

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА НАЧУПЕНИ ЛИНИИ

Да означим върха с номер n още и с номер 0. Очевидно броят на търсените начупени линии от връх i до връх j ще бъде равен на броя на начупените линии от връх $i-1$ до връх $j-1$. Така задачата се свежда до търсене на отговорите само за начален връх 0. Освен това не е съществено, че точките са върхове на правилен многоъгълник. Достатъчно е върховете да са разположени върху една окръжност.

Да означим с $dp[n][j]$ броя на простите начупени линии от връх 0 до връх j в многоъгълник с n върха. Ясно е, че има симетрия: $dp[n][j] = dp[n][n-j]$.

Първите няколко реда на таблицата са:

| $n \setminus j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| 2 | 1 | | | | |
| 3 | 2 | 2 | | | |
| 4 | 4 | 5 | 4 | | |
| 5 | 8 | 12 | 12 | 8 | |
| 6 | 16 | 28 | 33 | 28 | 16 |

Отсечката $0-j$ е начупена линия без междинни точки. Останалите начупени линии имат поне една междинна точка. Нека отсечката $0-k$ е първата отсечка от начупената линия. Има два случая: $k = 1, 2, \dots, j-1$ и $k = j+1, j+2, \dots, n-1$.

В първия случай върховете с номера 0, 1, 2, ..., $k-1$ повече не могат да се използват и продължението на начупената линия ще бъде в многоъгълник с $n-k$ върха. Началният връх е k , а крайният е j . Като преномериране върховете така, че връх k да стане номер 0, то връх j ще има номер $j-k$. Следователно броят на продълженията на начупената линия от връх k до връх j ще бъде $dp[n-k][j-k]$.

Във втория случай, когато първата отсечка е $0-k$ и $k = j+1, j+2, \dots, n-1$, ще отпаднат върховете с номера $k+1, k+2, \dots, n$. Остават за използване k върха (1, 2, ..., k), като връх k е едновременно и връх 0. В този случай броят на възможните продължения е $dp[k][j]$.

Последователно попълваме редовете на таблицата.

Отговорът на задачата е стойността на елемента $dp[n][j-i]$.

Автор: Донка Капралова

