

# The map coloring game

## Final report

Arnaud AUDOIN    Clément BADIOLA    Samuel DA SILVA  
Alexandre PERROT    Camille RITLEWSKI

Client : Paul DORBEC

15 janvier 2013

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Graph coloring . . . . .	1
1.2	Map-coloring game . . . . .	1
1.3	Exemple d'une partie . . . . .	2
1.4	Applications . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Théorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Travail</b>	<b>4</b>
3.1	Monte Carlo . . . . .	4
3.1.1	Algorithme de notre IA . . . . .	5
3.2	Mise en oeuvre de l'expérience . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Bilan</b>	<b>6</b>
4.1	Bilan . . . . .	6
4.1.1	Échecs . . . . .	6
4.2	Si c'était à refaire. . . . .	6
4.3	Perspectives . . . . .	6
<b>A</b>	<b>Diagrammes</b>	<b>7</b>
<b>B</b>	<b>Manuel de maintenance</b>	<b>8</b>
<b>C</b>	<b>Extraits de code</b>	<b>9</b>

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Graph coloring

Graph coloring is not a new problem in mathematics and computer science. The first results in the field date back to 1852, when Francis Guthrie postulated the famous four color theorem.

Coloring a graph consists of assigning a color to each vertex of the graph, such that two adjacent vertices are of different colors. A such coloring is called a proper coloring. There are other forms of coloring, such as edge or face coloring, but they always reduce to a vertex coloring on another graph.

A graph is said to be  $k$ -coloriable if it admits a proper coloring with  $k$  colors. The minimal number of colors needed to achieve a proper coloring of a particular graph is called the chromatic number of that graph, noted  $\chi(g)$ . Deciding if a graph is  $k$ -coloriable for a given value of  $k$  is NP-complete.

La coloration de graphe est un problème qui date du XIXème siècle. Il s'agit d'assigner à chaque sommet d'un graphe des couleurs afin que deux sommets adjacents (reliés par une arête) ne soient pas de la même couleur. Il existe des variantes consistant à colorier les arêtes ou les faces d'un graphe, mais elle se ramènent toutes à une coloration de sommets. Le nombre minimal de couleurs pour obtenir une bonne coloration sur un graphe donné est appelé le nombre chromatique de ce graphe. Un graphe est dit  $k$ -coloriable si son nombre chromatique est  $\leq k$ . Décider si un graphe est  $k$ -coloriable est un problème NP-complet.

### 1.2 Map-coloring game

Le sujet de l'article est une variante de la coloration de graphe impliquant deux joueurs. La règle de coloration est la même, chaque sommet ne peut avoir la même couleur qu'un de ses voisins.

Le premier joueur essaie de colorier correctement le graphe. Le second essaie de l'en empêcher sans pour autant pouvoir outrepasser la règle de coloration. Au début du jeu, on définit un nombre  $N$  de couleur qui pourront être utilisé lors de la partie. La partie s'arrête si tous les sommets sont coloriés ou alors si il n'est plus possible de colorier le graphe sans ajouter une  $N+1$  eme couleur, ce qui serait contraire aux règles.

On définit le "game chromatic number" comme le nombre minimal de couleurs avec lesquelles le premier joueur peut réussir à achever une coloration correcte du graphe quelque soit la stratégie du second.

### **1.3 Exemple d'une partie**

### **1.4 Applications**

Le jeu du coloriage de graphe n'a pas d'application directe, mais il aide à avoir une meilleure compréhension du domaine de la coloration de graph. La coloration de graphe a des applications diverses parmi lesquelles : - l'allocation mémoire, - gestion d'occupation de salle, - gestion d'emploi du temps....

## Chapitre 2

## Théorie

# Chapitre 3

## Travail

### Sommaire

<b>3.1 Monte Carlo</b>	<b>4</b>
3.1.1 Algorithme de notre IA	5
<b>3.2 Mise en oeuvre de l'experience</b>	<b>5</b>

### 3.1 Monte Carlo

Dans Monte Carlo, on va chercher à jouer beaucoup de parties pour un graph donné (que nous appellerons le graph étudié) afin de pouvoir jouer les meilleurs coups possibles. Pour chaque graph étudié, nous générons un arbre des coups joués où chaque nœuds, sauf la racine, correspondent à des coups joués sur ce graph.

Ce que contient un nœud de l'arbre généré :

- le nœud joué dans le graph étudié
- la couleur jouée sur ce nœud
- le nombre de partie jouées en passant par ce nœud
- le nombre de partie gagné par Alice en passant par ce nœud

Au début l'arbre ne contient que la racine et les premiers coups possibles. Nous n'avons aucune connaissance des coups qui amènent à colorier proprement le graph étudié ni de ceux qui nous mettrons dans une situation bloquante.

Afin de limiter le nombre de fils, nous allons éliminé des coups équivalents : nous considérons que les couleurs sont numérotées et qu'il est impossible de jouer une couleur  $n$ , si la couleur  $n-1$  n'a pas encore été jouée. En effet il est équivalent d'introduire la couleur  $n-1$  ou la couleur  $n$ .

D'autre part nous allons généré le graph au fur et a mesure des parties et des coups joués. À chaque fois que l'on est dans un nœud (i.e. on viens de jouer le coup correspondant dans le graph étudié), si il n'a pas de fils, on regarde l'état de la partie :

- soit la partie est finie (Alice a gagné ou Bob à gagné), on remonte alors jusqu'à la racine en mettant à jour tous les nœuds sur le chemin. Si Alice a gagné (i.e. le graph étudié est entièrement colorié) on incrémente le nombre de partie joué et le nombre de partie gagné. Si Alice n'a pas gagné (i.e. le

graph étudié n'est pas entièrement colorié) on incrémente juste le nombre de partie joué.

- soit on peut continuer (auquel cas on génère les fils et on continue la simulation récursivement).

Quand on a joué dans un nœud, on a un pourcentage de victoire pour le coup correspondant, mais il n'est pas forcément représentatif. Le fait de jouer plus de parties va permettre de diminuer l'intervalle de confiance de ce ratio de victoire.

### 3.1.1 Algorithme de notre IA

Pour éviter de toujours passer par les mêmes nœuds, nous allons essayer de passer par tous les frères d'un nœud déjà visité avant de pouvoir le revisiter pour explorer ces fils. Ce qui compte, ce sont surtout les coups au premier niveau (le niveau que l'on est en train d'étudier, les coups à jouer immédiatement). Les coups de niveau inférieur ne pourront pas être tous explorés, mais seront regardés de plus près quand on avancera dans le jeu et qu'ils arriveront au premier niveau. La partie délicate de Monte-Carlo est la sélection de nœud pour l'exploration. Dans un premier temps nous avons considéré qu'il faut en priorité visiter le nœud qui a le moins de parties jouées, car il a été visité moins de fois que ses « frères ». Mais jouer celui le moins regardé pour l'instant n'est clairement pas la bonne solution sur le long terme. Il faut une solution adaptative, qui va jouer les coups moins regardés au début, puis qui va jouer les meilleurs pour vérifier que ce sont bien les meilleurs. Nous allons donc utiliser les algorithmes de Multi-armed bandit, plus particulièrement UCB1, qui donne de bons résultats. (ressource en anglais : [http://www.chrisstucchio.com/blog/2012/bandit\\_algorithms\\_vs\\_ab.html](http://www.chrisstucchio.com/blog/2012/bandit_algorithms_vs_ab.html)) (ressources en français : <http://researchers.lille.inria.fr/~munos/master-mva/lecture03.pdf>, <http://fr.slideshare.net/cornec/bandits-algo-klucb-par-garivier>) La seconde partie de Monte Carlo est l'exploitation. Une fois qu'on a effectué assez de simulations, on choisit un nœud pour le jouer "pour de vrai". Là encore, il y a plusieurs solutions : on peut en effet prendre le nœud avec le meilleur ratio brut, mais on peut aussi prendre le nœud avec le meilleur ratio au mieux (plus l'intervalle de confiance) ou encore celui avec le meilleur ratio au pire (moins l'intervalle de confiance). Sinon, pour la différence entre Alice et Bob, on se base sur une sélection min-max classique. Donc pour Alice on choisit le coup qui a le plus grand nombre de parties gagnées. Et pour Bob on choisit celui qui a le plus petit nombre de parties gagnées.

## 3.2 Mise en oeuvre de l'expérience

# Chapitre 4

## Bilan

### Sommaire

<b>4.1 Bilan</b>	<b>6</b>
4.1.1 Échecs	6
<b>4.2 Si c'était à refaire...</b>	<b>6</b>
<b>4.3 Perspectives</b>	<b>6</b>

### 4.1 Bilan

Texte ici.

#### 4.1.1 Échecs

Texte ici.

### 4.2 Si c'était à refaire...

Si c'était à refaire, nous aborderions le problème différemment...

### 4.3 Perspectives



Annexe A

Diagrammes

Annexe B

Manuel de maintenance

## Annexe C

### Extraits de code

## Table des figures

## Liste des tableaux

Rapport de projet d'études et de recherche.  
The map coloring game.  
Master 2, 2012

Les sources de ce rapport sont disponibles librement sur