



קינמטיקה, דינמיקה ובקרה של רובוטים- עבודת בית 2

בציור שבעמוד הבא מתואר רובוט מקבילי בעל 3 דרגות חופש. הפלטה המרכזית היא משולש שווה צלעות בעל אורך צלע x . קדקודי הפלטה מחוברים לשלוש חוליות זהות באורך L , שהקצה השני שלהן מחובר למחליק. שלושת המחליקים נעים על שני מובילים אופקיים. כל המפרקים הסיבוביים פאסיביים. דרגות החופש הממונעות של הרובוט הן המיקום הקווי של המחליקים $q = [d_1, d_2, d_3]^T$ וקטור המשימה של הרובוט הינו המיקום והאוריינטציה של מערכת הצירים הצמודה לפלטה $\underline{x} = [x, y, \theta]^T$.

1. פתרו את הקינמטיקה ההפוכה של הרובוט, כלומר חשבו את ערכי המפרקים q כפונקציה של מיקום קצה הרובוט \underline{x} . חשבו וציירו בעזרת מחשב את כל פתרונות הקינמטיקה ההפוכה עבור המשימה $[x, y, \theta] = [2, 1, 20^\circ]$.

2. פתרו את הקינמטיקה הישירה של הרובוט, כלומר חשבו את מיקום קצה הרובוט \underline{x} כפונקציה של ערכי המפרקים q . הדרכה:

- ע"י מניפולציות של משוואות הקינמטיקה ההפוכה, בטאו את x ו- y כתלות ב- θ .
- הציבו את הפתרון לתוך אחת מהמשוואות המקוריות, וקבלו משוואה ב- θ בלבד.
- השתמשו בהצבה:

$$\cos \theta = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad \sin \theta = \frac{2t}{1 + t^2}, \quad \tan \frac{\theta}{2} = t$$

- קבלו פולינום מסדר גבוה ב- t , אותו יש לפתור באופן נומרי.
- יש לפרט כל שלב בפתרון, אך אין צורך לרשום את מקדמי הפולינום בצורה פרמטרית.

עבור ערכי מפרקים $q^* = [1.7, 2.5, 2]^T$, חשבו וציירו בעזרת המחשב את כל פתרונות הקינמטיקה הישירה. יש לרשום מהו הפולינום המספרי שהתקבל עבור t , ואת כל פתרונות $[x, y, \theta]^T$. בדקו כל אחד מהפתרונות \underline{x} שהתקבלו ע"י חישוב חוזר של הקינמטיקה ההפוכה $q = f(\underline{x})$. מה השגיאה שהתקבלה? הסבירו.

3. חשבו בצורה פרמטרית את מטריצות היעקוביאן המקיימות $J_q \dot{q} = J_x \dot{x}$ ע"י גזירה של האילוצים הגאומטריים $F(x, q)$. בטאו את היעקוביאן כפונקציה של אברי \underline{x}, q , ושל המשתנים s_1, s_2, s_3 אשר יכולים לקבל את הערכים ± 1 ומייצגים בחירה בין שני פתרונות אפשריים עבור כל מפרק.

4. עבור $\theta = 0$ והתחום $0 < y < 2$ מצאו וציירו לפחות שתי תנוחות סינגולריות השונות מהותית זו מזו. עבור כל תנוחה חשבו את כיוון התנועה החופשי המקיים $J_x \cdot \dot{x} = 0$. תנו אפיון גיאומטרי לכל אחד מהמצבים הנ"ל.

5. רשמו פיסקה קצרה של סיכום התרגיל, התייחסות לתוצאות והסקת מסקנות.

הערה כללית לתרגיל: מומלץ להיעזר בתוכנות חישוב סימבוליות, אך הגשת הפלט מודפס אינה מהווה תחליף לתיאור מפורט ומנומק של כל שלבי הפתרון.

ההגשה במוגות עד יום ראשון 6.12.2020 באתר הקורס.

פקודות Matlab שימושיות:

```
sol=roots([a4 a3 a2 a1 a0])
[M, D]=eig(A)
patch([x1 x2 x3], [y1 y2 y3], 'green', 'edgecolor', 'red')
hold on
plot(xvec, yvec, 'blue', 'linewidth', 2)
axis equal
axis([-1 5 0 6])
syms x y
diff(f, x)
subs(f, [x, y], [5, z^2])
J=jacobian([Px, Py, Pz], [q1, q2, q3])
solve('a*x+b*y=1', 'c*x+d*y=0', 'x, y')
collect, simplify, factor
```

חישוב נומרי של שורשי פולינום ע"פ מקדמיו
חישוב וקטורים וערכים עצמיים
ציור משולש
מאפשר ציור קווים נוספים באותה תמונה
ציור קו
קביעת קנה מידה שווה לשני הצירים
קביעת גבולות הציור
הגדרת משתנים סימבוליים
גזירת ביטוי סימבולי לפי x
הצבת ערכים למשתנים בביטוי סימבולי
חישוב יעקוביאן של ביטוי וקטור סימבולי
פתרון סימבולי של מערכת משוואות
פקודות לפישוט וסידור ביטוי סימבולי

נתוני הרובוט: $x=1, L=2, H=3$. (יש לפתור את כל הסעיפים בצורה פרמטרית, ולהציב את הנתונים אך ורק לצורך קבלת פתרון מספרי).

