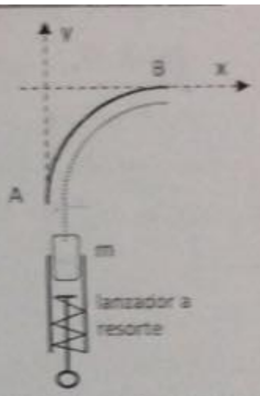
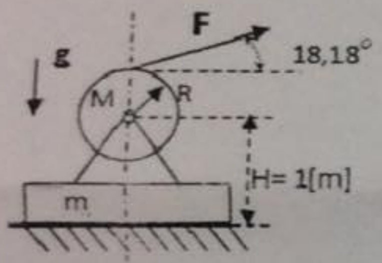
1) Un tejo de masa m = 100 [g] es lanzado sobre una mesa horizontal mediante un disparador a resorte. El tejo interactúa con una vía sin roce en forma de ¼ de circunferencia (ver figura), ingresa y sale de ella tangencialmente. Se sabe que el módulo del cambio de cantidad de movimiento del tejo, desde el ingreso (A) hasta el egreso (B) de la vía, es de 14,14 [Ns]. Se pide, realizando diagrama de cuerpo libre en un punto cualquiera de la vía, justificando las respuestas:



a) Hallar la velocidad de tejo inicial al llegar a la vía (**V_A** vector).

b) Hallar la constante elástica del resorte si para lanzar el tejo el resorte tuvo que comprimirse 40[cm] y luego soltarse.

c) El módulo de la fuerza media de interacción entre la vía y el tejo, si el tejo demora 0,1 [s] en pasar de A hasta B.



2) Una vagoneta de masa m= 100 [kg] se desplaza sobre una vía horizontal. En ella se instala un soporte de masa despreciable, sobre el cual se arma un cilindro homogéneo de masa M= 30 [kg] y radio R= 0,5 [m]. El soporte permite girar al cilindro sobre su eje central sin rozamiento. Alrededor del cilindro se ha enrollado un hilo ideal, y sobre el hilo se aplica una fuerza constante con ángulo 18,18° (ver figura). El sistema parte de reposo sin despegarse de la vía.(I^{CM}= 1/2 M R^2)

Se solicita justificando las respuestas:

a) Realizar el diagrama de cuerpo libre del cilindro y de la vagoneta, indicando pares de interacción.

b) Hallar la aceleración de la vagoneta y la normal de contacto con la vía, en función del módulo de la fuerza aplicada al hilo.

c) Hallar el momento angular del cilindro respecto de un punto fijo a la vía, cuando el cilindro haya cumplido la primera vuelta completa, en función del módulo de la fuerza aplicada al hilo.

3) Se supone que determinada nota del piano debe tener frecuencia 231[Hz]. Sin embargo un afinador comprueba que en realidad es 224 [Hz], y que la tensión en el alambre de cuerda es 723 [N]. El afinador corrige la frecuencia variando la tensión de la cuerda. Las frecuencias dadas son las fundamentales.

a) Hallar el valor de la tensión final corregida por el afinador.

b) Hallar la frecuencia de batido que se producirá entre la cuerda afinada y otra cuerda de igual longitud, que se somete a la misma tensión, si tiene un defecto de masa por unidad de longitud (menos masa) del 1% respecto de la anterior.

c) Escribir una posible ecuación que represente la superposición de ondas sobre la cuerda de piano afinada para el primer armónico.

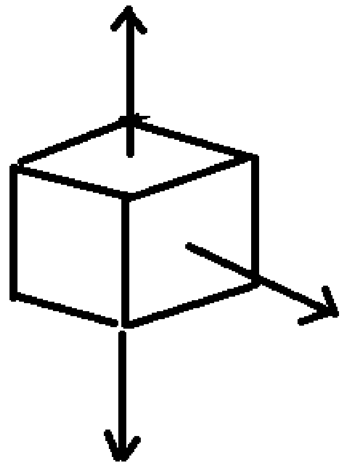
4-a) La varilla de vidrio (n_v=1,5) produce de un objeto real ubicado a 25 [cm] de su extremo izquierdo, una imagen más grande ubicada en el mismo plano que el objeto. Se sabe que el medio es aire; que la varilla es convexa en el extremo izquierdo y plana en el extremo derecho. Se sabe además, que la distancia focal objeto de la dioptra izquierda tiene valor absoluto 100 [cm]. Se pide hallar: el espesor (largo) de la varilla de vidrio. Indicar claramente sistemas de coordenadas elegidos. Indicar el tipo de imagen y tamaño relativo con el objeto.

4-b) Se dispone de un haz paralelo de luz con dos colores, rojo (λ_R= 635 [nm]) y violeta (λ_V= 410 [nm]). Se desea que sobre una pantalla quede iluminada una franja roja, lo más intensa posible, a 3 [cm] de una franja violeta también de máxima intensidad, para lo cual se dispone de un banco óptico con rendijas de ancho 20.10^{-6} [m] separadas entre si 80.10^{-6} [m]. Justificar las respuestas.

b1) Realizar un diagrama del espectro obtenido, teniendo en cuenta interferencia y difracción, e indicando cuántos máximos de interferencia aparecen dentro del ancho máximo central de difracción de Fraunhofer.

b2) Indicar a qué distancia se debe colocar la pantalla del plano de rendijas (dos resultados).

1) $\Delta\vec{P} = \vec{P_b} - \vec{P_a} = m.V_b\hat{i} - m.V_a\hat{j}$



$$\sum W_{F_{nc}} = \Delta E_m$$

$$W_{F_{nc}} = 0 \quad \rightarrow Em = cte$$

No hay trabajo de Fzas no conservativas, igualo
Las de A y B. Solo Energía cinética:

$$\frac{1}{2}m(V_a)^2 = \frac{1}{2}m(V_b)^2$$

$|V_a| = |V_b|$ **(I)**

Ahora analizo el cambio en la cant. De Movimiento:

$$\Delta P = \sqrt{\Delta(P_x)^2 + \Delta(P_y)^2}$$
$$\Delta P = \sqrt{(m.V_b)^2 + (m.V_a)^2}$$
$$\Delta P = \sqrt{m^2[(V_a)^2 + (V_b)^2]}$$

$\frac{14,14[Ns]}{m} = \sqrt{2(V_a)^2}$ Usando **(I)** y el dato del enunciado

$$\frac{14,14[Ns]}{m} = \sqrt{2}(V_a)$$

$$\frac{14,14[Ns]}{0,1[Kg]\sqrt{2}} = (V_a)$$

$$\boxed{100\frac{m}{s} = V_a}$$

B) El DCL es similar, tengo la fuerza elástica que es conservativa. Comparo el punto A (del que ya tengo la velocidad, y donde solo habrá energía cinética) con un punto "C" (el resorte comprimido y la masa en reposo. Sólo energía elástica)

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m(V_a)^2$$

$$k = \frac{m(V_a)^2}{x^2} = \frac{0.1kg(100\frac{m}{s})^2}{(0,4m)^2}$$

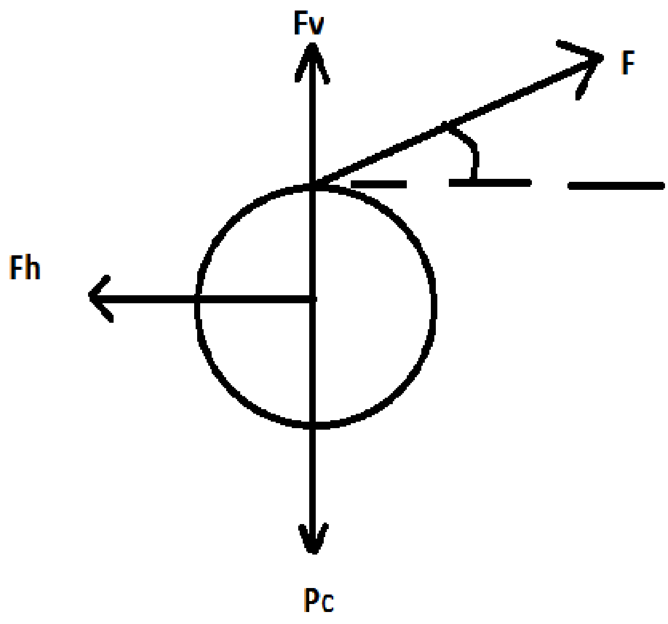
$$\boxed{k = 6250\frac{N}{m}}$$

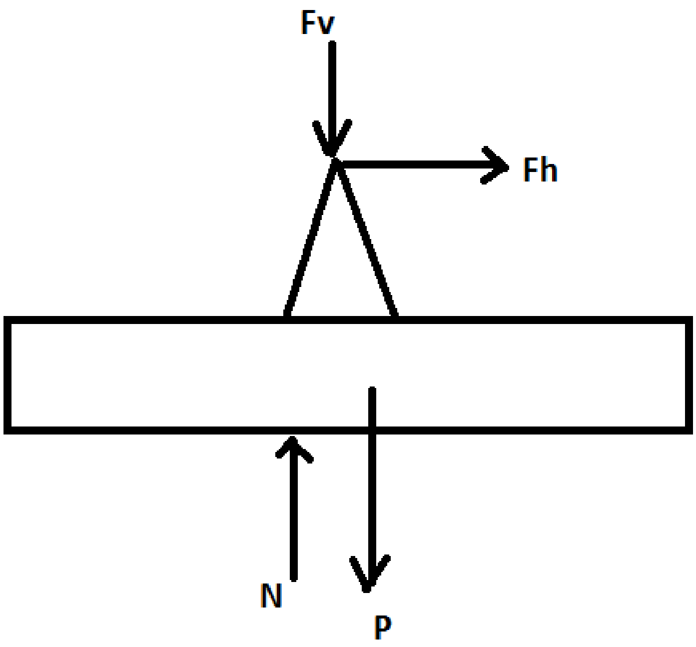
C)

$$F_{med} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\boxed{F_{med} = \frac{14,14Ns}{0,1s} = 141,4N}$$

2)





$$\sum \overrightarrow{F} = m\vec{a} \qquad\qquad \sum \overrightarrow{M} = I\overrightarrow{\gamma}$$

Para el cilindro:

$x) F\cos\alpha - Fh = m.a_{cm}$ **(1)**

$y) P - Fv - Fsen\alpha = 0$ **(2)**

$F.R\hat{k} = I\gamma$ **(3)**

Para la vagoneta:

$x) Fh = m_v.a_v$ **(4)**

$y) P + Fv - N = 0$ **(5)**

De **(1)** y **(4):**

$Fcos\alpha - M_v.a = m_c.a$ (En rojo, **(4)**)

$Fcos\alpha = a(m_c + m_v)$

$$\boxed{a = \frac{Fcos\alpha}{m_c + m_v}}$$

B)

De **(2)** y **(5)**:

(5) $Fv = m_c.g - Fsen\alpha$

(2) $N = P_v + Fv$

$$\boxed{N = m_v.g + m_c.g - Fsen\alpha}$$

C) Sé que la aceleración angular (gamma) es constante, porque de **(3)**:

$\gamma = \frac{RF}{I}$ **(6)** (R, F e I son constantes, la aceleración angular es constante)

Entonces vale que:

$$\begin{cases} \Delta\Theta = \frac{1}{2}\gamma.t^2 & \textbf{(7)} \\ \omega = \gamma.t & \textbf{(8)} \end{cases}$$

(8):

$$\frac{\omega}{\gamma} = t$$

En (7):

$$2\pi = \frac{1}{2}\gamma.\frac{\omega^2}{\gamma^2}$$

$$4\pi = \frac{\omega^2}{\gamma}$$

$$\sqrt{\frac{4\pi FR}{I}} = \omega$$ Despejando y usando **(6)**

$$\sqrt{\frac{4\pi FR}{\frac{1}{2}mR^2}} = \omega$$ Reemplazando el momento de inercia

$$\boxed{\sqrt{\frac{8\pi F}{m_c R}} = \omega}$$ Simplificando

$$V_c = a.t$$

$$V_c = \frac{Fcos\alpha}{m_c + m_v}.\frac{\omega}{\gamma}$$

$$V_c = \frac{Fcos\alpha}{m_c + m_v}\sqrt{\frac{2\pi m_c}{F}}$$

Sabiendo que para un punto genérico de la vía como pide el ejercicio, el momento angular será

$$\overrightarrow{L_0} = \overrightarrow{L_{spin}} + \overrightarrow{L_{orbital}}$$

$$\overrightarrow{L_0} = I.\overrightarrow{\omega} + \overrightarrow{r}.\overrightarrow{p}$$

$$\overrightarrow{L_{spin}} = \frac{1}{2} m_c R^2 \sqrt{\frac{8\pi F}{m_c R}} (-\hat{k})$$

$$\overrightarrow{L_{orbital}} = H.m_c.\frac{cos\alpha}{m_c + m_v} \sqrt{2\pi F m_c R} (-\hat{k})$$

3)

$$F_{afinada} = 231hz$$

$$F_{desafinada} = 224hz \longrightarrow Tension = 723N$$

Se trata de cuerdas fijas en ambos extremos, entonces:

$$F = \frac{n.V}{2L}$$

Ambas vibran en su fundamental, por lo tanto n=1

Y escribo la velocidad como

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\frac{F_{af}}{F_{desaf}} = \frac{231hz}{224hz} = \frac{1\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{1\sqrt{\frac{723N}{\mu}}}$$

$$\left(\frac{32}{33}\right) = \sqrt{\frac{\frac{T}{\mu}}{\frac{723}{\mu}}}$$

$$\left(\frac{32}{33}\right)^2 = \frac{T}{\mu}.\frac{\mu}{723N}$$

$$\boxed{T = 768,9N}$$

b) Sigo considerando que vibran en el modo fundamental: n=1. Una cuerda tiene, respecto de la afinada, un defecto de 1% de masa. Esto altera la densidad líneal (µ). Es decir que la densidad por unidad de longitud de la cuerda defectuosa, será 0,99µ de la original. El enunciado aclara que hay que considerar que tiene menos masa, por eso será menor y no mayor el µ.

$$f_1 = \frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L} \qquad f_2 = \frac{\sqrt{\frac{T}{0.99\mu}}}{2L}$$

$$f_2 = \frac{\sqrt{\frac{T}{0.99\mu}}}{2L} = \frac{\sqrt{\frac{1.01T}{\mu}}}{2L}$$

$$f_2 = \sqrt{1.01}.\frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L}$$

$$f_2 = \sqrt{1.01}.231hz$$

$$\boxed{f_2 = 232,15hz}$$

La frecuencia del batido se calcula como

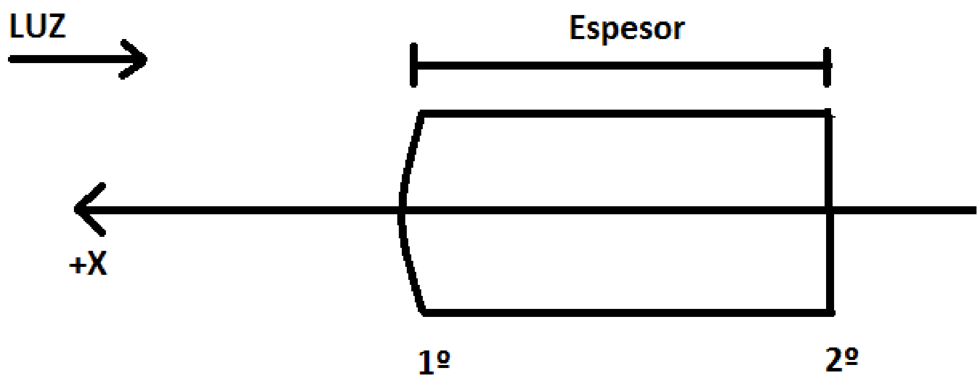
$$f_{bat} = |f_2 - f_1|$$

$$f_{bat} = |232,15hz - 231hz|$$

$$\boxed{f_{bat} = 1,15hz}$$

c) Se trata de una onda estacionaria fija en ambos extremos. Por lo que lo importante es que en la parte espacial vaya la función seno, ya que cuando x=0, sen(kx) valdrá cero, que se corresponde con los extremos. Además hay que conseguir los valores que se adapten al problema.

4) Para este problema hay que considerar que dan dos dioptras. Una convexa con el dato de su distancia focal, y otra con radio infinito por ser plana. Dan la posición del objeto de la primer dioptra y nos dicen que la imagen final (es decir, la imagen de la segunda dioptra) estará en el mismo plano; este dato significa que estará en el mismo plano normal al objeto, por lo tanto la posición de la segunda imagen coincidirá con la posición del objeto (ambos a 25 cm).



La convención pedida (apunte Ing Signorini) será tomar las x positivas en contra de la incidencia de la luz.

Fórmula general para dioptras

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{1}{f}$$

Para calcular el radio de la cara convexa:

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{1}{f}$$

$$(n_2 - n_1)f = R$$

$(1,5 - 1)100 = R$ Según la convención establecida, esta cara debe tener radio NEGATIVO

$$\boxed{-50cm = R_1}$$

Con este dato, calculo la imagen de la primera dioptra:

$$\frac{1,5}{x'} - \frac{1}{25} = \frac{0,5}{-50}$$

$$\frac{1,5}{x'} = 0,03$$

$$\boxed{x'_1 = 50cm}$$

Esta es la imagen de la primera dioptra, que hará de objeto para la segunda, entonces:

$$x'_1 = x_2$$

Pero hay que tener en cuenta que la distancia obtenida es desde el primero medio de separación. Y como el espesor no es despreciable, hay que sumarlo para obtener la distancia real a la segunda dioptra.

Y como el radio es infinito:

$$\frac{n_2}{x'_2 + e} - \frac{n_1}{x + e} = 0$$

Una última consideración es que una dioptra es una superficie de separación entre dos medios infinitos de distinta densidad óptica. Por lo que si bien el objeto de la segunda dioptra nos da positivo, en el aire, hay que acordarse de cambiar los índices de lugar. Reemplazando:

$$\frac{1}{25 + e} - \frac{1,5}{50 + e} = 0$$

$$50 + e = 1,5(25 + e)$$

$$50 + e = \frac{75}{2}e + 1,5e$$

$$\boxed{e = 25cm}$$

Finalmente, la imagen de la segunda dioptra es positiva (está en el mismo plano que el objeto de la primera, que es real). Por lo que la imagen final es virtual.

Y para ver el agrandamiento:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} = \frac{25cm}{50cm} = \frac{1}{2}$$

La imagen es derecha y menor.

4B) Siendo “d” la separación entre rendijas, y “a” el ancho de cada rendija:

Para los ceros de difracción:

$$Y = \frac{m\lambda D}{a}$$

Y para los máximos de interferencia:

$$Y = \frac{m\lambda D}{d}$$

Piden hallar cuántos máximos hay dentro de la primera campana de difracción. Entonces igualo ambas ecuaciones considerando m=1 en difracción (máx. central):

$$\frac{1.\lambda D}{a} = \frac{m\lambda D}{d}$$

$$m = \frac{d}{a} = \frac{80.10^{-6}}{20.10^{-6}} = 4$$

Este resultado indica que, contando al máximo central de interferencia, encontraría 4 máximos hacia un lado. Pero en el total de la campana de difracción, hay máximos a la derecha y a la izquierda del máximo central. En definitiva, se iluminan el máximo central, tres a la izquierda y tres a la derecha. Por lo tanto, la respuesta es 7 máximos dentro de la campana de difracción.

B) Solo hay que considerar la interferencia. Dan la longitud de onda (λ) de los dos colores, y la distancia “d” de las rendijas. Como el enunciado pide los de máxima intensidad posible para ambos casos, m=1. La única incógnita entonces, es la distancia “D” a la pantalla.

$$Y_r = \frac{1.635.10^{-9}m.D}{80.10^{-6}m} \qquad Y_v = \frac{1.410.10^{-9}m.D}{80.10^{-6}m}$$

Piden que entre estos dos máximos haya 3 centímetros de separación. Entonces, hago la resta y la igualo a 0,03m.

$$Y_r - Y_v = \frac{1.635.10^{-9}m.D}{80.10^{-6}m} - \frac{1.410.10^{-9}m.D}{80.10^{-6}m} = 0,03m$$

$$\frac{635.10^{-9}D - 410.10^{-9}D}{80.10^{-9}} = 0,03m$$

$$D = \frac{0,03m.80.10^{-6}}{2,25.10^{-7}}$$

$$\boxed{D = 10,66m}$$

Como piden un Segundo resultado, otra posibilidad es sumar ambos resultados:

$$Y_v + Y_r = \frac{1.635.10^{-9}D + 1.410.10^{-9}}{80.10^{-6}}$$

$$1,045^{-6}D = 0,03m.80.10^{-6}$$

$$D = \frac{0,03m.80.10^{-6}m}{1,045^{-6}m}$$

$$\boxed{D = 2,30m}$$