...015 — 9 (nueve) | 9 HOJAS

Padrón:

... Lom

...y año: 1 ... Profesor: Sannogo

1) Una barra delgada de largo L tiene una densidad de carga lineal $\lambda>0$ uniforme.

B a) Determine el trabajo que debe hacer un agente externo para mover una carga $q>0$ desde el punto A hasta el C. Obtenga una expresión en función de los datos del problema y discuta el significado físico del signo obtenido.

B b) Determine el flujo del campo eléctrico a través de una esfera de radio 2L centrada en el origen de coordenadas.

2) El circuito de la figura se encuentra en condición de resonancia

B a) Determine el valor de las tensiones medidas por los voltímetros $\mathbf{V_1}$ y $\mathbf{V_2}$

B b) Realice un diagrama fasorial, que incluya: la corriente I que circula por el circuito, las tensiones medidas por los voltímetros $\mathbf{V_1}$ y $\mathbf{V_2}$, y las tensiones $\mathbf{Vg}, \mathbf{V_R}, \mathbf{V_c}, \mathbf{V_L}$

DATOS: Vg = 200V (eficaz), R=100 Ω C=2μF, L=20mHy

3) Una barra conductora de largo **L** se desplaza con velocidad **V** sobre un riel conductor de resistencia **R**, en una región con un campo magnético **B** espacialmente uniforme, como muestra la figura

B a) Si el campo magnético **B** es constante en el tiempo, determine en modulo dirección y sentido la fuerza necesaria (qu... debe realizar un agente externo) para mantener constante la velocidad de la barra.

B b) Determine la potencia que transfiere el agente externo y compárela con la potencia disipada en R

4) *Considere el circuito de la figura. En el estado original los capacitores están descargados y C1=C2=C3= 2μF, R=100 Ω y Vp=12V. En estado estacionario determine la energía almacenada en cada capacitor y la total.*

B *a) Se cierra L1, y permanece abierta L2*

N *b) Partiendo del estado obtenido en a) se abre L_1 y luego se cierra L_2*
¿ A que se debe la diferencia de energías totales almacenadas en a) y b) ?

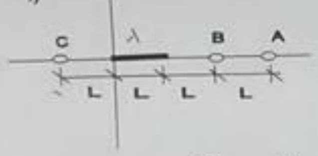
5) Un toroide de material ferromagnético blando de sección cuadrada tiene un entrehierro de espesor e=2mm. μr= 2000 (considere que el material se encuentra en una zona que se puede aproximar a una relación lineal). Se enrollan N1 y N2 espiras como muestra la figura, y se conectan a una batería Vo=12v. La resistencia *R=48 Ω* representa la resistencia de ambos bobinados. Justificando las aproximaciones que realiza, calcule

D a) La inductancia mutua

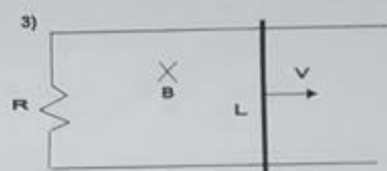
N b) La energía magnética almacenada

R_{medio} del toroide=20cm, , N_1=500, N_2= 800, Sección=1cm^2 μo= 4π 10^{-7} Tesla m A^{-1}

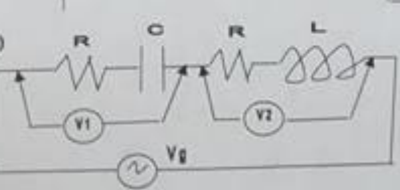
1)



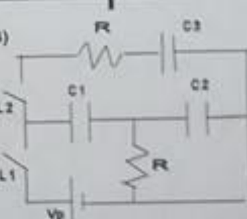
3)



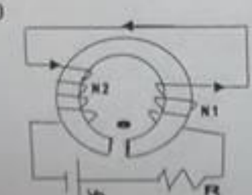
2)



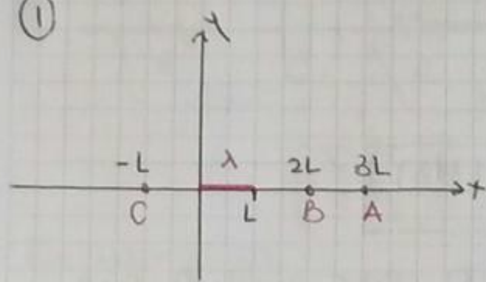
4)



5)



1



a) Determine el trabajo que debe hacer un agente exterior para mover una carga $q>0$ desde A hasta C

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \int dq \left[\frac{1}{|\bar{r}_f - \bar{r}'|} - \frac{1}{|\bar{r}_i - \bar{r}'|}\right]$$

$\bar{r}_f = C = -L\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 0\hat{k}$

$\bar{r}_i = A = 3L\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 0\hat{k}$

$\bar{r}' = \text{barra} = x'\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 0\hat{k}$ con $0 \leq x' \leq L$

$|\bar{r}_F - \bar{r}'| = \sqrt{(-L - x')^2} = \sqrt{(-1)^2 (L+x')^2} = (L+x')$

$|\bar{r}_i - \bar{r}'| = \sqrt{(3L - x')^2} = |3L - x'| = (3L - x')$

$dq = \lambda\, dl = \lambda\, dx'$

λ cte

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^L \left[\frac{1}{(L+x')} - \frac{1}{(3L-x')}\right] dx'$$

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[\int_0^L \frac{1}{(L+x')} dx' - \int_0^L \frac{1}{(3L-x')} dx'\right]$$

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[\ln(L+x')\Big|_0^L - (-\ln(3L-x'))\Big|_0^L\right]$$

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[\ln(2\cancel{L}/\cancel{L}) + \ln(2\cancel{L}/3\cancel{L})\right]$$

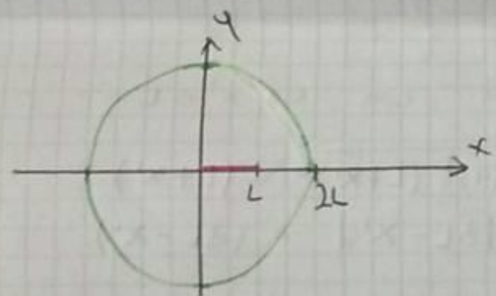
$$W = \underbrace{\frac{\overset{>0}{q}\,\overset{>0}{\lambda}}{4\pi\varepsilon_0}}_{>0} \underbrace{\left[\underbrace{\ln(2)}_{0,693} + \underbrace{\ln(2/3)}_{-0,4}\right]}_{>0}$$

entonces:

$$\boxed{W = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln(2) + \ln(2/3)\right]}$$

El trabajo es mayor a 0. Esto implica que el desplazamiento de q se realiza en contra del campo en la mayoría del trayecto.

b) Determine el flujo del campo eléctrico a través de una esfera de radio 2L centrada en el origen



Por gauss:

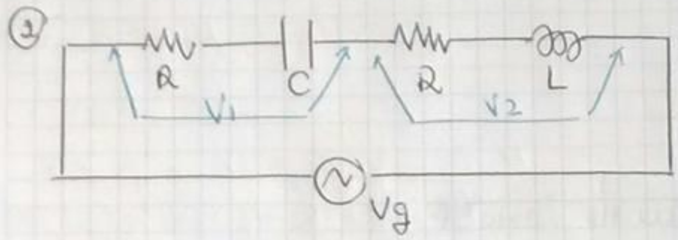
$$\phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{\int \lambda\, dl}{\varepsilon_0} \quad \Big) \lambda \text{ uniforme}$$

$$\phi_E = \frac{\lambda \int dl}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}}$$

(1)



$V_g = 200V$ (ef)
$R = 100\,\Omega$
$C = 2\,\mu F$
$L = 20\,mH$

En resonancia

• $Z_T = 2R + j\underbrace{(\omega L - 1/\omega C)}_{0}$

$Z_T = 2R$ $\quad \hookrightarrow \omega L = 1/\omega C$

$|Z_T| = \sqrt{(2R)^2}$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ $\quad L = 20\times10^{-3}\,H$, $C = 2\times10^{-6}\,F$

$|Z_T| = 2R.$ $\quad \omega = 5000\ Hz$

• $I_{ef_T} = \frac{V_{ef_T}}{Z_T}$

$I_{ef_T} = \frac{200V}{2R}$

$I_{ef_T} = \frac{200\,V}{200\,\Omega}$

$I_{ef_T} = 1\,A.$

la corriente total es la misma que para cada elemento por estar en serie.

• en resonancia la corriente está en fase con la fem: $I_{ef} = 1\,A \angle 0^\circ$.

• $V_R = i\,R$

$V_R = 1A \cdot 100\,\Omega$

$V_R = 100\,V$

• ~~en resonancia:~~ $\cancel{\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{20\times10^{-3}H \cdot 2\times10^{-6}F}} = 5000}$

$\cdot V_L = i \cdot \omega L$

$V_L = 1A \cdot 5000\,Hz \cdot 20\times10^{-3}\,H$

$V_L = 100V$

$\cdot V_C = i \cdot \frac{1}{\omega C}$

$V_C = 1A \cdot \frac{1}{5000Hz \cdot 2\times10^{-6}F}$

$V_C = 100V.$

entonces:

$V_L = V_R = V_C = 100V$ $\quad V_R = V_{R_1} = V_{R_2}$

$\cdot V_R \perp V_C$

$V_R^2 + V_C^2 = V_1^2$

$(100V)^2 + (100V)^2 = V_1^2$

$20\,000\,V^2 = V_1^2$

$\boxed{141,42\,V = V_1}$

$\cdot V_R \perp V_L$

$V_R^2 + V_L^2 = V_2^2$

$(100V)^2 + (100V)^2 = V_2^2$

$20\,000\,V^2 = V_2^2$

$\boxed{141,42\,V = V_2}$

b) Diagrama fasorial

- $V_R = \mathbb{I} \cdot R$

$V_R = i \cdot R = 100V$

$\alpha(V_R) = \alpha(i) + \alpha(R) = 0^\circ + 0^\circ = 0^\circ$

$V_R = 100\,V$

aclaración: $V_R = V_{R_1} = V_{R_2}$

- $V_L = \mathbb{I}\ Z_L$

$V_L = i \cdot \omega L = 100V$

$\alpha(V_L) = \alpha(i) + \alpha(Z_L) = 0^\circ + 90^\circ = 90^\circ$

$V_L = 100V \angle 90^\circ$

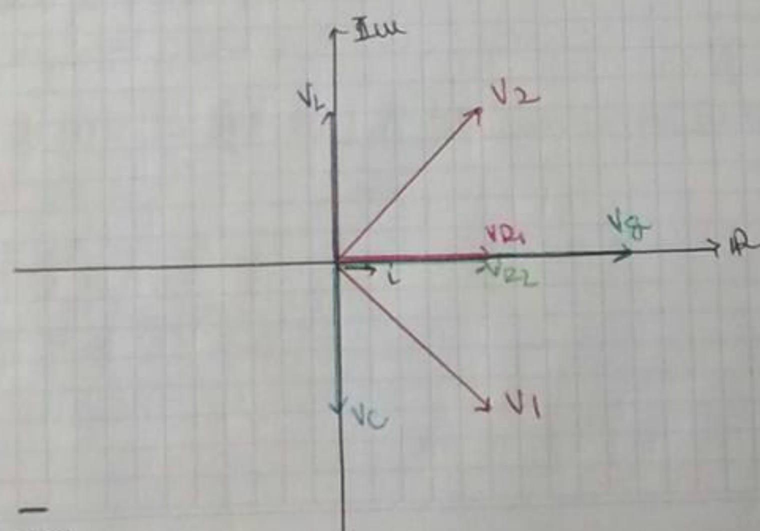
- $V_C = \mathbb{I}\ Z_C$

$V_C = i \cdot (1/\omega C) = 100V$

$\alpha(V_C) = \alpha(i) + \alpha(Z_C) = 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ$

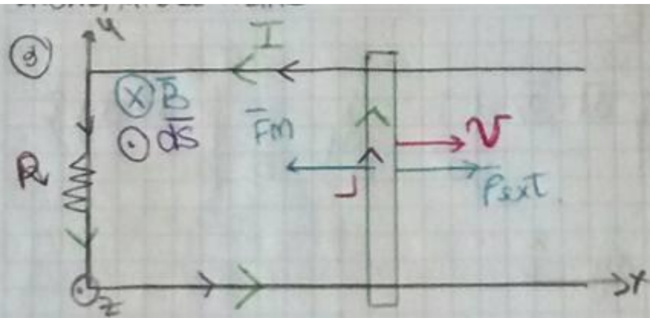
$V_C = 100V \angle -90^\circ$

- $V_g = 200V \angle 0^\circ$
- $i = 1A \angle 0^\circ$



NOTA: $\overline{} \; 20V$

③



a) Si B es cte en t, determinar su módulo dirección y sentido la fuerza necesaria para v cte.

$$\phi_B = \iint_S \bar{B}\,\bar{dS}$$

$$\phi_B = \iint_S B(-\check{k})\cdot dS\,\check{k}$$

$$\phi_B = \iint_S -B\,dS$$ B uniforme espacialmente

$$\phi_B = -B\iint_S dS$$

$$\phi_B = -B.L.\,x(t)$$

$$-\frac{d\phi_B}{dt} = BL\,\frac{d(x(t))}{dt}$$ B cte en el tiempo

$$V_{ind} = BLv$$

↳ $V_{ind} > 0$ — determino el sentido de la corriente.

Por Ohm: $V = IR$

$$IR = BLv$$

$$I = \frac{BLv}{R}$$

Calculo la fuerza que actúa sobre la barra.

$\bar{F}m = \int I \, \bar{dl} \times \bar{B}$) I cte

$\bar{F}m = I \int \bar{dl} \times \bar{B}$

$\bar{dl} = dy \, \hat{j}$
$\bar{B} = B(-\hat{k})$ $\Big\}$ $\bar{dl} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & dy & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = -B dy \, \hat{i}$

$\bar{F}m = -IB \int_0^L dy \, \hat{i}$

$\bar{F}m = -ILB \, \hat{i}$

Para que la velocidad sea cte un agente externo debe realizar una fuerza de igual módulo pero de sentido contrario.

$\boxed{\bar{F}ext = ILB \, \hat{i}}$

b) Determine la potencia que transfiere el agente externo y compárela con la con la pot disipada en R.

La potencia entregada por el agente externo:

$P_{ext} = \bar{F}ext \cdot \bar{v}$

$P_{ext} = ILB \, \hat{i} \cdot v \hat{i}$

$\boxed{P_{ext} = ILBv}$

La potencia disipada en R:

$P_R = I^2 R$

$P_R = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R$

$P_R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{R}$

$P_R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} = \overbrace{\frac{BLv}{R}}^{I} \cdot BLv = IBLv$

$\boxed{P_R = IBLv}$

Por conservación de energía:
$P_{ext} = P_R$ ✓

④ inicial: capacitores descargados

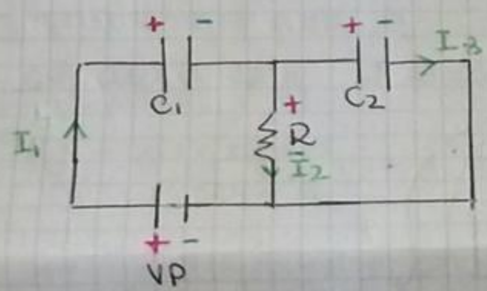
$C_1 = C_2 = C_3 = 2\,\mu F$

$R = 100\,\Omega$

$V_P = 12V$

Determinar energía almacenada en c/cap y la total

a) L_1 cerrada L_2 abierta.



• $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

$i_1 = i_2 + i_3$

• $-V_{C2} + i_2 R = 0$

$i_2 R = V_{C2}$

• $V_P - V_{C1} - i_2 R = 0$

$V_{C1} + i_2 R = V_P$

• $i_1 = \frac{dQ_1}{dt}$

• $i_3 = \frac{dQ_2}{dt}$

en régimen estacionario

$i_1 = 0$

$i_3 = 0$

$\rightarrow i_1 - i_2 - i_3 = 0$

luego $i_2 = 0$

$V_P - V_{C1} - \overset{i_2=0}{\cancel{i_2 R}} = 0$

$V_P = \frac{Q_1}{C_1}$

$V_P \cdot C_1 = Q_1$

$12V \cdot 2 \times 10^{-6} F = Q_1$

$\boxed{2{,}4 \times 10^{-5}\,C = Q_1}$

$V_{C2} = 0 \longrightarrow \boxed{Q_2 = 0\,C}$

energía almacenada en 1:

$$U_1 = \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{(2{,}4\times10^{-5}C)^2}{2\cdot 2\times10^{-6}F} = \boxed{1{,}44\times10^{-4}J}$$

energía almacenada en 2:

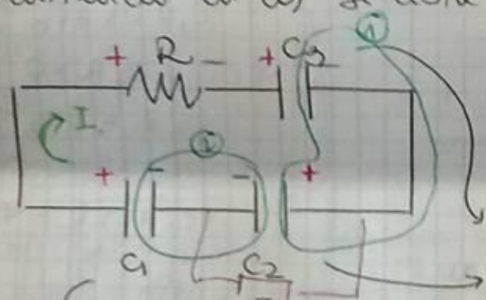
$$U_2 = \frac{Q_2^2}{2C_2} = \boxed{0\ J} \quad \text{por } Q_2 = 0C.$$

energía total:

$$U = U_1 + \cancel{U_2}^{0}$$

$$\boxed{U = 1{,}44\times10^{-4}J.}$$

b) Partiendo de a) se abre L_1 y se cierra L_2.



$C_1 = C_2 = C_3 = 2\,\mu F$

$R = 100\,\Omega$

inicialmente descargados.

inicialmente cargado

$Q_1 = 2{,}4\times10^{-5}C.$

$$V_{C_1} - \underbrace{iR}_{0} - V_{C_3} - V_{C_2} = 0$$

0 porque en régimen estacionario $i=0$.

$$V_{C_1} = V_{C_2} + V_{C_3}$$

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} + \frac{Q_3'}{C_3}$$

② $-Q_1' - Q_2' = -Q_1$

$Q_2' = -Q_1' + Q_1$

conservación de la carga y capacitores en serie.

Q_2 no se carga

① $-Q_3' + Q_2' = 0 \rightarrow Q_3' = Q_2'$

Ordeno ecuaciones

- $\frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} + \frac{Q'_3}{C_3}$
- $Q'_3 = Q'_2$
- $Q'_2 = -Q'_1 + Q_1$

$\Big\}\ Q'_3 = Q'_2 = -Q'_1 + Q_1$

3 ecuaciones con 3 incógnitas: (Q'_1, Q'_2, Q'_3)

Resuelvo:

$$\frac{Q'_1}{C_1} = \frac{(-Q'_1 + Q_1)}{C_2} + \frac{(-Q'_1 + Q_1)}{C_3}$$

$$\frac{Q'_1}{C_1} = -\frac{Q'_1}{C_2} + \frac{Q_1}{C_2} - \frac{Q'_1}{C_3} + \frac{Q_1}{C_3}$$

$$\frac{Q'_1}{C_1} + \frac{Q'_1}{C_2} + \frac{Q'_1}{C_3} = \frac{Q_1}{C_2} + \frac{Q_1}{C_3}$$

$$Q'_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = Q_1 \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$C_1 = C_2 = C_3 = C$

$$Q'_1 \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right) = Q_1 \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right)$$

$$Q'_1 \frac{3}{\cancel{C}} = Q_1 \frac{2}{\cancel{C}}$$

$$3 Q'_1 = 2 Q_1$$

$$Q'_1 = \frac{2}{3} Q_1 \qquad Q_1 = 2{,}4 \times 10^{-5} C$$

$$\boxed{Q'_1 = 1{,}6 \times 10^{-5} C}$$

$$Q'_2 = -Q'_1 + Q_1$$

$$Q'_2 = -1{,}6\times10^{-5}\,C + 2{,}4\times10^{-5}\,C$$

$$\boxed{Q'_2 = 8\times10^{-6}\,C}$$

como $Q'_2 = Q'_3$

$$\boxed{Q'_3 = 8\times10^{-6}\,C}$$

calculo de energias:

en 1:

$$U'_1 = \frac{Q'^2_1}{2C} = \frac{(1{,}6\times10^{-5}\,C)^2}{2\cdot 2\times10^{-6}\,F} = \frac{2{,}56\times10^{-10}\,C^2}{4\times10^{-6}\,F} = 6{,}4\times10^{-5}\,J$$

en 2:

$$U'_2 = \frac{Q'^2_2}{2C} = \frac{(8\times10^{-6}\,C)^2}{2\cdot 2\times10^{-6}\,F} = 1{,}6\times10^{-5}\,J$$

en 3:

$$U'_3 = \frac{Q'^2_3}{2C} = \frac{(8\times10^{-6}\,C)^2}{2\cdot 2\times10^{-6}\,F} = 1{,}6\times10^{-5}\,J$$

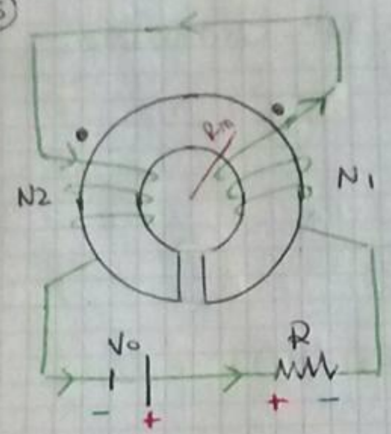
TOTAL:

$$U'_T = U'_1 + U'_2 + U'_3$$

$$\boxed{U'_T = 9{,}6\times10^{-5}\,J}$$

Observo que $U' < U$. Esto se debe a la disipación de energia en la resistencia. La energia disipada $U_d = U - U'$.

⑤



Toroide

mat fer. BLANDO

sección cuadrada - 1 cm^2

$e = 2\times10^{-3}$ m

$\mu_r = 2000$

$V_o = 12$ V

$R = 48\ \Omega$

$N_1 = 500$

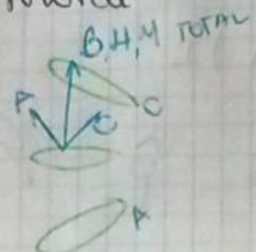
$N_2 = 800$

$R_m = 0{,}2$ m

a) la inductancia mutua.

Calculo el campo ~~[illegible]~~

Por la simetría observo que el campo generado es tangente a una circunferencia concéntrica con el toroide



Aplico la ley de Ampere. Tomo como curva una circunf. concéntrica de radio r. Sobre ella $\vec{H}$ es cte y tangente.

$\oint \bar{H} \cdot \bar{dl} = I_{encot}$ — el valor de la la corriente es la misma

$H_m L_m + H_a L_a = (N_2 + I_2 -) N_1 I$ → corrientes contrarias.

$H_m L_m + H_a L_a = (N_2 - N_1) I$

Por relación lineal:

$B = \mu_0 \mu_r H$

$\frac{B}{\mu_0 \mu_r} = H$

entonces:

$$\frac{B_m}{\mu_0 \mu_{rm}} L_m + \frac{B}{\mu_0 \mu_{ra}} L_a = (N_2 - N_1) I$$

Condiciones de frontera:

El campo es perpendicular a la frontera

$B_{m\,tang} = B_{a\,tang} = 0 \longrightarrow B_m = B_m$ normal y $B_a = B_a$ normal

Cond de frontera: $B_{1n} = B_{2n}$

$B_m = B_a = B.$

además $\mu_{ra} = 1$.

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_{rm}} (2\pi r_m) + \frac{B}{\mu_0} e = (N_2 - N_1) I$$

→ considero que la sección es lo suficientemente pequeña como para que el campo sea cte dentro de él y tome el valor del r_{medio}.

$$\frac{B}{\mu_0} \left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e \right) = (N_2 - N_1) I$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 (N_2 - N_1) I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e \right)} \hat{\varphi}$$ — campo total

el campo causado por 2:

$$\bar{B}_2 = \frac{\mu_0 N_2 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)} \hat{\varphi}$$

calculo L_2:

$$\phi_{2,2} = \iint_S \bar{B}_2 \cdot \bar{dS}_2$$

$$\phi_{2,2} = \iint_S B_2 \, dS_2$$

$$\phi_{2,2} = \frac{\mu_0 N_2 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)} \iint_S dS_2$$

flujo a través de todas las espiras.

$$\phi_{2,2} = \frac{\mu_0 N_2 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)} \cdot N_2 S$$

$$\phi_{2,2} = \underbrace{\frac{\mu_0 N_2^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)}}_{L_2 = \frac{d\phi_{2,2}}{dI}} \cdot I$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 \cdot S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)}$$

calculo L_1 : $\bar{B}_1 = \dfrac{\mu_0 N_1 I}{\left(\dfrac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)} (-\hat{\varphi})$

$$\phi_{1,1} = \iint_S \bar{B}_1 \cdot \bar{dS}_1$$

$$\phi_{1,1} = \iint_S \frac{\mu_0 N_1 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)} \, dS_1$$

$$\phi_{1,1} = \frac{\mu_0 N_1 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)} \iint_S dS_1$$

flujo a través de todos los espiras.

$$\phi_{1,1} = \frac{\mu_0 N_1 I}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)} \cdot N_1 S$$

$$\phi_{1,1} = \underbrace{\frac{\mu_0 N_1^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)}}_{L_1 = \frac{d\phi_{11}}{dI}} I$$

$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)}$$

Para calcular la inductancia mutua supongo que el acoplamiento es perfecto: $K=1$

$$M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

calculo $\sqrt{L_1 . L_2}$:

$$\sqrt{L_1 . L_2} = \sqrt{\frac{\mu_0 N_1^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)} \cdot \frac{\mu_0 N_2^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)}}$$

$$\sqrt{L_1 . L_2} = \sqrt{\frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 S^2}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)^2}}$$

$$\sqrt{L_1 . L_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)}$$

entonces M:

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu r_m} + e\right)}$$

$$M = \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 500 \cdot 800 \ 1\times10^{-4} m^2}{\left(\frac{2\pi \cdot 0{,}2\,m}{2000} + 2\times10^{-3}\,m\right)}$$

$$\boxed{M = 0{,}019 \ H}$$

b) la energía magnética almacenada.

$$U = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 - M I_1 I_2$$

↳ configuración sustractiva: la corriente NO entra ni sale por bornes homólogos

$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 500^2 \cdot 1\times10^{-4} m}{\left(\frac{2\pi \cdot 0{,}2 m}{2000} + 2\times10^{-3} m\right)} = 0{,}012 \ H$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 S}{\left(\frac{2\pi r_m}{\mu_{rm}} + e\right)} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 800^2 \cdot 1\times10^{-4} m}{\left(\frac{2\pi \cdot 0{,}2 m}{2000} + 2\times10^{-3} m\right)} = 0{,}031 H$$

$$M = 0{,}019 \ H$$

I es la misma ⟶ $I_1 = I_2$

$$V = I R$$

ohm

$$I = V/R$$

$$I = 12V / 48\Omega$$

$$I = 0{,}25 A.$$

entonces:

$$U = \frac{1}{2} \cdot 0{,}012 \ H \cdot (0{,}25 A)^2 + \frac{1}{2} \ 0{,}031 \ H \ (0{,}25 A)^2 - 0{,}019 \ H \cdot (0{,}25 A)^2$$

$$U = \frac{1}{2} (0{,}25 A)^2 \ (0{,}012 H + 0{,}031 H - 2 \cdot 0{,}019 H$$

$$U = \frac{1}{2} (0{,}25 A)^2 \ 5\times10^{-3} H$$

$$\boxed{U = 1{,}5625 \times 10^{-4} \ J}$$