

①  $F(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor^* 3$  turing makina  
 $n = 1, 2, 3$  için durumu göster

(50 puan)

②  $L = \{a^k b^k c^k \mid k \geq 0\}$  turing makina

③  $(a, b)^*$  PDA sinisteki?

④ Chomsky  $\Rightarrow$   $S \rightarrow a x b x^*$   
 $x \rightarrow b y \mid a y \mid \epsilon$   
 $y \rightarrow x \mid c$

⑤  $L(a, b)$  NFA sinistiyordu.  
 ⑥  $L = \epsilon \cup \{0\}^* 1$

⑦ En fazla 2 karakter uzunluğunda veya sadece 2 karakterli 0 olan diziler tanyas DFA

①  $\Sigma = \{0,1\}$  alfabeti  
 $L = \{0^i 1^j \mid i \geq j\}$  minimum DFA'ya

② max uzunluğu 2 veya 3'ten daha fazla karakteri 0 olan NFA'lar

③  $a^n b^n c^n$   $n \geq 0$  tanımlayan

④  $\Sigma = \{a,b\}$  olan

$\Sigma^* (0,1)^*$  olan bir b'leri fazla olmayacak şekilde a gelecek

$Q_2 = \{b, bb\}$  yani b'lerin fazla olacak ve eşit bu gerçekleştirilen PDA

⑤  $S \Rightarrow a^i b^j$

⑥  $X \rightarrow b^i | a^j | \lambda$

⑦  $Y \rightarrow X | c$

change const

$F(n) = \lfloor n/2 \rfloor \times 3$  işlevi Turing makinesi için  
 Telle



Adı Soyadı:

No:

Sınav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevaplanacaktır.

BİÇİMSEL DİLLER VE OTOMATA TEORİSİ  
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

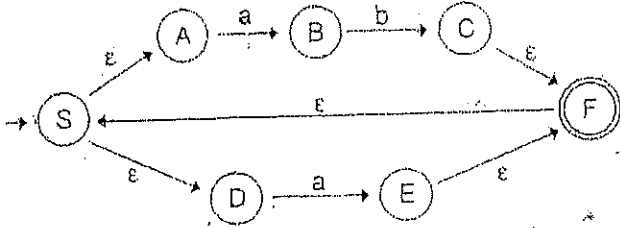
1	2	3	4	5	Toplam

## SORULAR

1. (20p) Aşağıdaki grameri dikkate alarak;
- Gramerin türü nedir?
  - Gramerdeki sözdizim değişkenlerini yazınız.
  - Gramerin alfabesini yazınız.
  - Gramerde kaç tane kural vardır?
  - Bu gramer tarafından tanınan ve tanınmayan en az 8 karakterli birer dizi veriniz.

$X \rightarrow X+X \mid X-X \mid X^*X \mid BE \mid ADD \mid b \mid c+$   
 $A \rightarrow GG \mid CB \mid 1Ba \mid bAa \mid GO1 \mid \lambda$   
 $B \rightarrow G \mid cE \mid 2Db \mid (B) \mid DDD$   
 $C \rightarrow DaD \mid 11 \mid ba \mid \varepsilon$   
 $D \rightarrow EC \mid b2 \mid 1 \mid 101$   
 $E \rightarrow 3a \mid DAC \mid \lambda$   
 $G \rightarrow 11 \mid EDC \mid BX$

2. (30p) a)  $\Sigma=\{0,1\}$  için en az bir tane 1 ve en az bir tane 0 içeren dizileri tanıyan bir DFA'yı açıklayarak çiziniz.  
 b)  $\Sigma=\{0,1\}$  için tek sayıda 1 içeren dizileri tanıyan dil için bir regüler ifadeyi açıklayarak yazınız.  
 c) Aşağıdaki NFA'ya karşılık gelen DFA'yı açıklayarak çiziniz.



3. Aşağıdaki bağlamdan bağımsız dilbilgisi için;
- (15p) Yararsız simge, değişken ve kurallardan arındırarak denk bir dilbilgisi oluşturunuz?
  - (10p) Bu dili bir düzgün deyim ile gösteriniz?

$G = \langle VN, VT, P, S \rangle$   
 $VN = \{S, A, B, C, D, E, F, G\}$   
 $VT = \{a, b, c, d, e\}$   
 $P: S \rightarrow dA \mid BD$   
 $A \rightarrow dA \mid dAB \mid dD$   
 $B \rightarrow eB \mid cC \mid BF$   
 $C \rightarrow Bc \mid dAC \mid E$   
 $D \rightarrow aD \mid aF \mid a$   
 $E \rightarrow dB \mid aC$   
 $F \rightarrow dF \mid dG \mid b$   
 $G \rightarrow eC \mid aE$

4. Aşağıdaki dil için;  $L = \{(ab)^n(bc)^m, n \geq 1, m \geq 1\}$
- (5p) Bu dilin türü nedir?
  - (10p) Bu dili türeten bir dilbilgisi yazınız?
5. (10p) Aşağıda tanımlanan dilbilgisinin türettiği dilin doğru ve eksiksiz tanımını bir düzgün deyim, bir küme tanımı veya sözel ifade olarak veriniz?

$S \rightarrow aAd$   
 $A \rightarrow aAd \mid B$   
 $B \rightarrow bBc \mid bc$

Başarılar Dileriz.  
Doç.Dr. A. Bedri ÖZER  
Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE

## CEVAPLAR





Adı Soyadı:

No:

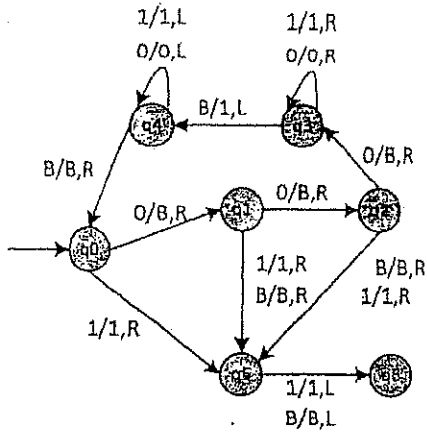
BİÇİMSEL DİLLER VE OTOMATA TEORİSİ  
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Sınav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevaplanacaktır.

1	2	3	4	5	6	Toplam

## SORULAR

1. (25p) Verilen  $n$  değerine göre ( $n \geq 1$ ),  $f(n)$  fonksiyonun değerini hesaplayan bir Turing Makine'nin geçiş çizeneği verilmiştir. Bu TM'nin ne iş yaptığını TEK BİR CÜMLE ile belirtiniz?



2. (10p) PDA ve TM için Anlık Tanımları (ID) yazınız?

3. (15p)  $L = \{x^i y^j z^k t^l \mid 1 \leq i \leq j \leq 2i, 1 \leq k \leq 2l\}$  kümesinde verilen bağlamdan bağımsız (Context free grammar) dili türeten bir dilbilgisi tasarlayınız?
4. (10p) Aşağıdaki regüler ifade için min DFA diyagramını elde ediniz.  
 $((a+b).(a+b))^*$
5. (15p) Aşağıdaki gramere karşılık gelen yalınlaştırılmış en sade Chomsky normal biçimini açıklayarak elde ediniz.  
 $S \rightarrow aTb \mid bS \mid b$   
 $T \rightarrow aTb \mid bST \mid c$   
 $U \rightarrow TS \mid bTUT$
6. (25p)  $f(x,y)=x-y$  fonksiyonunu gerçekleştiren Turing makineyi aşamalarıyla açıklayarak çiziniz.

Başarılar Dileriz.

Doç.Dr. A. Bedri ÖZER

Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE

## CEVAPLAR





Adı Soyadı:

No:

BİÇİMSEL DİLLER VE OTOMATA TEORİSİ  
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Sınav süresi 75 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınava terk etmeyiniz.

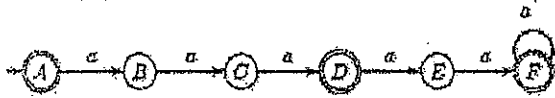
4. ve 5. sorulardan sadece birisi cevaplanacaktır.

1	2	3	4	5	Toplam

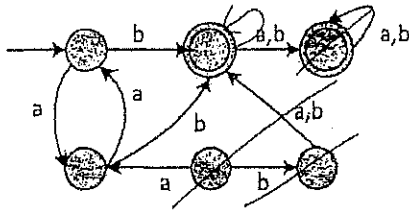
## SORULAR

1. (25p) Aşağıdaki grameri dikkate alarak;
- Gramerin türü nedir?
  - Gramerdeki sözdizim değişkenlerini yazınız.
  - Gramerin alfabetini yazınız.
  - Gramerde kaç tane kural vardır?
  - Bu gramer tarafından tanınan ve tanınmayan en az 8 karakterli birer dizi veriniz.
  - caba11+a dizisinin gramer tarafından tanınıp tanınmayacağını belirtiniz.
- $S \rightarrow S+S \mid S^*S \mid AB \mid BCB \mid a$   
 $A \rightarrow BB \mid aBa \mid bDb \mid E1 \mid \lambda$   
 $B \rightarrow C \mid cE \mid 2Db \mid (B) \mid DDD$   
 $C \rightarrow DaD \mid 11 \mid ba \mid e$   
 $D \rightarrow EC \mid a3 \mid 1$   
 $E \rightarrow a \mid DAC \mid \lambda$

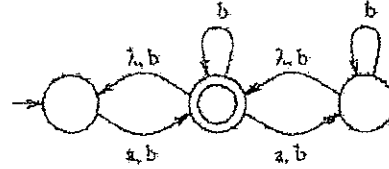
2. (30p) a)  $L = \{0^k : k \geq 1, k \neq 5\}$  dili, regüler ise buna karşılık gelen bir DFA çiziniz.
- b) Alfabeti  $\{a, b, c\}$  olan  $L$  dili eğer  $a$  içeriyorsa  $a$ 'ların sayısı çift olmalıdır. Bu dile karşılık gelen regüler ifadeyi açıklayarak veriniz.
- c) Aşağıdaki DFA'ya karşılık gelen dili veriniz.



3. (25p) a) Aşağıdaki sonlu otomatanın NFA veya DFA olup olmadığını belirterek, bu sonlu otomataya karşılık gelen minimum DFA'yı elde ediniz.



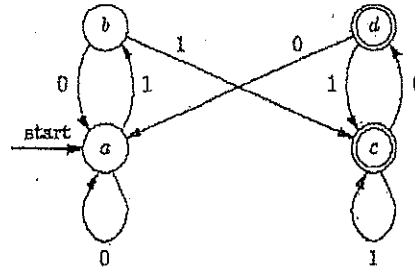
- b) Aşağıdaki sonlu otomatanın NFA veya DFA olup olmadığını belirterek, bu sonlu otomataya karşılık gelen minimum DFA'yı elde ediniz.



4. (Seçmeli)(20p) Chomsky normal biçiminin ne olduğunu açıklayınız. Aşağıda verilen Context Free Grammer'i Chomsky normal biçime dönüştürünüz. Yaptığınız işlemleri adım adım gösteriniz.

$S \rightarrow OAB$   
 $A \rightarrow OD \mid 1AD \mid \lambda$   
 $B \rightarrow 0$   
 $D \rightarrow 1$

5. (Seçmeli)(20p) Aşağıdaki sonlu otomataya karşılık gelen algoritmayı veya program kodunu veriniz.



Başarılar Dilerim.  
Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE

## CEVAPLAR

# HILAL otomata GÖLEN Soru ve Cevapları

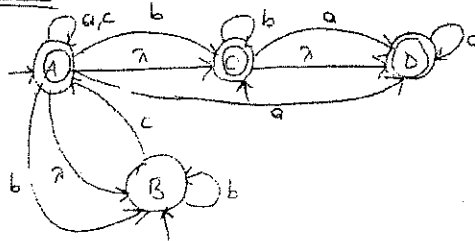


AVRUPA BİRLİĞİNDE  
CİNSİYET EŞİTLİĞİ ve  
ÜLKEMİZE YANSIMALARI  
SEMINAR ON GENDER EQUALITY  
IN EUROPEAN UNION and  
REFLECTIONS IN TURKEY

26 - 27 Mayıs 2005  
26 - 27 Mayıs 2005  
Akçur Hotel, Etiler - Türkiye

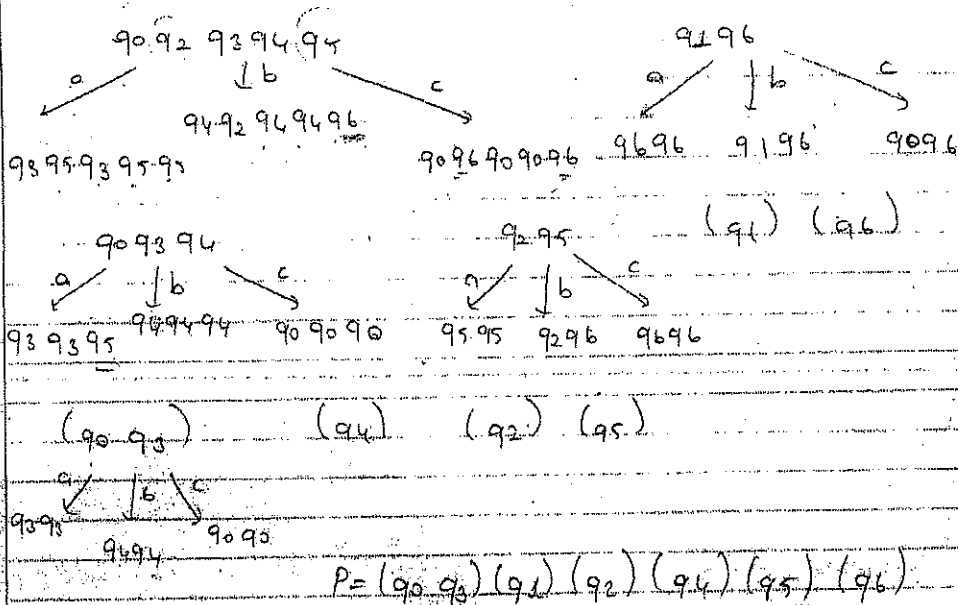
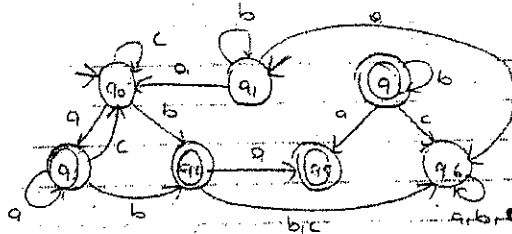
## BÖLÜM 1

S.1.6



	a	b	c
→ A	AD	BC	A
→ B	-	B	A
C	D	C	-
D	D	-	-

	a	b	c
$q_0 \rightarrow A$	AD	BC	A
$q_1 \rightarrow B$	-	B	A
$q_2 \rightarrow C$	D	C	-
$q_3 \rightarrow AD$	AD	BC	A
$q_4 \rightarrow BC$	D	BC	A
$q_5 \rightarrow D$	D	-	-
$q_6$	-	-	-





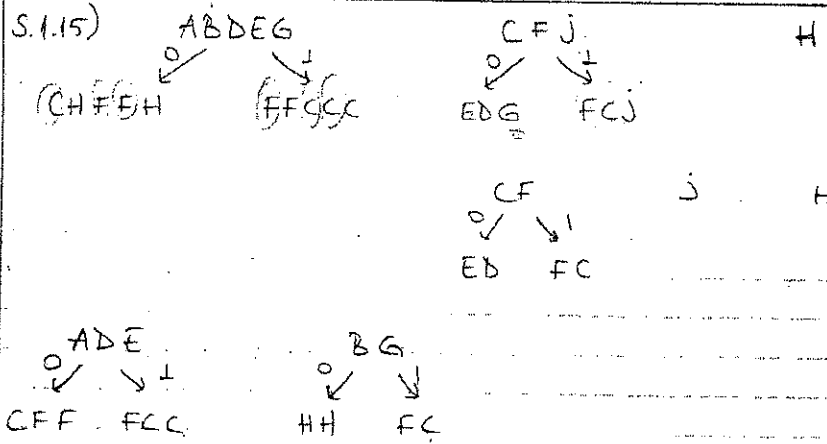
8.1.10)

	0	1
A	G	F
B	D	E
C	A	G
D	C	H
E	B	D
F	G	B
G	D	C
H	C	D

ACDG  
 0/1  
 GACD EGHC

BEFH  
 0/1  
 DBGCEDBD

AD CG BF EH  
 0/1 0/1 0/1 0/1  
 GC FH AD GC DG



$$P = (ADE), (BG), (CF), (H), (J)$$

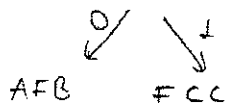
$$S_0 \quad S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4$$

	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$
$S_0$	$S_2, 1$	$S_2, 0$
$S_1$	$S_3, 1$	$S_2, 0$
$S_2$	$S_0, 0$	$S_2, 1$
$S_3$	$S_0, 0$	$S_4, 0$
$S_4$	$S_1, 0$	$S_4, 1$

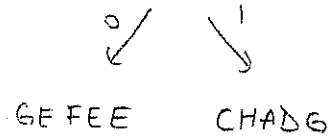
HILAL

1.17)

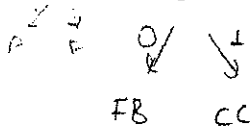
(ABF)



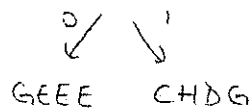
CDEGH



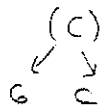
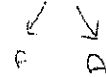
(A) (BF)



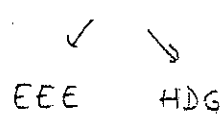
(CDGH)



(E)

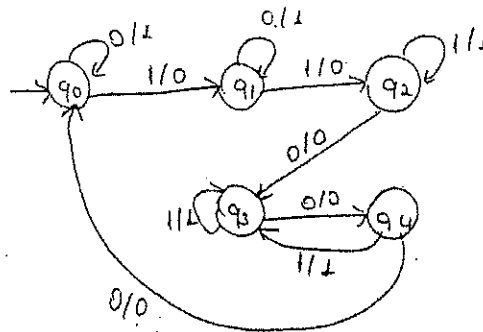


(DGH)



(A) (BF) (C) (DGH) (E)  
q<sub>0</sub> q<sub>1</sub> q<sub>2</sub> q<sub>3</sub> q<sub>4</sub>

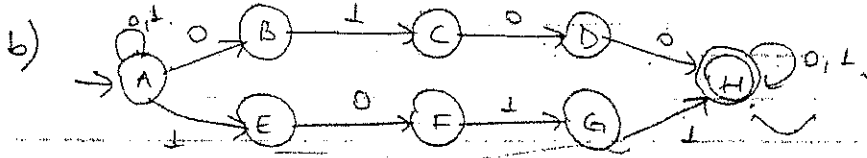
	x=0	x=1
q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub> , 1	q <sub>1</sub> , 0
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub> , 0	q <sub>2</sub> , 0
q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub> , 0	q <sub>2</sub> , 1
q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub> , 0	q <sub>3</sub> , 1
q <sub>4</sub>	q <sub>1</sub> , 0	q <sub>3</sub> , 1



( 0110101001 dizisinin sonucu,  
indirgen memif isini F  
indirgen memif isini q<sub>1</sub> ✓ )

## BÖLÜM 2

2.2.7 a)  $(0+1)^*$ ,  $(0100 + 1011)(0+1)^*$

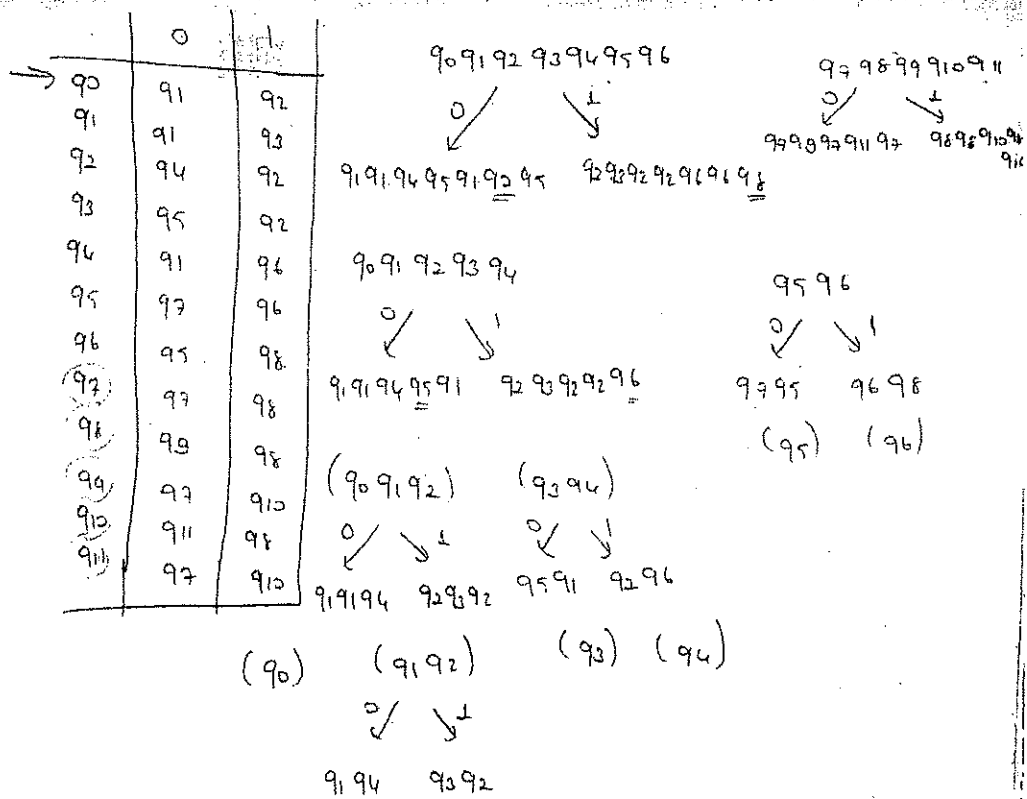


c)

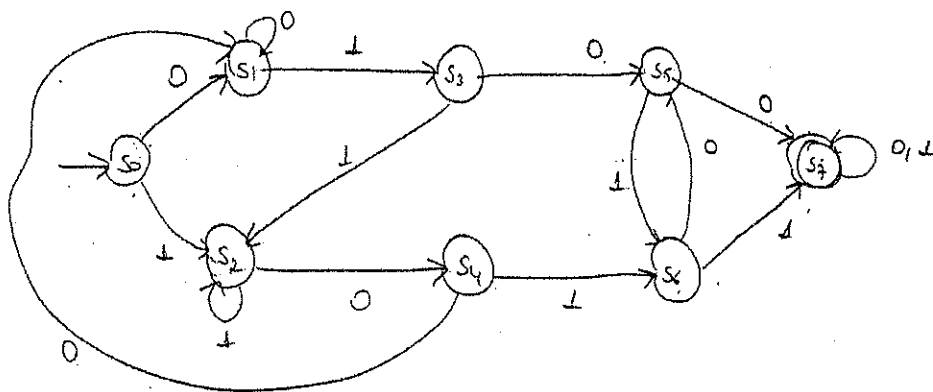
	0	1
A	AB	AE
B	-	C
C	D	-
D	H	-
E	F	-
F	-	G
G	-	H
H	H	H

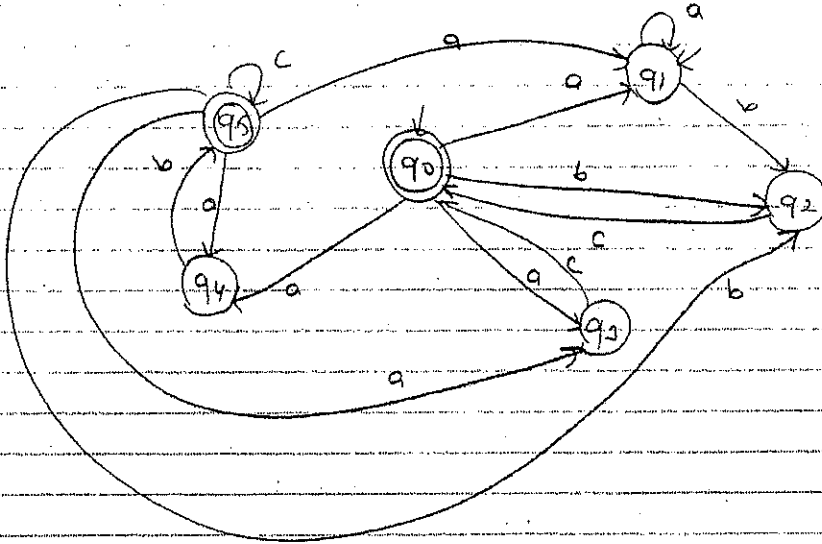
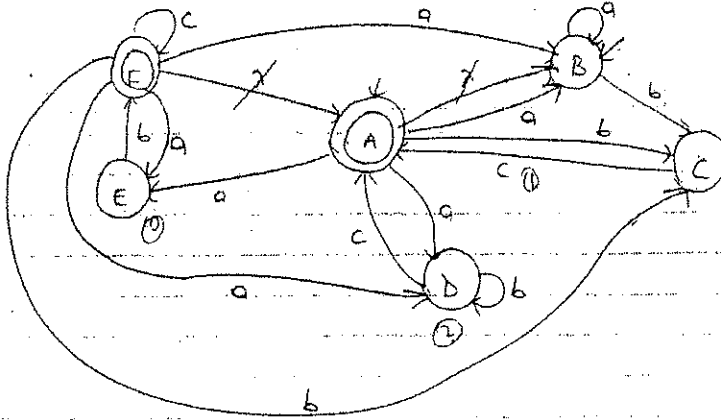
	0	1
$q_0 \rightarrow A$	AB	AE
$q_1 AB$	AB	ACE
$q_2 AE$	ABF	AE
$q_3 ACE$	ABDE	AE
$q_4 ABF$	AB	ACEG
$q_5 ABDF$	ABH	ACEG
$q_6 ACEG$	ABDE	AEH
$q_7 \underline{ABH}$	ABH	AEH
$q_8 \underline{AEH}$	ABFH	AEH
$q_9 \underline{ABFH}$	ABH	ACEGH
$q_{10} \underline{ACEGH}$	ABDEH	AEH
$q_{11} \underline{ABDEH}$	ABH	ACEGH



$\lambda = (q_0) (q_1) (q_2) (q_3) (q_4) (q_5) (q_6) (q_7 \ q_8 \ q_9 \ q_{10} \ q_{11})$

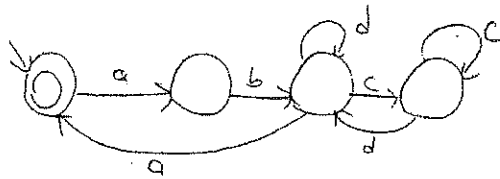


3.2.9)  $(a^*bc + ab^*c + abc^*)^*$



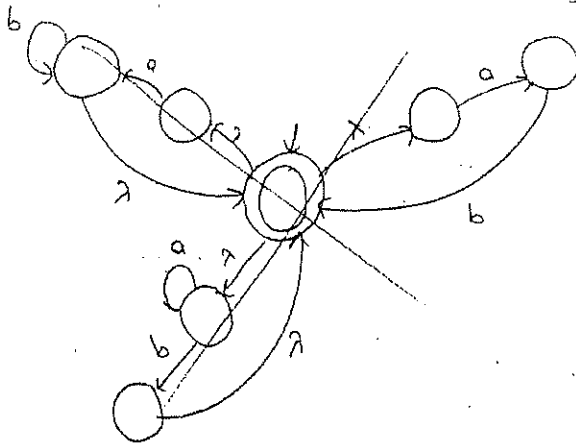
S2.10.

a)  $L = (ab(c^*d)^* \cdot a)^*$



b)  $L = (ab)^* + (oba^*)^* + (oba^*b)^*$

→  $abab$  vor

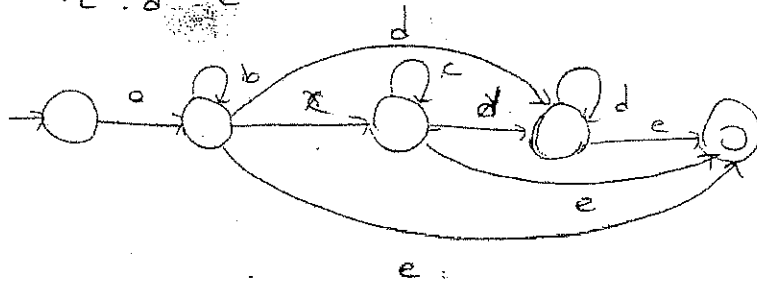


?

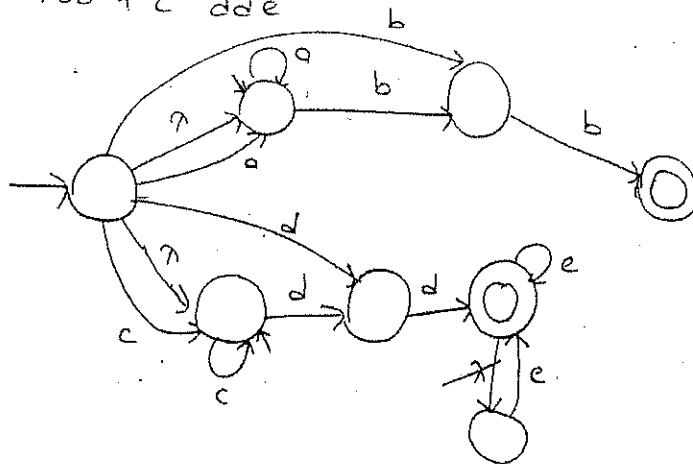




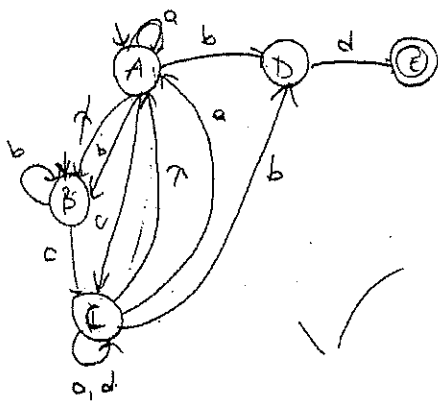
2.17)  $a.b^*.c^*.d^*.e$



2.18)  $a^*.bb + c^*dde^*$

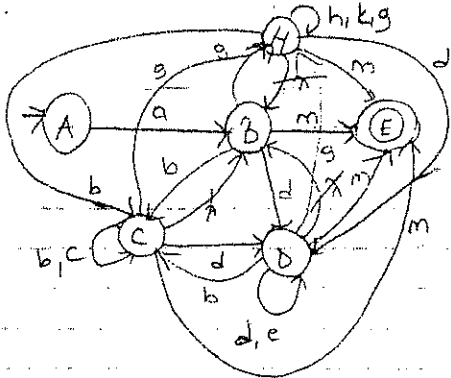


19)  $[a + b^*.c.(a+d)^*]^*.b.d$

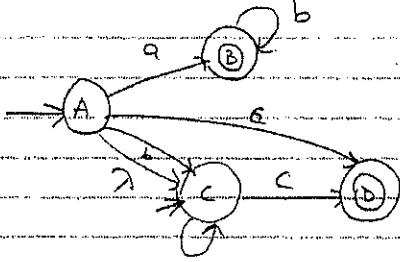


	a	b	c	d
A	A	BD	C	-
B	-	B	C	-
C	AC	D	-	C
D	-	-	-	E
E	-	-	-	-

S.2.20)  $a((bc^* + d.e^*)^* + g(h+k)^*)^*.m$

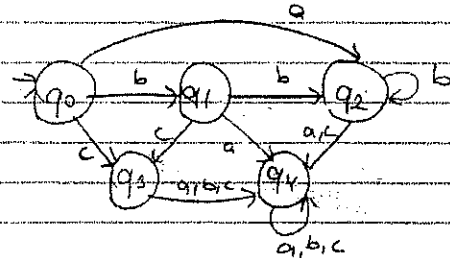


S.2.21)  $a.b^* + b^*.c$

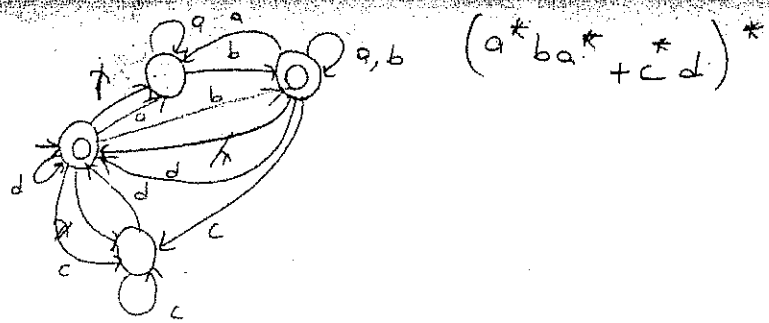


	a	b	c
→ A	B	C	D
B	-	B	-
→ C	-	C	D
D	-	-	-

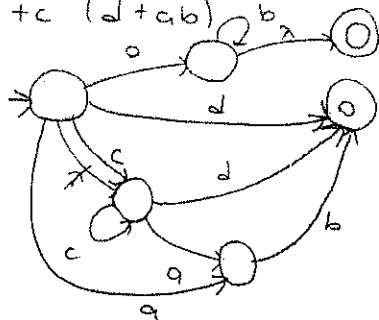
	a	b	c
→ A <sub>q0</sub>	B	C	D
→ C <sub>q1</sub>	-	C	D
B <sub>q2</sub>	-	B	-
D <sub>q3</sub>	-	-	-
- <sub>q4</sub>	-	-	-



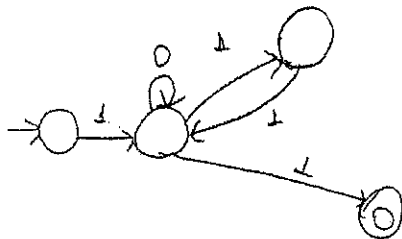
S.2.23)



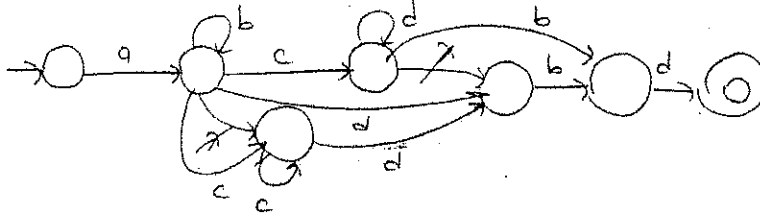
25)  $ab^* + c^*(d+ab)$



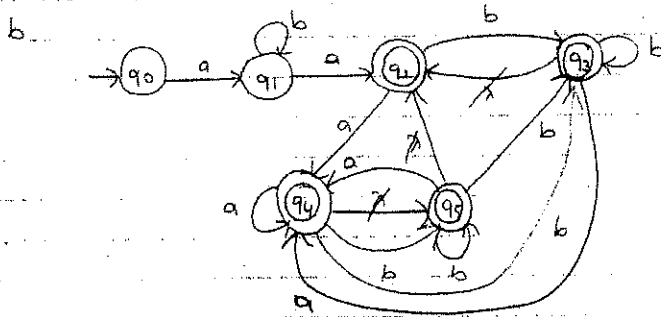
5)  $10^*(11)^*0^*1$



S.2.27)

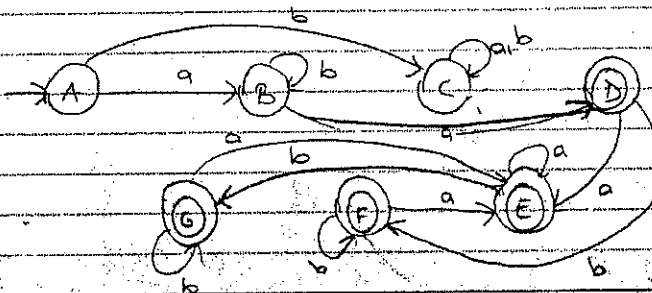


S.2.28)  $a \cdot a \cdot b^* \cdot a \cdot (a \cdot a^* \cdot b + b \cdot b^*)^*$



	a	b
$\rightarrow q_0$	$q_1$	-
$q_1$	$q_2$	$q_1$
$q_2$	$q_4$	$q_3$
$q_3$	-	$q_3$
$q_4$	$q_4$	$q_3, q_5$
$q_5$	$q_4$	$q_3, q_5$

	a	b
A $\rightarrow q_0$	$q_1$	-
B $q_1$	$q_2$	$q_1$
C -	-	-
D $q_2$	$q_4$	$q_3$
E $q_4$	$q_4$	$q_3, q_5$
F $q_3$	$q_4$	$q_3$
G $q_3, q_5$	$q_4$	$q_3, q_5$



d. E ve G  
denktir

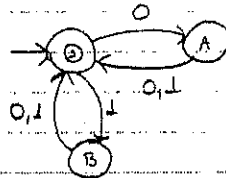
BÖLÜM 3

S.3.10) a.  $S \Rightarrow aAb$   
 $A \Rightarrow aAb \mid a \mid b \mid \lambda$

b.  $S \Rightarrow aaAbbbb$   
 $A \Rightarrow aAb \mid ab \mid \lambda$

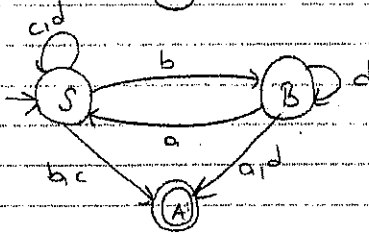
c.  $S \Rightarrow AB$   
 $A \Rightarrow 0A0 \mid 1A1 \mid \lambda$   
 $B \Rightarrow 0B0 \mid 1B1 \mid \lambda$

S.3.11) a.



P:  $S \Rightarrow 00S \mid 01S \mid 10S \mid 11S \mid \lambda$

S.3.16)



$$S = \lambda + S(c+d) + B a$$

$$B = S b + b B$$

$$A = S(b+c) + B(a+d)$$

$$B = S b b^*$$

$$S = S(c+d) + a S b b^*$$

$$S = (c+d + a b b^*)^*$$

$$B = (c+d + a b b^*)^* b b^*$$

$$A = S(b+c) + B(a+d)$$

$$A = S(b+c) + S b b^* (a+d)$$

$$= S[(b+c) + b b^* (a+d)]$$

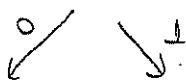
$$= (c+d + a b b^*)^* [(b+c) + b b^* (a+d)]$$

S.3.17)

	0	1
→ S	SA	S
A	B	B
B	C	-
C	C	C

	0	1
q <sub>0</sub> → S	SA	S
q <sub>1</sub> SA	SAB	SB
q <sub>2</sub> SAB	SABC	SB
q <sub>3</sub> -SB	SAC	S
q <sub>4</sub> SAC	SABC	SBC
q <sub>5</sub> SBC	SABC	SBC
q <sub>6</sub> SBC	SAC	SC
q <sub>7</sub> SC	SAC	SC

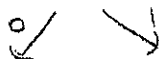
q<sub>0</sub> q<sub>1</sub> q<sub>2</sub> q<sub>3</sub>



q<sub>2</sub> q<sub>4</sub> q<sub>5</sub>

q<sub>0</sub> q<sub>3</sub> q<sub>5</sub> q<sub>0</sub>

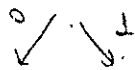
q<sub>4</sub> q<sub>5</sub> q<sub>6</sub> q<sub>7</sub>



q<sub>4</sub> q<sub>5</sub> q<sub>5</sub> q<sub>4</sub>

q<sub>6</sub> q<sub>6</sub> q<sub>7</sub> q<sub>7</sub>

q<sub>0</sub> q<sub>1</sub>



2

q<sub>0</sub> q<sub>3</sub>

q<sub>2</sub> q<sub>3</sub>

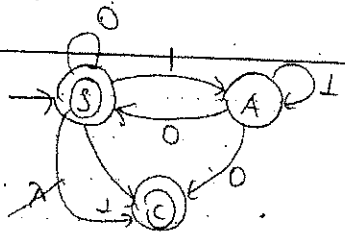


q<sub>4</sub> q<sub>5</sub>

q<sub>3</sub> q<sub>6</sub>

$$P = (q_0)(q_1)(q_2)(q_3)(q_4 q_5 q_6 q_7)$$

S.3.18)



$$S = \lambda + S0 + A0$$

$$A = S1 + A1$$

$$C = A0 + S1$$

$$A = S1 + A1$$

$$A = S11^*$$

$$S = \lambda + S0 + A0$$

$$= \lambda + S0 + S11^*0$$

$$= \lambda + S(0 + 11^*0)$$

$$S = (0 + 11^*)^*$$

2. final state olduğundan durum  
denklemleri:  $S + C$

$$S + C = S + A0 + S1$$

$$= S + S11^*0 + S1$$

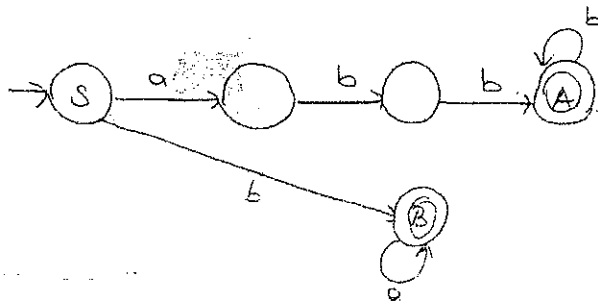
$$= S(\lambda + 11^*0 + 1)$$

$$= (0 + 11^*)^* (\lambda + 11^*0 + 1)$$

S.3.28)

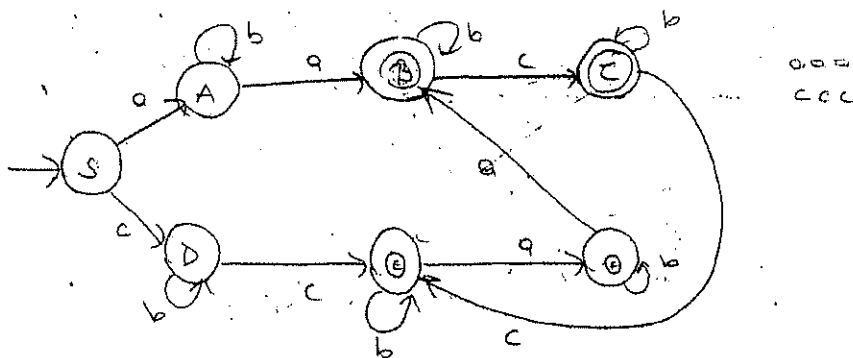


8.3.29)



c)  $abbb^* + ba^*$

8.3.30)  $aa \rightarrow b+c$   $cc \rightarrow a+b$

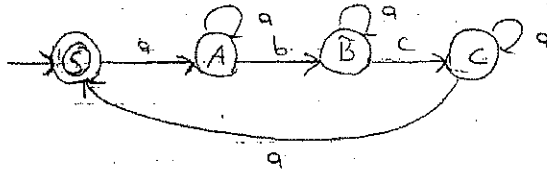


P:  $S \Rightarrow aA \mid cD$

$A \Rightarrow aB \mid bA \mid a$

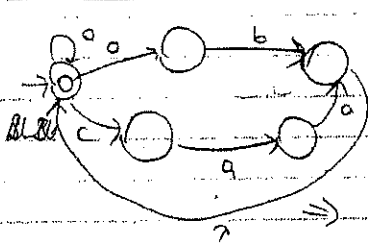


8.3.21)  $a \vdash b \quad c \rightarrow aa$



P:  $S \Rightarrow \lambda \mid aA \mid a$   
 $A \Rightarrow aA \mid bB \mid a$   
 $B \Rightarrow cC \mid aB$   
 $C \Rightarrow aC \mid aS$

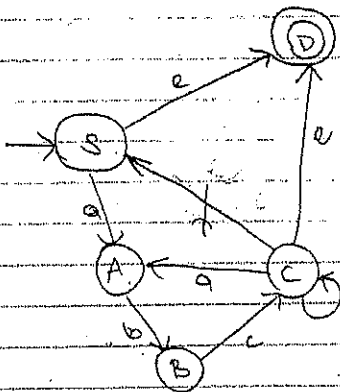
$S = \lambda + Ca$   
 $A = Sa + Aa$   
 $B = Ab + Ba$   
 $C = cB + aC$   
 $C = cBa^*$   
 $A = Ca + Aa$   
 $A = Ca + Ca + Ca + \dots$



$S = Ca + \dots + Ca^*$   
 $S = cBa^*$   
 $= c(Aba^* + a^*)$   
 $= c(Baa^* + ba^* + a^*)$   
 $= (c + cba^* + caa^*)^*$

$a^* (ab(ab^*) + caa(caa)^*)^*$

8.3.22)  $(ab.cd^*)^* e$



$S \Rightarrow \lambda \mid eA$   
 $A \Rightarrow abcA \mid abcB$   
 $B \Rightarrow e$

3.33) 3 tone 1 1

101

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \langle S, A, B \rangle$$

$$V_T = \langle 0, 1 \rangle$$

$$P: S \Rightarrow 1A1 / 01A10$$

$$A \Rightarrow 0B0$$

$$B \Rightarrow 101 / 11A$$

1A1

1

10B01

1

101

0  $\Rightarrow$  alınca (2 tone 1 olur)

10B01

1

101B001

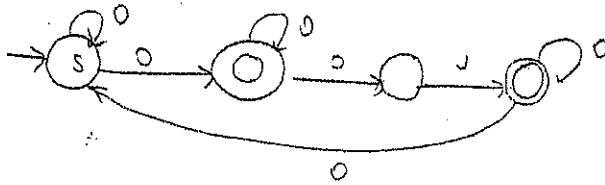
$\Rightarrow$  0'ların sayısı eşit oldu ama soruda böyle bir port yok. Bu port olmadı.

$$P: S \Rightarrow A1B1B1A$$

$$A \Rightarrow A01$$

$$B \Rightarrow B010$$

4) Her 1'den önce 00, en az 1 ve sonunda



$$P: S \Rightarrow 0A1001S$$

$$A \Rightarrow 0A1001A1$$

$$0010010010$$

0A

001

00

3.3.35)  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \Rightarrow 1$ 'le başlamos.  
0100010

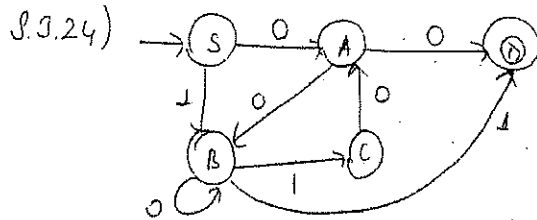
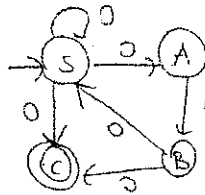
P:  $S \Rightarrow 0S \mid 010S \mid 010 \mid 0$

Tür-3

$S \Rightarrow 0S \mid 0A \mid 0$

$A \Rightarrow 1B$

$B \Rightarrow 0S \mid 0$



$S = \lambda$

$A = S0 + C0$

$B = B0 + S1 + A0$

$C = B1$

$D = A0 + B1$

$$B = B0 + 1 + S00 + B10$$

$$B = B0 + 1 + 00 + B10$$

$$B = (1+00) + B(0+10)$$

$$B = (1+00)(0+10)^*$$

$$D = S00 + C00 + B1$$

$$= 00 + B100 + B1$$

$$= 00 + B(100+1)$$

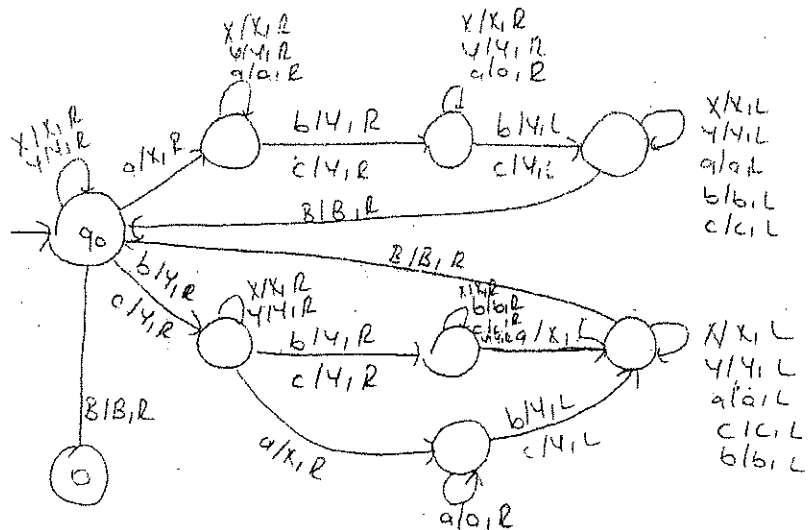
$$= 00 + (1+00)(0+11)^* (100+1)$$

$$R = Q + R.P$$

$$R = Q.P^*$$

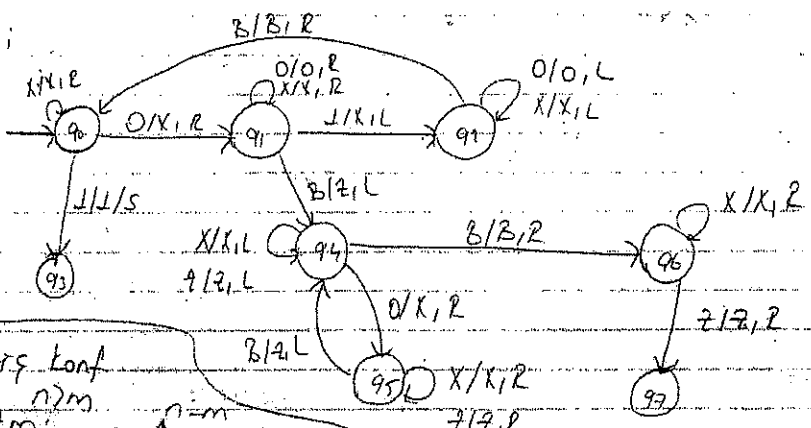
# BÖLÜM 6

1)

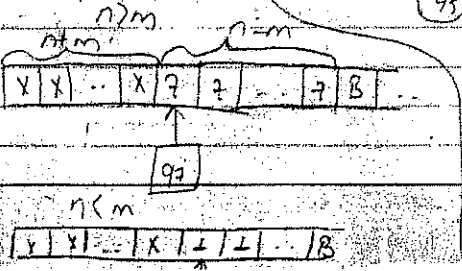


?  
10-ml

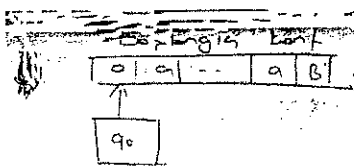
2)  $\delta_i$



Bitiş Konf



$\Sigma = \{0, 1\}$   
 $\Gamma = \{X, \square, \perp, B\}$   
 $\delta = \{q_0\}$   
 $F = \emptyset$   
 $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{18}, q_{19}, q_{20}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{24}, q_{25}, q_{26}, q_{27}, q_{28}, q_{29}, q_{30}, q_{31}, q_{32}, q_{33}, q_{34}, q_{35}, q_{36}, q_{37}, q_{38}, q_{39}, q_{40}, q_{41}, q_{42}, q_{43}, q_{44}, q_{45}, q_{46}, q_{47}, q_{48}, q_{49}, q_{50}, q_{51}, q_{52}, q_{53}, q_{54}, q_{55}, q_{56}, q_{57}, q_{58}, q_{59}, q_{60}, q_{61}, q_{62}, q_{63}, q_{64}, q_{65}, q_{66}, q_{67}, q_{68}, q_{69}, q_{70}, q_{71}, q_{72}, q_{73}, q_{74}, q_{75}, q_{76}, q_{77}, q_{78}, q_{79}, q_{80}, q_{81}, q_{82}, q_{83}, q_{84}, q_{85}, q_{86}, q_{87}, q_{88}, q_{89}, q_{90}, q_{91}, q_{92}, q_{93}, q_{94}, q_{95}, q_{96}, q_{97}, q_{98}, q_{99}\}$



Gelişme mantığı:

Bölme işi: 2a silinir 1 lene X yazılır

Çarpma işi: 1 lene X silinir. 3 lene Y yazılır

$$\Sigma = \{0\}$$

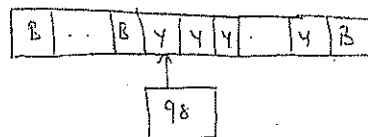
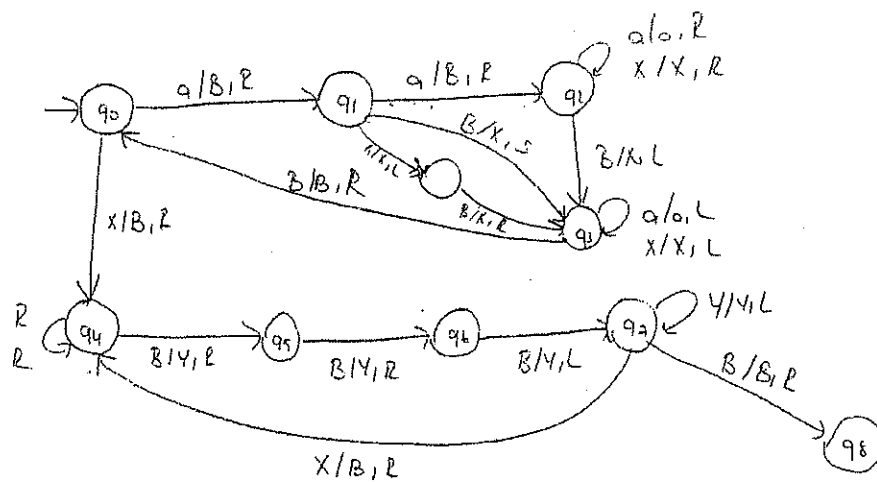
$$\Gamma = \{X, Y, B, 0\}$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$$

$$S = \{q_0\}$$

$$F = \emptyset$$

$$n \times \frac{3}{2}$$



$$2 \frac{3}{2} = 3$$

$$3 \frac{3}{2} = 4,5$$

a

B X

B Y Y Y

↑

q<sub>8</sub>

# a a

B B X

B Y Y Y

↑

q<sub>8</sub>

# a a a

B B a X

B X

X X

B

B X Y Y Y

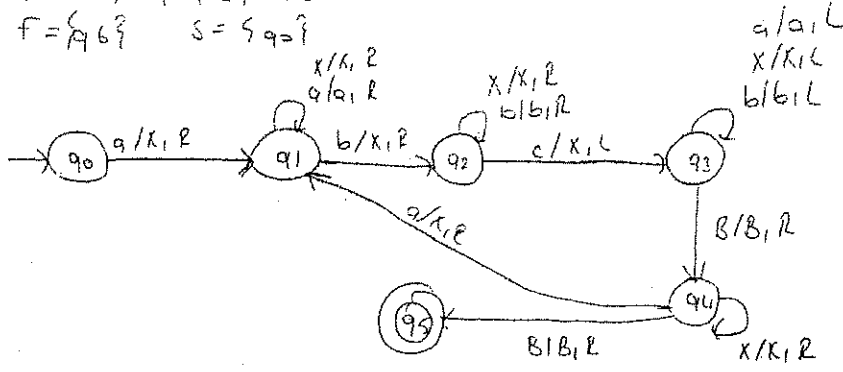
B Y Y Y Y Y

↑

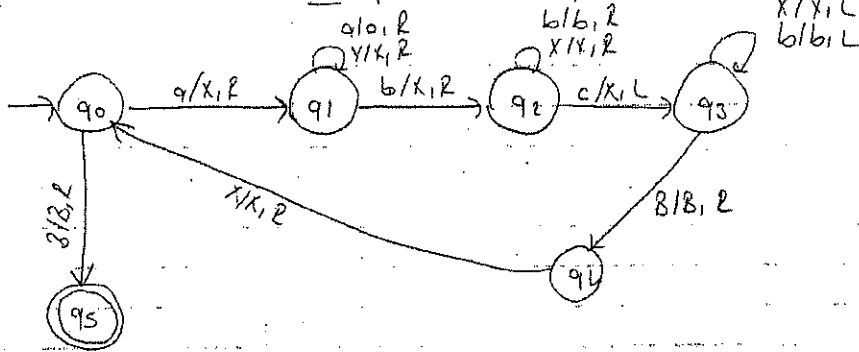
q<sub>8</sub>

5)  $L = \{a^i b^j c^k \mid i \geq j \geq k\}$   
 $\Theta = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$   
 $\Sigma = \{a, b, c\}$   
 $\Gamma = \{a, b, c, X, B\}$   
 $F = \{q_5\} \quad S = \{q_0\}$

~~HILAL~~

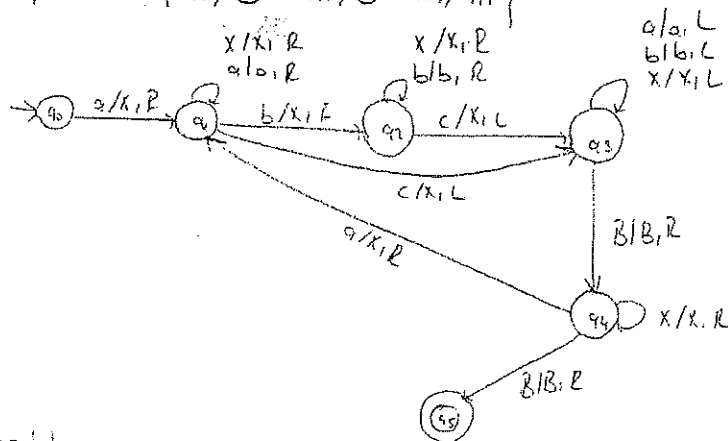


$L = \{a^i b^j c^k \mid i \geq j \geq k\}$  olduğu için



$i \geq 0$  durumunda baş diziyide tanıması gerek!

$$3) L = \{a^n b^m c^n \mid n > 0, m > 0, n \geq m\}$$



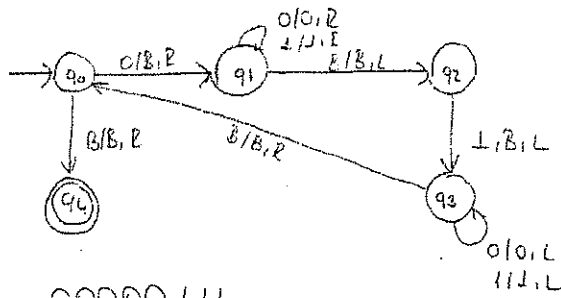
$a^n b^m c^n$   
 $a a a x b c c c$   
 $x a a a x x x c$   
 $x x x a x x x x$   
 $x x x x x x x x x x$

$a b b c$   
 $x x b x$   
 $x x b$

$\delta:$

	a	b	c	x	B
$q_0$	$(q_1, a, R)$	-	-	-	-
$q_1$	$(q_1, a, R)$	$(q_2, x, R)$	$(q_3, x, L)$	$(q_1, x, R)$	-
$q_2$	-	$(q_2, x, R)$	$(q_3, x, L)$	$(q_2, x, R)$	-
$q_3$	$(q_3, a, L)$	$(q_3, b, L)$	-	$(q_3, x, L)$	$(q_4, B, R)$
$q_4$	$(q_1, a, R)$	-	-	$(q_4, x, R)$	$(q_5, B, R)$
$q_5$	-	-	-	-	-

12)



0101 → bina  
B10B

00000111  
B0000111 →  
B

0011  
B011 → bina  
01B

001110  
B01110 → bina

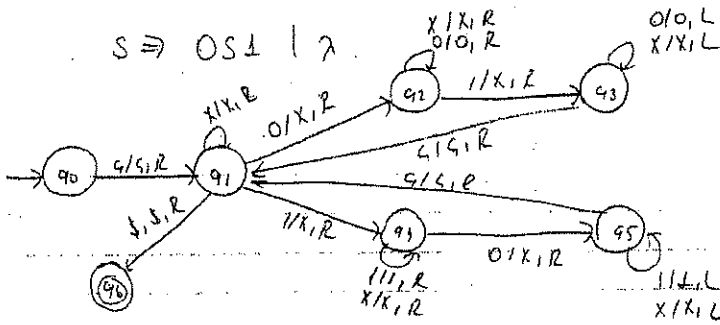
$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$  olan dili bina.

$M = \{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F\}$

Context free dir

$S \Rightarrow OS1 \mid \lambda$

13)



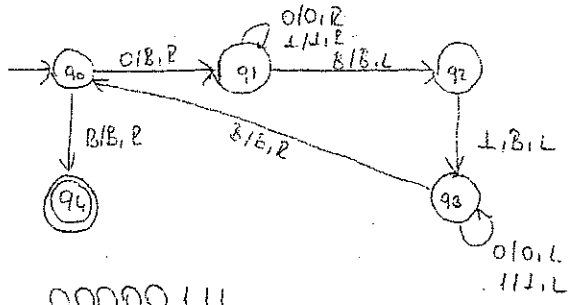
çözü

0,1 alfabeinde eni sayida 0 ve 1 iseren diziler kütlesini deniya T.M.

15)  $L = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$



12)



0101 → doğru  
1101

00000111  
10000111 →

0011  
1011 → bir  
011

001110  
101110 → doğru

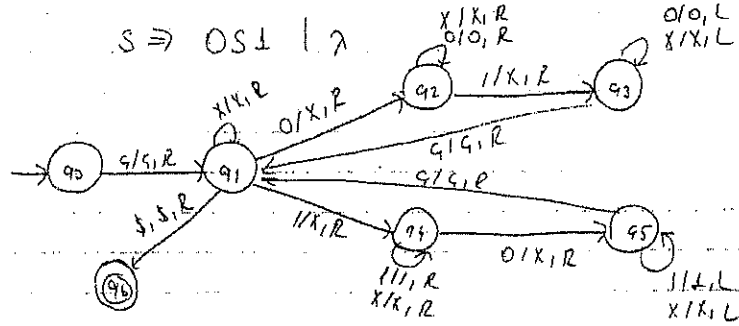
$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$  olan dili tanımlar.

$M = \{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F\}$

Context free 'dir

$S \Rightarrow 0S1 \mid \lambda$

13)

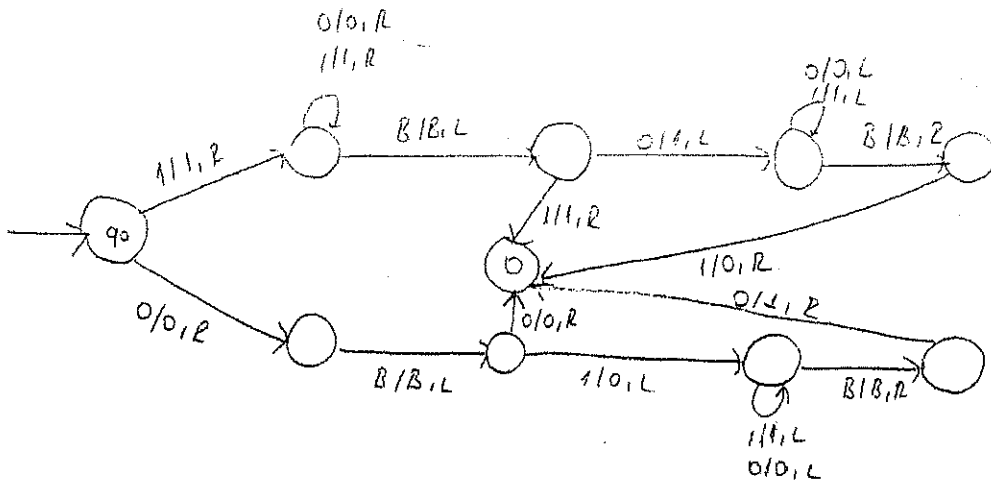


doğru

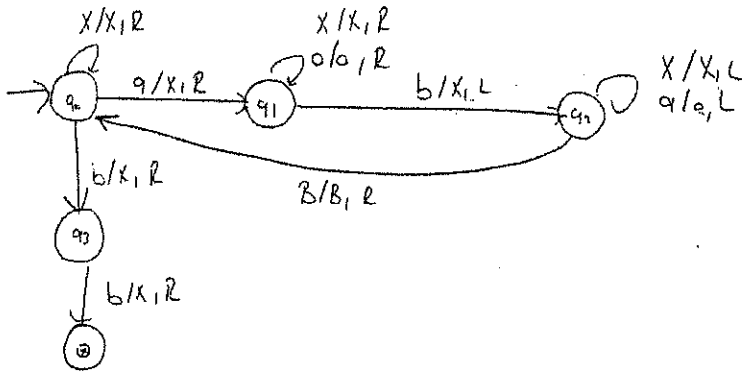
$\{0,1\}$  alfabesinde eşit sayıda 0 ve 1 içeren dizilerin kümesi tanımlar.

15)  $L = \{a^n b^m c^k \mid n,m,k \geq 0, k \geq m \geq n\}$

16) 1 ile başlamış 0 ile bitmişse yer değiştir  
 1 ile " " " " yer değiştirme  
 0 " " 1 " " yer değiştir  
 0 " " 0 " " yer değiştirme

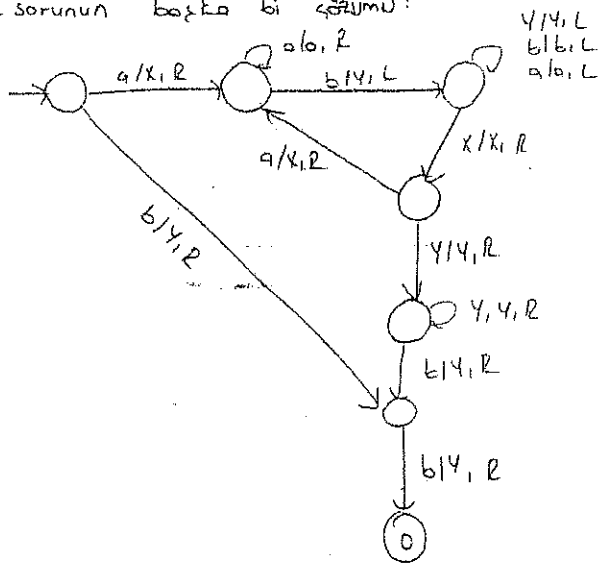


o)  $L = \{ a^n b^{n+2} \mid n \geq 0 \}$



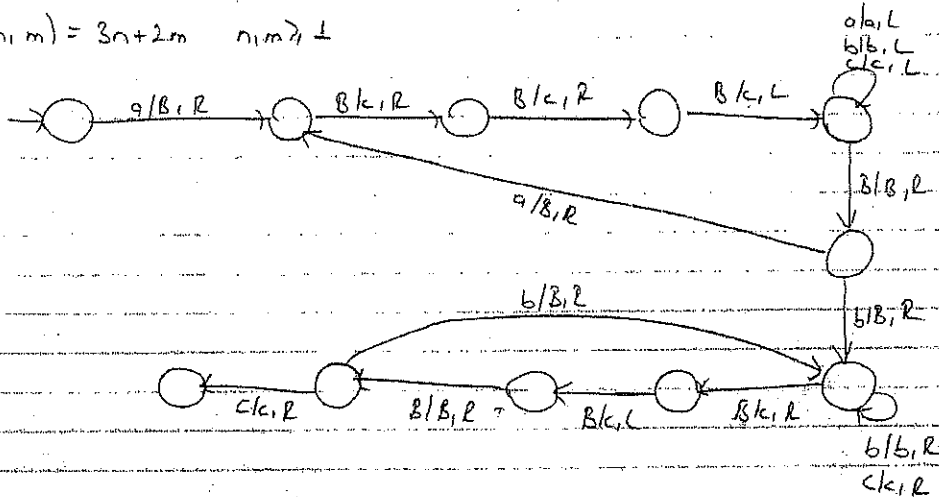
$$21) L = \{ a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0 \text{ } m \geq n \}$$

20. sorunun başka bi çözümü:

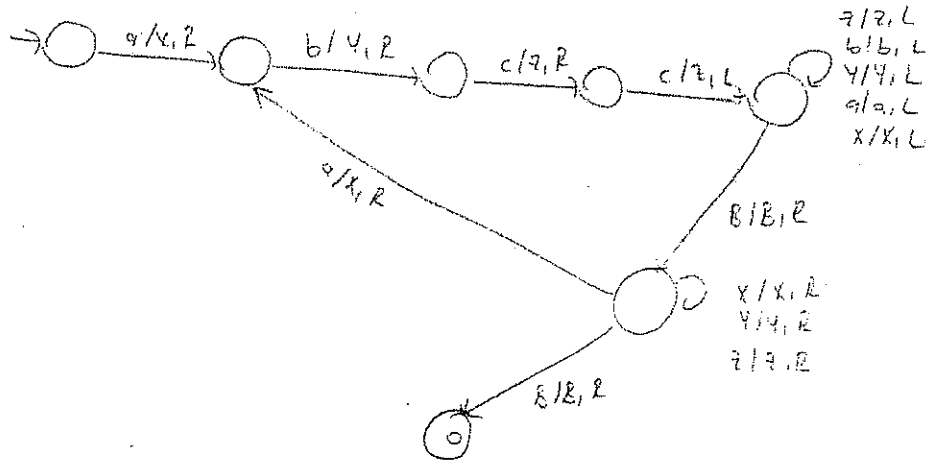


$$L = \{ a^n b^{n^2} \mid n \geq 0 \}$$

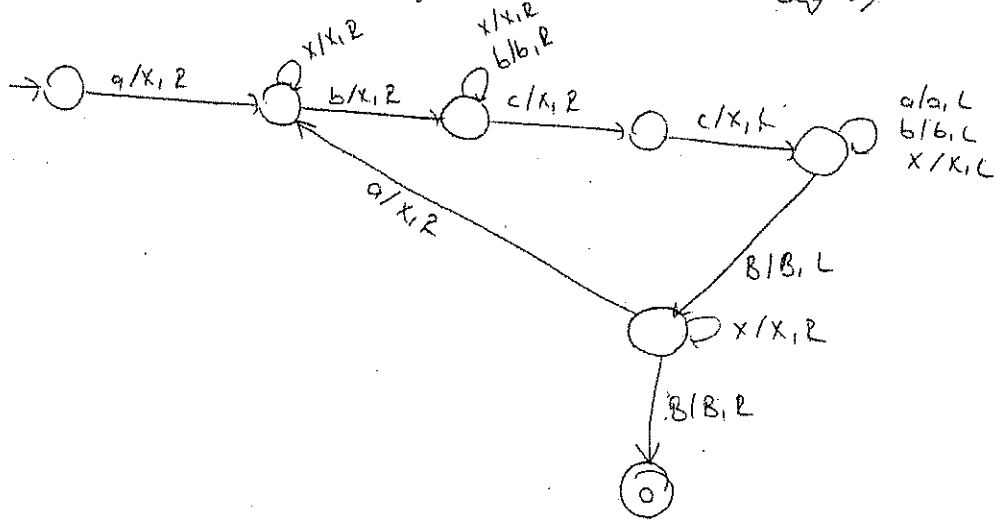
$$22) f(n, m) = 3n + 2m \quad n, m \geq 1$$



23)  $L = \{ a^n b^n c^{2n} \mid n \geq 1 \}$



aşlangıç konf. bitopisi gibi olmak zorunda değilse:



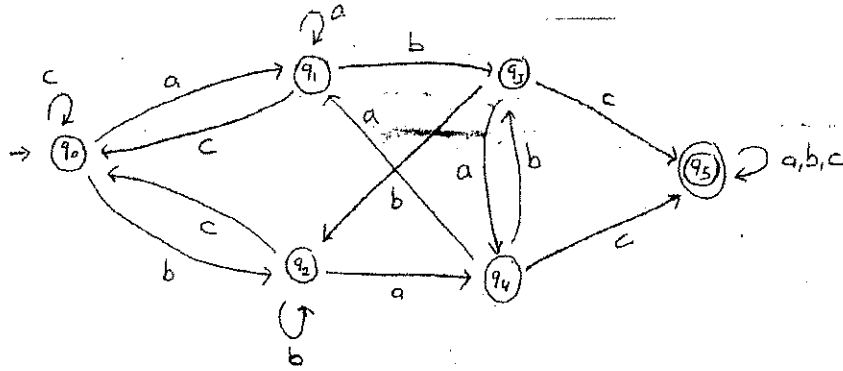


# OTOMATA (SÖZÜMLER)

11

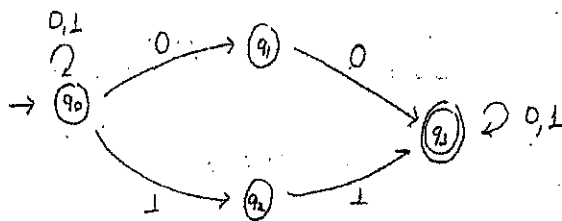
11  $\{a,b,c\}$  alfabesinde içinde abc ve bac alt dizilerinden en az biri, en az bir kez bulunan diziler kümesini tanıyan DFA = ?

# Bu DFA'nın tanıdığı diziler şunlar olabilir:  $\{\underline{abc}, \underline{bac}, c\underline{abc}b, bcc\underline{abc}bac, \dots\}$

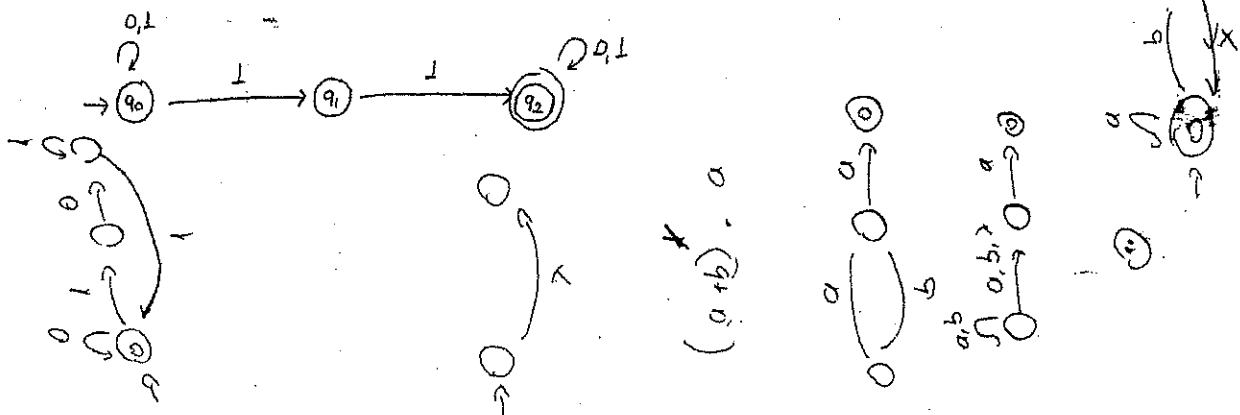


**NOT!** DFA'da başlangıç durumu ve uygulanacak giriş dizisi bilindiğinde makinenin hangi durumda bulunacağı kesin olarak bellidir. Ancak NFA'da bunlar belli olduğu halde makinenin son durumu belirsiz olabilir.

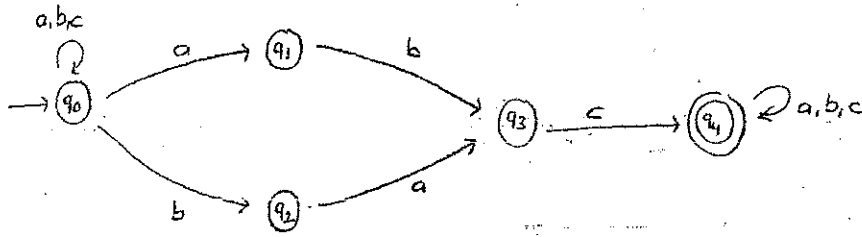
2  $\{0,1\}$  alfabesinde içinde 00 ve 11 alt dizilerinden en az biri en az bir kez bulunan diziler kümesini tanıyan NFA = ?



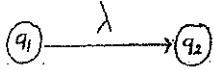
3  $\{0,1\}$  alfabesinde içinde en az bir kez 11 alt dizisi geçen diziler kümesini tanıyan NFA = ?



4  $\{a, b, c\}$  alfabesinde  $q_0$ da  $abc$  ve  $bac$  alt dizilerinden en az biri en az bir kez bulunan diziler kümesini tanıyan NFA=?



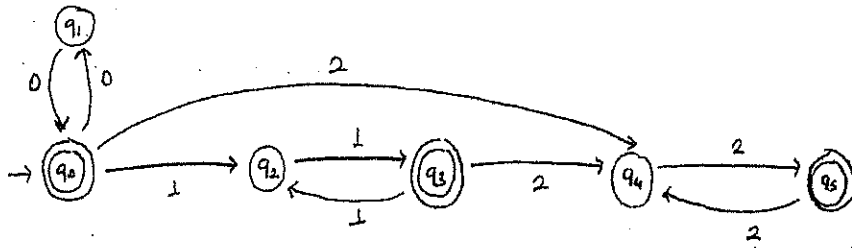
NOT!



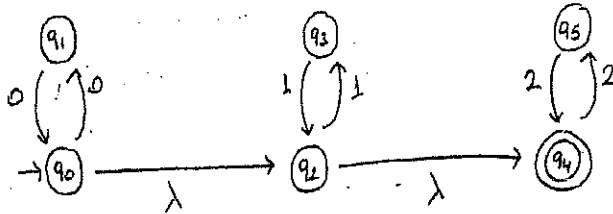
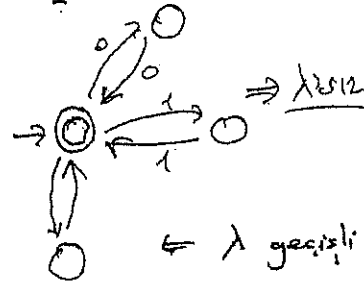
# Eğer  $q_1$  bir başlangıç durumu ise  $q_2$  de başlangıç durumu,

# Eğer  $q_2$  bir uç durum ise  $q_1$  de bir uç durum niteliği kazanır.

5  $T = \{0^{2n}1^{2m}2^{2k} \mid n \geq 0, m \geq 0, k \geq 0\}$  biçiminde tanımlanmış dilin  $\lambda$  geçişli ve  $\lambda$  geçişli NFA'si=?



$\lambda$  geçişli



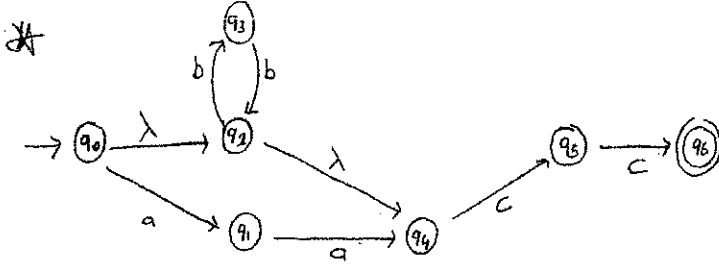
NOT!  $\lambda$  kaldırılınca bu birdeyimin DFA olduğu anlaşılmaz.

Bütün geçişler tam olarak tanımlanmış bir NFA'dır. DFA'da birden fazla finite state olabilir.

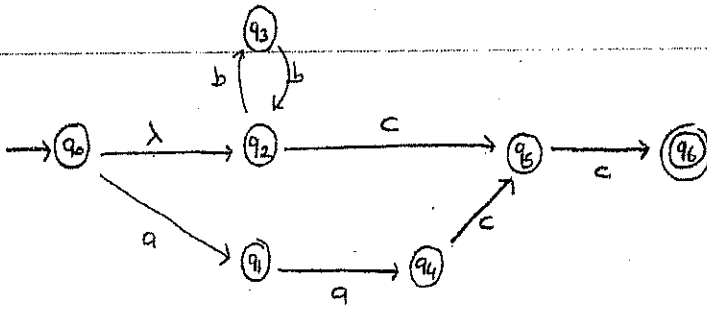
6)  $\{a, b, c\}$  alfabesinde;

# Sıfır ya da iki tane a ile başlayıp cc ile biten ya da

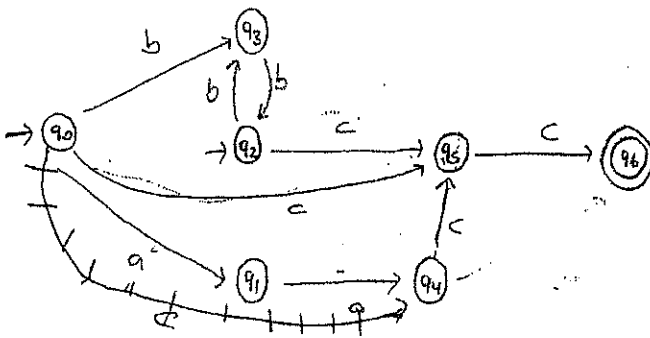
# çift sayıda b ile başlayıp cc ile biten diziye lütfen tanıyan makinenin  $\lambda$  geçişli çizimini elde edip  $\lambda$  lırları yok edin.



\*  $\lambda$  lının gittiği durumun çıkışlarına bakılır. Finit state'e yığın olan  $\lambda$  lıdan başlanır.



\*  $\lambda$  lının gittiği durum ( $q_2$ ) inin çıkışlarına bakılır bu c.

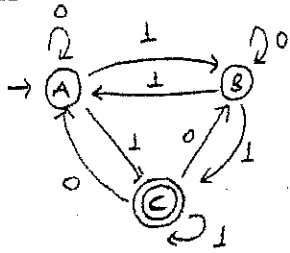


KOTI Her DFA aynı zamanda bir NFA'dır.



7

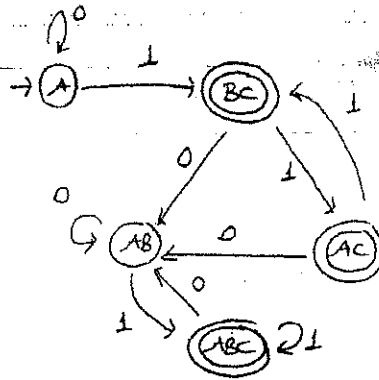
NFA'ya karşılık gelen DFA oluşturulması?



	0	1
→ A	A	BC
B	B	AC
⊙ C	AB	C

→ ilk satırı alıyoruz.

	0	1
→ A	A	BC
⊙ BC	AB	AC
AB	AB	ABC
⊙ AC	AB	BC
⊙ ABC	AB	ABC

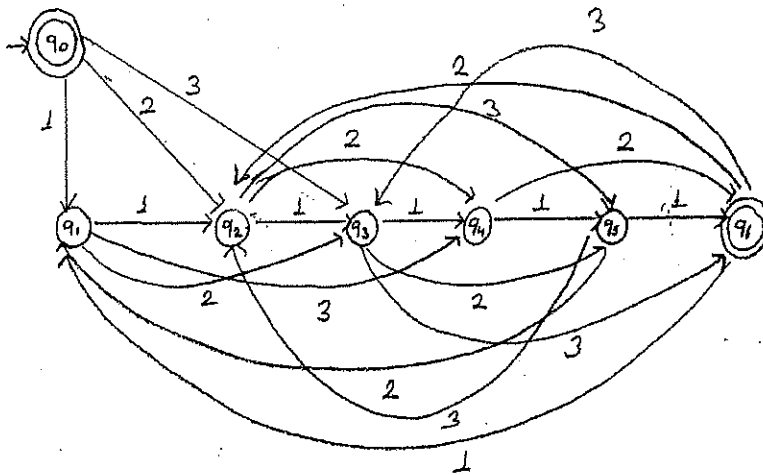


8

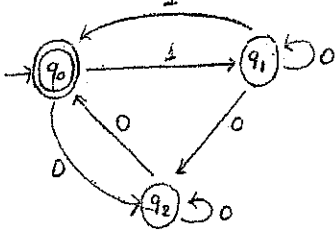
$\{1,2,3\}$  alfabesinde rakamları toplamı 6'nın katları  $(0, 6, 12, 18, \dots)$  olan

diğer kümesini tanıyan NFA=?

$$L = \{ \lambda, 33, 222, 123, 3111, 1122321, \dots \}$$

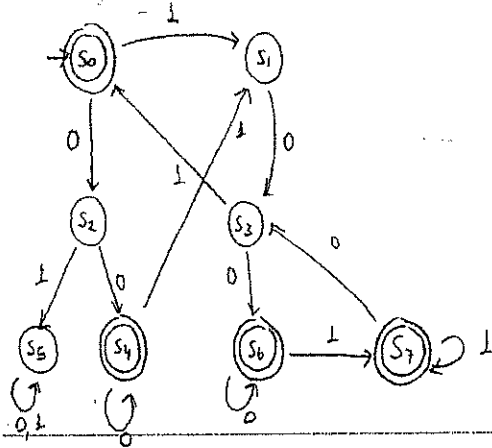


9) Aşağıda geçiş çizeneği verilen NFA'ya denk bir DFA oluşturunuz? 13  
DFA'nın durumlarını  $S_1, S_2, S_3, \dots$  şeklinde gösteriniz.

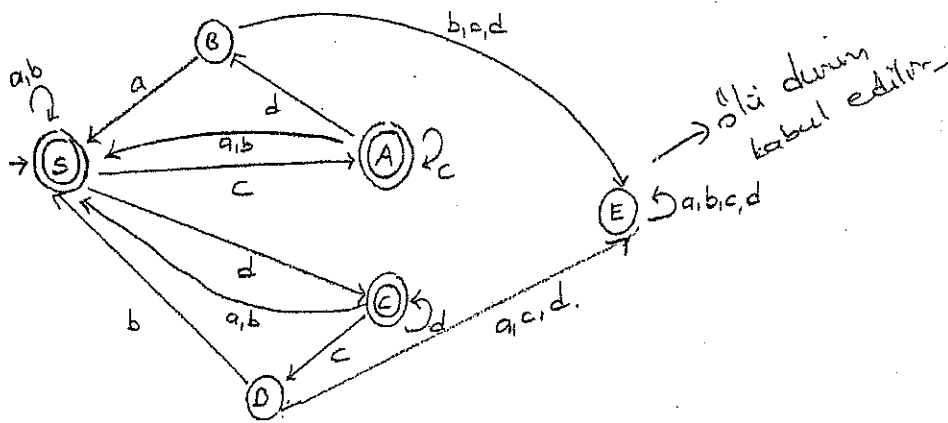


		0	1
$S_0 \rightarrow q_0$	$q_0$	$q_2$	$q_1$
$S_1$	$q_1$	$q_1, q_2$	$q_0$
$S_2$	$q_2$	$q_0, q_2$	-
$S_3$	$q_1, q_2$	$q_0, q_1, q_2$	$q_0$
$S_4$	$q_0, q_2$	$q_0, q_2$	$q_1$
$S_5$	-	-	-
$S_6$	$q_0, q_1, q_2$	$q_0, q_1, q_2$	$q_0, q_1$
$S_7$	$q_0, q_1$	$q_1, q_2$	$q_0, q_1$

	0	1
$S_0$	$S_2$	$S_1$
$S_1$	$S_3$	$S_0$
$S_2$	$S_4$	$S_5$
$S_3$	$S_6$	$S_0$
$S_4$	$S_4$	$S_1$
$S_5$	$S_5$	$S_5$
$S_6$	$S_6$	$S_7$
$S_7$	$S_3$	$S_7$



10)  $\{a, b, c\}$  alfabetinde  $cd$  alt dizisinden sonra en az bir  $a$ , her  $dc$  alt dizisinden sonra en az bir  $b$  bulunan diziye kılmasını tanıyan DFA=?

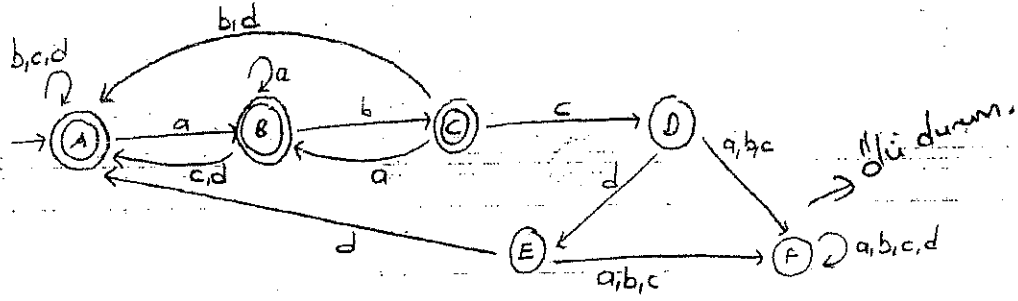


$$L = \{ \lambda, a, bc, abc, ccdab, abdcbbadcb, \dots \}$$

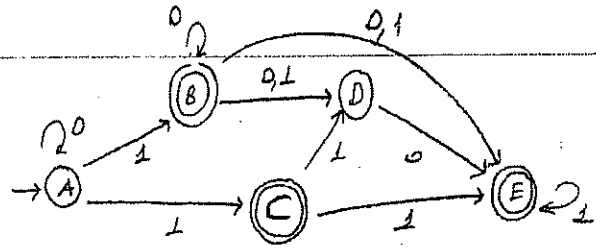
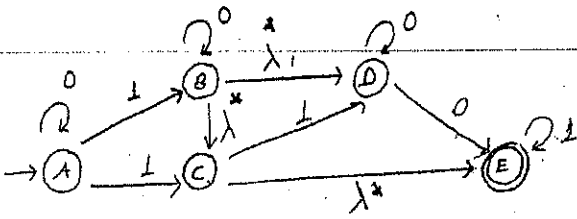
NOT! İki blok halinde  $cd$  ve  $dc$  gelmeyen durumları zaten tanıtır. Amaç  $cd$  geldikten sonra  $d$  gelmesi.  
 $dc$  geldikten sonra  $b$  gelmesi.

11)  $\{a,b,c,d\}$  alfabetinde  $\lambda$  içindeki her abc alt dizisinden sonra en az iki tane d bulunan diziler kümesini tanıyan DFA = ?

$$L = \{ \lambda, a, bc, abbd, cba, dabcdd, ababccccabccdd, \dots \}$$



12) Aşağıdaki geçiş çizenegi verilen sonlu otomataın  $\lambda$  geçişlerini yok ediniz.

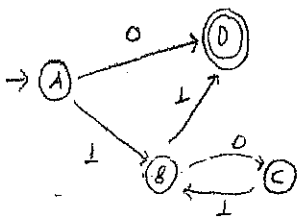


gitti yer = f-state

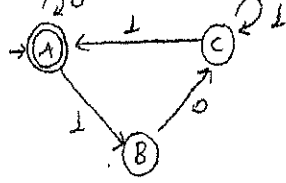
13. Aşağıda düzgün deyimi verilen FA'ların geçiş çizimlerini oluşturunuz.

14

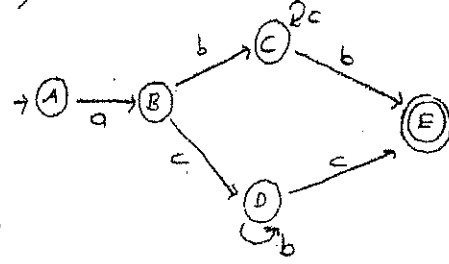
a)  $P = 0 + 1(01)^*1$



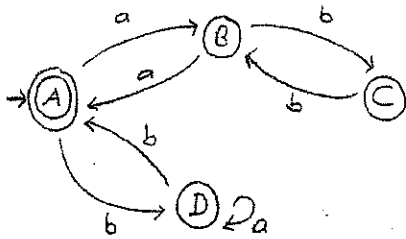
b)  $P = (0 + 101^*1)^*$



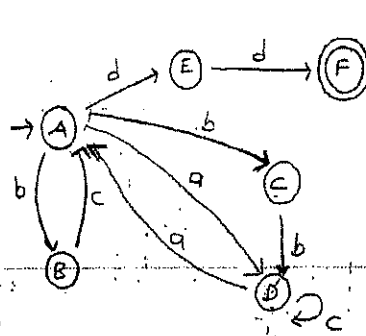
c)  $P = a(bc^*b + cb^*c)$



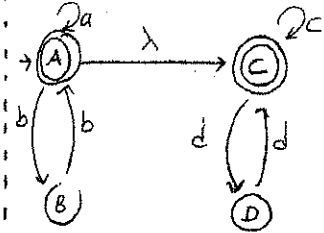
d)  $P = (a(bb^*a + ba^*b)^*$



e)  $P = (bc + (a + bb)^*a)^*dd$



g)  $P = (a + bb)^*(c + dd)^*$

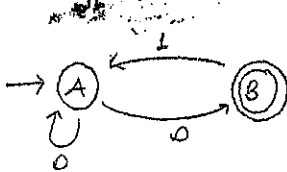


14. Sırlı otomatların regüler ifadelerini elde etme  $\Rightarrow$

$L = Q + LP$

$L = Q \cdot P^*$

Şekilde durum diyagramı verilen sırlı otomataın tanıdığı kümeyi regüler ifade (düzgün deyim) olarak bulalım.



$A = \lambda + A0 + B1$   
 $B = A0$

$A = \lambda + A0 + A01$

$A = \lambda + A(0 + 01)$

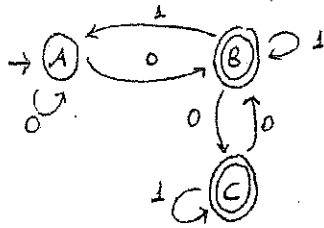
$A = \lambda \cdot (0 + 01)^*$

$A = (0 + 01)^*$

$B = A \cdot 0$  olduğundan

$B = (0 + 01)^* \cdot 0$

15



Yandaki şekilde durum çizeneği  
verilen sonlu otomatın tanıdığı  
kümeyi regüler olarak ifade ediniz?

$$A = \lambda + A0 + B1$$

$$B = A0 + B1 + C0$$

$$C = B0 + C1 \rightarrow \text{öneme uygulanırsa} \Rightarrow C = B0.1^*$$

# İkinci deklemanda C'nin yerine  $B01^*$  yazılır.

$$B = A0 + B1 + B01^*0$$

$$B = A0 + B(1 + 01^*0) \rightarrow \text{öneme uygulanırsa} \Rightarrow B = A0.(1 + 01^*0)^*$$

# B'nin değeri birinci deklemanda yerine yazılırsa

$$A = \lambda + A0 + A0.(1 + 01^*0)^*.1 = \lambda + A(0 + 0(1 + 01^*0)^*.1) \\ \rightarrow \text{öneme uygulanırsa} \Rightarrow A = (0 + 0(1 + 01^*0)^*.1)^*$$

# B deklemanında A yerine yazılırsa;

$$B = (0 + 0(1 + 01^*0)^*.1)^*.0.(1 + 01^*0)^*$$

$$C = (0 + 0(1 + 01^*0)^*.1)^*.0.(1 + 01^*0)^*.01^*$$

$$\text{Sonuç, } B+C \text{ dir. } B+C = B + B01^* = B(1 + 01^*) \\ = (0 + 0(1 + 01^*0)^*.1)^*.0.(1 + 01^*0)^*(\lambda + 01^*)$$

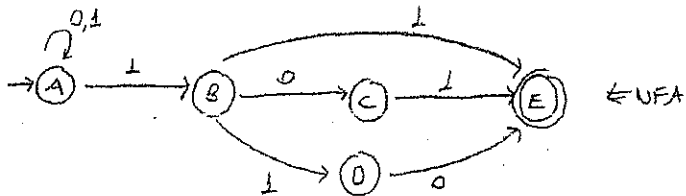
16  $\{0,1\}$  alfabesinde 11, 101 ya da 110 ile biten dizileri tanıyan

5

Sonlu durumlu makinenin tanıdığı regüler ifade ve NFA'sını ve DFA'sını

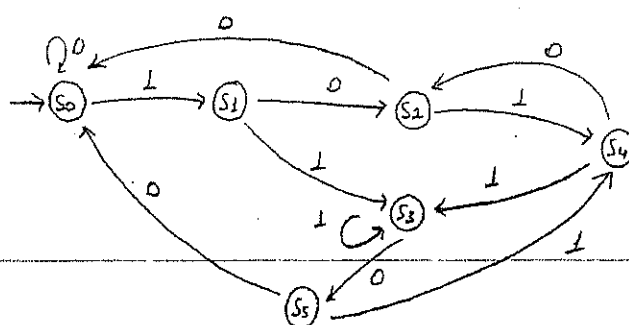
$$R = (0+1)^* 1 (1+01+10)$$

DFA için tablo



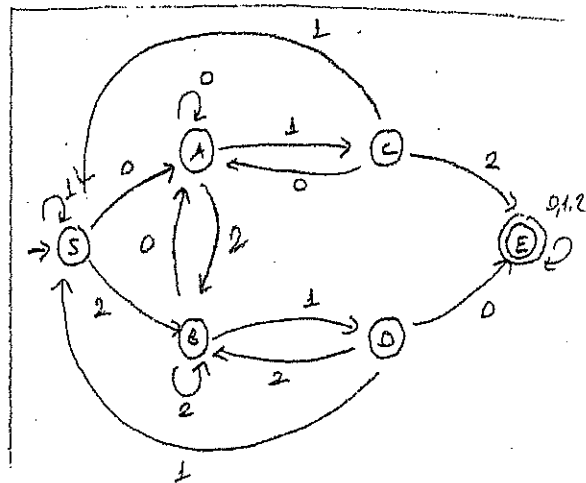
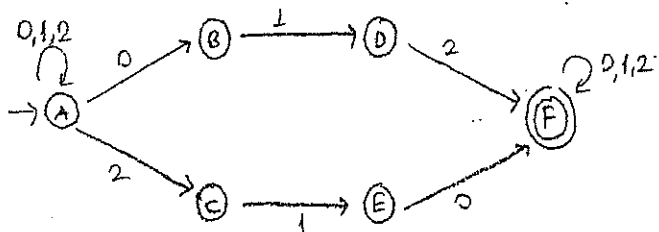
	0	1
→ A	A	AB
B	C	DE
C	-	E
D	E	-
E	-	-

	0	1
S <sub>0</sub> → A	A	AB
S <sub>1</sub> AB	AC	ABDE
S <sub>2</sub> AC	A	ABE
S <sub>3</sub> (ABDE)	ACE	ABDE
S <sub>4</sub> (ABE)	AC	ABDE
S <sub>5</sub> (ACE)	A	ABE



17  $\{0,1,2\}$  alfabesinde içinde 012 ya da 210 alt dizisi (tısından en az birini en az bir kez) bulunan dizilerin kümesini tanıyan NFA ve DFA = ?

$$R = (0+1+2)^* (012 + 210) (0+1+2)^*$$



	0	1	2
→ S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
S <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>
S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>2</sub>
S <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>5</sub>
S <sub>4</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>2</sub>
S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>5</sub>
S <sub>6</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>5</sub>
S <sub>7</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>5</sub>
S <sub>8</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>5</sub>
S <sub>9</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>5</sub>

DFA içinde

	0	1	2
→ S	A	S	B
A	A	C	S
B	A	D	B
C	A	S	E
D	E	S	E
E	E	E	E

$$P = S_0(S_1)(S_2)(S_3)(S_4)(S_5S_6S_7S_8S_9)$$

18|| Aşağıda sözlü olarak tanımlanan kümelerden herbirinin biçimsel tanımını bir dizeğin deyimiyle veriniz.

#  $\{a, b, c\}$  alfabesinde içindeki her 'a'dan önce ve her 'b'den sonra en az bir 'c' bulunan dizegiler kümesi

$$L = (ca + bc + c)^*$$

#  $\{a, b, c\}$  alfabesinde içindeki bilerin sayısı ile cilerin sayısının toplamı 3 olan dizegiler kümesi.

$$L = a^*(b+c)a^*(b+c)a^*(b+c)a^*$$

#  $\{a, b, c\}$  alfabesinde içindeki a'ların sayısı 3 olan dizegiler kümesi.

$$L = (b+c)^* a (b+c)^* a (b+c)^* a (b+c)^*$$

#  $\{a, b, c\}$  alfabesinde içinde aa alt dizisi bulunmayan dizegiler kümesi.

$$L = (a + \lambda) (b + c + ab + ac)^*$$

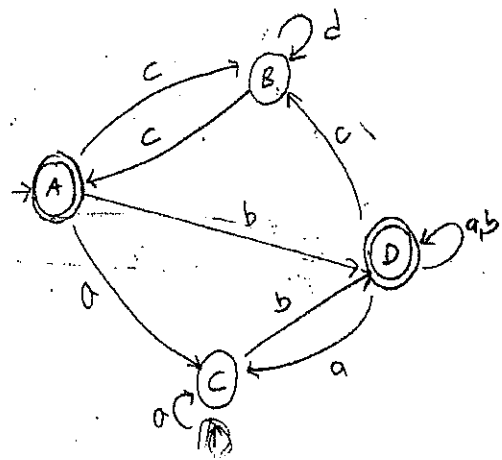
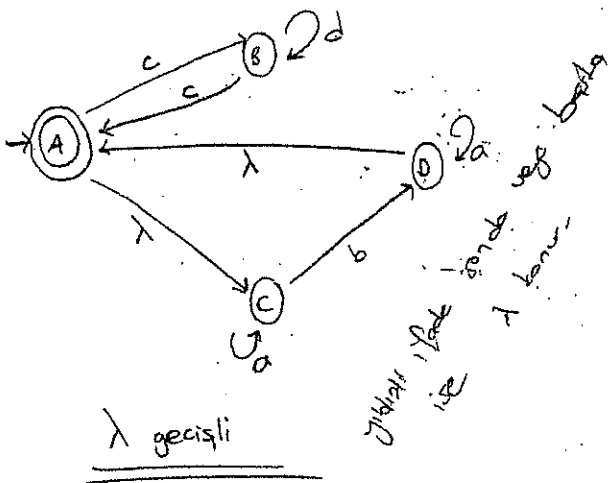
#  $\{a, b\}$  alfabesinde içinde aaa alt dizisi bulunmayan dizegiler kümesi.

$$L = (a + aa + \lambda) (b + ab + aab)^*$$

#  $\{a, b, c\}$  alfabesinde içindeki a'ların sayısı  $10^n$ 'in katı (2, 4, 6, ...) olan dizegiler kümesi.

$$L = \left( (b+c)^* a (b+c)^* a (b+c)^* \right)^{10^n} (b+c)^* a (b+c)^* a (b+c)^*$$

19||  $L = (a^* b a^* + c d^* c)^*$  regüler ifadesinin NFA'si?



20]] Aşağıdaki kümelere her birini tanımlayan bir regüler ifade yazınız.

6

#  $\{a,b,c\}$  alfabesinde iki (ve yalnız iki) tane  $a$  bulunan diziler kümesi.

$$L = (b+c)^* a (b+c)^* a (b+c)^*$$

#  $\{a,b\}$  alfabesinde  $p$  içinde  $a$ 'ların sayısı  $p$ 'nin katı (3, 6, 9, ...) olan diziler kümesi.

$$L = (b^* a b^* a b^* a b^*)^* b^* a b^* a b^* a b^* \quad (\text{hem yildizları hem kısıtları})$$

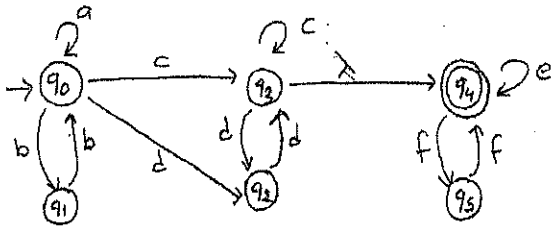
#  $\{a,b\}$  alfabesinde  $p$  içinde  $aa$  alt dizisi bulunmayan diziler kümesi.

$$L = (a + \lambda) (b + ab)^*$$

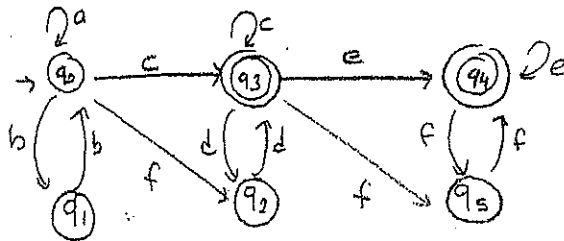
21]]  $L = \{ (a+bb)^k (c+dd)^m (e+ff)^n \mid k, n \geq 0, m \geq 1 \}$  küme formu verilen dil

regüler ifadeye çevirip NFA'ın çiziniz.

$$L = (a+bb)^* (c+dd)^* (c+dd)^* (e+ff)^*$$

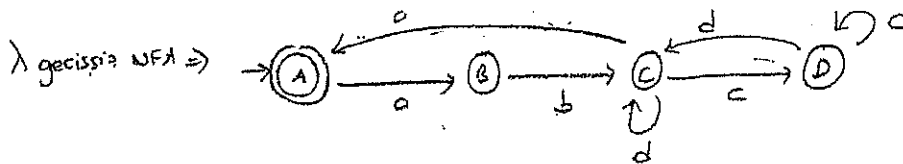
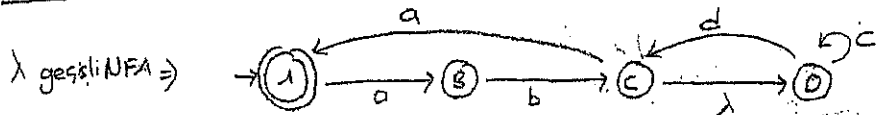


$\lambda$  geçişli NFA



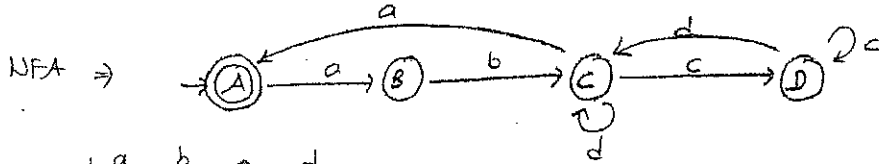
$\lambda$  geçişli NFA

22]]  $L = (ab(c^*d^*)^*a)^*$  regüler ifadesinin NFA ve DFA'sını bulunuz.





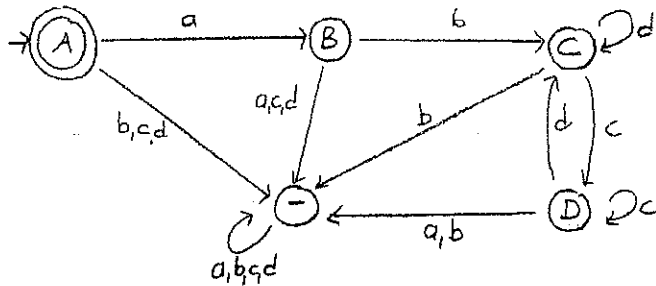
$L = (ab(c^*d^*a)^*)^*$  regüler ifadesinin DFA'sı bulurken NFA'dan yararlanılır.



	a	b	c	d
A	B	-	-	-
B	-	C	-	-
C	A	-	D	C
D	-	-	D	C

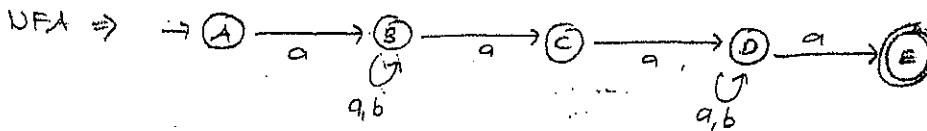
$\Rightarrow$  DFA için

	a	b	c	d
A	B	-	-	-
B	-	C	-	-
C	A	-	D	C
D	-	-	D	C



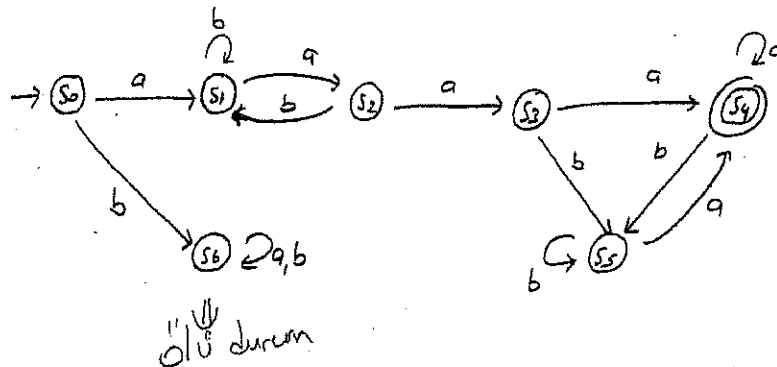
23  $\{a, b\}$  alfabesinde a ile başlayıp a ile biten, ilk ve son simgeler arasında da aa alt dizisini içeren (dolayısıyla uzunluğu en az 4 olan) dizilerin kümesini tanıyan regüler ifade, NFA ve DFA'yı çiziniz.

$$L = a(a+b)^*aa(a+b)^*a$$

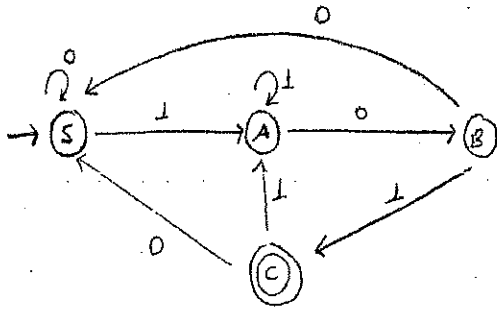


DFA  $\Rightarrow$  NFA durum diyagramından tablo elde edilerek DFA için geçişler ve durumlar seçilir.

- $S_0 : A$
- $S_1 : B$
- $S_2 : BC$
- $S_3 : BCD$
- $S_4 : BCDE$
- $S_5 : BD$
- $S_6 : \emptyset$
- $S_3 \equiv S_5$



24) Yukarıdaki şekilde geçiş çizelgesi verilen sonlu otomatik makinenin tanıdığı dili regüler ifadeyle yazınız.



	0	1
→S	S	A
A	B	A
B	S	C
⊙C	S	A

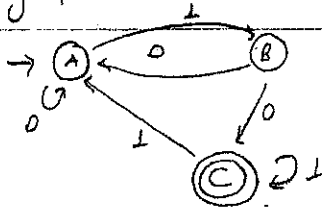
Denklemler sistemi  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} S &= \lambda + S0 + B0 + C0 \\ A &= S1 + A1 + C1 \\ B &= A0 \\ C &= B1 \end{aligned}$$

Sadece finale State olan C'yi alıyoruz.

$$L = (0 + 1(1 + 011)^*(00 + 010))^* 1(1 + 011)^* 01$$

25) Aşağıda geçiş çizelgesi verilen NFA'nın tanıdığı dili bir düzenli deyim olarak yazıp DFA'ısını çizin.



$$A = \lambda + A0 + B0 + C1$$

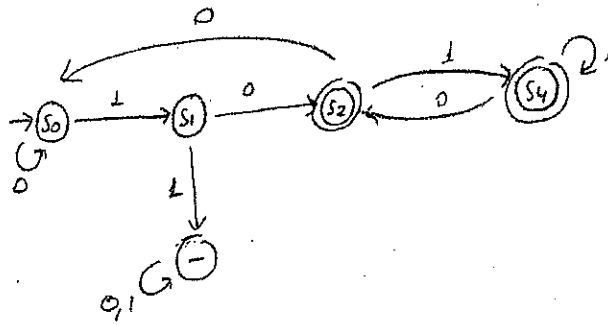
$$B = A1$$

$$C = B0 + C1$$

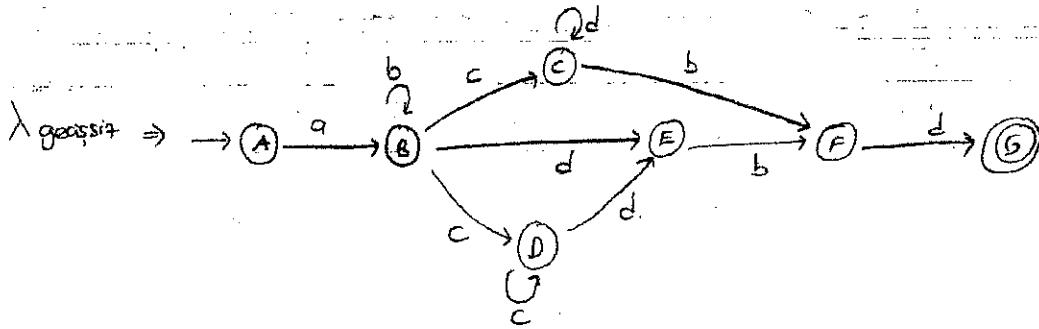
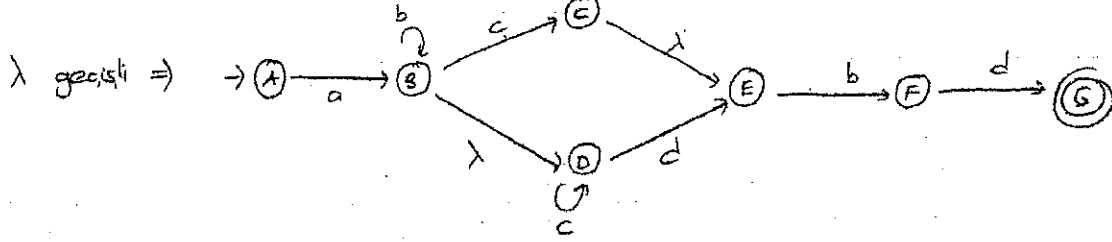
$$L = (0 + 10 + 101^*1)^* 101^*$$

DFA için

	0	1
$S_0 = A$	$S_0$	$S_1$
$S_1 = B$	$S_2$	$S_3$
$S_2 = AC$	$S_0$	$S_4$
$S_3 = \emptyset$	$S_3$	$S_3$
$S_4 = ABC$	$S_2$	$S_4$



27 ||  $R = ab^*(cd^2 + c^2d)bd$  regüler ifadesine karşılık gelen  $\lambda$  ve  $\lambda$  ötürme DFA'si



28 ||  $\{0,1\}$  alfabesinde içinde çift sayıda (en az 2 olmak üzere) 1 bulunan

diğerler kümesini tanıyan dilin türü nedir? Bu dili türeten bir dilbilgisi oluşturun

L dili düğün bir dildir.

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B\}$$

$$V_T = \{0, 1\}$$

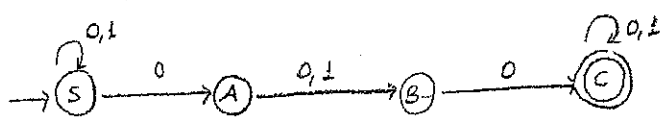
P (kurallar):

$$S \Rightarrow 0S \mid 1A$$

$$A \Rightarrow 0A \mid 1B \mid 1$$

$$B \Rightarrow 0B \mid 1A \mid 0$$

29



118

Yukarıdaki NFA'nın tanıdığı dilsun dilin reguler ifadesi, dilbilgisi ve DFA'sını gösteriniz.

$$R = (0+1)^* 0 (0+1)^* 0 (0+1)^*$$

$$G = \langle V, \Sigma, P, S \rangle$$

$$V = \{ S, A, B, C \}$$

$$\Sigma = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow 0S \mid 1S \mid 0A$$

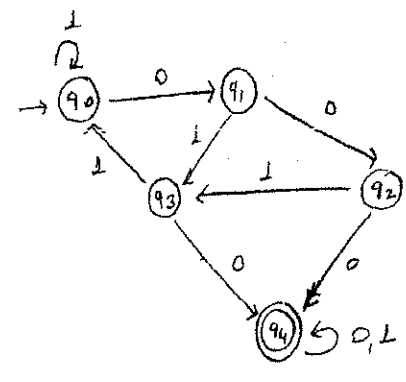
$$A \Rightarrow 0B \mid 1B$$

$$B \Rightarrow 0C \mid 1C$$

$$C \Rightarrow 0C \mid 1C \mid 0 \mid 1$$

	0	1
→ q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>0</sub>
q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>4</sub>

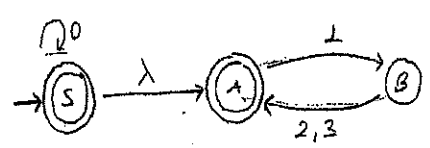
q<sub>0</sub> = S  
 q<sub>1</sub> = SA  
 q<sub>2</sub> = SAA  
 q<sub>3</sub> = SBA  
 q<sub>4</sub> = SC, SAC, SBC, SABC



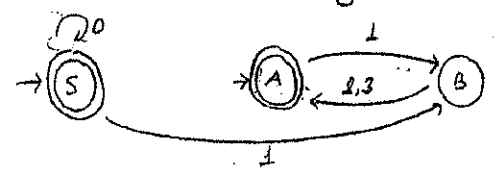
30

$$R = 0^* (1(2+3))^*$$

reguler ifadesi verilen dili tanıyan NFA'yı çiziniz?

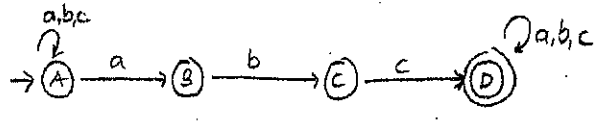


(λ - geçişli) NFA



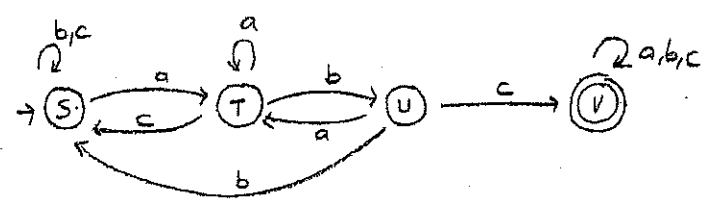
31

{a,b,c} alfabesinde P içinde abc alt dizisi bulunan diziler kümesi olsun. Bu dilin NFA, DFA ve indirgenmiş DFA'sını çiziniz?



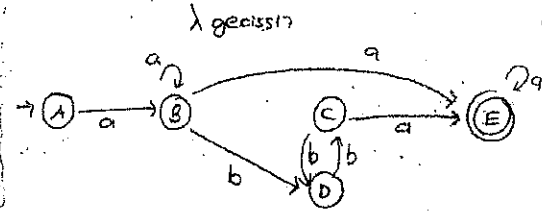
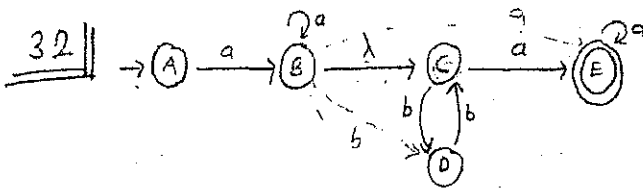
⇒ NFA

	a	b	c
→ S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>
S <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>0</sub>
S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>3</sub>
S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>
S <sub>4</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>3</sub>
S <sub>5</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>



Denklik bölünmesi P = (S<sub>0</sub>) (S<sub>1</sub>) (S<sub>2</sub>) (S<sub>3</sub> S<sub>4</sub> S<sub>5</sub>)  
 S T U V

32

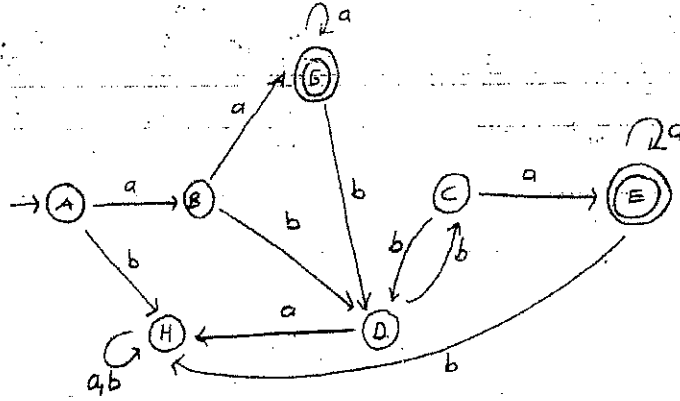


Bu NFA'nın tanıdığı dilin regüler ifadesini,  $\lambda$  geçişsiz NFA'yı ve DFA'yı bulunuz.

$$R = aa^*(bb)^*aa^*$$

$\lambda$  geçişsiz çizimden tablo oluşturulur:

	a	b
A	B	-
B	BE	D
C	E	E
D	-	C
E	E	-



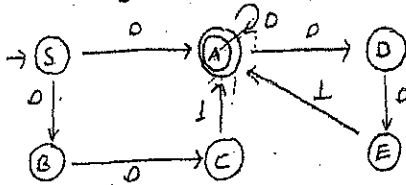
BE için : E

⊖ için : H

33

$\{0,1\}$  alfabesinde  $2^n$ 'deki her 1'den önce en az pki tane 0 bulunan

ve boş olmayan dngiler kümesini tanıyan NFA'yı?



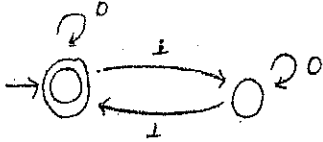
1

## DEFTER NOTLARI VE SORULAR

(PDA ve TURING M. Haric)

$$DFA = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$$

1) 2 adet 1 geldiğinde finite state'e giden sonlu otomata?



$\Rightarrow$  DFA oldu.

NOT1 NFA'dan DFA elde etmek için;

#  $\lambda$  ya da  $\epsilon$  olmayacak

# Start state ve Final State olacak.

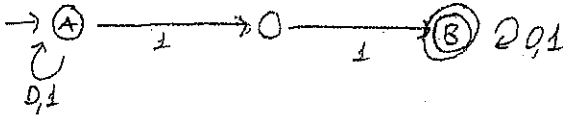
# Her durum için geçişler tanımlı olacak.

NOT1  $\lambda$  kaldırmak için  $\Rightarrow$

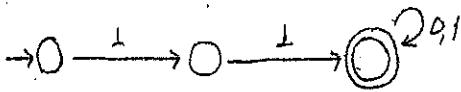
#  $\lambda$ 'ın gittiği durum final state ise geldiği durum da final state olur.

#  $\lambda$  start state'den geliyorsa gittiği durum da start state olur.

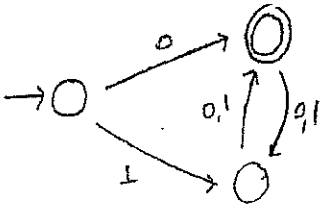
2)  $\Sigma = \{0,1\}$  olsun. "11" içeren dilleri tanıyan sonlu otomata?



3)  $\Sigma = \{0,1\}$  olsun. "11" ile başlayan dilleri tanıyan sonlu otomata?



4) 0 ile başlayan tek uzunluklu dilleri tanıyan DFA=?  
1 ile başlayan çift uzunluklu

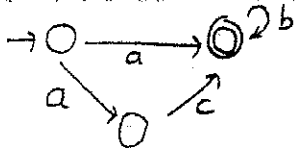


Not: Nealy ve Moore

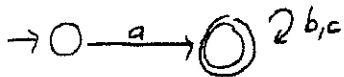
$$M = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, \underbrace{\Delta}_F \rangle$$

Not:  $\rightarrow 0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} \dots$

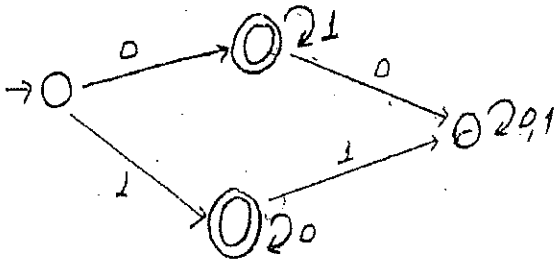
5)  $ab^* + ac$  ifadesine karşılık gelen sonlu otomata?



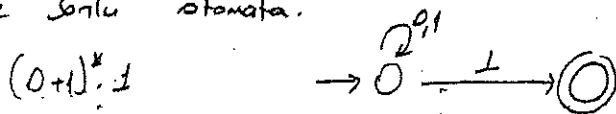
6)  $a.(b+c)^*$  ifadesine karşılık gelen FA=?



7)  $01^* + 10^*$  ifadesine karşılık gelen DFA=?



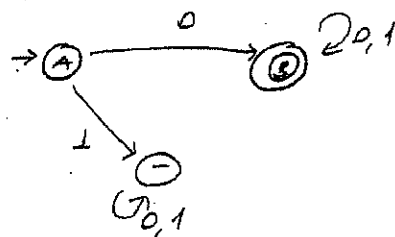
8)  $\Sigma = \{0,1\}$  alfabetine sahip sonu 1 ile biten dizieler içeren regüler ifade ve sonlu otomata.



9)  $\rightarrow A \xrightarrow{0} B \xrightarrow{0,1} \dots$  NFA'yı DFA'ya çevirin.

	0	1
A	B	-
B	B	B

	0	1
A	B	-
B	B	B
-	-	-

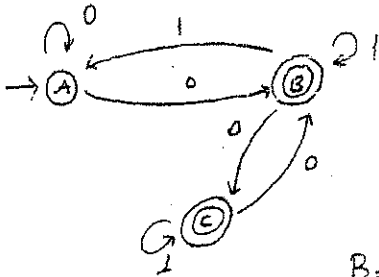


10) Sonlu otomataya karşılık gelen regüler ifade bulma:

$$L = Q + RP$$

$$L = Q \cdot P^*$$

Aşağıdaki DFA'ya karşılık gelen regüler ifade = ?



$$A = \lambda + A0 + B1$$

$$B = A0 + B1 + C0$$

$$C = B0 + C1$$

Dönüşümeler yapılırken

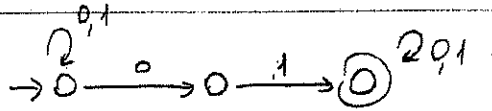
$$B = (0 + 0(1 + 01^*0)1)^* \cdot (1 + 01^*0)^*$$

$$C = B0 \cdot 1^*$$

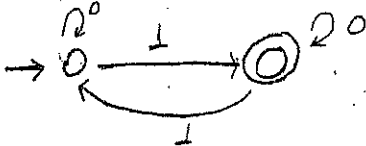
B+C bulunur  
regüler ifade budur.

11)  $\Sigma = \{0,1\}$  alfabeğine sahip 01 geçen bütün dillerin regüler ifadesi ve sonlu otomata?

$$(0+1)^* \underline{01} (0+1)^*$$



12)  $\Sigma = \{0,1\}$  alfabeğine sahip tek sayıda 1 geçen DFA = ?



Dilbilgi ve Diller

$$S = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$V_N$  = sınırlı değişkenler (büyük harf)

$V_T$  = uç simgeler (genellikle küçük harf, rakam vs)

$P$  = kurallar

$S$  = start sembol

TM = 0 (kısıtlanmış)

# Herhangi bir kuralı yada kısıtlaması yoktur.

$$aSB \Rightarrow bacASb \mid a \mid SAb$$

$$Ba \Rightarrow Bcd \mid ab \mid cs$$



Tür 1 (Bağımlı Bağımlı)

$|A|$  ve  $|B|$  karakter uzunlukları olmak üzere

sol tarafın karakter uzunluğu sağdan küçük veya eşit olmalı.

$$\alpha \Rightarrow \beta$$

$$|\alpha| \leq |\beta|$$

$$S \Rightarrow aSb \mid B \mid D1$$

$$BaB \Rightarrow aCS \mid DED1 \mid 0101$$

Tür 2 (Bağımlı Bağımlı)

$$A \Rightarrow B \quad A \in V^* \quad B \in V^*$$

# Kuralın solunda sadece 1 tane sözcük değişkeni olabilir.

$$S \Rightarrow aB \mid bA$$

$$A \Rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \Rightarrow b \mid bS \mid aBB$$

Tür 3 (Diygen Diller - Regular)

$$A \Rightarrow aB$$

# Kuralın sol tarafında kesinlikle ve yalnız 1 tane sözcük değişkeni

$$A \Rightarrow a$$

# Kuralın sağ tarafında ya tek bir üyeliyle bir sözcük ya da tek bir üyeliye olabilir.

$$A \Rightarrow \lambda$$

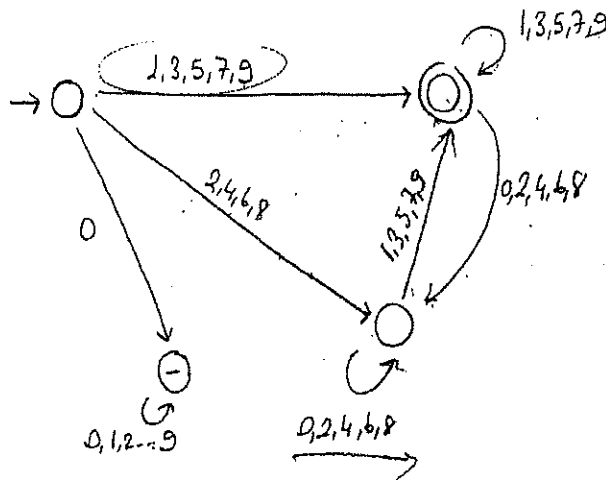
$$S \Rightarrow 0S \mid 1A \mid 0$$

$$A \Rightarrow 0 \mid 0B$$

$$B \Rightarrow 1 \mid 1B$$

13)  $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  alfabeti olsun. 0 ile başlayan tek sayıları

tanıyan DFA = ?

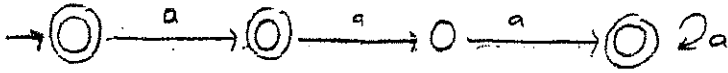


1001 Yani tek sayı  
geldiğinde finite state'e  
git.

14)  $L = \{ a^n \mid n \neq 2, n \geq 0 \}$  dilini tanıyan DFA = ?

13

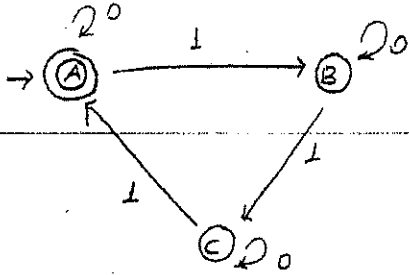
# Bu dilin anlamı a'lardan oluşan bir dizi var. Sadece a'ların sayısı 2'ye eşit olmaz.  $n=0$  durumunda start state = finite state.



15)  $\{a, b\}$  alfabesinde palindrom içeren bir gramer yazınız.

$S \Rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \lambda$

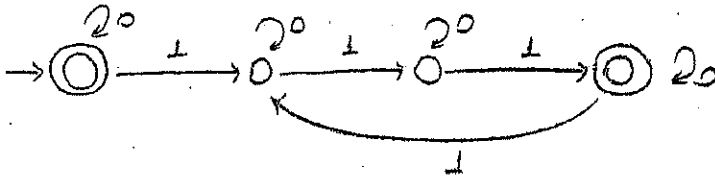
16) 3le bölünebilen sayıların kümesi için DFA'yı, dilini ve regüler ifadesini bulunuz?



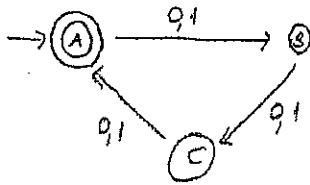
$L = \{ w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ ve } n(w) = 3k, k \geq 0 \}$

Regüler ifade =  $[0^*10^*10^*1]^*$

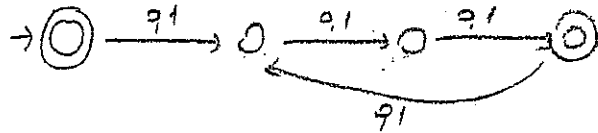
-II- DFA çözümü



17) 3le bölünebilen sayıların kümesi için DFA, dilini ve regüler ifadesini bulunuz?



ya da



Regüler ifade =  $\{ (0+1).(0+1).(0+1) \}^*$

Dili =  $L = \{ w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ ve } |w| = 3k, k \geq 0 \}$

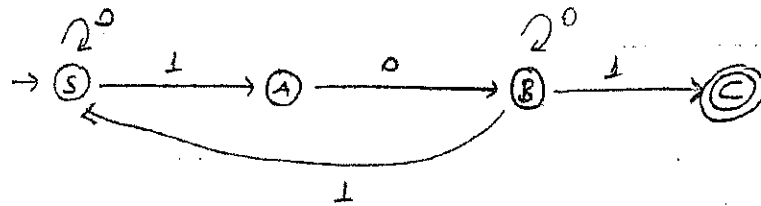
Dilbilgisi  $\Rightarrow A \Rightarrow 0B \mid 1B \mid \lambda$

$B \Rightarrow 0C \mid 1C$

$C \Rightarrow 0A \mid 1A \mid 0 \mid 1$  (Aniyle 1a sittiği için 0 ve 1 eklenmeli)

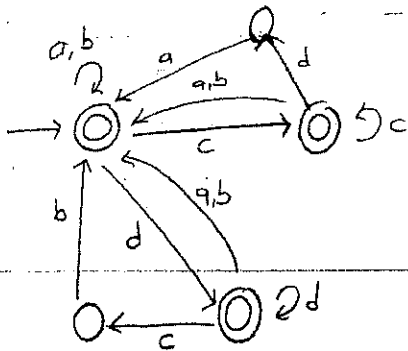
# T4-3 (dışın) dilbilgisi için sonlu otomat.

18)  $S \Rightarrow OS \mid 11$   
 $A \Rightarrow 0B$   
 $B \Rightarrow 0B \mid 1S \mid 1$



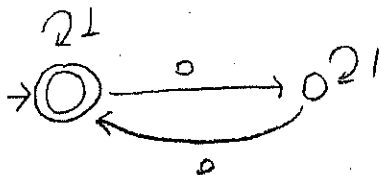
100% Finite state le giden geçişler kurala yazılır. (tek başına)

19)  $\{a, b, c, d\}$  alfabesinde bir dil tanımlanıyor. Her cıdiden sonra en az bir kez a, her de den sonra en az bir kez b gelen dilleri tanıyan sonlu otomat?



20)  $\{0, 1\}$  alfabesinde bir dil tanımlanıyor. Bu dil eğer 0 içeriyorsa 0'ların sayısı çift olmalıdır. Bu dili tanıyan sonlu otomat ve regüler ifade?

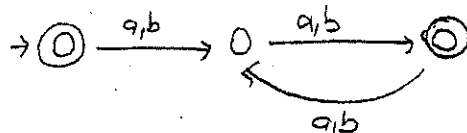
$$1^* + (1^* 0 1^* 0 1^*)^*$$



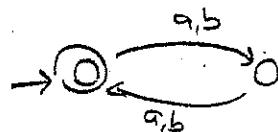
DFA oldu.

21)  $[(a+b)(a+b)]^*$  regüler ifade için min DFA?

Normal DFA  $\Rightarrow$



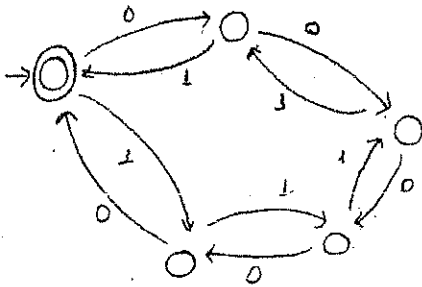
Min DFA  $\Rightarrow$



22)  $L = \{ x \in \{0,1\}^* : |N_0(x) - N_1(x)| = 5 \text{ ile bölünebilir} \}$

14

$N_0$ : 0'ların sayısı  $N_1$ : 1'lerin sayısı -



Sifre üstten  $\rightarrow$   
Biden alttan  $\leftarrow$

# Chomsky Normal Formu -  
 $S \Rightarrow \lambda$   
 $A \Rightarrow BC$   
 $A \Rightarrow a$   
 $A, B, C \in V_N$   
 $a \in V_T$

# Chomsky'de her zaman ikili ağaç

#  $\lambda$  olamazsa sadece start state'de olacak. Ya da 2 sifirli değişkeni (Bc)  
 veya tek bir uc sifre olacak (söğüt) (a).

23)  $S \Rightarrow aB \mid BA$   
 $A \Rightarrow aS \mid bAA \mid a$   
 $B \Rightarrow bS \mid aBB \mid b$   
 gramerini Chomsky Normal Formuna çeviririz?

CNF:  $S \Rightarrow \lambda$   
 $A \Rightarrow BC$   
 $A \Rightarrow a$

$S \Rightarrow XB \mid BA$   
 $A \Rightarrow XS \mid YT \mid a$   
 $B \Rightarrow YS \mid XT \mid b$   
 $X \Rightarrow a$   
 $Y \Rightarrow b$   
 $T \Rightarrow AA$   
 $Z \Rightarrow BB$

24)  $S \Rightarrow aTb \mid bS \mid b$   
 $T \Rightarrow aTb \mid bST \mid \epsilon$   
 $V \Rightarrow TS \mid bTVT$

Tür-2'dir. Bu gramer basitlik geçen CNF  $\Rightarrow$

E'u yok edelim:

$S \Rightarrow aTb \mid bS \mid b \mid ab$   
 $T \Rightarrow aTb \mid bST \mid ab \mid bS$   
 $V \Rightarrow TS \mid bTVT \mid S \mid bVT \mid bTV \mid bV$   
 $X \Rightarrow a$   
 $Y \Rightarrow b$   
 $A \Rightarrow XT$   
 $B \Rightarrow ST$   
 $C \Rightarrow YT$   
 $D \Rightarrow VT$   
 $E \Rightarrow TV$

$S \Rightarrow AY \mid YS \mid b \mid XY$   
 $T \Rightarrow AY \mid YB \mid XY \mid YS$   
 $V \Rightarrow TS \mid CD \mid S \mid YD \mid YE \mid YV$   
 $A \Rightarrow XT$   
 $B \Rightarrow ST$   
 $C \Rightarrow YT$   
 $D \Rightarrow VT$   
 $E \Rightarrow TV$   
 $X \Rightarrow a$   
 $Y \Rightarrow b$

↓  
 Sifre  
 bitir kralları  
 genç.

25)  $A \Rightarrow a | BAB | B | \epsilon$   
 $B \Rightarrow bb | \epsilon$

görmeye çalıştık gelen Chomsky normal formu?

$\epsilon$  in yok edilişi.  $B \Rightarrow \epsilon$

$A \Rightarrow a | BAB | B | \epsilon | AB | BA | A$   
 $B \Rightarrow bb$   
 $C \Rightarrow b$   
 $D \Rightarrow BA$   
 $E \Rightarrow CC$

$A \Rightarrow a | DB | CC | AB | BA | \epsilon$   
 $B \Rightarrow bb$   
 $C \Rightarrow b$   
 $D \Rightarrow BA$   
 $E \Rightarrow CC$

NOT Chomskyde kendi kendine giden kural olamaz.

Yani  $A \Rightarrow \dots | \dots | A$  gibi bir ifade yanlış olur.

26)  $R = (R) | R+R | RR | R^2 | 0 | 1 | \epsilon$  ifadeye çalıştık gelen CNF=?

$A \Rightarrow ($   
 $B \Rightarrow )$   
 $C \Rightarrow +$   
 $D \Rightarrow *$   
 $E \Rightarrow AR$   
 $F \Rightarrow RC$

$R \Rightarrow ARB | ACR | RD | 0 | 1 | \epsilon$

ekle  $\rightarrow R \Rightarrow EB | FR | RD | 0 | 1 | \epsilon$   
altına

27)  $S \Rightarrow ASA | A | 00$   
 $A \Rightarrow 01 | A0 | B1 | 1$   
 $B \Rightarrow AAB | \lambda$

görmeye çalıştık gelen CNF=?

# aynı yoldan edelim.

$S \Rightarrow ASA | A | 00$   
 $A \Rightarrow 01 | A0 | B1 | 1$   
 $B \Rightarrow AAB | AA$

# birim türetmeden aynı yoldan gidebiliriz.

$S \Rightarrow ASA | 01 | A0 | B1 | 1 | 00$   
 $A \Rightarrow 01 | A0 | B1 | 1$   
 $B \Rightarrow AAB | AA$

$S \Rightarrow EA | CD | AC | BD | 1 | CC$   
 $A \Rightarrow CD | AC | BD | 1$   
 $B \Rightarrow FB | AA$   
 $C \Rightarrow 0$   
 $D \Rightarrow 1$   
 $E \Rightarrow AS$   
 $F \Rightarrow AA$

Uç singeller dışlanmalı!  
Okutma! Okutma! Okutma!

28

15

$$S \Rightarrow BSC | aSoB | A$$

$$A \Rightarrow Ca | bS | a | B$$

$$B \Rightarrow b | \lambda$$

$$C \Rightarrow BB | aAS$$

$$D \Rightarrow aD | A | \lambda$$

genere kısıtlı gelen CNF = ?

# İlk adım ayrı yet ederiz.

$$S \Rightarrow BSC | aSaB | A | SC | aSa$$

$$A \Rightarrow Ca | bS | a | B$$

$$B \Rightarrow b$$

$$C \Rightarrow BB | aAS$$

$$D \Rightarrow aD | A | a$$

# İkinci adım birim türetme uyguluyoruz.

$$S \Rightarrow BSC | aSoB | Ca | bS | a | b | SC | aSa$$

$$A \Rightarrow Ca | bS | a | b$$

$$B \Rightarrow b$$

$$C \Rightarrow BB | aAS | b$$

$$D \Rightarrow aD | \underbrace{Ca | bS | b | a}_{A^{-1}}$$

# Characterize dönüşüm (varsa adım)

$$X \Rightarrow a$$

$$Y \Rightarrow b$$

$$Z \Rightarrow BS$$

$$T \Rightarrow XS$$

$$U \Rightarrow XB$$

$$V \Rightarrow XA$$

$$S \Rightarrow ZC | TU | CX | YS | a | b | SC | TX$$

$$A \Rightarrow CX | YS | a | b$$

$$B \Rightarrow b$$

$$C \Rightarrow BB | VS | b$$

$$D \Rightarrow XD | a | CX | YS | b$$

29

$$S \Rightarrow aaS | aaD$$

$$D \Rightarrow BEB | cD$$

$$E \Rightarrow BEB | c$$

genere kısıtlı gelen CNF = ?

$$A \Rightarrow a$$

$$B \Rightarrow b$$

$$C \Rightarrow c$$

$$X \Rightarrow AS$$

$$Y \Rightarrow AD$$

$$Z \Rightarrow EB$$

$$T \Rightarrow CD$$

$$S \Rightarrow AAS | AAD$$

$$D \Rightarrow BEB | cCD$$

$$E \Rightarrow BEB | c$$

$$S \Rightarrow AX | AY$$

$$D \Rightarrow BZ | CT$$

$$E \Rightarrow BZ | c$$

{  
altına  
kuralı ekli

30)  $S_0 \Rightarrow S$   
 $S \Rightarrow S_1 | S_2$   
 $S_1 \Rightarrow S_1 b | A b$   
 $A \Rightarrow a A b | a b | \lambda$   
 $S_2 \Rightarrow S_2 a | B a$   
 $B \Rightarrow b B a | b a | \lambda$

gramere kazilik gelen chomsky normal formu?

#  $\lambda$  yok edildi ilk snc.

$S_0 \Rightarrow S$   
 $S \Rightarrow S_1 | S_2$   
 $S_1 \Rightarrow S_1 b | A b | b$   
 $A \Rightarrow a A b | a b$   
 $S_2 \Rightarrow S_2 a | B a | a$   
 $B \Rightarrow b B a | b a$

# Birim kurala kullar uyguladim (ikinci adim)

$S_0$  yerine  $S$ ,  $S_1$  in yerine  $S_1$  ve  $S_2$  yasadik

$S_0 \Rightarrow \underbrace{S_1 b | A b | b}_{S_1} | \underbrace{S_2 a | B a | a}_{S_2}$   
 $S \Rightarrow S_1 b | A b | b | S_2 a | B a | a$   
 $S_1 \Rightarrow S_1 b | A b | b$   
 $A \Rightarrow a A b | a b$   
 $S_2 \Rightarrow S_2 a | B a | a$   
 $B \Rightarrow b B a | b a$

# Kuralların son halini chomsky normal formuna dñustirdik. (son adim)

$X \Rightarrow a$   
 $Y \Rightarrow b$   
 $Z \Rightarrow X A$   
 $T \Rightarrow Y B$   
 $S_0 \Rightarrow S_1 Y | A Y | b | S_2 X | B X | a$   
 $S \Rightarrow S_1 Y | A Y | b | S_2 X | B X | a$   
 $S_1 \Rightarrow S_1 Y | A Y | b$   
 $A \Rightarrow Z Y | X Y$   
 $S_2 \Rightarrow S_2 X | B X | a$   
 $B \Rightarrow T X | Y X$

31)  $L = \{a^n b^m \mid n \geq 4, m \leq 3\}$  diline kazilik gelen reguler ifade?

$aaaaa^* (\lambda + b + bb + bbb)$

32) Eger dilde 0 var ise 0'ların sayısı çift olan dillerin regüler ifadesi? 16

$1^* + (1^* 0 1^* 0 1^*)^*$

33)  $A = \{ x \in (a,b)^* \mid x \text{ dilinde } a\text{'ların sayısı} = b\text{'lerin sayısı} \}$  diline kasılık gelen dilbilgisi kuralı?

$A \Rightarrow \lambda \mid aAb \mid bAa \mid AA$

34)  $\Sigma = \{0,1,2\}$  alfabetine sahip  $\{0^n 1^n\}$  dilini tanıyan DFA=?

*2'lerde kontrol et.*

35)  $\Sigma = \{a,b\}$  dilinin çift sayısını tanıyan DFA, PDA, T.M.=?

DFA  $\Rightarrow$

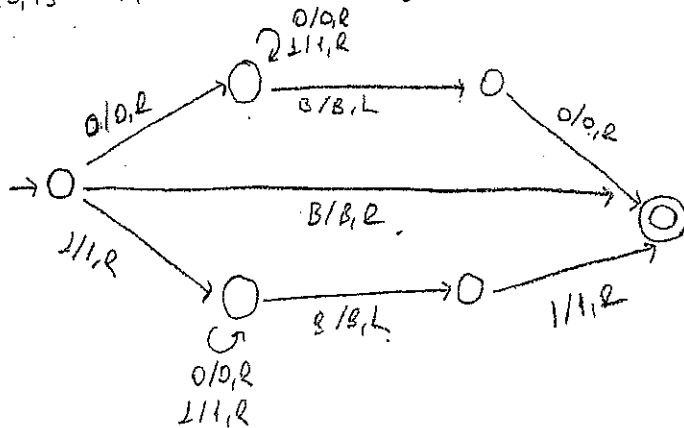
PDA  $\Rightarrow$

Turing Makinesi  $\Rightarrow$

*b'leri deneriz.*

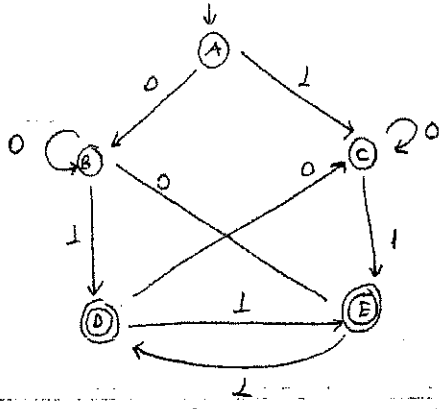
*b geldiğinde kasma  
a geldiğinde bir tane 0 ekle  
ikinci a geldiğinde bir tane 0 sil.*

36)  $\{0,1\}$  alfabetine sahip aynı sembole başlayıp aynı sembole biten T.M.=?





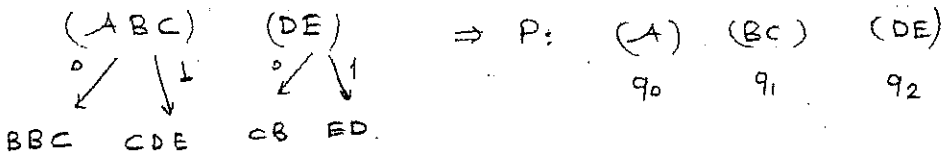
37)



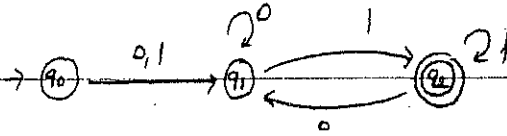
B DFA için min DFA'yı elde edin.

	0	1
→ A	B	C
B	B	D
C	C	E
D	C	E
E	B	D

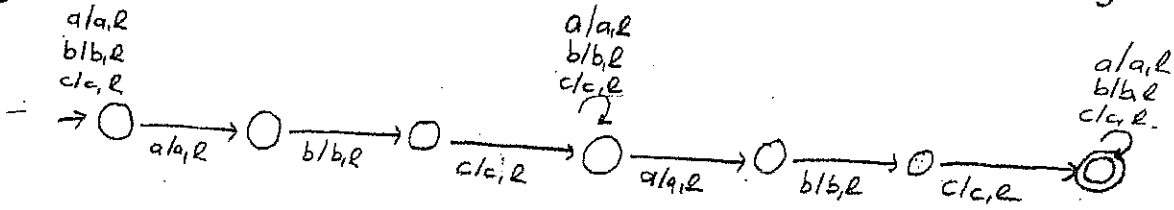
# Başlangıçta finite state'leri ayrı yazalım.



DE yi üreten BC'yi ayırdık



38)  $(a+abc)^*$  kümesinde içerisinde en az 2 tane abc geçen Turing Makinesi?



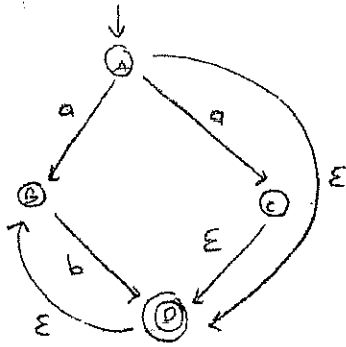
- 39)
- Şifre harf ve sayılardan oluşur.
  - Şifre en az 4 karakterdir.
  - Şifrenin bir karakteri sayıdır.

) Regüler ifade.

$$SHHHH^* + HSHHH^* + HHS HH^* + HHHH^*SH^*$$

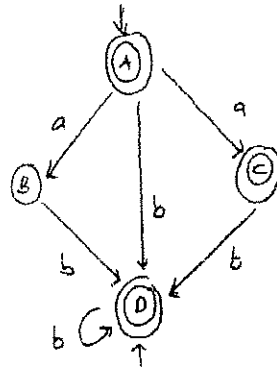
4ten fazla da olabilir

40



NFA'yi DFA'ya çeviriniz?

17



# A'nın gittiği durum finite state ise geldiği durum da 0 olur.

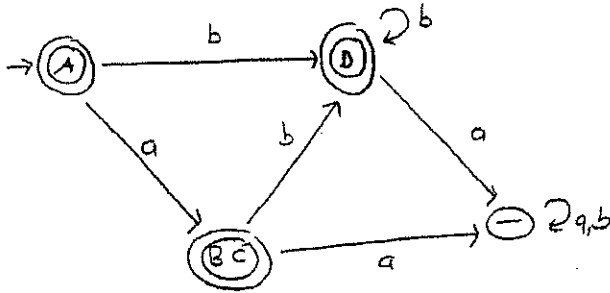
# A'nın geldiği durum stat. state ise gittiği durum da 0 olur.

# Henüz DFA olmadı.

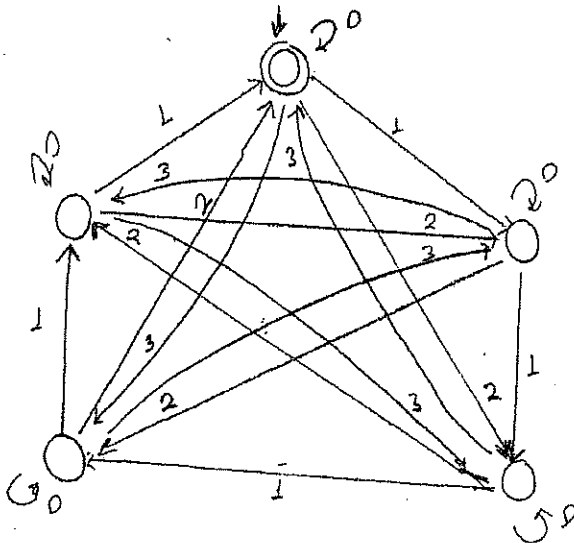
	a	b
→ A	BC	D
B	-	D
C	-	D
→ D	-	D

91k satın aygıtı yarıyor ⇒

	a	b
→ A	BC	D
BC	-	D
→ D	-	-
-	-	-

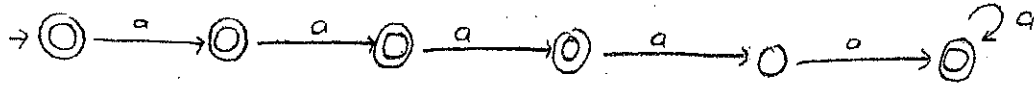


41)  $\{0,1,2,3\}$  alfabesinde elemanların toplamı 5 ile bölünebilen dizeyi tanıyan DFA?



Toplamı 5'in katı olacak  
Önce 0'lar yerleştirilir.  
Sonra 1'ler yerleştirilir.  
2 ve 3'ler onlara göre  
konumlandırılır.

42)  $L = \{a^n : n \geq 0, n \neq 4\}$  diline karşılık gele DFA = ?



NOT! Dönüşümlemede

DFA  $\rightarrow$  DFA için. tablo yap. ölmeyenleri elele.

DFA  $\rightarrow$  min DFA için normal durumlarla final durumları ayır.

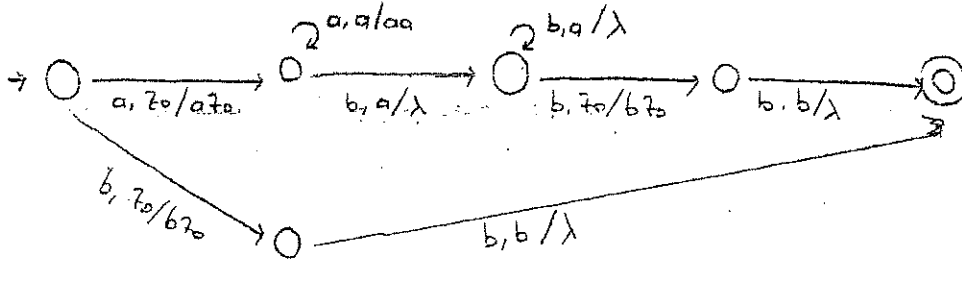
Ove d. gele duruma göre parçala - Yeni durumları tabloya göre çiz. DFA'yı oluştur. Bütün geçişleri diktat et.

## - FINAL Soruları -

1)  $L = \{a^n b^{n+2} \mid n \geq 0\}$  dil için PDA = ?

# Bu dil için örnek diziler bb, obbb, oabbbb.

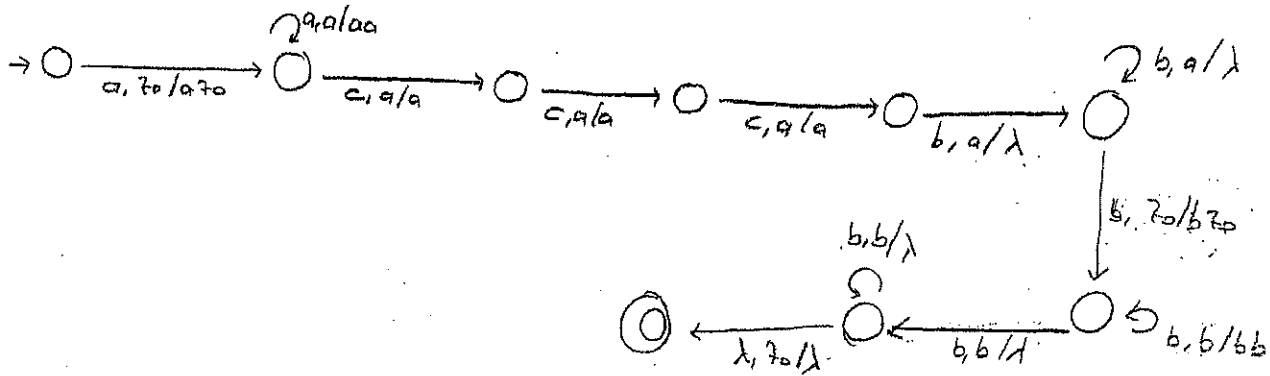
İçeride kalan b'leri b'yle b'yle...



# Bu PDA'nın çalışma sistemi:

her a geldiğinde yığıta a ekle. b geldiğinde yığıttan a sil. Kalan b'leri  
Z0'ya yığıta b ekle, b sil.

2)  $L = \{a^n c^k a b^k \mid k \geq n\}$  PDA = ?



# Bu PDA'nın çalışma sistemi:

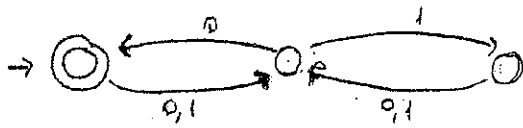
# her a geldiğinde, yığıta a ekle.

# c geldiğinde a'ları okuma.

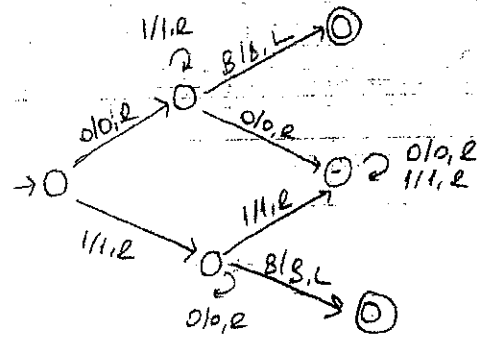
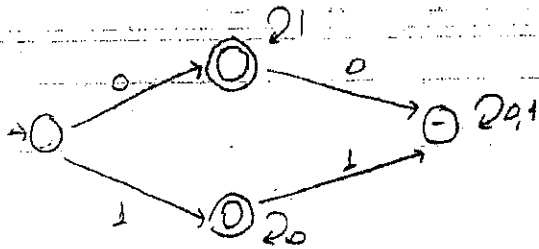
# b geldiğinde a'ları sil. Z0 kaldığında, kalan b'leri yığıta ekle, sonra  
eklediğin b'leri sil. En sonunda Z0'ı sil. Bu durum b'lerin sayısının (k)  
a'ların sayısından (n) fazla olduğunu gösterir.

# bu dil için örnek stringler aaacc bbbbbb  
aaaaacc bbbbbb

3)  $\{0,1\}$  alfabetinde 1 ile bitmeyen çift uzunluklu diziler için DFA mı?



4)  $01^* + 10^*$  regular ifadesinin DFA'si ve Turing makinesini çiziniz.



# PUSHDOWN AUTOMATA (PDA)

14

# Context-free grammerleri tanımlamak için kullanılır.

$$7) PDA = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F \rangle \quad a, b / c$$

# PDA'nın anlık tanımı  $(ID) = (p, v, x)$

$q$  = PDA'nın durumu

$v$  = giriş dizisinin işlenmiş kısmı

$x$  = yığının içeriği

$$1) L = \{ w c w^R \mid w \in (0+1)^* \}$$

Bu dili türeten dilbilgisi:

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S \}$$

$$V_T = \{ 0, 1, c \}$$

$$P: S \Rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid c$$

Bu dili tanıyan PDA:

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, \Phi \rangle$$

$$Q = \{ q_0, q_1 \}$$

$$\Sigma = \{ 0, 1, c \}$$

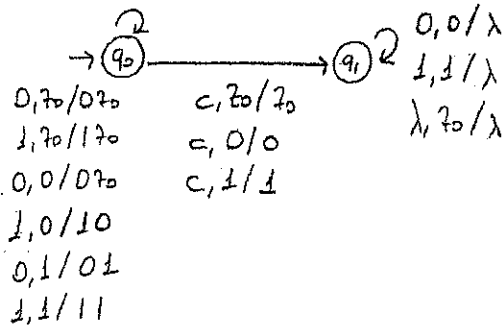
$$\Gamma = \{ 0, 1, Z_0 \}$$

# Önce  $w$  okunup okunan her simge yığita eklenir. Durum =  $q_0$

#  $c$  okundugunda  $w$ nin bittigini anlar, hiçbir degisiklik yapmadan  $q_1$ e geçer.

# Sonra  $w^R$  okunur ve okunan her bir simge için aynı simge varsa silinir.

# Tüm simgeler okunduktan sonra  $Z_0$  varsa bu da silinip yığit tamamen boşaltılır.



2)  $L = \{ ww^R \mid w \in (0+1)^* \}$

Bu dili tanıyan PDA =

$S = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N = \{ S \}$

$V_T = \{ 0, 1 \}$

$P: S \Rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \lambda$

Bu dili tanıyan PDA =

$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, \Phi \rangle$

$Q = \{ q_0, q_1 \}$

$\Sigma = \{ 0, 1 \}$

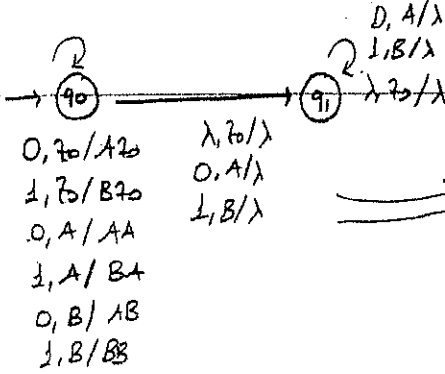
$\Gamma = \{ A, B, Z_0 \}$

# Önce  $w$  inin simgeleri okunur ve her 0 için bir A, her 1 için bir B eklenir.

#  $w$  bittiğinde  $w^R$  başladığında PDA  $q_1$  durumuna geçer. PDA ekleme durumunda  $q_0$ 'da kalır ve yığıta ekleme yapar, sonra PDA silme durumuna ( $q_1$ ) geçen ve yığının tepesindeki simgeyi siler.

# Silme durumunda  $w^R$  simgeleri tek tek okunur ve 0 için A, 1 için B silinir.

# Tüm simgeler okunduktan sonra yığının tepesinde  $Z_0$  varsa PDA bunu siler ve yığıtı tamamen boşaltır.



diger imlekle  
arada c stringi oldugundan  
c'yi gorusunde hic desinilmez yasanadan  
q1 durumuna gecmisteki simdi  $w^R$  elemanlari  
gorneye basladigimiza ondan silme gereklesin

3)  $L$  dili  $\{0,1\}$  alfabesindeki palindromları içeren dil olsun.

Örneğin  $\{ \lambda, 0, 1, 00, 11, 000, 010, 10001, 101101, \dots \}$

$$L = \{ ww^R + w0w^R + w1w^R \mid w \in \{0,1\}^* \}$$

Bu dili tanıtan dilbilgisi:

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S\}$$

$$V_T = \{0,1\}$$

$$P: S \Rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \lambda \mid 011$$

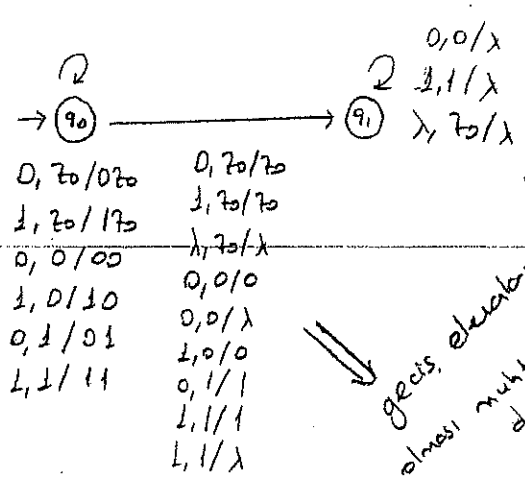
Bu dili tanıyan PDA:  $(\emptyset)$  da olabilir.

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z_0, F \rangle$$

$$Q = \{q_0, q_1\}$$

$$\Sigma = \{0,1\}$$

$$\Gamma = \{0,1,z_0\}$$

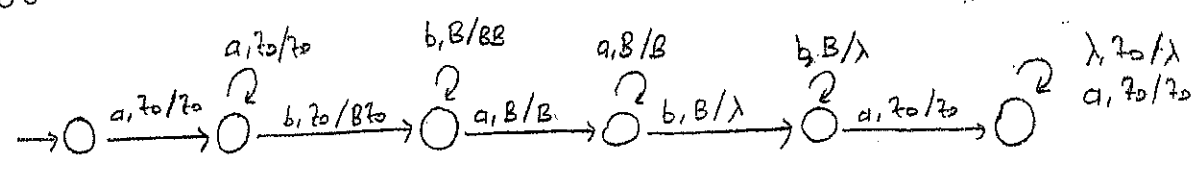


en sondeki siliyonur daima.

geçis, elemanı olması muhtemel durumlar.

4)  $L = \{a^i b^n a^j b^k \mid i, j, k, n \geq 1\}$

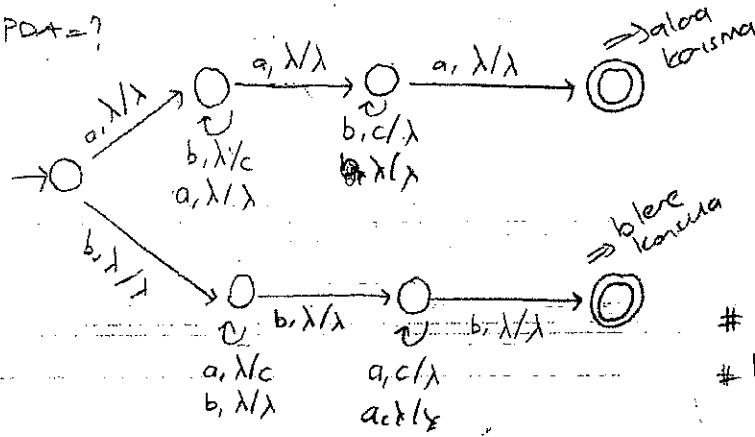
NOT! PDA'nın 1., 3. ve 5. öbektlerindeki a'ların sayısının en az bir olduğunun denetlenmesi yeterlidir. Yığıt b'lerin sayılarının eşit olduğunu denetlemek için kullanılır. Bunun için 2. öbektteki b'ler okunurken yığıta ekleriz, 4. öbektteki b'ler okunurken de yığıt boşaltılır.



Bu boş yığıt tanıyan PDA.



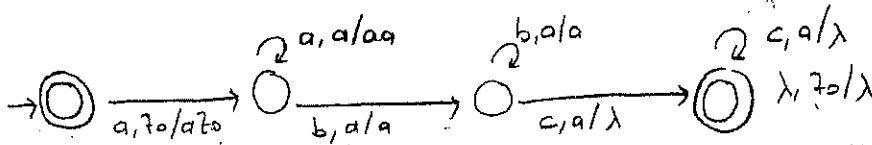
5)  $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \text{w'nin ilk, orta ve son karakterlerinin aynı olduğu dizi} \}$  tanıyan PDA = ?



- Örnek string -  
baabbaab (alt satır)  
(b ile dokunma)  
abbabbba (üst satır)  
(a'larla dokunma)

# a ile başlangıç satırında olma konumu  
# b ile başlangıç satırında olma konumu

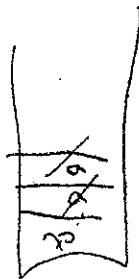
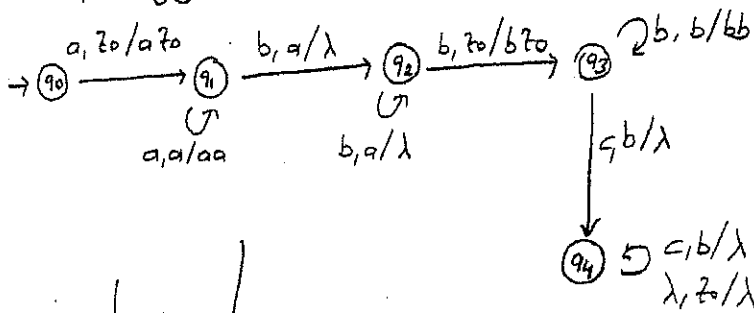
6)  $L = \{ a^i b^j c^k \mid i, j \geq 0 \}$  tanıyan PDA = ?



# PDA her a geldiğinde bir tane a ekler, her c ye karşılık bir tane a siler.  
biler birşey ifade etmez.

7)  $L = \{ a^n b^m c^k \mid n \geq 1, m \geq 2, k \geq 1, m = n + k \}$  boş yığıla tanıyan PDA = ?

# a'lar yığıla atılır.  
# a'lar bitinceye kadar her b için yığıttan bir a silinir.  
# a'lar bittikten sonra kalan b'ler yığıla atılır.  
# her c için yığıttan bir b silinir.



aaabbbb cc.

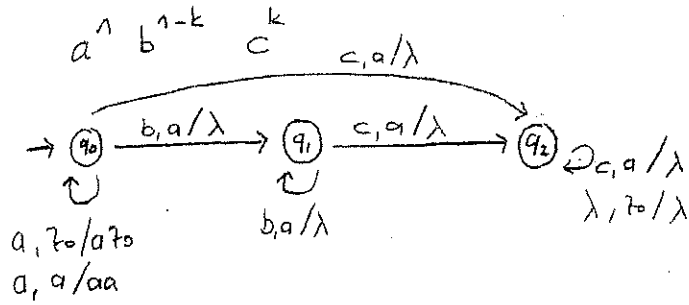
8  $L = \{ a^n b^{n-k} c^k \mid n \geq 1, k \geq 1, n \geq k \}$  baş yığılma tanıyor PDA=? 13

# a'lar yığılma atılır.

# her b için yığılma bir a silinir.

# her c için yığılma bir a silinir.

Not  $n=k=1$  için string = ac olur. Bunu üstteki c, a/λ geçişi sağlar.



9  $\{a, b\}$  alfabesinde eşit sayıda a ve b geçen dögüler kümesini

tanımlayan L dilini baş yığılma tanıyor PDA=?

# Okunan ilk simge yığılma eklenir.

# Sonraki simgelerin her biri için:

- Okunan simge yığın üstündeki simgeyle aynı ise okunan simge eklenir.
- Okunan simge yığın üstündeki simgeden farklı ise yığın üstündeki simge silinir.
- Yığın boş ise simge yığılma eklenir.

$\rightarrow q^2$

$a, \tau_0/a\tau_0 +$

$a, a/aa +$

$b, \bar{a}/\lambda$

$b, \tau_0/b\tau_0 +$

$b, \bar{b}/bb +$

$a, b/\lambda$

$\lambda, \tau_0/\lambda$

10  $\{a, b, c\}$  alfabesinde  $a$  içindeki  $b$  ve  $c$  sayılarının toplamı  $a$ ların sayısına eşit olan stringleri tanıyan PDA=?  $L$  dili  $\lambda$  kermiyor.

$$L = \{ab, ca, baab, acab, caababc, \dots\}$$

# Yigiti başsa

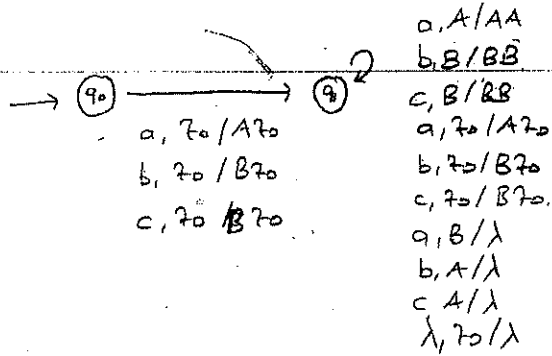
- $a$  okunursa yigiti  $A$  eklenir.
- $b$  ya da  $c$  okunursa yigiti  $B$  eklenir.

# Yigiti üstünde  $A$  varsa,

- $a$  okunursa yigiti  $A$  eklenir.
- $b$  ya da  $c$  okunursa yigitten  $A$  silinir.

# Yigiti üstünde  $B$  varsa,

- $a$  okunursa yigitten  $B$  silinir.
- $b$  ya da  $c$  okunursa yigiti  $B$  eklenir.



## - PUMPING LEMMA -

Kuralları

1  $w = xyz$   $|w| \geq p$

2  $|y| \geq 1$

3  $|xy| \leq p$

4  $xy^iz \in L$  ve  $i \geq 0$

Soru  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$  düzenli olup olmadığını gösterelim.

$p \geq 0$  için  $w = a^p b^p$

1)  $p=3$  seçilirse  $w = aaa bbb$   $|w| = 6$   $|w| \geq p$  koşulunu sağladı.

2)  $w = xyz$  idi.  $|xy| \leq p$  yani  $|xy| \leq 3$  olmalı.

$w = \underbrace{aaa}_{xy} \underbrace{bbb}_z$

#  $xy$  içerisindeki  $x$  kısmı  $x = a^r$

#  $xy$  içerisindeki  $y$  kısmı  $y = a^s$   $|y| \geq 1$  koşulunu sağlanıyor oldu.

# geriye kalan semboller için  $z = a^{p-r-s} b^p$

3)  $w = xyz$  stringinin  $xy^iz \in L$  ve  $i \geq 0$  şartına uyup uymadığını bakalım.

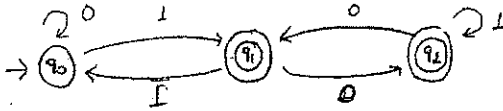
$i=0$  olursa  $xy^iz \Rightarrow xz$  olur.

$$w = \underbrace{a^r}_x \cdot \underbrace{a^{p-r-s}}_{y^i} \cdot \underbrace{b^p}_z$$

$$w = a^{p-s} b^p$$

$(p-s) \neq p$  olduğundan bu dil regüler değildir.

## - DFA Kodu -



```
import java.util.Scanner;
```

```
public class Soru {
```

```
    public static void main (String [] args) {
```

```
        Scanner klavye = new Scanner (System.in);
```

```
        System.out.println ("dizi giriniz");
```

```
        String a = klavye.nextLine();
```

```
        String Durum = "q0";
```

```
        for (int i=0; i<a.length(); i++) {
```

```
            String Deger = a.substring(i,i+1);
```

```
            if (!Deger.equals("0") && !Deger.equals("1")) {
```

```
                System.out.println ("Yanlis karakter girdiniz");
```

```
                System.exit(i);
```

```
            if (Durum.equals("q0")) {
```

```
                if (Deger.equals("0"))
```

```
                    Durum = "q0";
```

```
                else
```

```
                    Durum = "q1";
```

```
            } else if (Durum.equals("q1")) {
```

```
                if (Deger.equals("0"))
```

```
                    Durum = "q2";
```

```
                else
```

```
                    Durum = "q0";
```

```
            } else if (Durum.equals("q2")) {
```

```
                if (Deger.equals("0"))
```

```
                    Durum = "q1";
```

```
                else
```

```
                    Durum = "q2";
```

```
            } if (Durum.equals("q1") || Durum.equals("q2"))
```

```
                System.out.println (a + "dizisi tamindir");
```

```
            else
```

```
                System.out.println (a + "dizisi tamimaz");
```

Sonuc + q

durum = final state

ise tamir.

ilk durum q0 diye tanirlar

Dizeyi Degeri  
degişir hatırlar!

q0 durumunda

0	1
q0	q1

q1 durumunda

0	1
q2	q0

q2 durumunda

0	1
q1	q2

