Este apunte tiene la finalidad de ser una ayuda durante la cursada a todos los estudiantes de Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Está basado en libros, notas de clases, mis resúmenes para parciales y para el examen integrador. No busca reemplazar las clases teóricas y prácticas, a las cuales recomiendo asistir. Si encuentran algún error por favor avisen. No soy experta en física, y mucho menos profesora, soy una estudiante más como ustedes que ya aprobó la materia y quiero aportar una ayuda para que todos los que se encuentran en donde estuve yo hace unos meses, puedan aprender, entender y aprobar.

Además les quiero compartir una serie de recomendaciones, algunas un poco obvias y otras un poco difíciles de llevar a cabo pero que realmente sirven para esta y el resto de las materias:

- Lleven al día la materia, (¡JA! ¿cursando tres materias más aparte de esta? Supongamos que se puede.) Hagan por lo menos tres o cuatro ejercicios de la guía antes de cada clase, para poder llevar dudas a las prácticas. Pregunten, no tengan miedo de hacerlo. Aprovechen la predisposición de los profesores, ellos van a estar satisfechos de que hay consultas, y muchos de ellos son exalumnos y pasaron por lo mismo que nosotros. Hay muchos ejercicios de la guía que son la clave para entender qué es lo que quieren que aprendamos de esta materia que a muchos nos cuesta. Lo ideal es hacer la guía completa.

- Busquen los temas en libros, lean antes de la clase para tener una idea de lo que les están hablando, y vuelvan a leer antes de hacer los ejercicios. Si no pueden comprarlos, busquen en internet, en la biblioteca de la facu, pidan prestados. Hay varios y les dejo una lista más abajo. En todos hay ejemplos y ejercicios resueltos que ayudan muchísimo a entender cada tema. Consejo: no se queden con un único libro, usé todos los que están listados más abajo.

- Estudien en grupo. No necesitan ser ocho personas, con ser dos o tres alcanza. Si pueden juntarse en la facu, aprovechen las clases de consulta que organiza el departamento. Si no pueden juntarse, armen un grupo de whatsapp y hablen por ahí. Es difícil esta recomendación, pero si la pueden poner en práctica los va a ayudar.

- Para los parciales: si hicieron las primeras dos, van a llegar al parcial con la guía resuelta. Y tienen tiempo para hacer parciales de otros cuatrimestres, intenten resolverlos y lleven dudas a clases.

- Para el examen integrador es como para los parciales, si lograron entender cinemática, dinámica, hidrodinámica, cuerpo rígido, sistema de partículas, trabajo y energía, tienen una buena parte del examen. Les queda la última parte de la materia, que son las últimas tres guías. Hagan TODOS los ejercicios de esas tres guías, intercambien resultados con compañeros, hagan consultas en el grupo de Facebook, siempre hay alguien que los va a ayudar.

- Aprendan y entiendan las relaciones trigonométricas: seno, coseno, tangente. Son la clave para descomponer vectores.

- Acostúmbrense a los vectores y su simbología, y en las ecuaciones usar primero letras y al final reemplazar por los datos numéricos. Cuidado con las unidades. Para saber si está bien antes de reemplazar fíjense que al realizar las operaciones el resultado quede con la unidad que debería ser. Por ejemplo, si estoy calculando la aceleración de un camión sé que me tiene que dar en m/s^2, y si me da en m^2/s o con cualquier otra variante, es porque está mal.

- Ultima recomendación: **NO USEN SOLAMENTE ESTE APUNTE PARA ESTUDIAR**. Y mucho menos lo consideren una Biblia, porque puedo haberme equivocado en alguna fórmula. Busquen teoría de todos los temas en libros, porque suelen tomar preguntas teóricas.

- Bibliografía:
Física Universitaria - Sears, Zemansky
Fisica - Tipler, Mosca
Física – Alonso, Finn
Física – Resnick y Halliday
Física Elemental (Tomos I y II) – J.S. Hernández y E.E Galloni
Apunte de óptica geométrica de Signorini

¡Éxitos y buena cursada!

Ailen T.

Primer parcial

Cinemática y Dinámica

Cinemática vectorial

↳ Estudio del movimiento de los cuerpos sin importar qué los mueve

- Posición $\bar{r}$
- Velocidad } media
- Aceleración } instantánea

$V_{media} = \frac{\bar{r}_2 - \bar{r}_1}{t_2 - t_1}$ $\quad a_{media} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$

$V_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt}$ $\quad a_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{dv}{dt}$

$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_y}{V_x}$ Ángulo de velocidad

Componentes de la aceleración

$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n$

$|a| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

$\bar{a}_t = \frac{dv}{dt} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{v}}{|v|}$

$a_n = \frac{V^2}{R}$

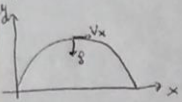
⇒ Tangencial = $a \cdot \cos \theta$ → Cambia el módulo de la velocidad

⇒ Normal = $a \cdot \operatorname{sen} \theta$ ↳ Cambia la dirección de la velocidad

{ Cuando $a = 0$ Velocidad = MAX }

Tiro oblicuo

$X = MRU$ $\quad Y = MRUV$



* Se mueve por la gravedad al recibir una V_0.

Alcance $\bar{r}_x = 0$

Tiempo que llega al piso

H máx $V_y = 0$

{ Gráficas de trayectoria $y(x)$ ARMAR }

Radio de curvatura ⇒ Siempre es positivo, lado interno de la curva.

↳ $a_n = \frac{|v|^2}{\rho}$ → Despejar.

MCU

ω = Velocidad angular = $\frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$

T = período = $\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{R}{V}$

f = frecuencia = $\frac{1}{T}$

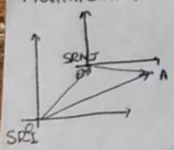
Velocidad tangencial = $\omega \cdot R$

aceleración centrípeta = $\omega^2 \cdot R$

$a_c = \frac{V^2}{R}$

Puede tener un mov. con V = cte ($a_t = 0$) pero acelerado, con a centrípeta. cambio de dirección.

Movimiento relativo



$\bar{r}_{A/O} = \bar{r}_{B/O} + \bar{r}_{A/B}$

Puede ser en dos o tres dimensiones

Dinámica

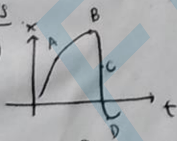
Sist. ref. Inercial = Se cumplen las leyes de Newton

Sist. ref. NO inercial = No se cumple Newton. Se agrega una fuerza ficticia $F^* = m \cdot \bar{a}_{SRI}$, contraria a la aceleración del sist.

↳ $\Sigma F = 0 \to a_{SRNI} = 0$ y $F^* = m \cdot \bar{a}_{SRI}$.

Gráficos

x vs t)



sonriente = a ⊕ D

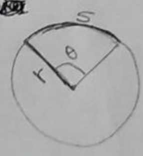
triste = a ⊖ B

recta = $a = 0$ A, C

Pendiente ⊕ ⇒ V ⊕

Pendiente ⊖ V ⊖

pendiente = 0 $V = 0$

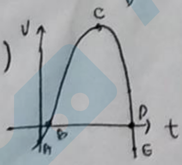


$\theta = \frac{S}{r}$

$d\theta = \frac{dS}{r}$

$dS = d\theta R$

V vs t)



Pendiente = ⊕ ⇒ a = ⊕

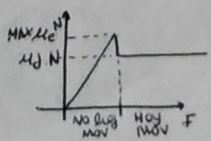
⊖ ⇒ a = ⊖

Fuerzas de rozamiento ⇒ Contraria al deslizamiento relativo del cuerpo

μ_e = coeficiente de rozamiento estático $F_{e\,MAX} = \mu_e \cdot N$

μ_d = coeficiente de rozamiento dinámico $F_{e\,din.} = \mu_d \cdot N$

$\mu_e \gg \mu_d$



Conociendo μ_e y α

$\mu_e = \tan \alpha$

Se puede saber si un cuerpo se mueve o no

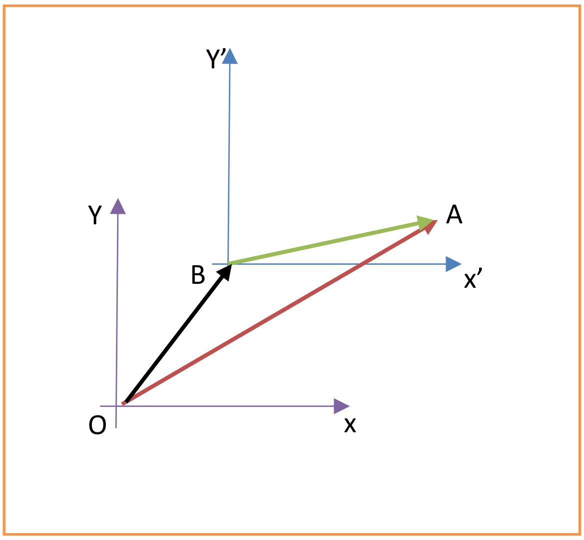
$\mu_e > tg\,\alpha$ ⇒ No se mueve.

Cuando hay movimiento con V = cte

$\mu d = tg\,\alpha$ ($a = 0$)

$\boxed{f_{roz} < F_{roz\,e\,MAX}}$

Movimiento Relativo



Esto sirve cuando, por ejemplo, les preguntan cuál es la velocidad de un tren (A) visto desde la persona que está parada en la calle (sistema O fijo a tierra) y la velocidad del tren según la persona que está en adentro del tren (B).

El gráfico tiene dos pares de ejes, **x-y** y **x'-y'**. Con tres vectores: OB BA Y OA. OA es la suma de los vectores OB y BA, sabiendo esto, la relación de Galileo según esos vectores es:

$R_{OA} = R_{OB} + R_{BA}$

Derivando una o dos veces se obtiene las relaciones de velocidades y aceleraciones.

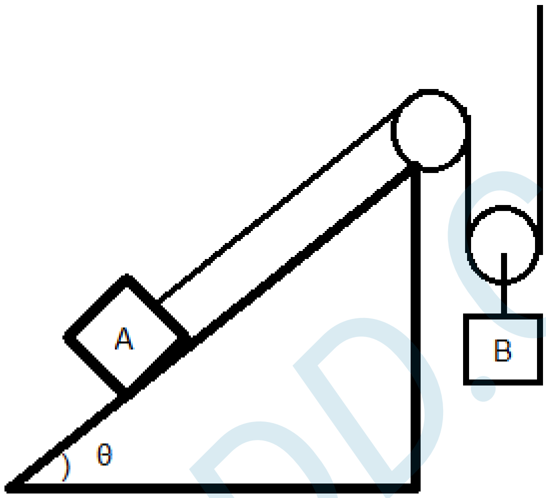
$$V_{OA} = V_{OB} + V_{BA} \qquad a_{OA} = a_{OB} + a_{BA}$$

Como ven, los subíndices se mantienen. Si se acuerdan del gráfico y de la suma vectorial, la relación sale sola.

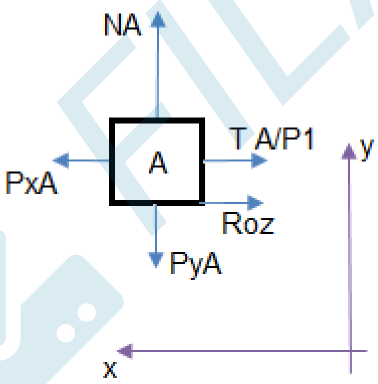
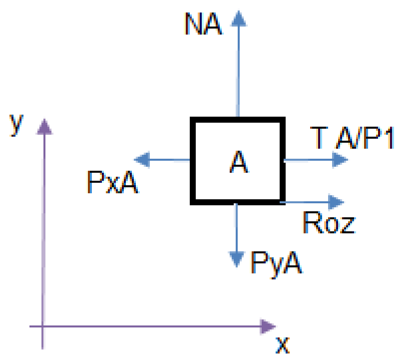
Dinámica

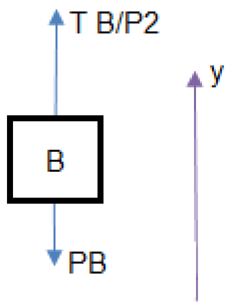
Los DCL son la clave para resolver los problemas, y si tenés mal el diagrama, tenés mal el ejercicio. De ahí salen las ecuaciones de Newton en los ejes de coordenadas elegidos, y de donde se obtiene un sistema de ecuaciones: tiene que quedar la misma cantidad de incógnitas que de ecuaciones. El sistema se resuelve sumando/restando/dividiendo las ecuaciones para sacar incógnitas, o por el método de sustitución.

Ejercicio de dinámica con dos sistemas de coordenadas distintos.



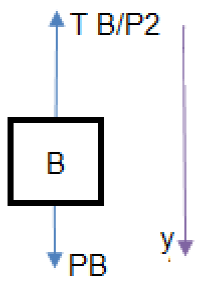
Sobre el plano inclinado hay rozamiento. Voy a suponer que **A está bajando** y **B está subiendo**. Los DCL serían

 x) PxA – T A/P1 – Roz = M_A . a_{Ax} y) NA – PyA = 0 a_{Ay} = 0 No hay movimiento en este eje La aceleración de A en este sistema es **positiva**.	 x) – PxA + T A/P1 + Roz = - M_A . a_{Ax} y) NA – PyA = 0 a_{Ay} = 0 No hay movimiento en este eje La aceleración de A en este sistema es **negativa**, por eso lleva el signo del otro lado de la ecuación.



y) T B/P2 – PB = $M_B \cdot a_{By}$

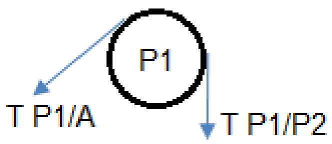
La aceleración de B en este sistema es **positiva**.



y) –T B/P2 + PB = - $M_B \cdot a_{By}$

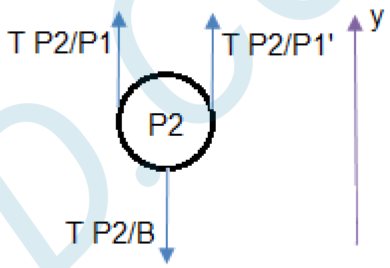
La aceleración de B en este sistema es **negativa**, por eso lleva el signo del otro lado de la ecuación.

Análisis de poleas ideales



Para este no voy a ponerle ejes porque la única relación que necesito es la de las tensiones.

Al ser una polea ideal con soga ideal, el módulo de la T P1/A es igual a T P1/P2.



Como T P1/A = T P1/P2 --> T P2/P1' = T P1/P2

Entonces:

y) T P2/P1 + T P2/P1' – T P2/B= $M_{P2} \cdot A_P$

La polea tiene masa despreciable por ser ideal:

2 T P2/P1 – T P2/B = 0

T P2/B = **2** T P2/P1

Relación de aceleraciones

A y B no tienen la misma aceleración, ¿por qué? Por la polea móvil. La relación de aceleraciones se obtiene planteando:

La soga tiene una longitud L.

$L = - x + 2y + \ell$

Sabiendo que

$$dL/dt = 0 \text{ y } d^2L/dt^2 = 0$$

$$d\ell/dt = 0 \text{ y } d^2\ell/dt^2 = 0$$

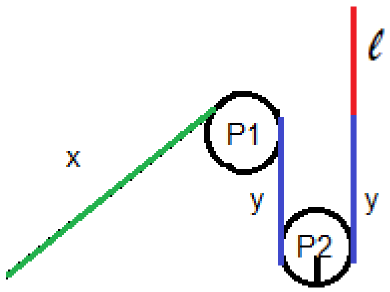
$dL/dt = - V_x + 2V_y = 0$

$d^2L/dt^2 = - a_x + 2a_y = 0$

entonces despejando $a_x = 2a_y$

La aceleración de A es sobre el eje x

$$a_A = a_x$$



La aceleración de B es sobre el eje y $a_B = a_y$ La relación de aceleraciones es: $a_A = 2a_B$	

Trabajo y energía

Fuerza elástica = Ley de Hooke

$F_{el} = -K \cdot x$

(−) fuerza que hace un agente externo

(+) fuerza de restauración del resorte

Péndulo

$W = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi \cdot f$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Analizar caso límite

$a = 0$ $Roz = $ Estático MAX

$\mu_E \gtrless \operatorname{tg} \alpha$

No se mueve / se mueve

- Para saber si un cuerpo en un resorte, plano inclinado, sale disparado o no ⇒

- Cuerpo en reposo o con $\bar{V} = cte$ ⇒ $\boxed{\bar{a} = 0}$

- Equilibrio ⇒ $\bar{a} = 0$ No hay movimiento

ΣF = Fuerza neta $= m \cdot \bar{a}$ → La dirección de $\Sigma \bar{F}$ y de la $\bar{a}$ coincide

Trabajo y energía.

- Trabajo. $(W) = f \cdot d = F \cdot d \cdot \cos\alpha = \int_A^B \bar{F} \cdot d\bar{l}$

$d\bar{l} = (dx, dy)$

$\bar{F} = (F_x, F_y)$

W no depende del camino solo del inicio y el final

Si $\alpha = 90°$, $W_F = 0$. F = Fuerza d = distancia

Teorema de las fuerzas vivas

↳ El W de todas las fuerzas aplicadas a una partícula es igual a la variación de Energía cinética en un SI de A a B

$$W_T = Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot V_A^2$$

Fuerzas conservativas ⇒ Fuerza peso, fuerza elástica

- $E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$
- $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$
- $E_{el} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta x^2$

Teoremas

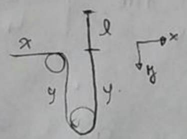
$W_T = \Delta E_c$

$W_{FC} = -\Delta E_p = -m \cdot g \cdot h_f + m \cdot g \cdot h_i$ (ver si hay Felástica)

Conservación de la E. mecánica ⇒ $W_{FNC} = \Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_P$

$E_M = E_c + E_p$

Potencia $= \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta t} = \bar{F} \cdot \bar{V}$ (escalar) [watt]



$L = x + 2y + l$ $\frac{dl}{dt} = 0$ $\frac{d^2 l}{dt^2} = 0$

$\frac{dL}{dt} = V_x + 2V_y = 0$

$\frac{dL^2}{dt} = a_x + 2a_y = 0$ $a_x = -2a_y$

$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 = Q$ = caudal

Bernoulli $P + \frac{\delta \cdot V^2}{2} + \delta \cdot g \cdot h$ $\Delta P =$

Segundo parcial

Sistemas de partículas

Sistemas de partículas

– Cantidad de movimiento $(\bar{p})$ ⇒ Es un vector.

$\bar{P} = m \cdot \bar{V}$.

Conservación en sist. aislados

$\Sigma F_{ext} = 0 \Rightarrow \Delta P = 0$ porque $\Sigma F_{ext} = \frac{dP}{dt} = 0$

→ Impulso

① • $\bar{I} = \Sigma \bar{F} \cdot \Delta t = \Sigma F \cdot (t_2 - t_1)$ Fuerza constante

② • $\bar{I} = \int_{t_1}^{t_2} F \cdot dt$ Fuerza variable

Teorema del impulso

$\bar{I} = \Delta P = \bar{P}_2 - \bar{P}_1$ Válido p/ fuerzas constantes y variables.

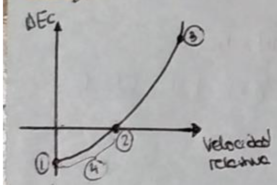
Centro de MASA

$\bar{r}_{CM} = \frac{\Sigma m_i \cdot \bar{r}_i}{M_T}$ $V_{CM} = \frac{\Sigma m_i \cdot \bar{V}_i}{M_T}$ $a_{CM} = \frac{\Sigma m_i \cdot \bar{a}_{ci}}{M_T}$

$\bar{P}_{CM} = M \cdot \bar{V}_{CM}$

$\Sigma F_{ext} = M \cdot \bar{a}_{CM}$

Choques



① > pérdida de Ec ⇒ Choque plástico → Cuerpos terminan con la misma velocidad (cuerpos pegados)

② $\Delta E_c = 0$ ⇒ Choque elástico

③ $\Delta E_c > 0$ $E_{c_f} >>> E_{c_i}$ Choque explosivo

④ $E_{c_i} << E_{c_f}$ se pierde Ec Choque inelástico $\Delta E_c < 0$

↳ Los cuerpos terminan con la misma velocidad ← Totalmente inelástico

En todos se conserva $\bar{P}$

Las fuerzas de un sist. → Externas = pueden afectar el movimiento de un cuerpo extendido

↳ Internas = se cancelan y no afectan al movimiento global.

Coeficiente de restitución (Ecuación que vale p/ 1 dimensión)

$e = 1$ elásticos

$e = 0$ plásticos

$0 < e < 1$ inelásticos

$e = -\frac{(V_2^F - V_1^F)}{(V_2^I - V_1^I)}$ (con signo de velocidades) No es módulo

Péndulo balístico → choque plástico o totalmente inelástico

↳ Antes No se conserva la Em

↳ Después Hay conservación de Em. Se comporta como un péndulo $W_T = 0$.

– Momento ~~cinético~~ – Cantidad de movimiento angular.

$\bar{L}^O = \bar{r} \times \bar{P}$

– Depende del punto donde se mire la partícula o sist.

– Es vectorial. Informa sobre el giro de la partícula

Torque $= \bar{\tau} = \frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{d(\bar{r} \times \bar{P})}{dt} = \underbrace{\frac{d\bar{r}}{dt} \times \bar{p}}_{=0 \text{ por } //} + \bar{r} \times \frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{r} \times \bar{F}$

→ Dirección ⊥ al plano formado por R y F

Si la fuerza pasa por el lugar desde donde estoy viendo $\bar{\tau}_F = 0$ ↳ o está sobre la línea de acción

Conservación de L

Si $\Sigma \bar{\tau}_0 = \frac{d\bar{L}_0}{dt} \Rightarrow \bar{L}_0 = cte \iff \Sigma_{ext.} \bar{\tau}_0 = 0$

$\vec{L} = I \cdot \vec{w}$

$L^O = \underbrace{L^{CM}}_{spin} + \underbrace{L^{orb}}_{orbital} = \bar{r}_{CM/O} \times M \cdot \bar{V}_{CM/O} + \Sigma \bar{r}_{i/CM} + m_i \cdot \bar{V}_{i/CM}$

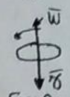
Cuerpo rígido

Cuerpo rígido

$1\,rad \cong \frac{60\,rpm}{2\pi}$

Cinemática ⇒ Todas los puntos del cuerpo tienen la misma velocidad angular. (ω)

$\omega_{media} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\omega_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$ $[\omega] = \frac{1\,rad}{s} = 1\,rpm$

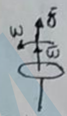


Velocidad angular ↑

aceleración angular (γ)

$\gamma_{med} = \frac{\Delta\omega}{dt}$ $\gamma_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

$\bar{\gamma}$ y $\bar{\omega}$ tienen la misma dirección y sentido si está acelerando.



$a_{tangencial} = \gamma . r = \frac{dv}{dt}$
$\Downarrow$
$= r . \frac{d\omega}{dt}$

aceleración normal $= \omega^2 . r = \frac{V^2}{r}$

Energía cinética

$E_c = \underbrace{\frac{1}{2} m . V_i^2}_{\text{traslación}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_i . \omega^2}_{\text{Rotación}}$

Teorema de Steiner ⇒ momento de inercia respecto de un eje paralelo al CM

$I^A = I^{CM} + M . d_{A/CM}^2$

Diagramas de velocidades

$\bar{V}_P = \bar{V}_{CM}$
$a_P = \bar{a}_{CM}$
Traslación

Rotación.

$V_P = \omega \times \bar{r}_P$
$a_P = \gamma \times \bar{r}_P + \omega \times \omega \times \bar{r}_P$

Condición de rigidez! → dos puntos sobre una misma recta tienen = velocidad

$\bar{V}_A = \underbrace{\bar{V}_{CM}}_{V\,traslación} + \underbrace{\omega \times \bar{r}_{CM/A}}_{V\,rotación}$

$a_A = \underbrace{a_{CM}}_{a\,traslación} + \underbrace{\bar{\gamma} \times \bar{r}_{CM/A}}_{a_t} + \underbrace{\bar{\omega} \times \bar{\omega} \times r_{CM/A}}_{a_n}$

Rueda sin deslizar

$V = 0 \Rightarrow$ CIR

Tipo de movimientos (Rotación)

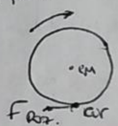
① Roto traslatorio. = Rota y se traslada

② Rodar sin deslizar = - Hay una F_{roz} estática. (Aplicado en el cir)
- Se aplica $|a_{CM}| = \gamma . R$ $V_{CM} = \omega . R$

③ Traslación pura

④ Rotación pura

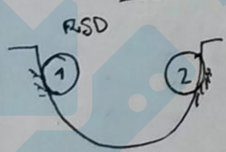
$\left\{ \begin{matrix} \gamma \times R \\ \omega \times R \end{matrix} \right\}.$

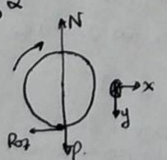


Si no me dicen que mov. es y hay rozamiento.
Asumo un caso
- **CASO 1** = Rueda sin resbalar ⇒ $a_{CM} = \gamma . R$ y F_{roz} estática. No la conozco. Busco su valor y comparo con $F_{est.\,MAX.}$
↳ El cir solo tiene aceleración normal
- **CASO 2** = Rueda deslizando ⇒ $F_r = \mu_{dinámico} . N$ y a_{CM} no conocida.

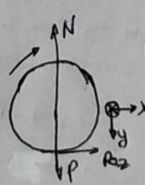
condición cilindro $\mu_e > \frac{tg\,\alpha}{3}$

Esfera $\mu_e > \frac{2}{7} tg\,\alpha$





Roz hacia arriba va en el sentido de γ



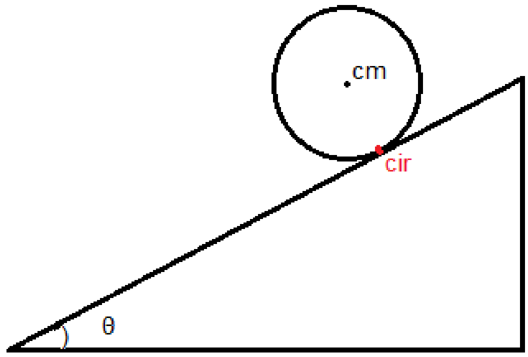
Cuerpo sube, V_{CM} disminuye
El sentido de roz va como $-\gamma$
Va frenando.

$a_{CM} = a_{cir} + \gamma \times r_{cir/CM}$
↳ me paro en el cir y veo al CM

$V_{CM} = V_{cir} + \Omega \times r_{CM/cir}$
$a_{CM} = a_{cir} + \gamma \times r_{CM/cir}$
centro de masa visto desde el CIR

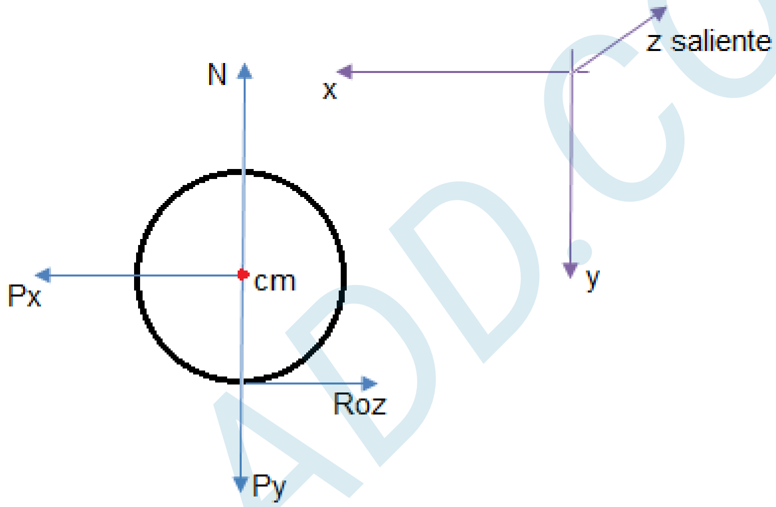
$L = I . \omega_0\ \check{k}$ momento angular

Ejercicio de un cuerpo que rueda sin deslizar.



Al rodar sin deslizar quiere decir que se van a cumplir las siguientes condiciones

- La velocidad en el cir vale cero.
- Hay una fuerza de rozamiento estática aplicada en el cir
- $|V_{cm}| = \omega \cdot R$
- $|a_{cm}| = \zeta \cdot R$



Este sería el DCL para ese sistema de coordenadas (sentido de giro de la mano derecha, con el eje Z saliente a la hoja)

Ecuaciones de Newton

1) x) $P_x - Roz = m \cdot a_{cm}$

2) y) $-N + P_y = 0$ No hay translación en el eje Y

Ecuación de momentos. Desde el CM, podría ser desde otro punto pero conviene desde el CM, porque solo hay una fuerza con torque.

3) z) $\sum Torques^{cm} = R \times Roz = I^{cm} \cdot \zeta$

R x Roz= R.Roz *k* (*versor k*)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & R & 0 \\ -Roz & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

- Como rueda sin deslizar se cumple que $|A_{cm}| = \zeta \cdot R$
- $R_{cm/cir}$ significa que es el cm visto desde el cir. Según el DCL $R_{cm/cir}$ es negativo, y la distancia es el radio R.

Por condición de rodadura:

$V_{cm} = V_{cir} + \omega \times R_{cm/cir}$

$a_{cm} = \cancel{a_{cir}} + \zeta \times R_{cm/cir} + \cancel{\omega \times \omega \times R_{cm/cir}}$

4) $a_{cm} = \zeta \times R_{cm/cir} = \zeta \, . \, R \, i$ (*versor i*)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & \zeta \\ 0 & -R & 0 \end{vmatrix}$$

Hidrodinámica

Puede o no entrar en el parcial, depende de la cátedra. En el integrador cada tanto aparece un ejercicio. Es un tema bastante sencillo.

Examen integrador

Óptica geométrica

CUIDADO. Hay distintas convenciones de signos y las fórmulas pueden variar, recomiendo que usen las que les hayan explicado en clase. Estas fueron sacadas del apunte de Signorini.

Óptica geométrica

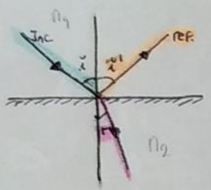
①

Leyes

A) Propagación rectilínea: La luz se propaga en líneas rectas, en todas las direcciones, en un medio isótropo y homogéneo

B) Ley de reflexión = El rayo reflejado, la normal en el punto de incidencia y el rayo incidente están en el mismo plano (coplanares)
El ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia, y se forma con el rayo reflejado y la normal

C) Ley de refracción = El rayo refractado, la normal y el rayo incidente también están en un plano
El seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción están en relación constante y es llamado índice de refracción relativo del 2° medio respecto del 1°.



$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Índice de refracción absoluto = índice de refracción de un medio respecto del vacío es el cociente de las velocidades de la luz en el vacío y el medio considerado.

$$n = \frac{V_{\text{luz en el vacío}}}{V_{\text{luz en el medio}}}$$

Ley de Snell = $n_1 \cdot \operatorname{sen} i = n_2 \cdot \operatorname{sen} r$ (incidencia, refracción.)

- Reflexión total - ángulo límite

A) Un rayo pasa de un medio n_1 a otro de índice n_2 mayor $\Rightarrow$ $i > r$, $n_1 < n_2$ $\Rightarrow$ El rayo refractado se acerca a la normal y siempre habrá un rayo refrac.

B) Un rayo pasa de un medio más denso a otro menos denso $\Rightarrow$ $n_1 > n_2$ $\Rightarrow$ El rayo refractado se aleja de la normal. Si $r = 90°$, el ángulo de incid. es el límite.

C) Todo rayo que incide con un ángulo mayor que el límite se reflejará totalmente

Si es aire $\operatorname{sen} \ell = \frac{1}{n}$

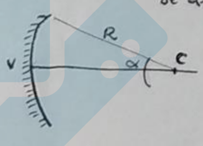
- Imágenes reales y virtuales

Real $\Rightarrow$ Un objeto y su imagen son reales si están en el camino de los rayos o son convergentes

Virtual $\Rightarrow$ Si están en la prolongación de los rayos o son divergentes.

Espejos planos $\Rightarrow$ superficie plana en la que la luz se refleja según leyes A, B, C.
└ características
① La imagen es simétrica del objeto respecto del espejo
② La distancia de la imagen al centro/vértice es la misma que la del objeto al centro $x = x'$

Espejos esféricos $\Rightarrow$ se considera formado por un infinito número de espejos planos tangentes a la superficie esférica, entonces se aplican las leyes como a los espejos planos.



C = centro de curvatura
V = vértice
R = radio.
α = Abertura del espejo = muy pequeña, $\approx 5°$.

Convención de signos
Eje x positivo en sentido contrario a la luz

Fórmula de Descartes = $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$

Espejos esféricos

Foco imagen f' = la imagen S' tiende a una posición límite

↳ $x \to \infty$ $\quad \frac{1}{\infty} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \Rightarrow f' = \frac{R}{2}$

$x' = f'$

Foco objeto. f

↳ $x' \to \infty$ $\quad \frac{1}{x} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{2}$

$x = f$

$$f = f' = \frac{R}{2}$$

Los focos imagen y objeto son coincidentes en los espejos esféricos

Tipos de rayos

A) Rayo que incide paralelo, se refleja pasando por el foco

B) Rayo que pasa por el foco, se refleja paralelo

C) Rayo que pasa por el centro, se refleja sobre sí mismo.

Espejo convexo

Superficie exterior

$\overleftarrow{luz}$

Aumento o agrandamiento

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$$

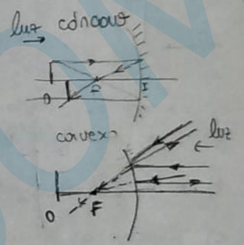
>1 aumenta / mayor

<1 más chico / menor

Espejo cóncavo.

Superficie interior

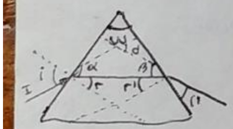
$\overrightarrow{luz}$



Si la imagen está en el ∞, el objeto está en el foco

El objeto está en el centro óptico, la imagen aparece en el mismo lugar pero invertida.

Prismas $\Rightarrow$ medio transparente limitado por dos caras no paralelas.



ω = ángulo refringente

Ecuaciones del prisma

$\omega = r + r'$

$d = (i + i') - \omega$

Desviación.

r, r' ángulo de refracción.

$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n \qquad \frac{\text{sen } i'}{\text{sen } r'} = n'$

$$\begin{cases} d = \alpha + \beta \\ i = \alpha + r \\ i' = \beta + r' \end{cases}$$

Desviación mínima

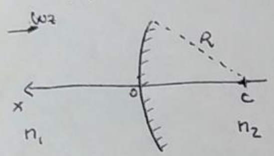
$d_m = \omega \cdot (n - 1)$ p/ ángulo pequeño

desplazamiento lateral

$d = \frac{\text{espesor}}{\cos r} \cdot \text{sen}(i - r)$

Dioptras Esféricas

Superficie de separación entre dos medios de distinta densidad óptica. · Es un casquete esférico.



C = centro de curvatura

R = radio

o = centro

Fórmulas.

(*) $$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

(*) $$A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 \cdot x'}{n_2 \cdot x}$$

Focos

Objeto → $x' \to \infty$ → $F = x = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot R$

Imagen → $x \to \infty$ → $F' = x' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \cdot R$

Los focos equidistan del punto medio del radio de curvatura.

$$\frac{F}{F'} = -\frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{F + F'}{2} = \frac{R}{2}$$

Dioptra convergente

$f > 0$ $f' < 0$ reales

- El centro óptico está en el lado de mayor n

Disminuye la apertura del rayo incidente

Se acerca al eje principal

Dioptra divergente

$f < 0$, $f' > 0$ virtuales

- El centro óptico está del lado de menor n.

Aumenta la apertura del rayo incidente

Se aleja del eje principal

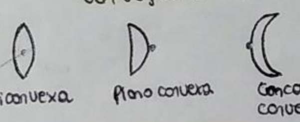
Lentes delgadas

Una lente es un sist. óptico centrado, constituido por dos dioptras, de las que una puede ser plana.

Está constituida por un medio transparente, sumergido en otro medio de distinto índice n.

Tipos de lentes → se cumple siempre que el n de la lente sea mayor al n_0 del medio

Convergentes



Divergente

- Ambos focos son reales.

- Ambos focos son virtuales
- Las imágenes son virtuales, siempre.

n = índice de la lente

Fórmula general de lentes delgadas $n > n_0$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{n - n_0}{n_0} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

→ si el medio que rodea a la lente es el mismo → $\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$

$$\text{Aumento} = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Focos
- objeto $x' \to \infty$ $x = f$
- imagen $x \to \infty$ $x' = f'$

(*) Si el medio que rodea a la lente es el mismo los focos están a la misma distancia del centro óptico

≠ índices a ambos lados

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n_0}{R_2}$$

= índice a ambos lados

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{n - n_1}{n_1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

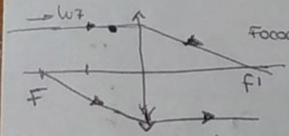
Para marcha de rayos p/ lentes delgados

- Rayo paralelo ⇒ pasa por el foco imagen

- Rayo focal ⇒ pasa por el foco objeto y sale paralelo

Ubicación de focos p/ lentes

Convergente

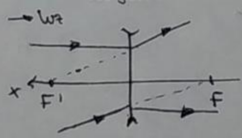


Focos reales

Foco objeto del lado de la luz incidente $f>0$

$f>0$, $x>0$ (real) y $x'<0$ (real) / $x'>0$ (virtual)

Divergente



Focos virtuales

Foco imagen del lado de la luz incidente $F'>0$

$f<0$, $x>0$ (real) $x'>0$ (virtual) si $x<0$ (virtual) $x'<0$ (real)

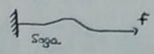
Ondas – Superposición de ondas

Ondas mecánicas

(1)

transportan energía y cantidad de movimiento mediante una perturbación del medio que se propaga. No transmiten materia.

Pulsos de onda.



- Onda transversal = la perturbación es $\perp$ a la dirección de propagación.
- Onda longitudinal = la perturbación es $//$ a la dirección de propagación. Ej = sonido se dan en fluidos.

Velocidad de propagación = Es la misma en un medio sin importar f o λ.

$V = \lambda \cdot f$

$V = \frac{\lambda}{T}$

cinemática

$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow$ para sogas transversal

dinámico

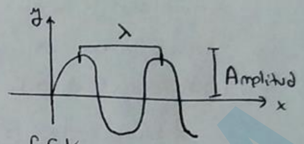
λ = longitud de onda

f = frecuencia

T = período

F = fuerza

μ = densidad lineal $= \frac{M}{L} = \frac{\delta \cdot V}{L} = \frac{\delta \cdot S \cdot \cancel{L}}{\cancel{L}}$



Función de onda

$y(x,t) = A \cdot \cos[(kx - \omega \cdot t) + \varphi_0] = A \cdot \operatorname{sen}(kx - \omega \cdot t)$ onda que viaja a la derecha, onda progresiva.

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V}$ → n° de onda

$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ A = amplitud

$V_{MAX} = \frac{dy}{dt}$ y es la 1° parte delante de la función o.

$V_{MAX} = 2\pi \cdot f \cdot A$.

Velocidad de propagación de onda en distintos materiales

- Transversal = $V = \sqrt{\frac{G}{\delta}}$ G = módulo de rigidez
- Longitudinal = $V = \sqrt{\frac{Y}{\delta}}$ Y = módulo de Young

Energía

Potencia instantánea $= \sqrt{\mu \cdot F}\, A^2 \cdot \omega^2 \cdot \operatorname{sen}^2(kx - \omega t)$

Potencia máxima $= \sqrt{\mu \cdot F}\, A^2 \cdot \omega^2$

Potencia media $= \frac{P_{MAX}}{2} = \frac{\mu \cdot V_p \cdot A^2 \cdot \omega^2}{2}$

Intensidad de onda $= \frac{P_{med}}{Sup.}$ = P/ ondas sonoras $= \frac{P_{med}}{4\pi \cdot R^2}$

→ Potencia media con que se transmite energía por unidad de área normal a la dirección de propagación.

Flujo medio de energía $= \frac{\rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot V_p}{2}$

$E = \frac{1}{2} M \cdot A^2 \cdot \omega^2$

Efecto doppler - Ondas esféricas ②

└ Fenómeno producido cuando la fuente de ondas y el receptor están en movimiento relativo

Frente de onda = superficie esférica compuesta por ondas que experimentan = desplazamiento.

1° - Tomar como eje ⊕ la recta en dirección R-F $R \longrightarrow F$

2° - Las velocidades se miden respecto al medio Ej: aire.

3° - Si una onda se refleja en una superficie, la 1° sup. es receptor 1° y luego se transforma en fuente emitiendo en frecuencia que recibió.

4° - a) Si F y R: Se acercan $f_R > f_F$ $>f$ = más agudo

Se alejan $f_R < f_F$ $<f$ = más grave

No se mueven $f_R = f_F$

Ecuación general

$$f_R = \frac{V + V_R}{V + V_F} \cdot f_F$$

Cuando la fuente se mueve λ es ≠

$$\lambda = \frac{V + V_F}{f_F}$$  $$\lambda = \frac{V - V_F}{f_F}$$

Tren de ondas = conjunto continuo de ondas iguales, que se propagan en un medio, de modo que la oscilación es periódica con = amplitud.

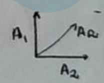
Superposición de ondas

Caso 1 $A_1 \neq A_2$ $\varphi_1 = \varphi_2$

Están en fase ⟹ se suman A, suma directa

Caso 2: $A_1 \neq A_2$ $\varphi_1 \neq \varphi_2$

Se usa el método de suma vectorial $|V_1| = |A_1|$ $|V_2| = |A_2|$



- Pitágoras
- Suma / Resta de vectores

ángulo de fase $tg(\varphi_1) = \frac{A_2}{A_1}$

Batidas

└ fenómeno que se produce al superponer dos ondas con frecuencia casi igual

Se percibe como una variación en la intensidad del sonido. Sirve p/ comparar una frecuencia desconocida con una conocida

$$f_B = |f_2 - f_1|$$ se obtienen dos posibles frecuencias

Al superponer dos ondas casi iguales se puede usar la propiedad

$$y_1 + y_2 = y_0 \cdot \cos(A) + y_0 \cdot \cos(B) = 2y_0 \cdot \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)$$

$$y_1 + y_2 = y_0 \operatorname{sen}(A) + y_0 \operatorname{sen}(B) = 2y_0 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Ondas estacionarias. Interferencia y difracción

Ondas estacionarias ③

Dos ondas completamente iguales que se propagan en sentido contrario y se superponen.
- Puntos de interferencia constructiva = vientres / antinodos
- Puntos de interferencia destructiva = nodos

Ecuación de dos ondas viajeras

$y_1 = A \cdot \text{sen}(kx - 2\pi f \cdot t)$

$y_2 = A \,\text{sen}(kx + 2\pi f \cdot t)$

$$y_R = \underbrace{2A \cdot \text{sen}(kx)}_{\text{Amplitud. MAX} = 2A} \cdot \text{sen}(2\pi f \cdot t)$$

Coseno ⇒ desfase de $\pi/2$.

Soga fija por ambos extremos (ondas transversales)

Fundamental / 1° armónico $n=1$

2° armónico / 1° sobretono $n=2$

3° armónico / 2° sobretono $n=3$

distancia entre nodos $\frac{\lambda}{2}$

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$

$V = \lambda_n \cdot f_n$

* En el fundamental se tiene la < frecuencia

L = longitud del tubo / soga

Soga fija por un extremo ⇒ $\lambda_n = \frac{4L}{n}$ $n = 1, 3, 5$, etc n° impares $\lambda_n = \frac{4L}{(2n-1)}$

Tubos → ondas longitudinales → fluido = Aire.

Abiertos $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

$n=1$ Fundamental $n=1$

$n=2$ 1° armónico $n=3$

Cerrado 1 extremo $\lambda_n = \frac{4L}{n}$

n = n° impares.

$f_n = (2n-1) \cdot \frac{V}{4L}$

$f_n = \frac{n \cdot V}{4L}$ con números impares

— • Superposición de ondas coherentes. —

Interferencia

Experimento de Young – Dos rendijas, luz monocromática

De dos fuentes puntuales que oscilan en fase
- separadas una distancia d
- producen ondas circulares de frecuencia f y λ con $V = \lambda \cdot f$.

* Puntos donde las crestas se cortan, las ondas se suman constructivamente y las trayectorias que recorren las ondas desde el fuente son = en longitud o difieren un n° entero de long. de ondas

$\text{máx} = d \cdot \text{sen}\,\theta = n \cdot \lambda$ Intef. constructiva / franja brillante

$\text{mín} = d \cdot \text{sen}\,\theta = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$ Intef. destructiva / franja oscura.

* Entre cada serie de máximos de interferencia existen mínimos de interferencia, donde la ≠ de trayectos es un n° impar de semilongitudes de onda. Esta línea a lo largo de las cuales las ondas se anulan se llaman nodos

$y_{max} = n \cdot \lambda \cdot \frac{D}{d}$ $y_{min} = (n + \frac{1}{2}) \lambda \cdot \frac{D}{d}$

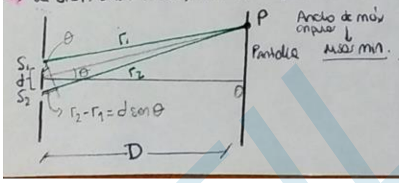
d = distancia entre rendijas

D = distancia de rendijas y pantalla

n = número de máx o mín.

Fuentes coherentes = dos fuentes que están en fase o tienen una diferencia de fase cte.

→ la dist. entre máx / mín no depende del n.



* Para más ~~fuentes~~ rendijas, entre dos máx principales aparece $n-2$ máx. secundarios

$n=3$ 1 máx 2° $n=4$ 2 máx secund $n=5$ 3 máx secund

Al aumentar las rendijas, los máx principales mejoran su definición, se hacen más finos

$\text{Mín} = d \cdot \text{sen}\,\theta = (n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{N}$ → N número de fuentes, n entero no múltiplo de N.

Difracción desviación de las ondas alrededor de obstáculos

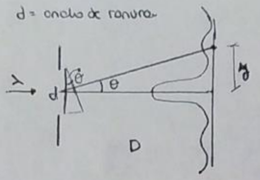
→ **Principio de Huygens**: Cada punto de un frente de onda, es un nuevo emisor de ondas que se superponen para formar un nuevo frente dsp de Δt

Diagrama de difracción de una sola rendija d = ancho de ranura

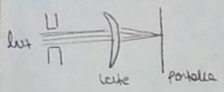
↳ condición para un min = $d \cdot \operatorname{sen}\theta = n \cdot \lambda$

si θ es muy chico $tg\,\theta \approx \operatorname{sen}\theta$

$tg\,\theta = \frac{x}{D} = \frac{n \cdot \lambda}{d} \Rightarrow y_{min} = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{d}$



Difracción de Fraunhofer → Se coloca una lente p/ que los rayos converjan en la pantalla



Ancho del máximo central → doble de la dist. del centro de la pantalla al 1° min. $2y = 2\frac{\lambda \cdot D}{d}$

Ancho de cualquier otro máximo ⇒ la mitad del central, o la diferencia entre 2 min consecutivos

Red de transmisión: la luz pasa a través de la red. Lámina transparente con rayas equiespaciadas, que son obstáculos

Red de reflexión: Se raya un material que refleja la luz, en las rayas no hay reflexión, la luz se refleja en las franjas no rayadas (ranuras)

↳ $d = \frac{a}{n}$ d: separación el rendijas

a: ancho de la red. 1 cm

n: líneas de la rendija 3000 líneas

Int y Dif. Cuando se ve o no un máx

↳ No se ve si: * caso 1: se superpone con un mínimo de difracción $y_{max}^{Int} = y_{min}^{Difr.}$ → lo anula la difracción

* Caso 2: El ángulo de desviación supera los 90° / $\operatorname{sen}\theta > 1$ absurdo → no existe el máx.

Espectro visible = 390 Nm a 750 Nm