## UN TROZO DE PI

En un artículo titulado «Esas ideas disparatadas» (aparecido en la revista *Fact and Fancy*), dejé caer descuidadamente una nota a pie de página en la que afirmaba que  $e^{\pi i} = -1$ .

Con el resultado de que gran parte de los comentarios que recibí después de eso no se ocupaban del contenido del artículo, sino de esa nota. (Un lector, más entristecido que enfadado, demostró esta igualdad, cosa que yo había desdeñado hacer.)

Llegué a la conclusión de que algunos lectores sienten interés por estos extraños símbolos. Como yo también lo siento (no obstante no ser matemático, ni ninguna otra cosa), sentí el impulso irresistible de elegir uno de ellos, por ejemplo  $\pi$ , y escribir sobre él

En primer lugar, ¿qué es  $\pi$ ? Bueno, se trata de la letra griega pi, y representa la relación entre la longitud del perímetro de un círculo y su diámetro. «Perímetro» viene del griego perimetron, que quiere decir «la medida de alrededor», y «diámetro» viene del griego diametron, que quiere decir «la medida a través». Por alguna oscura razón, mientras la palabra «perímetro» se suele utilizar para los polígonos, cuando se trata de círculos se suele utilizar la expresión latina «circunferencia». Supongo que esto es correcto (no soy un purista), pero tiende a oscurecer la razón de la existencia del símbolo  $\pi$ .

Alrededor del año 1600, el matemático inglés William Oughtred, refiriéndose a la relación entre el perímetro del círculo y su diámetro, utilizó la letra griega  $\pi$  para designar el perímetro, y la letra griega  $\delta$  (*delta*) para designar el diámetro. Se trataba de las primeras letras de *perimetron* y *diametron*, respectivamente.

Ahora bien, a menudo los matemáticos tienden a simplificar las cosas. Fijando valores iguales a la unidad siempre que les es posible. Por ejemplo, pueden hablar de un círculo cuyo diámetro es la unidad. En un círculo tal, la longitud del perímetro tiene el mismo valor numérico que la relación del perímetro con el diámetro. (Supongo que para algunos de ustedes esto resulta obvio, y el resto puede fiarse de mi palabra.) Como en un círculo cuyo diámetro sea la unidad el perímetro es igual a esta relación, ésta puede representarse como  $\pi$ , el símbolo del perímetro. Y como los círculos cuyo diámetro es la unidad se utilizan con mucha frecuencia, esta costumbre arraigó rápidamente.

El primer hombre notable que utilizó  $\pi$  como símbolo de la relación entre la longitud del perímetro de un círculo y la longitud de su diámetro fue el matemático suizo Leonhard Euler, en 1737, y lo que era bastante bueno para Euler lo era también para todos los demás.

Ahora puedo volver a designar la distancia que rodea a un círculo con la palabra circunferencia.

Pero ¿cuál es la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro en números reales?

Parece ser que esta cuestión siempre preocupó a los antiguos, mucho antes incluso de la invención de las matemáticas puras. Cualquier tipo de construcción más elaborada que un gallinero requiere calcular por adelantado todo tipo de medidas, a menos que se quiera estar perpetuamente gritando a algún subordinado: «¡Imbécil, todas estas vigas son quince centímetros demasiado cortas!» Para realizar estas mediciones, dada la naturaleza del universo, siempre resulta necesario utilizar el valor de  $\pi$  en las multiplicaciones. Incluso cuando no se está trabajando con círculos, sino sólo con ángulos (y los ángulos resultan inevitables) es inevitable tropezarse con el número  $\pi$ .

Probablemente las primeras personas que se dieron cuenta de la importancia de esta relación al realizar estos cálculos empíricos determinaron la misma dibujando un círculo y midiendo físicamente la longitud del diámetro y de la circunferencia. Desde luego, la medición de la longitud de la circunferencia es un problema difícil que no puede ser resuelto con la típica regla de madera, demasiado rígida para este propósito.

Lo que probablemente hicieran los constructores de pirámides y sus predecesores sería colocar un cordel de lino, siguiendo cuidadosamente la línea de la circunferencia, hacer una pequeña marca en el punto en el que se completaba la medida, y luego enderezar la cuerda y medirla con el equivalente a una regla de madera. (Los matemáticos teóricos modernos desaprueban este método y hacen comentarios altivos del tipo de «pero entonces se está haciendo la arriesgada suposición de que la línea tiene la misma longitud cuando es recta que cuando está curvada». Supongo que el honrado trabajador que estuviera organizando la construcción del templo local y tuviera que enfrentarse a una objeción de este tipo habría resuelto el asunto tirando al Nilo a quien la hubiera formulado.)

En cualquier caso, a base de dibujar círculos de diferentes tamaños y de realizar las medidas correspondientes, sin duda los arquitectos y artesanos cayeron muy pronto en la cuenta de que la relación era siempre la misma para todos los círculos. En otras palabras, si un círculo tenía un diámetro el doble de largo o 1 5/8 más largo que el diámetro de un segundo círculo, su circunferencia también era el doble de larga o 1 5/8 más larga. Por tanto, el problema se reducía no a hallar la relación del círculo que se fuera a utilizar en cada caso, sino a hallar una relación universal válida para todos los círculos y de una vez por todas.

Cuando se tiene en mente el valor de  $\pi$ , no es necesario volver a determinar esta relación para ningún círculo.

En cuanto al valor real de la relación determinada mediante mediciones, ésta dependía, en los tiempos antiguos, del cuidado que hubiera puesto la persona que realizara las mediciones y de la importancia que tuviera para ella la exactitud como valor abstracto. Los antiguos hebreos, por ejemplo, no eran grandes ingenieros de la construcción, y cuando les llegó el momento de construir su edificio más importante (el templo de Salomón), tuvieron que recurrir a un arquitecto fenicio.

Por tanto, es previsible que los hebreos se valieran sólo de números redondos para su descripción del templo, sin que les parecieran necesarias las estúpidas y fastidiosas fracciones, negándose a tener en cuenta cuestiones tan nimias e insignificantes en lo referente a la Casa de Dios.

Así, en el capitulo 4 de Crónicas 2, describen un «mar de metal fundido» que formaba parte del templo y que probablemente fuera alguna clase de recipiente de forma circular. La descripción comienza en el segundo versículo de este capitulo, y dice así: «E hizo también el mar de metal fundido de diez codos de un borde al otro; redondo enteramente y de cinco codos de altura, y ceñálo alrededor un cordón de treinta codos.» Como ven, los hebreos no se daban cuenta de que al dar el diámetro de un círculo (diez codos o cualquier otra cosa) automáticamente estaban dando también la medida de su circunferencia. Les parecía necesario especificar que la circunferencia medía treinta codos, y al hacerlo nos revelan que consideraban que  $\pi$  era exactamente igual a 3.

Existe siempre el peligro de que algunos individuos, demasiado aferrados a las palabras literales de la Biblia, puedan considerar que, por consiguiente, 3 es el valor establecido por la divinidad para  $\pi$ . Me pregunto si no habrán sido éstos los motivos del alma sencilla que, en la asamblea legislativa de cierto Estado, presentó hace algunos años un proyecto de ley para que  $\pi$  fuera legalmente igual a 3 dentro de las fronteras de ese Estado. Afortunadamente, el proyecto de ley no fue aprobado; de lo contrario todas las

ruedas de ese Estado (que, sin ninguna duda, habrían respetado las leyes de sus augustos legisladores) se habrían vuelto hexagonales.

En cualquier caso, aquellos pueblos de la antigüedad que conocían los refinamientos de la arquitectura sabían muy bien, gracias a sus mediciones, que el valor de  $\pi$  era claramente mayor que 3. El valor más exacto que manejaban era 22/7 (o 3 1/7, si quieren), que no está nada mal y que se sigue utilizando en la actualidad cuando se quieren obtener con rapidez valores aproximados.

Si sacamos decimales; 22/7 es aproximadamente igual a 3,142857..., mientras que  $-\pi$  es aproximadamente igual a 3,141592... Así, 22/7 sobrepasa este valor en sólo el 0,04 por 100, o una parte cada 2.500, y es lo bastante bueno para la mayor parte de las aplicaciones prácticas.

Luego vinieron los griegos y desarrollaron un sistema geométrico en el que no había lugar para ese lamentable tejemaneje de coloca-un-cordel-y-mídelo-con-una-regla. Es obvio que con este método se obtenían valores que no podían ser mejores que la regla y el cordel y el ojo humano, todos ellos terriblemente imperfectos. En lugar de eso, los griegos se dedicaron a deducir cuál sería el valor de  $\pi$  una vez que las líneas y las curvas perfectas de la geometría plana ideal que habían inventado eran debidamente tenidas en cuenta.

Arquímedes de Siracusa, por ejemplo, utilizaba el «método exhaustivo» (un precursor del cálculo integral, que Arquímedes podría haber inventado perfectamente dos mil años antes que Newton sólo con tal de que algún amable benefactor de los siglos futuros le hubiera enviado los números árabes por medio de una máquina del tiempo) para calcular el valor de  $\pi$ .

Para comprender en qué consistía este método, imaginemos un triángulo equilátero con sus vértices en la circunferencia de un círculo de diámetro uno. La geometría ordinaria nos basta para calcular el perímetro exacto de dicho triángulo, que es, por si les interesa,  $3/2\sqrt{3}$ , ó 2,598076... Este perímetro tiene que ser menor que el del círculo (es decir, que el valor de  $\pi$ ), una vez más por razones geométricas elementales.

A continuación, imaginemos que dividimos en dos los arcos comprendidos entre los vértices del triángulo, inscribiendo así un hexágono regular (una figura de seis lados) en el círculo. Podemos determinar también su perímetro (que es exactamente 3); este perímetro es mayor que el del triángulo, pero sigue siendo menor que el del círculo. Si continuamos haciendo lo mismo una y otra vez, podemos ir inscribiendo polígonos regulares de 12, 24, 48... lados.

El espacio entre el polígono y los límites del círculo va disminuyendo o «agotándose» de manera constante, y el polígono se va acercando al círculo todo lo que se quiera, aunque nunca llega a alcanzarlo. Lo mismo puede hacerse con una serie de polígonos equiláteros circunscritos al círculo (que están por fuera de éste, es decir, con sus lados tangentes al círculo), obteniendo una serie de valores decrecientes que se aproximan a la circunferencia del círculo.

Lo que hizo Arquímedes fue básicamente atrapar la circunferencia entre una serie de números que se aproximan a  $\pi$  desde abajo y otra que se aproxima desde arriba.

De esta manera era posible determinar el valor de  $\pi$  con cualquier grado de exactitud, siempre que se tuviera la suficiente paciencia como para soportar el aburrimiento de trabajar con polígonos de un gran número de lados.

Arquímedes tuvo el tiempo y la paciencia de trabajar con polígonos de noventa y seis lados, y de esta forma pudo demostrar que el valor de  $\pi$  era ligeramente menor que 22/7 y ligeramente mayor que la fracción 223/71, algo más pequeña.

Ahora bien, la media de estas dos fracciones es 3.123/994, y el equivalente decimal de esta fracción es 3,141851... Este valor sólo sobrepasa el verdadero valor de  $\pi$  en un 0,0082 por 100, o una parte cada 12.500.

Hasta el siglo XVI no se obtuvo un valor más aproximado, al menos en Europa. Fue entonces cuando se utilizó por primera vez la fracción 355/113 como valor aproximado de  $\pi$ . Se trata de la mejor aproximación de  $\pi$  que puede expresarse en forma de una fracción razonablemente sencilla. El valor decimal de 355/113 es 3,14159292..., mientras que el verdadero valor de  $\pi$  es 3,14159265... Como ven, 355/113 sobrepasa el verdadero valor de  $\pi$  en sólo un 0,000008 por 100, o una parte cada 12.500.000.

Para darles alguna idea de lo buena que es la aproximación 355/113, supongamos que la Tierra es una esfera perfecta con un diámetro de 8.000 millas (13.000 kilómetros) exactamente. Podríamos entonces calcular la longitud del Ecuador multiplicando 8.000 por  $\pi$ . Si damos a  $\pi$  el valor aproximado de 355/113, el resultado seria 25.132,7433... millas. Con el verdadero valor de  $\pi$  el resultado seria 25.132,7412... millas. La diferencia sería de unos tres metros. Y una diferencia de tres metros al calcular la circunferencia de la Tierra bien puede considerarse despreciable. Hasta los satélites artificiales que han contribuido a que nuestra geografía alcance mayores cotas de precisión, no nos han proporcionado mediciones con ese grado de exactitud.

La consecuencia es que, para cualquiera que no sea matemático, 355/113 se aproxima a  $\pi$  lo bastante como para adecuarse a cualquier circunstancia que no sea verdaderamente excepcional. Y, sin embargo, los matemáticos tienen su propio punto de vista. No pueden sentirse felices si no encuentran el valor verdadero. En lo que a ellos respecta, un error, por pequeño que sea, es tan grande como un mega pársec.

Francois Vieta, un matemático francés del siglo XVI, dio el paso decisivo para encontrar el verdadero valor de  $\pi$ .

Se le considera el padre del álgebra, porque, entre otras cosas, fue el primero en utilizar letras para simbolizar los valores desconocidos: las famosas x e y, a las que la mayoría de nosotros nos hemos tenido que enfrentar, turbados e indecisos, en algún momento de nuestras vidas.

Vieta confeccionó el equivalente algebraico del método geométrico exhaustivo de Arquímedes. Es decir, en lugar de trazar una serie infinita de polígonos cada vez más próximos a un círculo, dedujo una serie infinita de fracciones que podían ser calculadas para dar un valor de  $\pi$ .

Cuantos más términos de la serie intervinieran en el cálculo, más cerca se estaría del verdadero valor de  $\pi$ .

No voy a darles la serie de Vieta, porque está llena de raíces cuadradas y raíces cuadradas de raíces cuadradas de raíces cuadradas de raíces cuadradas.

No hay por qué complicarse la vida con eso cuando otros matemáticos dedujeron otras series de términos (se trata siempre de series infinitas) para el cálculo de  $\pi$  que resultan mucho más fáciles de expresar.

Por ejemplo, en 1673 el matemático alemán Gottfried Wilheim von Leibniz dedujo una serie que puede expresarse de la manera siguiente:

 $\pi = 4/1 - 4/3 + 4/5 - 4/7 + 4/9 - 4/11 + 4/13 - 4/15...$ 

Como yo no soy más que un ingenuo lego en cuestiones matemáticas, sin prácticamente ninguna intuición matemática, cuando tuve la idea de escribir este artículo pensé en utilizar la serie de Leibniz para llegar rápidamente, mediante un sencillo cálculo, a demostrarles cómo se obtenía fácilmente el valor de  $\pi$  con aproximadamente una docena de decimales. Sin embargo, nada más empezar abandoné el intento.

Puede que me reprochen mi falta de perseverancia, pero invito a cualquiera de ustedes a calcular el valor de la serie de Leibniz hasta el punto en que la he seguido más arriba, es decir, hasta 4/15. Incluso pueden enviarme una postal para comunicarme el resultado. Si cuando terminen se sienten desilusionados al comprobar que su respuesta no se aproxima al valor de  $\pi$  tanto como la fracción 355/113, no se den por vencidos. Sigan añadiendo términos. Sumen 4/17 a su respuesta, luego resten 4/19, luego sumen 4/21 y resten 4/23, y así sucesivamente. Pueden seguir así todo el tiempo que quieran, y si alguno de ustedes descubre cuántos términos son necesarios para obtener un resultado mejor que 355/113, escríbame también para decírmelo.

Es muy posible que todo esto les parezca decepcionante. Efectivamente, la serie infinita es una representación matemática del valor exacto y verdadero de  $\pi$ . Para un matemático, es una forma tan válida como cualquier otra de expresar ese valor. Pero si lo que se quiere es tener ese valor en forma de número real, ¿de qué puede servir? Ni siquiera resulta práctico calcular un par de docenas de términos para cualquiera que quiera vivir de una manera normal; ¿cómo entonces es posible calcular un número infinito de términos?

Ah, pero es que los matemáticos no renuncian a sumar los términos de una serie sólo porque el número de términos sea infinito. Por ejemplo, la serie:

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64... puede ser sumada añadiendo un término a otro sucesivamente. Si lo hacen, descubrirán que cuantos más términos utilicen, más se acercan a la unidad, y esto puede expresarse de manera abreviada diciendo que la suma de ese número infinito de términos no es más que 1, después de todo.

En realidad, existe una fórmula que puede utilizarse para determinar la suma de los términos de cualquier progresión geométrica decreciente, como la del ejemplo que acabamos de ver.

De esta forma, la serie:

3/10 + 3/100 + 3/1.000 + 3/10.000 + 3/100.000... no suma, a pesar de toda su espléndida infinitud, más que 1/3, y la serie:

1/2 + 1/20 + 1/200 + 1/2.000 + 1/20.000... tiene un valor de 5/9.

Desde luego, las series desarrolladas para el cálculo de  $\pi$  no son nunca progresiones geométricas decrecientes, y por tanto no es posible utilizar la fórmula para calcular su suma. En realidad, nunca se ha encontrado una fórmula para calcular la suma de los términos de la serie de Leibniz o de cualquiera de las otras. No obstante, al principio no parecía haber ninguna razón para suponer que no pudiera haber alguna manera de encontrar una progresión geométrica decreciente, cuya suma fuera  $\pi$ . De ser así, entonces  $\pi$  podría ser expresado en forma de fracción. Una fracción es, en realidad, la relación entre dos números, y cualquier cosa que pueda expresarse mediante una fracción, o relación, es un «número racional». La esperanza, por tanto, es que  $\pi$  resultara ser un número racional.

Una de las maneras de probar que una cantidad es un número racional es calcular su valor decimal todo lo que se pueda (añadiendo cada vez más términos de una serie infinita, por ejemplo), para demostrar luego que se trata de un «decimal periódico», es decir, un decimal en el que los dígitos o algunos grupos de dígitos se repiten hasta el infinito.

Por ejemplo, el valor decimal de 1/3 es 0,33333333333..., y el de 1/7 es 0,142857 142857 142857..., y así hasta el infinito. Hasta una fracción como 1/8, que parece «caber justa», es, en realidad, un decimal periódico si se cuentan los ceros, ya que su equivalente decimal es 0,125000000000... Es posible probar matemáticamente que cualquier fracción, por complicada que sea, puede expresarse como un valor decimal que tarde o temprano se hace periódico. Inversamente, cualquier decimal que acabe

haciéndose periódico, por muy complicado que sea el ciclo de repetición, puede expresarse como una fracción exacta.

Si tomamos un decimal periódico cualquiera, por ejemplo 0,37373737373737..., es posible obtener a partir de él, en primer lugar, una progresión geométrica decreciente, expresándolo de la siguiente forma:

37/100 + 37/10.000 + 37/1.000,000 + 37/100.000.000... y luego se puede utilizar la fórmula para conocer el valor de la suma de sus términos, que es 37/99. (Calculen el equivalente decimal de esta fracción, y ya verán lo que obtienen.)

O si tenemos un número decimal que empieza siendo no periódico y luego se hace periódico, como 15,21655555555555..., podemos expresarlo así:

15 + 216/1.000 + 5/10.000 + 5/100.000 + 5/1.000.000...

A partir de 5/10.000 tenemos una progresión geométrica decreciente, y la suma de sus términos resulta ser 5/90.000. Por tanto, se trata de una serie finita compuesta únicamente de tres términos, que pueden sumarse sin problemas:

15 + 216/1.000 + 5/90.000 = 136.949/9.000

Si quieren, pueden calcular el valor decimal 136.949/9.000 para comprobar el resultado. Pues bien, si se hallara el equivalente decimal de  $\pi$  con un cierto número de cifras decimales y se detectara alguna repetición, por muy ligera o complicada que fuera, siempre que pudiera demostrarse que se repite continuamente se podría expresar su valor exacto mediante una serie nueva.

Esta serie nueva acabaría con una progresión geométrica decreciente, cuyos términos podrían sumarse. Se obtendría, por tanto, una serie finita y se podría expresar el valor exacto de  $\pi$  no como una serie, sino como un número real.

Los matemáticos se lanzaron en su busca. En 1593 el mismo Vieta utilizó su propia serie para calcular el valor de  $\pi$  con diecisiete decimales. Aquí lo tienen, por si quieren echarle un vistazo: 3,14159265358979323. Como ven, no parece haber ningún tipo de periodo.

Más tarde, en 1615 el matemático alemán Ludolf von Ceulen utilizó una serie infinita para calcular  $\pi$  con treinta y cinco decimales. Tampoco él encontró ninguna repetición. De todas formas, ésta era una hazaña tan impresionante para la época que adquirió una cierta fama, a consecuencia de la cual el número  $\pi$  es llamado a veces «el número de Ludolf», por lo menos en los libros de texto alemanes.

Después, en 1717, el matemático inglés Abraham Sharp aventajó en varios puestos a Ludolf al calcular el valor de  $\pi$  con setenta y dos cifras decimales. Y seguía sin haber rastros de repeticiones.

Pero poco tiempo después se estropeó el juego, Para demostrar que una cantidad es racional hay que dar con su fracción equivalente y desarrollarla. Pero para probar que es irracional, no es imprescindible calcular ni un solo decimal. Lo que hay que hacer es *suponer* que la cantidad puede expresarse con una fracción, p/q, para luego demostrar que esto supone una contradicción, como, por ejemplo, que p tendría que ser a la vez par e impar.

Esto demostraría que ninguna fracción puede expresar esa cantidad, que, por tanto, será irracional.

Esta prueba es exactamente la que desarrollaron los antiguos griegos para demostrar que la raíz cuadrada de 2 era un número irracional (el primero que se descubrió).

Este descubrimiento es atribuido a los pitagóricos, y se dice que se sintieron tan horrorizados al descubrir que era posible que existieran cantidades que no pudieran ponerse en forma de fracción, ni aun de la más complicada, que juraron guardar el secreto y acordaron castigar con la pena de muerte al que lo revelara. Pero al igual que

todos los secretos científicos, ya se trate de números irracionales o de bombas atómicas, la información acabó por filtrarse.

Bien; en 1761 un físico y matemático alemán, Johann Heinrich Lambert, demostró por fin que  $\pi$  es irracional.

Por tanto, no había que esperar encontrar alguna pauta, ni siquiera la más insignificante, por muchos decimales que se calcularan. El verdadero valor *solo* puede expresarse en forma de serie infinita.

¡Ay!

Pero no derramen sus lágrimas. Una vez demostrado que  $\pi$  es un número irracional, los matemáticos se dieron por satisfechos. El problema estaba resuelto. Y en cuanto a la aplicación de  $\pi$  a los fenómenos físicos, ese problema también estaba resuelto de una vez por todas. Puede que piensen que a veces podría ser necesario, en cálculos muy delicados, conocer el valor de  $\pi$  con unas docenas e incluso con unos cientos de cifras decimales. ¡Pues no es así! Las mediciones que realizan los científicos en la actualidad son maravillosamente precisas, pero aun así muy pocas llegan más allá de, digamos, una milmillonésima parte, y para un cálculo de esta precisión en el que se utilice el valor de  $\pi$  bastaría con nueve o diez cifras decimales.

Por ejemplo, supongamos que trazamos un círculo de diez mil millones de millas (dieciséis mil millones de kilómetros) de diámetro, con el Sol en el centro, que encierre en su interior todo el sistema solar, y supongamos que queremos calcular la longitud de la circunferencia de este círculo (que mediría más de treinta y un mil millones de millas, o sesenta mil millones de kilómetros), tomando 355/113 como valor aproximado de  $\pi$ . El error sería de menos de tres mil millas (cinco mil kilómetros).

Pero supongamos ahora que fueran ustedes tan precisos y maniáticos que un error de cinco mil kilómetros en sesenta mil millones les resultara insoportable. Pueden entonces utilizar el valor de  $\pi$  dado por Ludolf, con treinta y cinco cifras decimales. En ese caso el error seria de una longitud equivalente a la millonésima parte del diámetro de un protón.

O, si no, tomemos un círculo *grande*, como, por ejemplo, la circunferencia del universo conocido. Se espera que los grandes radiotelescopios que están siendo construidos reciban señales desde distancias tan enormes como 40.000.000.000 de años-luz. Un círculo alrededor de un universo de ese radio tendría una longitud aproximada de 150.000.000.000.000.000.000.000 (ciento cincuenta mil trillones) de millas (240 mil trillones de kilómetros). Si se calculara la longitud de esta circunferencia con el valor de  $\pi$  de Ludolf, de treinta y cinco cifras decimales, el error no llegaría a la millonésima parte de una pulgada (2,5 cm.).

¿Qué decir entonces del valor de  $\pi$  calculado por Sharpe, con setenta y dos cifras decimales?

Es evidente que el valor de  $\pi$  que se conocía en la época en que se demostró que era irracional ya era mucho más preciso de lo que la ciencia podría jamás desear, en la actualidad o en el futuro.

Y, sin embargo, aunque los científicos ya no tenían necesidad de conocer el valor de  $\pi$  más allá de lo calculado hasta entonces, los cálculos prosiguieron durante la primera mitad del siglo XIX.

Un tal George Vega calculó 140 valores decimales de  $\pi$ ; otro llamado Zacarías Dase llegó hasta 200, y un tal Recher hasta los 500.

Por último, en 1873, William Shanks calculó el valor de  $\pi$  con 707 cifras decimales, lo que estableció una marca hasta 1949, y no es extraño: Shanks tardó quince años en hacer este cálculo, y, por si les interesa, no encontró ninguna clase de repetición.

Cabe preguntarse qué motivo puede tener un hombre para pasarse quince años dedicado a una tarea que no va a tener ninguna utilidad. Quizá se trate de la misma actitud mental que empuja a alguien a sentarse sobre el asta de una bandera o a tragarse peces de colores para «batir el record». O quizá Shanks quería hacerse famoso.

Si es así, lo consiguió. La historia de las matemáticas, llena de referencias a los trabajos de hombres como Arquímedes, Fermat, Newton, Euler y Gauss, también incluye una línea en la que da cuenta de que William Shanks se pasó los años anteriores a 1873 calculando el valor de  $\pi$  con 707 cifras decimales. así que al menos puede que no hubiera vivido en vano.

Pero, ¡ay de la vanidad humana!

En 1949 los ordenadores gigantes estaban empezando a ganar terreno, y de vez en cuando los muchachos que los manejaban, llenos de vida. de ganas de divertirse y de cerveza, tenían tiempo para jugar con ellos.

Así que en una ocasión metieron una de estas series interminables en un ordenador llamado ENIAC, y lo pusieron a calcular el valor de  $\pi$ . Lo tuvieron trabajando setenta horas, al término de las cuales había calculado el valor de  $\pi$  (¡el fantasma de Shanks!) con 2.035 valores decimales\*.

Y para rematar al pobre Shanks y sus quince años desperdiciados, se descubrió un error en el dígito quinientos y tantos del valor calculado por él, de manera que todos los dígitos siguientes, bastante más de cien, jestaban mal!

Y, por supuesto, por si se les ha ocurrido preguntárselo, lo que no deberían hacer, les diré que los valores calculados por los ordenadores no presentan tampoco rastro alguno de repeticiones.

## **NOTA**

Como es natural, algunos de mis artículos se han ido quedando más o menos anticuados. En la época en que escribí este articulo se había calculado el valor de *pi* con 10.000 cifras decimales, como ya he dicho.

Pero los matemáticos no se contentaron con esto. En 1988 se disponía de ordenadores mucho más rápidos y más capaces que las tonterías de finales de la década de los cincuenta. A principios de 1988, un informático japonés de la Universidad de Tokio, llamado Yasumasa Kanada, tuvo a un superordenador trabajando seis horas y obtuvo un valor de  $\pi$  con 201.326.000 cifras decimales.

¿Qué sentido tiene, si la expresión decimal de *pi* es infinita y un mayor número de cifras decimales no aporta nada interesante desde un punto de vista matemático?

Bien; en primer lugar, es una manera cómoda de poner a prueba un nuevo ordenador o un nuevo programa. Una vez que se ha fijado este valor de manera definitiva con un par de cientos de millones de cifras decimales, se puede hacer que cualquier ordenador calcule el valor de pi con un nuevo programa. Si comete el más mínimo error, es que hay algún fallo en sus circuitos o en el programa

 $<sup>^*</sup>$  En 1955 un ordenador más rápido había calculado 10.017 valores decimales de  $\pi$  en treinta y tres horas, y la verdad es que el estudio de los dígitos de  $\pi$  si que plantea cuestiones matemáticas de interés.