Συστήματα Αναμονής (Queuing Systems)
Πέμπτη εργαστηριακή άσκηση

Όνομα: Αλεξόπουλος Ιωάννης
ΑΜ: 0317001

Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

(1)

Οι απαραίτητες συνθήκες ώστε οι σύνδεσμοι να μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν M/M/1 ουρές είναι: η ροή μέσου ρυθμού λ να αποτελεί ροή Poisson και το μήκος πακέτου να ακολουθεί τυχαία εκθετική κατανομή.Με βάση αυτή την παραδοχή γνωρίζουμε στην προκειμένη περίπτωση ότι $\lambda_1=\alpha*\lambda$ και $\lambda_2=(1-\alpha)*\lambda$ ως τυχαία διάσπαση ροής Poisson μέσου αριθμού λ καθώς και ότι $\mu_i=C_i/E(L)$ δηλαδή:

$\mu_1=\frac{15*10^6 bps}{128*8 bits}=14648.4375 s^{-1}$ και $\mu_2=\frac{12*10^6 bps}{128*8 bits}=11718.75 s^{-1}$

$\rho_1=\frac{\lambda_1}{\mu_1}=\alpha\frac{\lambda}{\mu_1}=0.682\alpha<1$ και $\rho_2=\frac{\lambda_2}{\mu_2}=(1-\alpha)\frac{\lambda}{\mu}=(1-\alpha)0.853<1$

Παρατηρούμε επιπλέον ότι το σύστημα μας είναι εργοδικό.

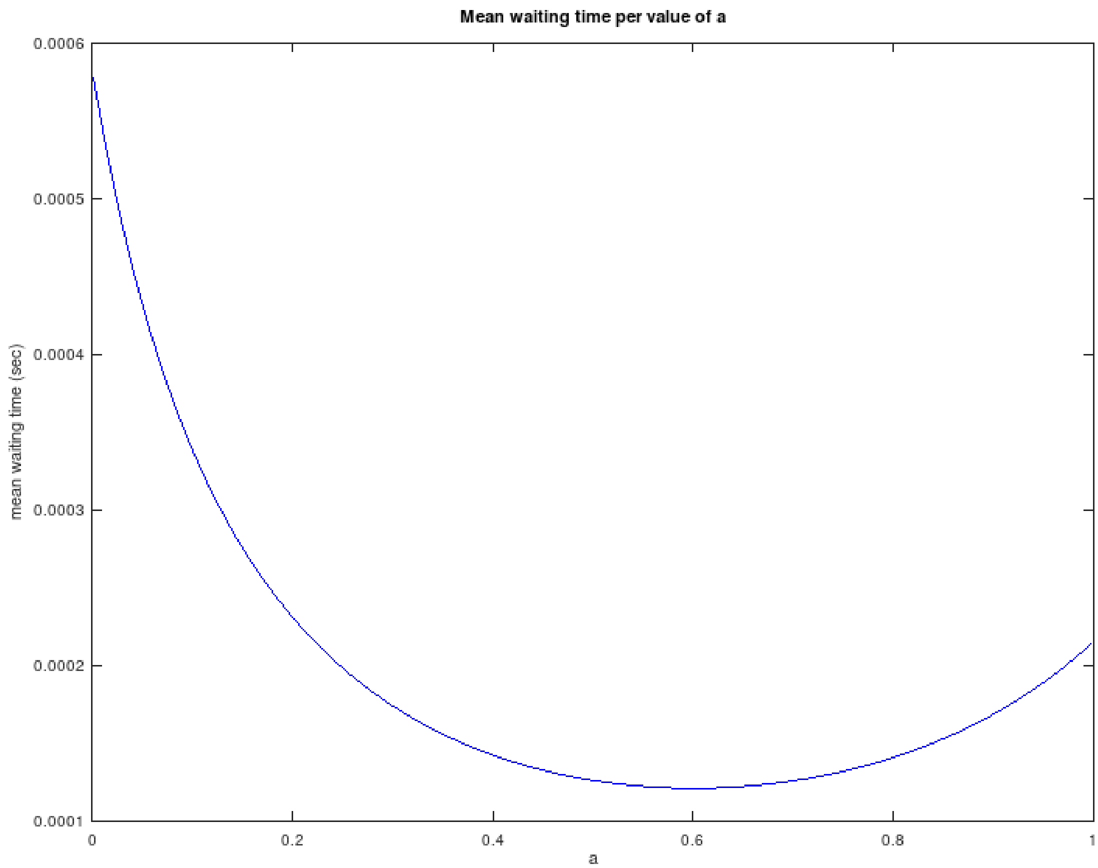
(2)

Με χρήση του θεωρήματος Jackson ο μέσος αριθμός πακέτων στο δίκτυο θα είναι:

E(n) = E(n_1) + E(n_2) = $\frac{\rho_1}{1-\rho_1}$ + $\frac{\rho_2}{1-\rho_2}$ = $\frac{\frac{\alpha\lambda}{\mu 1}}{1-\frac{\alpha\lambda}{\mu 1}}$ + $\frac{\frac{(1-\alpha)*\lambda}{\mu 2}}{1-\frac{(1-\alpha)*\lambda}{\mu 2}}$ = $\frac{\alpha\lambda}{\mu 1-\alpha\lambda}+\frac{(1-\alpha)\lambda}{\mu 2-(1-\alpha)\lambda}$.

Από τον τύπο του Little προκύπτει η μέση καθυστέρηση ενός τυχαίου πακέτου από άκρο σε άκρο: E(T) = $\frac{E(n)}{\gamma}$ = $\frac{E(n)}{\lambda}$.

Με χρήση του Octave προκύπτει το κάτωθεν διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης συναρτήσει του α με ελάχιστη τιμή $E(T)_{min}$ = 0.0001212 για α = 0.601



<u>Ανοικτό δίκτυο ουρών αναμονής</u>

<u>(1)</u>

Οι παραδοχές που πρέπει να δεχθούμε ώστε να εφαρμόσουμε το θεώρημα Jackson στο σύστημα είναι οι εξής:

- Ανεξάρτητοι ρυθμοί εξυπηρετήσης σε κάθε ουρά με εκθετική κατανομή και ανεξάρτητοι ρυθμοί άφιξης Poisson σε κάθε ουρά.
- Οι χρόνοι εξυπηρετήσης πελατών όπως διαπερνούν το δίκτυο δεν διατηρούν την τιμή τους (έλλειψη μνήμης) αλλά αποκτούν χρόνο εξυπηρέτησης ανάλογα με την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή (Kleinrock's Independence Assumption).
- Οι διασπάσεις των ροών κατά την εσωτερική δρομολόγηση γίνονται με τυχαίο τρόπο.

<u>(2)</u>

Η ένταση φορτίου ρ ορίζεται ως το πηλίκο του ρυθμού άφιξης λ προς τον ρυθμό εξυπηρέτησης μ ($\rho=\frac{\lambda}{\mu}$). Συνεπώς προκύπτουν τα εξής:

Q1: $\rho_1=\frac{\lambda_1}{\mu_1}$.

Q2: $\rho_2 = \frac{\lambda_2+r_{12}\lambda_1}{\mu_2}=\frac{\lambda_2+\frac{2}{7}\lambda_1}{\mu_2}$.

Q3: $\rho_3 = \frac{r_{13}\lambda_1}{\mu_3} = \frac{\frac{4}{7}\lambda_1}{\mu_3}$.

Q4: $\rho_4 = \frac{r_{14}\lambda_1 + r_{34} r_{13}\lambda_1}{\mu_4} = \frac{\frac{1}{7}\lambda_1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}\cdot\lambda_1}{\mu_4} = \frac{\frac{3}{7}\lambda_1}{\mu_4}$.

Q5: $\rho_5 = \frac{\lambda_2 + r_{12}\lambda_1 + r_{35} r_{13}\lambda_1}{\mu_5} = \frac{\lambda_2 + \left(\frac{2}{7}\right)\lambda_1 + \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot\lambda_1}{\mu_5} = \frac{\lambda_2 + \frac{4}{7}\lambda_1}{\mu_5}$.

Η συνάρτηση intensities φαίνεται παρακάτω:

```
function [r,ergodic] = intensities(l,m)
r(1) = l(1);
r(2) = l(2) + 2*l(1)/7;
r(3) = 4*l(1)/7;
r(4) = 3*l(1)/7;
r(5) = l(2) + 4*l(1)/7;
r = r./m;
for i=1:5
  disp(r(i))
endfor
ergodic = ((r(1)<1) && (r(2)<1) && (r(3)<1) && (r(4)<1) && (r(5)<1));
if (ergodic == 1)
  display("Ergodic");
else
  display("Not Ergodic");
endif
endfunction
```

(3)

Η συνάρτηση mean_clients που επιστρέφει ένα διάνυσμα με τους μέσους αριθμούς πελατών των $Q_i, i=1,2,4,5$ καθώς και το μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου:

```
function [R, sum] = mean_clients(l,m)
[r,ergodic] = intensities(l,m);
R = r ./ (1-r);
sum = sum(R)/sum(l);
endfunction
```

(4)

Για l = [4 1] και μ = [6 5 8 7 6] έχουμε με κλήση της συνάρτησης mean_clients:

```
l=[4 1];
m=[6 5 8 7 6];
[r, ergodic] = intensities(l,m);
[R, sum] = mean_clients(l,m);
disp(sum);
```

Έξοδος:

```
 0.66667
 0.42857
 0.28571
 0.24490
 0.54762
Ergodic
 0.93697
```

όπου τις πρώτες 5 γραμμές βλέπουμε την ένταση του φορτίου που δέχεται η κάθε ουρά, στην συνέχεια επιβεβαιώνεται ότι το σύστημα είναι εργοδικό και τέλος φαίνεται ο μέσος χρόνος καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου.

(5)

Ως bottleneck του δικτύου ορίζεται η ουρά που χαρακτηρίζεται από την μεγαλύτερη ένταση φορτίου στο δίκτυο. Στο δίκτυο μας η Q1 ουρά είναι η στενωπός, με ρ_1 = 0.66667 όπως προέκυψε από το προηγούμενο ερώτημα. Η μέγιστη τιμή του ρυθμού αφίξεως λ_1για την οποία το σύστημα παραμένει εργοδικό είναι αυτή για την οποία ισχύει:

$\rho_1=\frac{\lambda_1}{\mu_1}=1\Rightarrow\lambda_1=6$

(6)

Παρακάτω φαίνεται το ζητούμενο διάγραμμα για τιμες του λ_1 απο 0.1 έως 0.99 της μέγιστης τιμής του.