1) Demostrar el teorema de Gauss del campo electrostatico en el vacio, en el caso de una carga puntual, con superficies esféricas de radio arbitrario centradas en la carga.
2) Demostrar que el campo electrostático es irrotacional a partir del hecho de que la fuerza de Coulomb es conservativa.
3) Demuestre las condiciones de borde o frontera que debe satisfacer el campo electrostático.
4) Demostrar que las líneas de campo electroestático son perpendiculares a las superficies equipotenciales a partir de la relación entre el campo E y el potencial V.
5) Demuestre que el campo electrostatico cerca de la superficie de un conductor, en el vacio, es normal a ella y su modulo es igual a la densidad de carga del conductor sobre la constante dieléctrica del vacio.
6) Demuestre la expresión de la energía de un sistema de n cargas q1, q2&&qn ubicadas en posiciones r1 , r2 && rn respectivamente.
7) Demostrar el teorema de Ampere del campo magnetostatico en el vacio en el caso de una corriente I que circula por un hilo infinito y con curvas circulares de radio arbitrario.
8) Demostrar que las lineas de campo B quedan confinadas dentro del material ferromagnetico en los circuitos magneticos.
9) Demuestre las condiciones de borde o frontera que debe satisfacer el campo magnetostático.
10) Escriba las ecuaciones de Kirchoff en general. Apliquelas en un ejemplo.
11) Explique el significado fisico dc la ley de Lenz.
12) A partir de plantear el formalismo complejo demuestre la ley de Ohm compleja para un circuito RLC serie.
13) Explique en que circunstancias la ley de Ampere del campo magnetostatico deja de ser valida. Muestre como se deduce el nuevo termino correctivo.
14) Escriba las ecuaciones de Maxwell en forma integral y en forma diferencial explicando el sentido físico de las mismas.
15) Demuestre la expresión de la energía interna de un gas ideal.
16) Demuestre que el rendimiento del ciclo de Carnot se puede escribir en función de las temperaturas de las fuentes térmicas.
17) Demuestre el teorema de Carnot.
18) Enuncie los enunciados de Kelvin-Plank y de Clausius del 2 principio de la termodinámica y demuestre su equivalencia.
19) A partir de la desigualdad de Clausius demuestre que la entropía es una función de estado.
20) A partir de la desigualdad de Clausius demuestre la formulación entrópica del segundo principio de la termodinámica.

1) $\bar{E} = \frac{1}{4\pi e_0} \int dq \cdot \frac{(\bar{r}-\bar{r}')}{|r-r'|^3} \Rightarrow \frac{1}{4\pi e_0} \int dq \frac{|\bar{r}|}{|r|^3}\hat{r} \Rightarrow \frac{1}{4\pi e_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

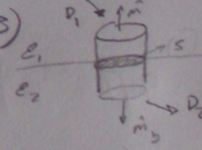
El flujo es $\phi = \int \bar{E}\, d\bar{s} \Rightarrow \iint \frac{1}{4\pi e_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \underbrace{\underbrace{r^2 \operatorname{Sen}\theta}_{J}\, d\theta\, d\varphi\, \hat{r}}_{d\bar{s}} = \frac{q}{4\pi e_0} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}\theta\, d\theta\, d\varphi = \frac{q\, 2\pi}{4\pi e_0}\int_0^{\pi} \operatorname{Sen}\theta\, d\theta$

$= \frac{q\, 4\pi}{4\pi e_0} = \boxed{\frac{q}{e_0}}$

2) $W_C = \oint F\, d\bar{l} = \oint q\bar{E}\, d\bar{l}$ Si F es conservativa $\Rightarrow q\underbrace{\oint \bar{E}\, d\bar{l}}_{0}$ y por Stoke Sabemos

que $\underbrace{\oint \bar{E}\, dl}_{0} = \underbrace{\iint \nabla \times E}_{0}$ Si $\nabla\times\bar{E} = 0 \Rightarrow$ es irrotacional

3)

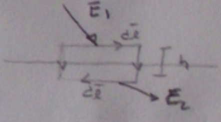


Cuando $h \to 0$

a) $\iint \bar{D}\, d\bar{s} = \iint \bar{D}_1 \cdot ds(-\hat{m}) + \iint \bar{D}_2 \cdot ds\, \hat{m}_b = \sigma_l \cdot \iint ds$

ya le puse el signo para su dirección $\hat{m} = \hat{m}_b$

$\Rightarrow -D_1\, ds\, \hat{m} + D_2\, ds\, \hat{m} = \sigma_l\, ds \Rightarrow$ Si $\sigma_l = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{D}_{2\hat{m}} = \bar{D}_{1\hat{m}}}$



Si $h \to 0$

b) $\oint \bar{E}\, d\bar{l} = \oint \bar{E}_1\, dl\, \hat{t} + \oint \bar{E}_2\, dl(-\hat{t}) = 0$

$\Rightarrow \bar{E}_1\, dl\, \hat{t} - \bar{E}_2\, dl\, \hat{t} = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{E}_1 \hat{t} = \bar{E}_2 \hat{t}}$

4) $\underbrace{V(a) - V(b)}_{\Delta V} = \int_a^b \bar{E}\, d\bar{l}$ Si me muevo por una equipotencial $\Delta V = 0 \Rightarrow \int_a^b \bar{E}\, d\bar{l} = 0$

puesto que $|E| \neq 0 \Rightarrow \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{E} \perp d\bar{l}}$

5) $\bar{E} \,//\, d\bar{s}$ pues si hubiera una componente tangencial las cargas reaccionarían y contradecirían la hipótesis de equilibrio (Santiago capítulo 2. Conductores, pág 6)

$\iint \bar{E}\, d\bar{s} = \iint \frac{\sigma\, ds}{e_0} \Rightarrow$ Si $\bar{E} \,//\, d\bar{s} \Rightarrow \boxed{|E| = \frac{\sigma A}{A e_0}}$

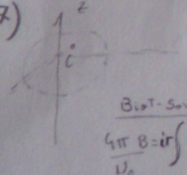
6) Supongamos m cargas en el ∞ traer la primera no me cuesta nada puesto que $W = q\Delta V$

$\Delta V = \int E\, dl \Rightarrow$ inicialmente $E = 0 \Rightarrow W = 0$

Cuando traigo la segunda $W_1 = \frac{q_1 V_2(r_1) + q_2 V_1(r_2)}{2}$ $W_2 = \frac{q_3 V_1(r_3) + q_1 V_3(r_1)}{2} + \frac{q_3 V_2(r_3) + q_2 V_3(r_2)}{2}$

$\Rightarrow \boxed{W_T = W_1 + W_2 + \ldots + W_m = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}} q_i V_j(r_i)}$

7)



$\cdot\, d\bar{l} = (0, 0, dz)$ $\cdot\, \bar{r} = (r\cos\varphi, r\operatorname{Sen}\varphi, 0)$ $\cdot\, \bar{r}' = (0, 0, z)$ $\cdot\, \bar{r}-\bar{r}' = (r\cos\varphi, r\operatorname{Sen}\varphi, -z)$

$\cdot\, i\, d\bar{l} \times \bar{r}-\bar{r}' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & i\,dz \\ r\cos\varphi & r\operatorname{Sen}\varphi & -z \end{vmatrix} = (-i\, dz\, r\operatorname{Sen}\varphi, i\, dz\, r\cos\varphi, 0)$ $\cdot\, |r-r'|^3 = (r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}$

Biot-Savart:

$\frac{4\pi B}{\mu_0} = ir\int \frac{(-\operatorname{Sen}\varphi\, dz, \cos\varphi\, dz, 0)}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = ir\hat{\varphi}\int \frac{dz}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = ir\hat{\varphi}\left(\frac{4z}{4r^2(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\right)\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}$ porque el hilo es infinito.

$\frac{4\pi B}{\mu_0} = ir\hat{\varphi}\left(\frac{+\infty}{r^2(r^2+\infty^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{-\infty}{r^2(r^2+(-\infty)^2)^{\frac{1}{2}}}\right) = ir\hat{\varphi}\underbrace{\left(\frac{2\infty}{r^2(r^2+\infty^2)^{\frac{1}{2}}}\right)}$

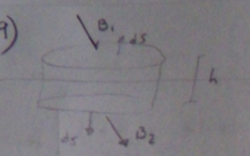
elevo al cuadrado y tomo raíz

$\hookrightarrow \sqrt{\frac{4\infty^2}{r^4(r^2+\infty^2)}} = \sqrt{\frac{4\infty^2}{r^6+r^4\infty^2}} \overset{L'H}{=} \sqrt{\frac{8\infty}{2r^4\infty}} = \sqrt{\frac{4}{r^4}} = \frac{2}{r^2}$

Reemplazo:

$\Rightarrow \frac{4\pi B}{\mu_0} = 2i\frac{r}{r^2}\hat{\varphi} \Rightarrow \bar{B} = \frac{i\mu_0}{2\pi r}\hat{\varphi}$

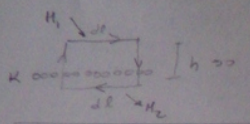
$\Rightarrow \oint \underbrace{\frac{i\mu_0}{2\pi r}\hat{\varphi}}_{\bar{B}} \cdot \underbrace{r\, d\varphi\, \hat{\varphi}}_{d\bar{l}} = \frac{i\mu_0}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi = i\mu_0$

9) 

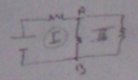
$\oiint \bar{B}\, d\bar{s} = 0 \Rightarrow \iint \bar{B}_1\, ds\, \hat{m}_1 + \iint B_2\, ds\, \hat{m}_2 + \underbrace{\iint B\, ds}_{\text{lo tomo si } h\to 0 = 0}$ $\hat{m}_1 = -\hat{m}_2$ linealidad

lo porque la lineas son cerradas

$\Rightarrow \boxed{\bar{B}_1\, ds\, \hat{m} = \bar{B}_2\, ds\, \hat{m}}$



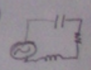
Por Ampere $\oint \bar{H}\, d\bar{l} = K \int dl \Rightarrow \bar{H}_1\, dl\, \hat{t} - H_2\, dl\, \hat{t} = K\, dl$ si $K = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{H}_1 \hat{t} = \bar{H}_2 \hat{t}}$

10) 

$\sum_{i=1}^{n} i_i = 0$ en un nodo (por ej. A)

$\sum_{i=1}^{m} \Delta V_i = 0$ en una malla (por ej I ; siendo para una resistencia $\Delta V = IR$ -por ohm-)

11) $\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$ el "−"(menos) me lo da la ley de Lenz, y significa que la fem (o corriente inducida) tendrá un sentido tal que se oponda a la variación del flujo.

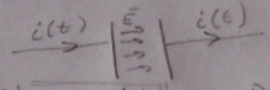
12) 

de mallas de KIRCHOFF $V = IR + L\frac{di}{dt} + \int \frac{i}{C} dt$ Si $V = V_0 \cos(\omega t)$

planteo como $I_p = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ y escribo $V = Re(V_0 e^{j\omega t})$ $I = Re(I_0 e^{j\omega t} e^{\varphi})$

$\Rightarrow V_0 e^{j\omega t} = I_0 e^{j\omega t} e^{\varphi} . R + L . j\omega I_0 e^{j\omega t} e^{\varphi} + \frac{I_0}{C} e^{\varphi} \frac{e^{j\omega t}}{j\omega}$

$\Rightarrow \boxed{\underbrace{V_0 e^{j\omega t}}_{V} = \underbrace{I_0 e^{j\omega t} e^{\varphi}}_{I} \underbrace{\left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right)}_{Z}}$ lo solo de hacer la integral

13) Ampere deja de ser valido cuando las corriente no son verdaderas, por ejemplo entre las placas de un capacitor 

. Sabemos $\oint \bar{B}\, d\bar{l} = I\mu = \int \nabla \times B = \mu \iint J\, ds \Rightarrow \boxed{\nabla \times B = \mu_0 J}$ ① . Después: $\int \bar{B}\, d\bar{l} = I \mu_0 = -\frac{dQ}{dt}\mu_0$

$\Rightarrow \int J\, ds\, \mu_0 = -\frac{d \iiint \rho\, dv}{dt}\mu_0 \Rightarrow \boxed{\nabla J = -\frac{d\rho}{dt}}$ ②

. también $V = \int E\, dl = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\int B\, ds}{dt} \Rightarrow \int \bar{E}\, d\bar{l} = -\frac{d\iint \bar{B}\, d\bar{s}}{dt} \Rightarrow \boxed{\nabla \times \bar{E} = -\frac{dB}{dt}}$ ③

meto ① en ② $\Rightarrow \bar{\nabla}\left(\frac{1}{\mu_0} \bar{\nabla} \times \bar{B}\right) = \frac{d\rho}{dt}$ lo cual es falso pues la div de un rota es cero.

Si a ① le agrego un término correctivo $\Rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 J + X \Rightarrow \frac{\nabla \times B - X}{\mu_0} = J$ reemplazando en ② tenemos

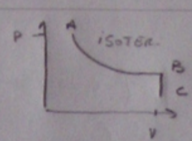
$\nabla\left(\frac{\nabla \times B}{\mu_0} - \frac{X}{\mu_0}\right) = \frac{d\rho}{dt} \Rightarrow -\bar{\nabla} X \cdot \frac{1}{\mu_0} = \frac{d\rho}{dt} \Rightarrow -\nabla X = \mu_0 \frac{d\rho}{dt} \Rightarrow -\iint X\, ds = \mu_0 \frac{d\iiint \rho}{dt} \Rightarrow -\iint X\, ds = \mu_0 \frac{d\iint E\, dS\, \varepsilon_0}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{X = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}}$ $\Rightarrow \boxed{\nabla \times B = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}}$

14) $\iint \bar{E}\, d\bar{s} = \frac{\iiint \rho\, dv}{\varepsilon_0}$ gauss $\rightarrow \bar{\nabla}\bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ habíamos visto en 2) $\oint E\, dl = \nabla \times E = 0 \Rightarrow$ es irrotacional

$\oint \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \iint J\, ds$ Ampere $\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 J$ en 9) vimos $\oiint B\, ds = 0 \Rightarrow \bar{\nabla}\bar{B} = 0$

$\nabla \times E = -\frac{dB}{dt}$ esta en 13) relación del campo E con B (si esta es variable).

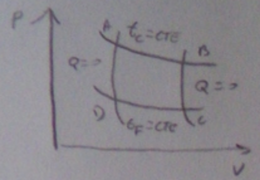
15) Energía interna en gas ideal: Supongo 

$\Delta U = U_C - U_A = \underbrace{\Delta U_{AB}}_{0 \text{ pues es isoterma}} + \Delta U_{BC}$

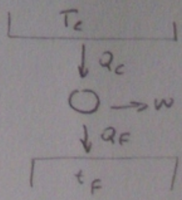
$\Rightarrow \Delta U = \Delta U_{BC}$. Como $V = cte \Rightarrow W = 0$ y por primer principio $\Delta U = Q - W$ si $Q = m c_v \Delta t$

$\Rightarrow \boxed{\Delta U = m c_v \Delta t}$

16) CARNOT



$\eta = \dfrac{W}{Q_c}$



Por conservación de energía $W = Q_c - Q_F$

$\Rightarrow \eta = \dfrac{Q_c - Q_F}{Q_c} = 1 - \dfrac{|Q_F|}{|Q_c|}$

$\Rightarrow |Q_c| = \left| mRT_c \ln\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right) \right| \qquad |Q_F| = \left| mRT_F \ln\left(\dfrac{V_D}{V_C}\right) \right|$

La relación entre los volúmenes es: . $P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \wedge \dfrac{\cancel{mR}T_B}{V_B} V_B^{\gamma} = \dfrac{\cancel{mR}T_C}{V_C} V_C^{\gamma}$

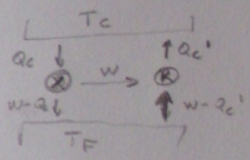
. $P_D V_D^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma} \wedge \dfrac{\cancel{mR}T_D}{V_D} V_D^{\gamma} = \dfrac{\cancel{mR}T_A}{V_A} V_A^{\gamma}$

Sé que $t_A = t_B \quad t_C = t_D \Rightarrow$ divido miembro a miembro.

$\underbrace{\dfrac{T_B}{T_A}}_{1} \dfrac{V_B^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} = \underbrace{\dfrac{T_C}{T_D}}_{1} \dfrac{V_C^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\dfrac{V_C}{V_D}\right)^{\cancel{\gamma-1}} \Rightarrow \dfrac{|Q_F|}{|Q_c|} = \dfrac{\left| mRT_F \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right|}{\left| mRT_c \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)\right|} = \dfrac{\left|\cancel{mR}T_F \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)\right|}{\left|\cancel{mR}T_c \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)\right|}$

$\Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}}$ eficiencia máx sólo aplicable a Carnot.

17)



Supongo $\eta_x > \eta_R$

$\Rightarrow$ Si veo la fuente fría $-(W - Q_c') + (W - Q_c) = Q_c' - Q_c$ (toma lo que sale positivo)

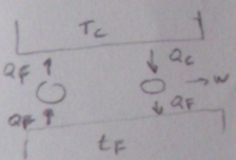
Si veo " " caliente $Q_c' - Q_c$ (toma lo que entra positivo).

$\Rightarrow$ lo que sale de la fría es lo mismo que toma la caliente y viola 2° principio

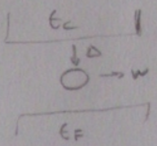
18) Kelvin Planck: todo proceso en el que se transforma calor en trabajo requiere una cesión del mismo a una fuente fría.

Clausius: es imposible tomar calor de una fuente fría y cederlo a una caliente sin recibir trabajo exterior.

Absurdo de viola Clausius, x Kelvin

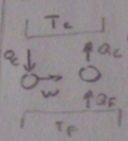


el balance sería



absurdo por Kelvin

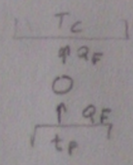
Absurdo de viola Kelvin, x Clausius



balance

$Q_c' = W + Q_F$

$Q_c' = Q_c + Q_F$



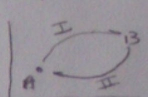
ABS!

19) Desigualdad de Clausius: $\sum \dfrac{Q_i}{T_i} \leq 0$ o bien $\oint \dfrac{dQ}{T} \leq 0$ Para un proceso reversible tengo

$\oint \dfrac{dQ_R}{T} \leq 0$ como es reversible, lo puedo hacer al revés $\Rightarrow \oint \dfrac{-dQ_R}{T} \leq 0 \Rightarrow \oint \dfrac{dQ_R}{T} \geq 0 \Rightarrow$

para que se cumpla Clausius no puede otra que $\boxed{\oint \dfrac{dQ_R}{T} = 0}$

$\Rightarrow$ Supongamos



$\Rightarrow \displaystyle\int_{A(I)}^{B} dS + \int_{B(II)}^{A} dS = 0 = \underbrace{\int_{A(I)}^{B} dS - \int_{A(II)}^{B} dS}$ $\Rightarrow$ de la última expresión $\displaystyle\int_{A(I)}^{B} dS = \int_{A(II)}^{B} dS$

20) Por $\oint \dfrac{dQ_R}{T} = 0$ función de estado demostrado en 19) puedo definir $\boxed{dS = \dfrac{dQ_R}{T}}$