

15. Код Бергера

Коди Бергера (коди з підсумовуванням) відносяться до розряду несистематических кодів. Існує кілька варіантів побудови кодів Бергера. У найпростішому варіанті кодування відбувається наступним чином: в інформаційній частині коду підраховується число одиниць, після чого формуються перевірочні розряди, що представляють інвертовану запис цього числа в двійковій формі. Можливий і інший спосіб, який полягає в тому, що в якості перевірочних символів використовується двійкове число, що відповідає кількості нулів в інформаційній частині коду. Цей спосіб повністю еквівалентний першому, але його технічна реалізація може виявитися простіше. Таким чином, число перевірочних розрядів одно найменшому цілому числу, що перевищує.

Коди Бергера призначені для використання в асиметричних каналах зв'язку, де можливо або тільки перетворення нулів в одиниці, або навпаки.

Розглянемо випадок, коли одиниці перетворюються в нулі. Тоді при виникненні помилки кількість одиниць, що містяться в інформаційній частині, зменшується і число, що дорівнює кількості прийнятих одиниць, яке порівнюється з перевірочними символами коду, виявляється менше останнього.

Якщо при передачі одиниці перетворилися в нулі, то прийнятих перевірочних символів будуть містити більше нулів (ніж було передано) і виділена з інформаційних символів перевірочне число буде більше, ніж прийняте перевірочне число.

Розглядаючи характер помилок, бачимо, що будь-які з них призводять до того, що двійкове число, обчислене за прийнятими інформаційним символам і потім Інвертований, завжди менше числа, яку представляють перевірочними символами. При цьому будь-які помилки, що складаються в перетворенні одиниць в нулі, будуть виявлені. Це справедливо і для випадку, коли нулі перетворюються в одиниці.

Перевага кодів Бергера в порівнянні з кодами з постійним вагою, які також використовуються в асиметричних каналах, полягає в тому, що вони є нероздільні кодами з дуже простим алгоритмом побудови перевірочної частини.

У симетричних каналах такі коди виявляють все поодинокі помилки і деяку частину багаторазових. Можна побудувати також коди з кращими виявляють властивостями для симетричних, каналів. У таких кодах кожної інформаційної позиції приписують різну вагу, причому жоден вага

не є ступенем двох (3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17 і т. д.). Перевірочні символи цього коду утворюються шляхом підсумовування ваг, що відповідають тим інформаційним розрядам, в яких розташовані одиниці, потім відбувається інверсія отриманого числа. Такий код має всі властивості раніше описаного коду і, крім того, виявляє в симетричному каналі все подвійні помилки.

Кількість перевірочних символів його визначаємо з наступного виразу:

$$r \geq \log_2 \left\{ \left[(k + \mu) \frac{k + \mu + 1}{2} \right] - 2\mu + 1 \right\},$$

Можна побудувати коди, які будуть виявляти не тільки подвійні, а й четверні і т. д. Однак складність побудови таких кодів значно зростає з ростом кратності помилок. Застосування таких кодів не виправдано.

Закодувати кодом Бергера для несиметричних каналів інформаційне повідомлення: 1001010011. Декодувати прийняту кодову комбінацію: 10110100111001.

Число перевірочних символів визначається як:

$$r \geq \log_2 k$$

де k – число інформаційних символів (у нашому випадку $k=10$).

$$r \geq \log_2 10$$

Так як перевірна частина r має бути цілим числом, то виберемо

$$r = 4$$

Закодуємо кодом Бергера повідомлення 1001010011. Воно має п'ять одиниць. Переведемо число 5 з десяткової системи числення в двійкову:

$$5_{10} = 101_2$$

Щоб було 4 перевірних символів, достатньо спереду дописати 0. Потім треба зробити інверсію отриманих символів. Тоді перевірна частина буде такою:

$$\overline{0101}_2 = 1010_2$$

Закодоване повідомлення має вигляд:

10010100111010.

Декодуємо кодом Бергера кодову комбінацію 10110100111001. Тут мається на увазі, що ми вже знаємо, скільки бітів має перевірна частина (дивись першу частину задачі).

Відкинемо перевірну частину, яка вказує на те, що кодова комбінація має шість одиниць

$$(\overline{1001}_2 = 0110_2 = 6_{10});$$

1011010011.

Підраховуючи одиниці, бачимо, що кодова комбінація прийнята правильно.