TEMA 2 COLOQUIO FÍSICA II 26 de julio de 2018

Nombre y Apellido: [redacted]........................ **Padr**[redacted]

Cuatrimestre y año de cursa[redacted]**Turno:** .... **Profesor:** [redacted]

Justificar cada una de las respuestas. $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}\ C^2/m^2N$, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ Tm/A$

Criterio de aprobación: Se aprueba con 5 ítems bien como mínimo.
Para FII A, de los 5 ítems bien, al menos 3 deben ser de "Electromagnetismo" (problemas 1 al 3) y al menos 1 debe ser de "Calor y termodinámica" (problema 4).

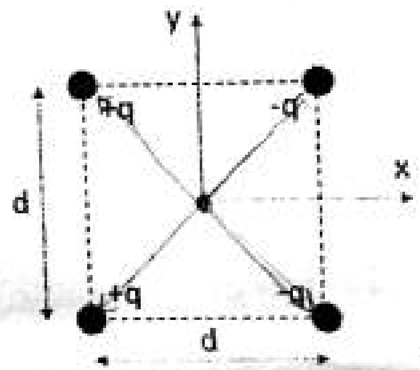
1a	1b	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	4c	Nota
B	R	B	R+	R+	B-	R	R-	B	R	5(cinco)

Problema 1:

Cuatro cargas en reposo están ubicadas como indica la figura ($q=4\ \mu C$; $d=20$ cm).

a) Hallar el campo eléctrico **E** en el origen de coordenadas.

b) Hallar el trabajo requerido para traer una carga Q_0 desde el infinito hasta el ~~punto P~~ ORIGEN ($Q_0 = +6\ \mu C$).

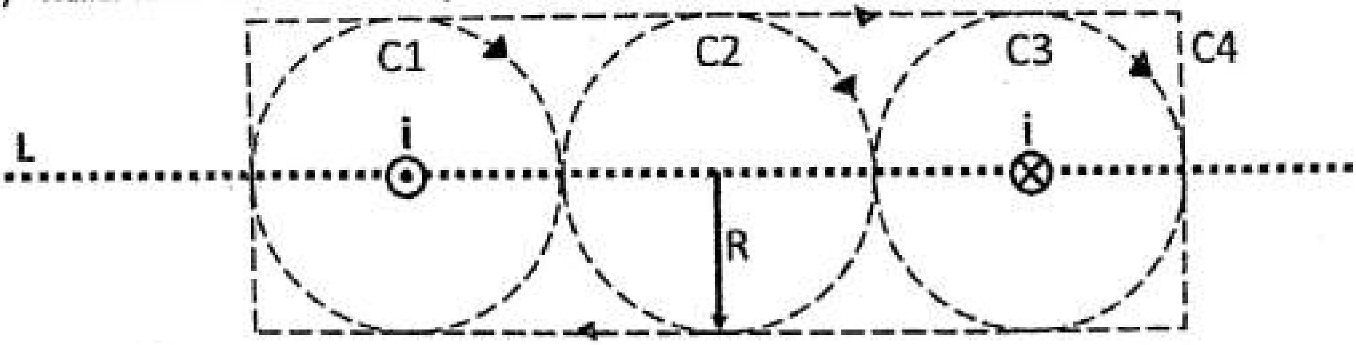


Problema 2:

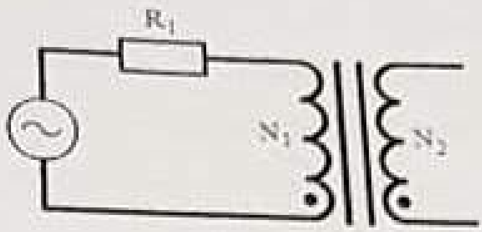
Se tienen dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos, en el vacío, por los que circulan corrientes estacionarias "i" en el sentido indicado en la figura.

a) Hallar los campos inducción magnética **B**, campo magnético **H** y magnetización **M** (con módulo, dirección y sentido) a lo largo de la línea punteada "L", indicando el sistema de referencia elegido.

b) Hallar la circulación del campo **B** a lo largo de los caminos indicados en sentido horario.



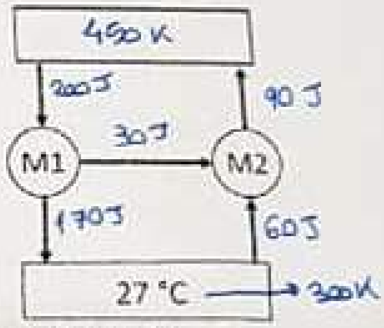
Problema 3:



Un transformador posee un núcleo de permeabilidad relativa μ_r= 1000 (constante), sección transversal S=4 cm^2 y longitud media l_m=20 cm.
El factor de acoplamiento magnético es de 0,9.
El primario, de N1=100 espiras está conectado a la red domiciliaria de nuestro país a través de una resistencia R1=100 Ω. El secundario, de N2=50 espiras, está abierto.

a) Obtener, demostrando el desarrollo, los coeficientes de autoinducción y de inducción mutua de los inductores.
b) Hallar la corriente instantánea y la potencia instantánea entregada por el generador.
c) Hallar el voltaje instantáneo inducido en el secundario, indicando su polaridad en los bornes del inductor para un instante de tiempo en el que la corriente en el circuito primario es antihoraria y creciente.

Problema 4 (Sólo Física II A):

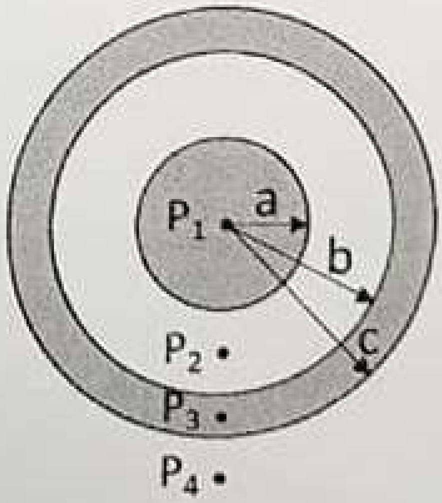


Dos máquinas operan entre dos fuentes térmicas como indica la figura. La fuente fría está a temperatura ambiente (27 °C). La máquina frigorífica opera reversiblemente absorbiendo 60 J de calor y cediendo 90 J de calor en cada ciclo. La máquina motora tiene un rendimiento del 15 %.

a) Completar el esquema de la figura con la temperatura de las fuentes, los calores y trabajos intercambiados.
b) *Determinar la eficiencia de la máquina frigorífica, considerando primero la cantidad de calor tomada de la fuente fría (modo refrigerador) y luego la cantidad de calor cedida a la fuente caliente (modo bomba de calor).*
c) *Determinar la variación de entropía del sistema en cada ciclo. Considere como sistema al conjunto de ambas fuentes y ambas máquinas.*

Problema 4 (Sólo Física II B):

Una esfera conductora de radio a = R = 20 cm, se encuentra rodeada por un casquete esférico conductor de radio interior b = 2R y exterior c = 2,5R. Inicialmente se encuentran ambos descargados.



a) A continuación, se llena la región comprendida entre los conductores con una carga total Q = 20 μC uniformemente distribuida en volumen (ε_r=1). Hallar las distribuciones de cargas en los conductores.
b) A continuación del paso anterior, se une mediante un hilo conductor la esfera y el casquete. Hallar las nuevas distribuciones de cargas en los conductores.
c) Hallar el rotor y la divergencia del campo eléctrico **E** para los puntos P1, P2, P3 y P4.

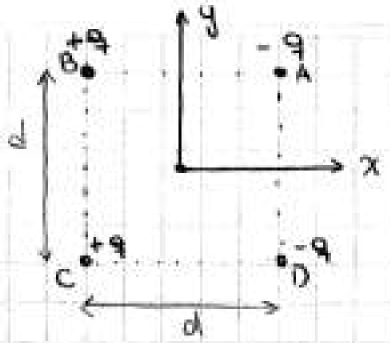
[redacted]

HOJA N° 1

FECHA 26/07/2018

(1) $|q| = 4\,\mu C$

$d = 20\ cm = 0{,}2\ m$



a) $\bar{E}(r=0) = ?$

Por la ley de Coulomb: $\bar{E}(\bar{r}) = k \cdot \dfrac{q_i(\bar{r}-\bar{r}')}{|\bar{r}-\bar{r}'|^3}$ } campo generado por una carga puntual

$\bar{r} = (0,0)$

$\bar{r}'_A = (d/2, d/2) \rightarrow \bar{r}-\bar{r}'_A = (-d/2, -d/2)$

$\bar{r}'_B = (-d/2, d/2) \rightarrow \bar{r}-\bar{r}'_B = (d/2, -d/2)$

$\bar{r}'_C = (-d/2, -d/2) \rightarrow \bar{r}-\bar{r}'_C = (d/2, d/2)$

$\bar{r}_D = (d/2, -d/2) \rightarrow \bar{r}-\bar{r}'_D = (-d/2, d/2)$

$|\bar{r}-\bar{r}'| = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{d^2}{4}+\frac{d^2}{4}} = \frac{d}{\sqrt{2}}$ ← en todos los casos.

Por el principio de superposición, el campo eléctrico en el origen de coordenadas va a ser la suma algebraica de cada uno de los campos generados por las cargas puntuales:

$\bar{E}_A = \dfrac{-kq\,(-d/2\,\hat{i} - d/2\,\hat{j})}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}$

$\bar{E}_B = \dfrac{kq\,(d/2\,\hat{i} - d/2\,\hat{j})}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}$

$\bar{E}_C = \dfrac{kq\,(d/2\,\hat{i} + d/2\,\hat{j})}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}$

$\bar{E}_D = \dfrac{-kq\,(-d/2\,\hat{i} + d/2\,\hat{j})}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}$

$\bar{E}(\bar{r}=0) = \bar{E}_A(\bar{r}=0) + \bar{E}_B(\bar{r}=0) + \bar{E}_C(\bar{r}=0) + \bar{E}_D(\bar{r}=0)$

$E_x = \dfrac{kq}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}\left[\frac{d}{2}+\frac{d}{2}+\frac{d}{2}+\frac{d}{2}\right] = \dfrac{kq}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3} \cdot 2d\,\hat{i}$

$E_y = \dfrac{kq}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}\left[\frac{d}{2}-\frac{d}{2}+\frac{d}{2}-\frac{d}{2}\right] = 0\,\hat{j}$

$\dfrac{C}{\frac{m^2 C^2}{m^2 N}}$ $\dfrac{N}{C}$

$\therefore\ \bar{E}(\bar{r}=0) = \dfrac{kq}{\frac{d^{3}}{2\sqrt{2}}} \cdot 2d\,\hat{i} = \underbrace{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{k} \cdot q \cdot \dfrac{1}{d^2}\, 4\sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}\,q}{\pi\varepsilon_0 d^2}\,\hat{i}$

$\boxed{\bar{E}(\bar{r}=0) = 5084127{,}1\ N/C\ \hat{i}}$

Bien

NOTA

b) Trabajo requerido para traer una carga q_0 desde el infinito al origen:

$$W = -q_0 \int \bar{E} \cdot d\bar{l} = q_0 \Delta V = q\,(V_{(r=0)} - V_{(r\to\infty)})$$ ← Es independiente del camino $(\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0)$

Como se trata de una distribución de cargas acotadas, tomo mi $V_{(\bar{r}_{ref} \to \infty)} = 0$ y utilizo lo siguiente fórmula:

$$V(\bar{r}) = k \sum \frac{q'}{|\bar{r} - \bar{r}'|}$$ los que generan el campo

$\cancel{\bar{r} = (x, y) = r\,\hat{r}}$

$\cancel{\bar{r}'_A = (d/2, d/2) \to |\bar{r} - \bar{r}'_A| = \sqrt{(x-d/2)^2 + (y-d/2)^2}}$

$\cancel{\bar{r}'_B = (-d/2, d/2) \to |\bar{r} - \bar{r}'_B| = \sqrt{(x+d/2)^2 + (y-d/2)^2}}$

$\cancel{\bar{r}'_C = (-d/2, -d/2) \to |\bar{r} - \bar{r}'_C| = \sqrt{(x+d/2)^2 + (y+d/2)^2}}$

$\cancel{\bar{r}'_D = (d/2, -d/2) \to |\bar{r} - \bar{r}'_D| = \sqrt{(x-d/2)^2 + (x+d/2)^2}}$

N.O

$\bar{r} = r\,\check{r}$

$\bar{r}' = \bar{r}'_A = \bar{r}'_B = \bar{r}'_d = \bar{r}'_c = \sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2} = \frac{d}{\sqrt{2}}\,\check{r}$ C

$\bar{r} - \bar{r}' = \left(r - \frac{d}{\sqrt{2}}\right)\check{r}$

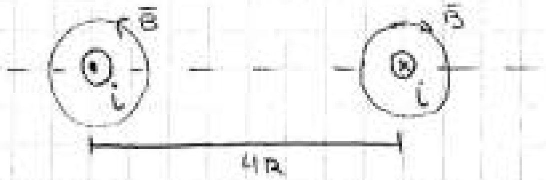
$|\bar{r} - \bar{r}'| = \sqrt{r^2 - \frac{d^2}{2}}$

$$V(\bar{r}) = \frac{k}{\sqrt{r^2 - d^2/2}}\,(q + q - q - q)$$

$$\boxed{V(\bar{r}) = 0} = W_{\infty \to 0}$$

[redacted] 26/07/2018

(2) a) Hallar $\bar{B}$, $\bar{H}$ y $\bar{M}$ a lo largo de la línea punteada "L".



Dependencia del campo:

$\bar{B}(r, \varphi, z) = \bar{B}(r)\ \hat{\varphi}$

" Si giro veo lo mismo"
" Como es si me corro en el eje z veo lo mismo "

Dada esta simetría, uso la ley de Ampere, tomando como curva una circunferencia concéntrica al eje z del hilo. ←

$$\oint_C \underbrace{\bar{B} \cdot d\bar{l}}_{\parallel} = \mu_0 i$$

$$B\, 2\pi r = \mu_0 i$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\ \hat{\varphi} \quad \Big\}\ \text{campo generado por cada hilo.}$$

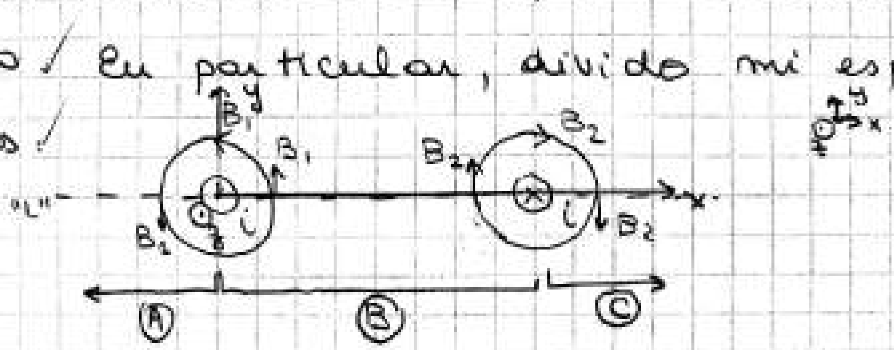
Tomo al hilo con i saliente (⊙) como el origen de coordenadas.

Como solo voy a calcular el campo sobre la línea "L", puedo tomar el campo con la dirección $\hat{j}$ y punto donde lo calculo estará a una distancia "x".

Sobre "L": $\bar{B}_1 = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi x}\ \hat{j}$

$$\bar{B}_2 = \frac{\mu_0 (-i)}{2\pi (x - 4R)}\ \hat{j}$$

El campo total en todo el espacio será la suma algebraica de los campos individuales en cada punto. En particular, divido mi espacio en 3 zonas.



En (A): $B_{TOTAL} = -B_1 + B_2 = -\dfrac{\mu_0 i}{2\pi x} + \dfrac{\mu_0 i}{2\pi (x - 4R)}$, $x < 0$

En (B): $B_{TOTAL} = B_1 + B_2 = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi x} + \dfrac{\mu_0 i}{2\pi (x - 4R)}$, $0 < x < 4R$

En (C): $B_{TOT} = B_1 - B_2 = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi} - \dfrac{\mu_0 i}{2\pi (x - 4R)}$, $x > 4R$

$$\bar{B}_{T\, \text{sobre } L} = \begin{cases} \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x-4R} - \frac{1}{x}\right)\hat{j} \,, & x<0 \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4R}\right)\hat{j} \,, & 0<x<4R \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4R}\right)\hat{j} \,, & x>4R \end{cases}$$

En el vacío se cumple la relación constitutiva

$\bar{B} = \mu_0 \mu_R \bar{H}$; en el vacío $\varepsilon_r = 1$ μ_r

$\Rightarrow \bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0}$

$$\therefore \bar{H} = \begin{cases} \frac{i}{2\pi}\left(\frac{1}{x-4R} - \frac{1}{x}\right)\hat{j} \,, & x<0 \\ \frac{i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-R4}\right)\hat{j} \,, & 0<x<4R \\ \frac{i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4R}\right)\hat{j} \,, & x>4R \end{cases}$$

En el vacío no hay polarización $\Rightarrow \bar{M} = 0$ en todo el espacio y, en particular, sobre la línea 'L'.

Esto se cumple con la relación: $\bar{B} = \underset{\mu_0}{\mu}(\bar{H} + \bar{M})$

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \bar{M} \;\wedge\; \bar{B} = \mu_0 \bar{H} \Leftrightarrow \boxed{\bar{M} = 0}$$

b) Hallar la circulación del campo a lo largo de los caminos indicados en sentido horario.

La circulación se define como: $\oint_C \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i_{enc}$

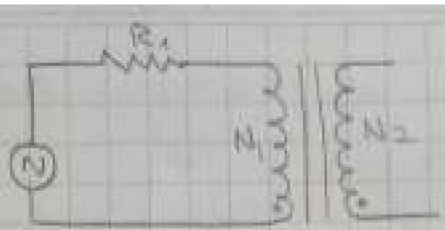
▷ $\int_{C_1} \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i = \int_{C_1} B(\hat{\varphi}) \underbrace{dl(-\hat{\varphi})}_{-1} = -\mu_0 i$

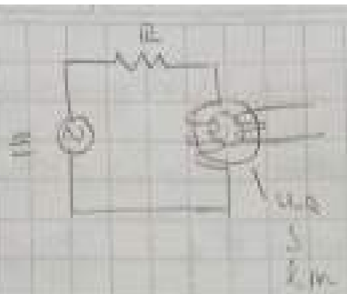
▷ $\int_{C_2} \bar{B} \cdot d\bar{l} = 0$ porque $i_{enc} = 0$

▷ $\int_{C_3} \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 i \,\frac{1}{2}\; \int_{C_3} B(\hat{\varphi}) \underbrace{. dl(+\hat{\varphi})}_{1}$

$\int_{C_4} \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 (\underbrace{i - i}_{i_{enc}}) = 0$

③ Datos:





$\mu_R = 1000$

$S = 4\ cm^2$

$l_m = 20\ cm = 0{,}2\ m$

$k = 0{,}9$ $\left\{ R_1 = 100\ \Omega \right.$

$N_1 = 100$ $\quad N_2 = 50 \to$ abierto.

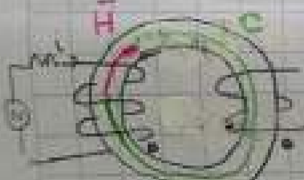
Red dom $\begin{cases} V_{ef} = 220\ v \\ f = 50\ Hz \end{cases}$

a) ¿L y M?

~~Cálculo de datos del circuito:~~

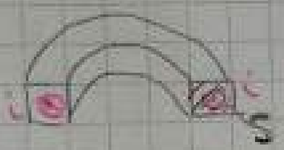
~~Por la ley de Ohm $V = I \cdot Z$~~

~~$\Rightarrow V_{g\,ef} = i_{ef} \cdot |Z| = i_{ef} \sqrt{R^2 + (\omega L_1)^2}$~~



$H(\bar{r}) = H\,\hat{\varphi}$

Por la ley de Ampere:



$$\oint_C \underbrace{\bar{H} \cdot d\bar{l}}_{\parallel} = N_1 i$$

$$H\, l_m = N_1 i$$

$$\bar{H}_1 = \frac{N_1 i}{l_m}\,\hat{\varphi} \xrightarrow[\text{medio LIH}]{\bar{B} = \mu \bar{H}} \bar{B}_1 = \frac{N_1 \mu_0 \mu_R i}{l_m}$$

$$\phi_{11} = \int \underbrace{\bar{B} \cdot d\bar{S}}_{\parallel} = BS = \frac{N_1 \mu_0 \mu_R i}{l_m} \cdot S$$

Por definición: $\boxed{L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i} = \frac{N_1^2 \mu_0 \mu_R S}{l_m}}$

$S = 4\ cm^2 = 4 \times 10^{-4}\ m^2$

no

$$L_1 = \frac{(100)^2 \mu_0 \cdot 1000\ (0{,}04\ m)^2}{0{,}2\ m}$$

$\{L = 0{,}101\ Hy\}$ ✗

el valor no corresponde

$M = N_2 \frac{\phi_{21}}{i}$, $\quad \phi_{21} = \int \bar{B}_1 \cdot d\bar{S} = \frac{N_1 \mu_0 \mu_R S i}{l_m}$

esto sería para acoplamiento perfecto

$$\boxed{M = \frac{N_2 N_1 \mu_0 \mu_R S}{l_m}} = \frac{100 \cdot 50 \cdot \mu_0\ 1000 \cdot (0{,}04\ m)^2}{0{,}2\ m} \Rightarrow \{M = 0{,}050\ Hy\}$$ ✗

Para calcular L_2 supongo una corriente, tal que (siguiendo el mismo procedimiento que con L_1) se tiene:

$$B_2 = \frac{N_2 \mu_0 \mu_R i_2}{l_m} \rightarrow \phi_{22} = \int \bar{B}_2 \cdot d\bar{S}_2 = \frac{N_2 \mu_0 \mu_R i_2 S}{l_m}$$

$$\Rightarrow L_2 = N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2} = \frac{N_2^2 \mu_0 \mu_R S}{l_m} = \frac{50^2 \mu_0 \cdot 1000 \, (0{,}04\,m)^2}{0{,}2\,m}$$

$$\boxed{L_2 = 0{,}025\,Hy}$$ X

b) ¿Corriente instantánea? ¿Potencia instantánea?

Por la ley de Ohm fasorial: $\mathbb{V} = \mathbb{I} \cdot \mathbb{Z} \rightarrow V_g = i \, |Z_{eq}|$

$\varphi_V = \varphi_I + \varphi_Z$

$$V_{g\,ef} = i_{ef} \cdot |Z_{eq}| = i_{ef} \sqrt{R^2 + (\omega L_1)^2}$$

no se usa L_{eq} pues N_2 no está conectado.

$$\Rightarrow i_{ef} = \frac{V_{g\,ef}}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L_1)^2}} = \frac{220\,V}{\sqrt{(100\,\Omega)^2 + (2\pi 50Hz \cdot 0{,}101\,Hy)^2}}$$

arrastra error

$$i_{ef} = 2{,}10\,A \Rightarrow i_{MAX} = i_{ef} \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{i_{max} = 2{,}97\,A}$$

Circuito RL: tomo $\varphi_I = 0$

$$tg(\varphi_V) = \frac{X_L}{X_R} = \frac{\omega L_1}{R}$$

$$\Rightarrow \varphi_V = arctg\left(\frac{31{,}73\,\Omega}{100\,\Omega}\right) \Rightarrow \underline{\varphi_V = 17{,}6^\circ}$$

$$i(t) = i_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} i(t) = 2{,}97 \cdot \cos(2\pi \cdot 50Hz\, t)\ [A] \\ V_g(t) = 311 \cos(2\pi 50Hz\, t + 17{,}6^\circ)\ [V] \end{array}}$$

Potencia instantánea: $p(t) = i(t) \cdot V_g(t)$

$$\boxed{p(t) = 923{,}67 \cos(2\pi 50Hz\, t) \cdot \cos(2\pi 50Hz + 17{,}6^\circ)}$$

[redacted]

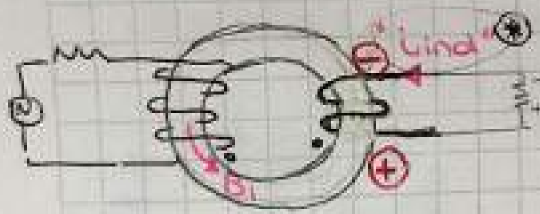
③ c) ¿Voltaje instantáneo inducido en L_2? Indicar polaridad si es antihorario y creciente.

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(N_1 \mu_0 \mu_r\, i(t)/l_m\right)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{N_1 \mu_0 \mu_r}{l_m}\frac{di}{dt} = -\frac{N_1 \mu_0 \mu_R}{l_m}\left(-i_{max}\,\omega\,\text{sen}(\omega t)\right)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = +\frac{N_1 \mu_0 \mu_R}{l_m}\, i_{max}\,\omega\,\text{sen}(\omega t)}$$

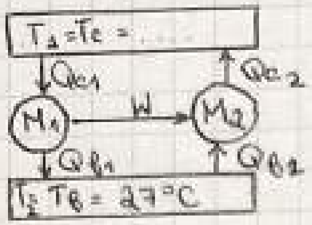
Si $i(t)$ es antihorario y creciente (suponiendo que $t_0 = 0\,s$), el flujo está aumentando. Entonces, por Faraday-Lenz, la femm inducida en el bobinado secundario se opone a esta variación. Como el circuito no está cerrado, no se produce un Bind, pero de hacerlo, este tendría el sentido opuesto a B_1 ⇒ la corriente no debe entrar por el borne homólogo.



(*) Tampoco se va a producir una iind porque el circuito no es cerrado, pero la supongo para ver la polaridad

/// = polaridad

4



Datos:

✓ Máq frigorífica (M_2): reversible con $|Q_{B_2}| = 60\,J$, $|Q_{C_2}| = 90\,J$ por ciclo

✓ $\eta_{M_1} = 0{,}15 \cdot \eta_{rev} = 0{,}15\ \eta_{carnot}$

a) Por el primer principio de la termodinámica.

$Q>0 \rightarrow$ (SIST) $\rightarrow W<0$

$$\Delta U = Q - W$$

$\Delta U_{ciclo} = 0$ pues ΔU es función de estado

$$\Rightarrow Q = W$$

Entonces en este caso se debe cumplir ~~para~~ en cada máquina que $|Q_C| = |Q_B| + |W|$

Con los datos de M_2: $|W| = |Q_C| - |Q_f| = 90\,J - 60\,J$

$$\boxed{|W| = 30\,J/\text{ciclo}}$$

$$\eta_{M_1} = \frac{|W|}{Q_{abs}} = 0{,}15\underbrace{\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)}_{\eta_{carnot}}$$

$$\varepsilon_{M_2} = \frac{Q_{abs}}{|W|} \underset{Rev}{=} \frac{T_B}{T_C - T_B} = \frac{60\,J}{30\,J} = 2 \Rightarrow T_B = 2T_C - 2T_B$$

$$\frac{3T_B}{2} = \boxed{T_C = 40{,}5°C}$$ ✓✓

$T_C > T_B$ ✓

$$\eta_{M_1} = 0{,}15\left(1 - \frac{27°C}{40{,}5°C}\right) = 0{,}05 = \frac{|W|}{Q_{C_1}}$$

hay que trabajar en K!!

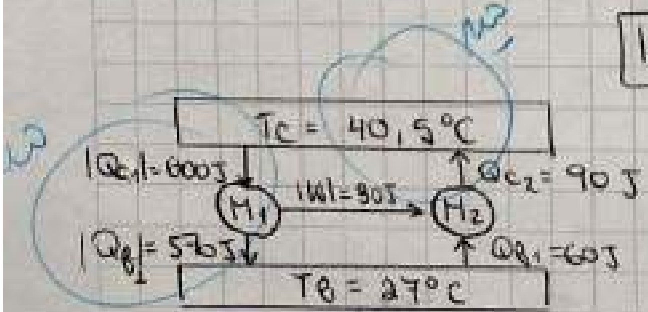
$$Q_{C_1} = \frac{|W|}{0{,}05} = \frac{30\,J}{0{,}05}$$

$$\boxed{Q_{C_1} = 600\,J}$$ ✓✓

Finalmente: $|Q_{C_1}| = |Q_{B_1}| + |W|$

$$|Q_{B_1}| = |Q_{C_1}| - |W| = 600\,J - 30\,J$$

$$\boxed{|Q_{B_1}| = 570\,J}$$ ✓✓



b) $\varepsilon = \frac{Q_{f2}}{|W|} = \frac{60 J}{30 J} = 2$ (modo refrigerador)

$\frac{Q_{c2}}{W} = \varepsilon = \frac{90 J}{30 J} = 3$ (modo bomba de calor)

c) $\Delta S = \int \frac{\partial Q_{rev}}{T}$, es una función de estado.

$\Delta S_{univ} = \Delta S_{f_1} + \Delta S_{f_2} + \underbrace{\Delta S_{máqs}}_{=0 \text{ porque son cíclicos}} + \cancel{\Delta S_{desconocido}}$

Si considero a ambos fuentes como reversibles

$\Delta S = \frac{Q_{1f}}{T_f} + \frac{Q_{2f}}{T_f} + \frac{Q_{1c}}{T_c} + \frac{Q_{2c}}{T_c}$ } $T_c = cte$, $T_f = cte$ por definición de fuente

$\Delta S = \frac{570 J}{27°C} + \frac{-600 J}{40,5°C} + \underbrace{\frac{90 J}{40.5°C} - \frac{60 J}{27°C}}_{\text{Calores que ceden las fuentes.}}$ los temp. en K,

$\Delta S = \frac{170}{27} \sim 6,29 > 0 \Rightarrow$ M es posible e irreversible