Alejandra Torres Manclas.

1. Teorema: Un grafo es euleriano sii todos sus vértices son de grado par

Dem:

($\rightarrow$) Sea $\mathcal{G}$ un grafo euleriano y sea $\mathcal{C}$ un ciclo euleriano. Sea $v \in V(\mathcal{G})$ entonces en $\mathcal{C}$ en v inciden mínimo dos aristas, i.e., por cada aparición de v en $\mathcal{C}$ hay una contribusión de dos aristas en $\delta(v)$ entonces $\delta(v)$ tiene grado par.

($\leftarrow$) Tenemos que $\forall u \in V(\mathcal{G})$, $\delta(u)$ es par. Procedemos por inducción en el $|A(\mathcal{G})| = m$.

- Si $m=3$ entonces $\mathcal{G} = K_3$. y $\mathcal{G}$ es euleriano.

Hip. de inducción: Supongamos que $\mathcal{G}$ es un grafo tq $\forall v \in V(\mathcal{G})$, $\delta(v)$ es par, con $|A(\mathcal{G})| = m$ tq $\mathcal{G}$ es Euleriano.

- Sea $\tilde{\mathcal{G}}$ tal que $A(\tilde{\mathcal{G}}) = A(\mathcal{G}) \cup \{a, b\}$ tq $a := \{u, v\}$ y $b := \{u, v\}$.

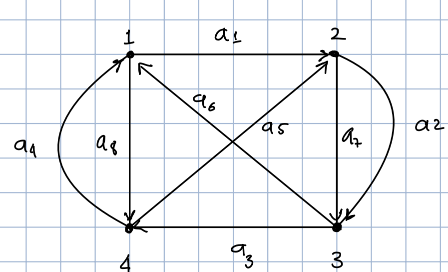
entonces $deg_{\tilde{\mathcal{G}}}(u)$ es par y $deg_{\tilde{\mathcal{G}}}(v)$ es par.

Sea $\mathcal{C}$ un paseo euleriano cerrado en $\mathcal{G}$ y vamos a tomar el siguente camino en $\tilde{\mathcal{G}}$:

$$\tilde{\mathcal{C}} = (u, \mathcal{C}, v, a, u, b, v, \mathcal{C}, u)$$

el cual es un ciclo euleriano en $\tilde{\mathcal{G}}$ por lo tanto $\tilde{\mathcal{G}}$ es euleriana.

2.



$\forall v$ en $\mathcal{G}$, $deg^-(u) = 2 = deg^+(u)$

$\Rightarrow$ $\mathcal{G}$ es euleriano.

$\mathcal{C} = (4, a_4, 1, a_1, 2, a_7, 3, a_3, 4, a_5, 2, a_2, 3, a_5, 1, a_8, 4)$