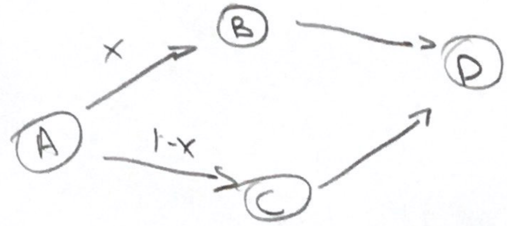
Εξέταση: Συστήματα Αναμονής
Όνομα: Αλέξανδρος Κυριακάκης
ΑΜ: 03112163

Θέμα 1



$\mu_{AB} = \mu_{BD} = 10$ πακέτα/sec

$\mu_{AC} = \mu_{CD} = 20$

$\lambda = 10$ πακέτα/sec

α) Οι παραδοχές που πρέπει να ισχύουν είναι

Οι αφίξεις να είναι τυχαίες με κατανομή Poisson

1. Οι αφίξεις να είναι τυχαίες με πιθανότητα $x, 1-x$
2. Η δρομολόγηση των πακέτων να είναι τυχαία με πιθανότητα $x, 1-x$
3. Οι εξυπηρετήσεις να είναι ανεξάρτητες (υπόθεση ανεξαρτησίας), Kleinrock.
4. Άπειρες ουρές FIFO χωρίς απώλειες

β) $\mu_{AB} = \mu_{BD}$ 10 πακέτα/sec $\quad \rho_1 = \rho_2 = \frac{x\,\lambda_{AD}}{\mu_{AB}} = \frac{x \cdot 10}{10} = x$

$\mu_{AC} = \mu_{CD}$ 20 πακέτα/sec $\quad \rho_3 = \rho_4 = \frac{(1-x)\,\lambda_{AD}}{\mu_{AC}} = \frac{1-x}{2}$

Επίσης $E(n_i) = \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$

$E(n_{AB}) = \frac{x}{1-x}$, $\quad E(n_{AC}) = \frac{\frac{1-x}{2}}{1-\frac{1-x}{2}} = \frac{1-x}{1+x}$

$$E[T_{AD}(x)] = \frac{2\left[\frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}\right]}{\lambda_{AD}} = \frac{\frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}}{5}$$

Θέτουμε το $\frac{1}{5}\frac{dE[T_{AD}(x)]}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}\frac{d\left[\left(\frac{x}{1-x}\right)+\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right]}{dx} = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = 3-2\sqrt{2}$, $x = 3+2\sqrt{2}$ $\xrightarrow{x \leq 1} \boxed{x = 3-2\sqrt{2}}$

AM : 03118163

γ) Ο μέσος χρόνος καθυστέρησης θα είναι

Αντικαθιστώ $x = 3-2\sqrt{2}$ στο $E[T]$

$x \simeq 0,17$

$$E[T_{w}] = \frac{\frac{0,17}{1-0,17} + \frac{1-0,17}{1+0,17}}{5} = \frac{0,2+0,7}{5} = 0,18 \text{ sec}$$

Θέμα 2

$\lambda = 3$ αφίξ/sec

$\frac{1}{\mu} = 0,25$ sec

A) Αφού $\omega = 0$ καθώς υπάρχουν άπειροι εξυπηρετητές
Ο συνολικός μέσος χρόνος συστήματος T ισούται με
τον μέσο χρόνο εξυπηρέτησης $T = \frac{1}{\mu} = 0,25$ sec

B) Από Little: $E(n) = \lambda \cdot T = 3\frac{1}{\mu} = 3 \cdot 0,25 = 0,75$ πελάτες
(που ισχύει και για όχι ευσταθή) $(\lambda = \gamma)$

Θέμα 3

Για να μπορέσει εξυπηρετηθεί πελάτης να λύσουν 6 διεργασίες οπότε (πελάτων)

4 επεξεργαστές

$\lambda = 1$ διεργ/λεπτό

$\mu = \frac{1}{2}$ διεργ/λεπτό

Ο αναμενόμενος μέσος εξυπηρέτησης του

$$T = 6\frac{1}{4\mu} = 6\frac{1}{4 \cdot 0,5} = 3 \text{ λεπτά}$$

Αυτό προκύπτει από

$Y = \min\{x_1, \dots, x_k\}$, x_i εκθ. κατανομή.

$P[X \le x] = F_x(x) = 1-e^{-\lambda x}$

$P[Y > y] = P[x_1 > y, \dots, x_k > y] = P[x_1 > y] \cdots P[x_k > y] =$

$= e^{-\lambda y} e^{-\lambda y} \Rightarrow P[Y \le y] = 1 - e^{-k\lambda y}$