrık sinyalde geçerlidir. Dif denklemi ayrıklaştırırsak fark denklemi olur.

Soru: Fark denklemine karşılık gelen blok diyagramı?

$$y[n] + 0{,}6\, y[n-1] + 0{,}5\, y[n-2] - 0{,}3\, y[n-3] = -0{,}5\, x[n] + 0{,}2\, x[n-1] + 0{,}4\, x[n-2]$$

birim gecikmesi → at





$$\left[\left(X(z) - 3Y(z)\right).z^{-1} + 4z.Y(z)\right] z^{-1} = Y(z)$$

$$\frac{\left[X(z).\,z^{-1} - 3Y(z).\,z^{-1} + 4zY(z)\right]}{z} = Y(z)$$

$$X(z).\,z^{-1} - 3Y(z).\,z^{-1} + 4zY(z) = z.Y(z)$$

$$\frac{X(z) - 3Y(z)}{z} + 4zY(z) = zY(z)$$

$$\frac{X(z) - 3Y(z)}{z} = -3zY(z)$$

$$X(z) - 3Y(z) = \left(-3zY(z)\right).z$$

$$X(z) - 3Y(z) = -3z^2Y(z)$$

$$X(z) = -3z^2Y(z) + 3Y(z)$$

$$X(z) =$$

$$X(z) = 3Y(z) + z.zY(z) - 4zY(z)$$

$$X(z) = Y(z)\left(z^2 - 4z + 3\right)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{z^2 - 4z + 3}$$

$\frac{1}{1-z^{-1}}$ yapıp ters z'yi alırsak birim basamak olarak bulmuş olur?

1.) $x[n] = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n+2] + n\,(3)^n\, u[-n-1]$ dizisinin z dönüşümü?

Formül: $u[n] = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$ **Formül:** $a^n \cdot u[n] = \dfrac{1}{1-a \cdot z^{-1}}$

$u[n+2] = z^2 \cdot \dfrac{1}{1-z^{-1}}$

2.) $x[n] = 2 \cdot \delta[n] - 3 \cdot \delta[n-2] + 4 \cdot \delta[n-3] \longrightarrow X(z) = 2 - 3 \cdot z^{-2} + 4 \cdot z^{-3}$

$h[n] = \delta[n] + 2 \cdot \delta[n-1] + \delta[n-2] \longrightarrow h(z) = 1 + 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}$

$y(z) = x(z) * h(z)$

Direk ilişkisi çarp

$y(z) = 2 + 4 \cdot z^{-1} - z^{-2} - 3 \cdot z^{-3} + 5 \cdot z^{-4} + 4 \cdot z^{-5}$

$y[n] = 2 \cdot \delta[n] + 4 \cdot \delta[n-1] - \delta[n-2] - 3 \cdot \delta[n-3] + 5 \cdot \delta[n-4] + 4 \cdot \delta[n-5]$

3.) $X(z) = \dfrac{z^{-1}}{(1-z^{-1}) \cdot (1+2 \cdot z^{-1})}$ ters z dönüşümü

$\dfrac{A}{1-z^{-1}} + \dfrac{B}{1+2 \cdot z^{-1}}$

$(1+2 \cdot z^{-1})$ $(1-z^{-1})$

$A(1+2 \cdot z^{-1}) + B \cdot (1-z^{-1})$

$A + 2 \cdot A \cdot z^{-1} + B - B \cdot z^{-1} = z^{-1}$

$A + \cancel{B} = 0$

$2A - \cancel{B} = 1$

$3A = 1$

$A = \frac{1}{3}$ $B = -\frac{1}{3}$

$\dfrac{\frac{1}{3}}{1-z^{-1}} + \dfrac{-\frac{1}{3}}{1+2 \cdot z^{-1}}$

$\frac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{1-z^{-1}} + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \dfrac{1}{1+(2)\, z^{-1}}$

$\frac{1}{3} \cdot u[n] + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-2)^n \cdot u[n]$

4.) $\dfrac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}$ ters z = ?

$u[n] = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$\dfrac{1}{1-z^{-1}} - \dfrac{z^{-5}}{1-z^{-1}}$

$u[n-5] = z^{-5} \cdot \dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$u[n] - u[n-5]$

5.) $x(n) = (5^n + 2) \cdot u(n)$ z dönüşümü?

$x(n) = 5^n \cdot u(n) + 2 \cdot u(n)$

$\frac{1}{1-5 \cdot z^{-1}} + 2 \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$

6.) $x(n) = \delta[n-5]$ $x(z) = ?$

$\longrightarrow z^{-M}$

z^{-5}

$a^n \cdot u[n] \to \frac{1}{1-a z^{-1}}$

7.) $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u(n+2)$ z dön.

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1/4$

$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2} \cdot u(n+2)$

$4 \cdot \frac{z^2}{1-\frac{1}{2} z^{-1}}$

NOTO 1 sn örnekleme aralığıyla ayrıklaştırmak demek aynı sinyalin aynı halini çizmek demek.

Frekans Cevabı

$h[n] = \delta[n] + 6 \cdot \delta[n-1] + 3 \cdot [n-2]$

$h[z] = 1 + 6 \cdot z^{-1} + 3 \cdot z^{-2}$

Frekans cevabı $\Rightarrow 1 + 6 \cdot e^{-1jw} + 3 e^{-2jw}$

8.) $x[n] = 2^n \cdot u[n-2]$ bu formüle benzetmek için n in yanında -2 olmalı

$a^{n-k} \cdot u(n-k) = \frac{z^{-k}}{1-a \cdot z^{-1}}$

$4 \cdot 2^{n-2} \cdot u(n-2)$ olursa benzer

$2^{-2} \to \frac{1}{4}$ oldu için bulunan 4 ile çarpmalıyız.

$4 \cdot 2^{n-2} \cdot u(n-2) = \frac{4 \cdot z^{-2}}{1-2 \cdot z^{-1}}$

9.) $H(z) = \frac{2z+1}{(z-1) \cdot (z+1)^2}$

$\frac{A}{z-1} + \frac{Bz+C}{(z+1)^2}$

$A(z+1)^2 + Bz + C(z-1) = 2z+1$

$A(z^2+2z+1) + Bz^2 - Bz + Cz - C = 2z+1$

$Az^2 + 2Az + A + Bz^2 - Bz + Cz - C = 2z+1$

$A + B = 0$

$2A - B + C = 2$

$A - C = 1$

$\cancel{A} + B = 0$

$\cancel{A} - C = 1$

$-B - C = 1$

$-\underbrace{(B+C)}_{-1} = 1$

$2A - \underbrace{B+C}_{-1} = 2$

$2A + 1 = 2$

$2A = 1$

$A = \frac{1}{2}$ $B = -\frac{1}{2}$ $C = \frac{3}{2}$

yerine koy z dönş. uyg.

$\frac{\frac{1}{2}}{z-1} + \frac{-\frac{1}{2} \cdot z + \frac{3}{2}}{(z+1)^2}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{z-1} - \left(\frac{z-2}{2}\right) \cdot \frac{1}{(z+1)^2}$

TAL