

14. Двійково-десятковий код

Двійково-десятковий код — спосіб представлення десятичного числа, у якому кожній цифрі відповідає певна послідовність двійкових розрядів. Цей код (а точніше, його різновид 8421-ДДК) спрощує ввід/вивід числа у десятичному вигляді, використовується у калькуляторах та при роботі над числами з нерухомою комою (наприклад, з грошми) для забезпечення належної точності підрахунків. Реалізація BCD-арифметики досить проста, тому вона присутня у наборах інструкцій майже всіх мікропроцесорів та мікроконтролерів.

Найпростішим варіантом є 8421-ДДК, який означає, що кожна цифра десятичного числа записується своїм двійковим представленням з доповненням нулями до 4 розрядів (тетрада). Наприклад, число 3091_{10} , при кодуванні у 8421-ДДК буде виглядати як 0011 0000 1001 0001₂

Оскільки всього існує 10 десятичних цифр, а одна тетрада (4 біта) може визначати $2^4 = 16$ різних комбінацій, то очевидно, що існує більше ніж один можливий варіант побудови

ДДК. Кількість можливих комбінацій дорівнює . Більшість цих можливих комбінацій подібні, тому для стандартизації був вибраний спеціальний алгоритм генерації ДДК.

Кожному розряду ДДК ставиться якась фіксована вага. Умови побудови коду:

1. Ваги розрядів розміщуються у порядку зростання (від молодшого розряду до старшого)
2. Вага найменшого розряду q_0 дорівнює 1
3. Вага наступного розряду q_1 дорівнює 1 або 2
4. Ваги інших 2 розрядів підбираються так, щоб їхня сума була більша або рівна 6 (якщо $q_1 = 2$) або 7 (якщо $q_1 = 1$)
5. $q_3 \leq q_2 + q_1 + q_0 + 1$

По таким правилам можлива побудова 17 різних кодів: 8-4-2-1, 7-4-2-1, 6-4-2-1, 5-4-2-1, 4-4-2-1, 7-3-2-1, 6-3-2-1, 5-3-2-1, 4-3-2-1, 3-3-2-1, 6-2-2-1, 5-2-2-1, 4-2-2-1, 6-3-1-1, 5-3-1-1, 4-3-1-1, 5-2-1-1

Для перетворення десятичної цифри у ДДК потрібно визначити, ваги яких розрядів утворюють у сумі дану цифру і поставити на їх місце одинички, а інші розряди заповнити нулями. Так, при кодуванні цифри 5 за допомогою 5221-ДДК видно, що $q_3 = 5$, а отже $5_{10} = 1000_{5221\text{-ДДК}}$. Разом з тим, у даного коду є неоднозначність кодування, абсолютно коректним кодуванням буде $5_{10} = 0111_{5221\text{-ДДК}}$, оскільки $q_2 + q_1 + q_0 = 5$. Неоднозначність кодування присутня у всіх кодах окрім 8421-ДДК.

Декодування тетради ДДК відбувається як сумування ваг розрядів, навпроти яких записана 1 у двійковому представленні. Наприклад, $1010_{6321\text{-ДДК}} = 6 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6 + 2 = 8_{10}$. На відміну від кодування, декодування завжди однозначне.

Якщо у ДДК $q_3 + q_2 + q_1 + q_0 > 9$, то це означає, що код містить заборонені комбінації (ті, що декодуються у числа більше 9, тобто, не у цифру). Деякі системи використовують заборонені комбінації для представлення знаку, десятичної крапки тощо.

BCD, який являє собою 8421-ДДК, виділяється серед інших двійково-десятичних кодів кількома особливостями:

- Ваги розрядів коду являють собою степені двійки, а отже кодування цифри зводиться до простого переведення у двійкову систему, що є досить відомою операцією
- Однозначне кодування — не може бути 2 тетрад, які будуть позначати одну цифру
- 6 заборонених комбінацій — їх можна використати для позначення знаку, десятичної крапки, експоненти тощо.

Через ці особливості (а точніше, через першу) даний ДДК зручно використовувати для збереження десятичних чисел у комп'ютерах. До переваг можна віднести елементарність операції округлення, елементарність множення на 10.

Оскільки мінімальною одиницею даних у процесорах як правило є байт, а не тетрада, то це призвело до появи двох форматів зберігання BCD в пам'яті. Неупакований формат зберігає кодовану цифру у молодшій тетраді байта, а старшу обнуляє. Упакований записує

молодшу цифру у молодшу тетраду, а старшу — у старшу тетраду. Тому у неупакованому форматі один байт може містити числа від 0 до 9, а в упакованому — числа від 0 до 99. Неупакований формат зручний для перетворення цифри у ASCII-символ і округлення, а упакований — для арифметичних операцій і компактності даних. Процесори, які підтримують обидва формати, можуть містити також команди для перевodu з одного формату в інший.

Для процесорів, які націлені на двійкові арифметичні операції, виконання двійково-десяткових операцій не є складним, проте створює незручності для програміста. Це пов'язано з існуванням заборонених комбінацій. В даному прикладі показано, що в деяких випадках над упакованими BCD числами можна виконувати звичайні бінарні операції

$$\begin{array}{r} 0001\ 0001 + 0000\ 0110 = 0001\ 0111 \\ 1\ 1 + 0\ 6 = 1\ 7 \end{array}$$

Проте, якщо сума розрядів виявиться більшою 9, то результат стане некоректним:

$$\begin{array}{r} 0001\ 1001 + 0000\ 0110 = 0001\ 1111 \\ 1\ 9 + 0\ 6 = 1\ \text{####} \end{array}$$

Комбінація 1111 у 8421-ДДК є забороненою, тому результат виявився неправильним. Для вирішення даної проблеми потрібно виконати десяткову корекцію числа після виконання арифметичної операції. Суть десяткової корекції у тому, що якщо у тетраді утворилась заборонена комбінація або відбувся перенос біта з 3 у 4 розряди (рахуючи від нульового), то до відповідної тетради результату додається число 6_{10} або 0110_2 :

$$\begin{array}{r} 0001\ 1001 + 0000\ 0110 = 0001\ 1111 \\ 1\ 9 + 0\ 6 = 1\ \text{####} \\ \quad + 0000\ 0110 \\ \quad \text{-----} \\ \quad 0010\ 0101 \\ \quad 2\ 5 \\ 0101\ 1001 + 0111\ 1001 = 1101\ 0010 \\ 5\ 9 + 7\ 9 = \text{заборонена комб.} \quad \text{був перенос біта} \\ \quad + 0110\ 0110 \\ \quad \text{-----} \\ (1)\ 0011\ 1000 \\ \quad 3\ 8 \end{array}$$

Наявність біту переповнення після виконання операції означає, що відбувся перенос у розряд сотень. За рахунок даної особливості у деяких операціях діапазон двійково-десяткових чисел, які кодуються одним байтом, розширений від 0 до 199. У цьому випадку результат дорівнює $(1) 38$, тобто, число 138.