21-Sobre un carro de masa M= 6 kg inicialmente en reposo, apoyado sobre una superficie horizontal sin roce, desliza un cuerpo de masa m. Éste, por algún mecanismo, ha adquirido una velocidad v = 5 m/s respecto de una terna inercial. Entre el carro y el cuerpo existe rozamiento, cuyo coeficiente es $\mu d = 0,4$. Considerando el movimiento de ambos cuerpos desde que la masa m= 2 kg se incorpora al carro hasta que ambos se mueven juntos respecto de una terna inercial, se solicita*:

a) Realizar los diagramas de cuerpo libre para la masa m y M. Indicar los pares de interacción de cada una de las fuerzas actuantes aclarando en qué cuerpo está aplicada cada una de ellas.

b) Hallar la aceleración de m con respecto al piso y con respecto al carro.

c) Hallar la aceleración de M con respecto al piso.

d) Encontrar la velocidad del centro de masa del sistema.

e) El desplazamiento de m con respecto al piso.

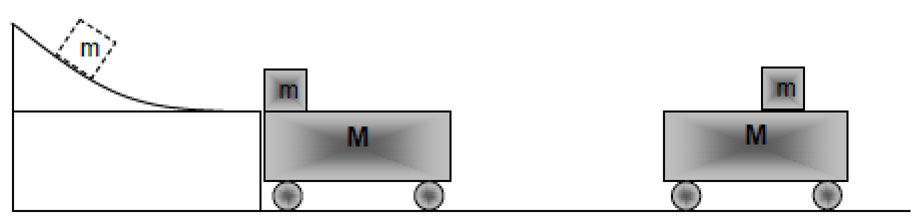
f) El desplazamiento de M con respecto al piso.

g) El desplazamiento relativo de m respecto de M.

h) El trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo m.

i) El trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo M.

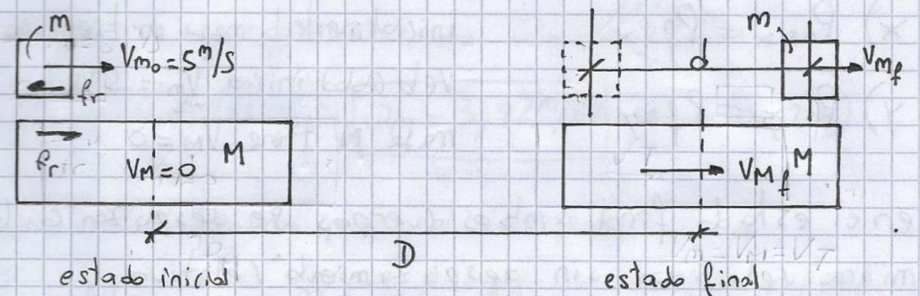
j) La variación de energía cinética del sistema.

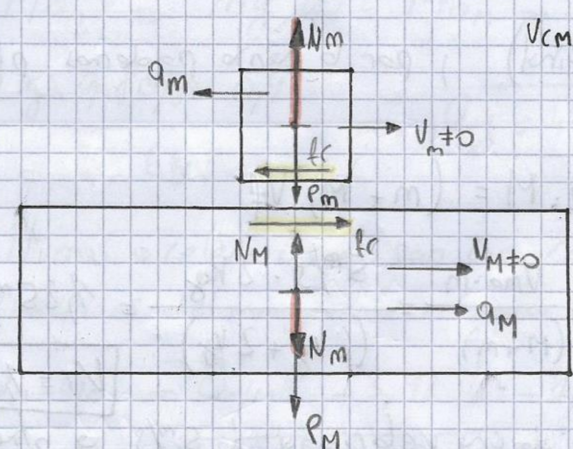


HOJA N° 2

FECHA 1

a)





estado intermedio

b) Las fuerzas totales del sistema considerado como formado por las partículas M y m se anulan entre sí en la componente vertical: $\bar{N}_m = -\bar{P}_m$ y $\bar{N}_M = -\bar{P}_M - \bar{N}_m$ mientras que las fuerzas de interacción de rozamiento son interiores al sistema y se anulan mutuamente en la componente horizontal por lo tanto

$$\boxed{\Delta \bar{P}_{sist} = 0}$$

NOTA

o sea :

x) $\bar{P}_{osx} = \bar{P}_{fsx}$

y) $\bar{P}_{osy} = P_{fsy}$

inicialmente la masa m tiene una velocidad inicial $V_m = 5 m/s$ y la masa M tiene $V_M = 0$

en el estado final ambos cuerpos se desplazan con la misma velocidad sin desplazamiento relativo

$V_T = V_{M_f} = V_{m_f}$ (final) , por lo tanto podemos plantear:

$$V_{m_0} \cdot m + 0 \cdot M = (m + M)\, V_T$$

$$V_T = V_{fM} = V_{fm} = \frac{V_{m_0} \cdot m}{(M+m)} = \frac{5 m/s \cdot 2\,kg}{(6\,kg + 2\,kg)} = 1{,}25\, m/s$$

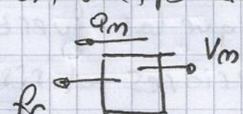
$$\boxed{V_T = 1{,}25\, m/s}$$

la masa m pasa de una velocidad de 5 m/s a otra de 1,25 m/s mientras que la masa M pasa de 0 m/s a 1,25 m/s

por lo tanto la masa "m" tiene una aceleración hacia la izquierda, mientras que "M" tiene una aceleración hacia la derecha

Considerando a la masa "m" como un cuerpo aislado:

$$\Sigma f = m a_m \Rightarrow f_r = m a_m$$



pero $f_r = \mu_d N_m$ donde $N_m = P_m = mg = 2 kg \cdot 9{,}8 m/s^2$

$\mu_d = 0{,}4$

quedando: $\mu_d m g = m a_m \Rightarrow a_m = \frac{\mu_d g \cancel{m}}{\cancel{m}}$

$a_m = 0,4 \cdot 9,8 m/s^2 \Rightarrow \boxed{a_m = 3,92 m/s^2}$ $\xleftarrow{\quad} a_m$ (b)

planteando lo mismo para el cuerpo "M" $\Rightarrow$

$f_r = M a_M \Rightarrow m g \mu_d = M a_M \Rightarrow a_M = \frac{m g \mu_d}{M}$

$a_M = \frac{2 kg \cdot 9,8 m/s^2 \cdot 0,4}{6 kg} \Rightarrow \boxed{a_M = 1,30\bar{6} m/s^2}$ $\xrightarrow{a_M}$ (c)

Estas ultimas aceleraciones son con respecto al piso de las ecuaciones del movimiento relativo tenemos:

$\bar{a}_{m/M} = \bar{a}_m - \bar{a}_M \Rightarrow a_{m/M} = -3,92 m/s^2 - 1,30\bar{6} m/s^2 \Rightarrow$

(b) $\boxed{a_{m/M} = -5,22\bar{6} m/s^2}$ eje $\xrightarrow{x}$ (+)

(hacia la izquierda)

d) la velocidad del CM del sistema no varia por lo dicho anteriormente por lo tanto coincide con la velocidad de ambas masas en el estado final:

$\boxed{V_{CM} = V_f = 1,25 m/s}$

f) El desplazamiento de M con respecto al piso lo podemos deducir facilmente de formulas cinematicas del MRUV puesto que conocemos la aceleración y las velocidades

NOTA

la denotamos como "D": de la llamada fórmula complementaria tenemos:

$$(V_{Mf})^2 = (V_{Mo})^2 + 2\,a_M\,D \Rightarrow (1{,}25\ m/s)^2 = 0 + 2\cdot(1{,}306\ m/s^2)\,D$$

despejando D tenemos: $\boxed{D = 0{,}597m}$

e) para obtener el desplazamiento de m con respecto al piso primeramente tenemos que obtener el desplazamiento relativo de m con respecto a M: "d"

teniendo en cuenta que: $V_{(m/M)_0} = 5\ m/s$ $\quad a_{m/M} = -$ [illegible] m/s^2

$$V_{(m/M)_f} = 0$$

$$\left(V_{(m/M)_f}\right)^2 = \left(V_{(m/M)_0}\right)^2 + 2\cdot a_{m/M}\cdot d \Rightarrow$$

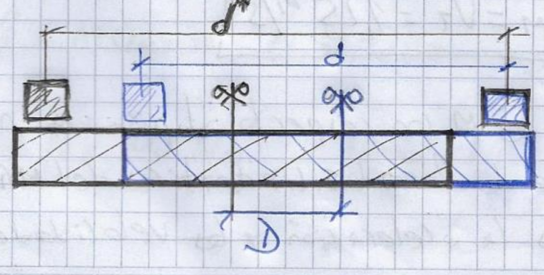
$$(0)^2 = (5\ m/s)^2 - 2\cdot 5{,}226\ m/s^2\,d \Rightarrow \boxed{d = 2{,}4m}$$

o sea desplazamiento de M respecto del piso: $\boxed{D = 0{,}597m}$

desplazamiento de "m" respecto de "M": $\boxed{d = 2{,}4m}$

desplazamiento de m respecto del piso $d^* = D + d \cong 3m$

$\boxed{d^* \cong 3m}$



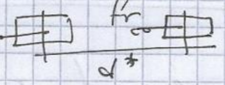
: Grafico de distancias

NOTA

h) El trabajo de la fza de rozamiento sobre el cuerpo m

el cuerpo m se mueve con respecto a tierra: $d^* \cong 3m$
por lo tanto la fr producirá un trabajo dado por

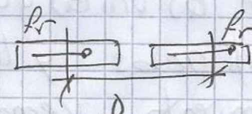
$$(W_{fr})_m = fr \cdot d^* \underbrace{(-1)}_{\cos 180°}$$



$$(W_{fr})_m = -0{,}4 \cdot 2\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 3m = -23{,}52\,J \Rightarrow \boxed{(W_{fr})_m = -23{,}52\,J}$$

el cuerpo M se mueve con respecto a tierra $D \cong 0{,}6m$
por lo tanto la fr producirá un trabajo dado por:

$$(W_{fr})_M = fr \cdot D \underbrace{(1)}_{\cos 0°}$$



$$(W_{fr})_M = 0{,}4\,2\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 0{,}6m = 4{,}704\,J \Rightarrow \boxed{(W_{fr})_M = 4{,}704\,J}$$

el trabajo neto sobre el sistema será:

$$(W_{fr})_T = -23{,}52\,J + 4{,}704\,J \cong -18{,}8\,J \Rightarrow \boxed{(W_{fr})_T = -18{,}8\,J}$$

Energía cinética

$$E_{c0} = \frac{1}{2} m (V_{m0})^2 = \frac{1}{2} 2\,kg (5\,m/s)^2 \Rightarrow \boxed{E_{c0} = 25\,J} \quad (E_c \text{ inicial})$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2}(M+m) = \frac{1}{2} 8\,kg (1{,}25\,m/s)^2 \Rightarrow \boxed{E_{cf} = 6{,}25\,J} \quad (E_c \text{ final})$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} \Rightarrow \Delta E_c = 6{,}25\,J - 25\,J \quad \boxed{\Delta E_c \cong -18{,}8\,J}$$

NOTA

Conclusión:

Vemos que el trabajo neto sobre el sistema es $\boxed{(W_{fr})_T = -18,8\,J}$

que coincide con la variación de Ec del sistema entre los dos estados:

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{co} = -18,8\,J$$

Siendo las fr las únicas que producen trabajo puesto que los pesos y las normales son perpendiculares al desplazamiento vemos que se cumple el Teorema de las fzas vivas:

$$\boxed{\Delta E_c = W_{F_T}}$$

que nos permite afirmar que los cálculos están bien realizados