Lista zadań. Nr 0. 26 lutego 2019

Algorytmy i Struktury Danych

IIUWr. II rok informatyki.

1. (0 pkt) Przeczytaj notatkę numer 1, która została rozesłana mailowo, a wkrótce będzie umieszczona na stronie wykładu.
2. (0 pkt) Przypomnij sobie algorytm sortowania bąbelkowego. Zapisz go w notacji zbliżonej do tej, której używaliśmy na wykładzie. Porównaj go z algorytmami *InsertSort* i *SelectSort* stosując podane na wykładzie kryteria.
3. (1pkt - do 4.03.2018; potem - 0pkt) Rozwiąż zadanie z Listy Powitalnej na Themis (wyjaśnienie pojawi się wkrótce na stronie wykładu).
4. (1pkt) Udowodnij, że algorytm mnożenia liczb *"po rosyjsku"* jest poprawny. Jaka jest jego złożoność czasowa i pamięciowa przy:
   - jednorodnym kryterium kosztów,
   - logarytmicznym kryterium kosztów?
5. (2pkt) Pokaż, w jaki sposób algorytm "macierzowy" obliczania n-tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych. Następnie uogólnij swoje rozwiązanie na przypadek, w którym n-ty element ciągu definiowany jest jako suma kombinacji liniowej skończonej liczby elementów wcześniejszych oraz wielomianu zmiennej n.
6. (1pkt) Rozważ poniższy algorytm, który dla danego (wielo)zbioru A liczb całkowitych wylicza pewną wartość. Twoim zadaniem jest napisanie programu (w pseudokodzie), możliwie najoszczędniejszego pamięciowo, który wylicza tę samą wartość.

   while $|A| > 1$ **do**
   $a \leftarrow$ losowy element z A;
   $A \leftarrow A \setminus \{a\}$
   $b \leftarrow$ losowy element z A;
   $A \leftarrow A \setminus \{b\}$
   $A \leftarrow A \cup \{a - b\}$
   output (x mod 2), gdzie x jest elementem ze zbioru A

7. (1pkt) Ułóż algorytm, który dla drzewa $T = (V, E)$ oraz listy par wierzchołków $\{v_i, u_i\}$ ($i = 1, \ldots, m$), sprawdza, czy v_i leży na ścieżce z u_i do korzenia. Przyjmij, ze drzewo zadane jest jako lista $n - 1$ krawędzi (p_i, a_i), takich, że p_i jest ojcem a_i w drzewie.
8. (**Z** 2pkt) [1] Ułóż algorytm dla następującego problemu:

   Problem.[2]
   dane: $n, m \in \mathcal{N}$
   wynik: wartość współczynnika przy x^2 (wzięta modulo m) wielomianu $\underbrace{(...((x-2)^2-2)^2...-2)^2}_{n \text{ razy}}$

   Czy widzisz zastosowanie metody użytej w szybkim algorytmie obliczania n-tej liczby Fibonacciego do rozwiązania tego problemu?

[1] Zadania oznaczone etykietką **Z** przeznaczone są dla grupy zaawansowanej. W pozostałych grupach mogą być prezentowane dopiero po rozwiązaniu wszystkich pozostałych zadań.
Na innych listach mogą się pojawić zadania oznaczone etykietką **P** - przeznaczone dla grup niezaawansowanych. W grupie zaawansowanej nie będą one rozwiązywane.

[2] Zadanie zaczerpnięte ze Sparingu w Programowaniu Zespołowym - Poznań 22.01.2005

9. (**Z** 1.5pkt) Ułóż algorytm, który dla danych:

   - $n, m, k, r, M \in \mathcal{N}$,
   - ciągu par liczb naturalnych $(a_1, b_1), \ldots, (a_r, b_r)$, takich, że $1 \leq a_i \leq n$ i $1 \leq b_i \leq m$,

   obliczy, na ile sposobów w tablicy o rozmiarach $n \times m$ można wyznaczyć k rozłącznych ścieżek, z których każda:

   - zaczyna się w pierwszej kolumnie,
   - kończy się w ostatniej kolumnie,
   - nie przechodzi przez żadne z pól o współrzędnych (a_i, b_i) $(i = 1, \ldots, r)$,
   - jeśli przechodzi przez pole (a, b) $(b < m)$, to kolejnym polem jest $(a', b+1)$, gdzie $|a' - a| = 1$.

   Wynik ma być podany modulo M. Przyjmij, że:

   - liczba wierszy, n, jest ograniczona przez niewielką stałą (powiedzmy 8),
   - liczba kolumn, m, jest wielką liczbą,
   - r jest umiarkowanie duże (powiedzmy ograniczone przez 1000).

10. (**Z** 2pkt) Złożoność algorytmu wyliczającego n-ty wyraz ciągu, którego kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją m wcześniejszych elementów to $O(m^3 \log n)$ zakładając, że używamy naiwnego mnożenia macierzy. Skonstruuj algorytm o złożoności $O(m^2 \log n)$ (lub mniejszej) zastępując mnożenie macierzy mnożeniem wielomianów.