

Kurs języka Prolog 2019

Lista zadań nr 6

Na zajęcia 10 kwietnia 2019

Zadanie 1 (2 pkt). Napisz gramatyki bezkontekstowe opisujące następujące języki nad alfabetem $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. $\{0^n 1^m 0^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$;
2. $\{0^n 1^n 0^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$;
3. $\{0^n 1^m 0^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}, n \leq m\}$;
4. $\{(01)^n 0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$;
5. zbiór ciągów zerojedynekowych, w których liczba zer i jedynek jest taka sama;
6. zbiór ciągów zerojedynekowych zawierających dwukrotnie więcej zer niż jedynek.

Dla każdej z gramatyk podaj zwięzły dowód, że generuje właściwy język.

Zadanie 2 (2 pkt). Jaki język generuje gramatyka $G = \langle \Sigma, V, S, P \rangle$, gdzie $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, zaś $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 0S, S \rightarrow \epsilon\}$? Wykaż, że jest ona niejednoznaczna. Zdefiniuj jednoznaną gramatykę opisującą ten sam język. Udowodnij, że Twoja gramatyka jest jednoznaczna i że generuje ten sam język.

Zadanie 3 (2 pkt). Słowo x nad alfabetem $\{(,)\}$ jest *ciągami poprawnie rozstawionych nawiasów*, jeśli $b(x) = 0$ i $b(y) \geq 0$, dla każdego prefiksu y słowa x , gdzie $b(\epsilon) = 0$, $b(z() = b(z) + 1$ oraz $b(z)) = b(z) - 1$. Dla przykładu $((()())())$ jest ciągiem poprawnie rozstawionych nawiasów, zaś $((()))()$ nim nie jest. Udowodnij, że gramatyki

- $G_1 = \langle \{(,)\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow (S), S \rightarrow SS, S \rightarrow \epsilon\} \rangle$
- $G_2 = \langle \{(,)\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow (S)S, S \rightarrow \epsilon\} \rangle$

generują język wszystkich ciągów poprawnie rozstawionych nawiasów.

Zadanie 4 (1 pkt). Gramatyka bezkontekstowa jest *prawostronnie liniowa*, jeżeli wszystkie jej produkcje są postaci $A \rightarrow wB$ lub $A \rightarrow w$, gdzie $w \in \Sigma^*$ oraz $A, B \in V$.

Napisz gramatyki prawostronnie liniowe opisujące następujące języki nad alfabetem $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. $\{0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$;
2. $\{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$;
3. zbiór ciągów zerojedynekowych, które nie zawierają trzech kolejnych jedynek;
4. zbiór ciągów zerojedynekowych, w których liczba zer jest parzysta, a jedynek — dowolna;
5. zbiór ciągów zerojedynekowych, w których liczba zer jest parzysta, a jedynek — nieparzysta;
6. zbiór ciągów zerojedynekowych, w których różnica liczby zer i jedynek jest parzysta.

Czy można napisać gramatyki bezkontekstowe posiadające prostsze zbiory produkcji i opisujące powyższe języki?

Zadanie 5 (1 pkt). Napisz w notacji BNF jednoznaczny gramatykę opisującą wyrażenia złożone z literałów całkowitoliczbowych, identyfikatorów, nawiasów i operatorów binarnych wymienionych w poniższej tabeli.

operator	łączność	priorytet
<code>^</code>	w prawo	4
<code>*</code>	w lewo	3
<code>+</code>	w lewo	2
<code><</code>	niełączny	1
<code>=</code>	niełączny	1

Zadanie 6 (1 pkt). Wszystkie operatory w Pascalu są podzielone na cztery grupy pod względem priorytetu (od najmniejszego do największego):

```

< <= = <> >= > in
+ - or
/ div mod and
not

```

Operatory binarne łączą w lewo. Dodatkowo unarny operator `-` ma taki sam priorytet, jak binarne operatory addytywne `+`, `-` i `or` i może pojawić się przed liczbą i nawiasem otwierającym, ale nie po operatorze binarnym, np. `-a` oraz `-(1+2)` są poprawne, `a+-b` zaś — nie. Gramatyka bezkontekstowa Pascala nie rozróżnia wyrażen różnych typów, lecz traktuje wszystkie operatory jednakowo (wyrażenia niepoprawne w sensie typów są odrzucane w późniejszych fazach kompilacji). Napisz gramatykę BNF opisującą wyrażenia w Pascalu.

Dla każdego z poniższych wyrażen w Pascalu narysuj drzewo wyprowadzenia tego wyrażenia z powyższej gramatyki oraz abstrakcyjne drzewo rozbioru tego wyrażenia.

1. `i >= 0`
2. `(i >= 0) and not p`
3. `i >= 0 and not p`
4. `(i>= 0) and (x <> y)`

Zadanie 7 (1 pkt). *Literał zmiennopozycyjny* w Pascalu to napis nad alfabetem

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, e, .\}$$

następującej postaci: na początku występuje opcjonalnie znak `+` lub `-`, następnie niepusty ciąg cyfr `0...9`, potem opcjonalnie część ułamkowa, tj. kropka i niepusty ciąg cyfr i na końcu opcjonalnie wykładnik, tj. znak `e`, opcjonalnie znak `+` lub `-` i niepusty ciąg cyfr. Co najmniej jeden napis spośród części ułamkowej i wykładnika musi wystąpić (inaczej literał będzie tzw. literałem całkowitoliczbowym). Zdefiniuj gramatykę BNF opisującą język literałów zmiennopozycyjnych w Pascalu.