디지털통신시스템설계

Digital Communication System Capstone Design

ICE4009-001

10 주차 실습과제

정보통신공학과

12191765

박승재

Introduction

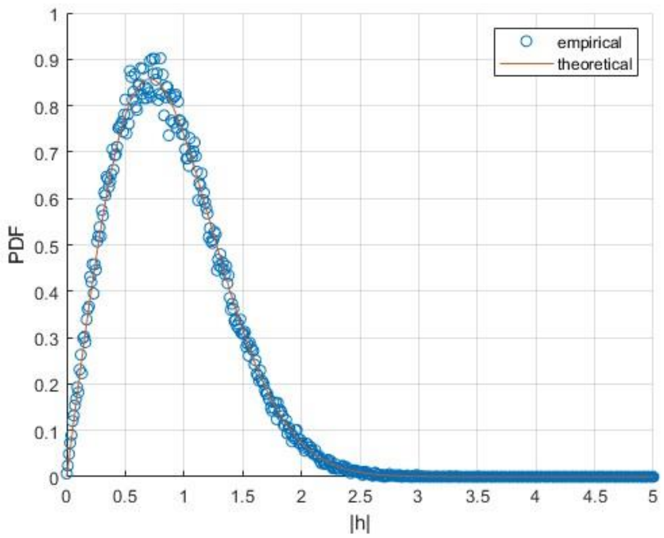
현실에서 직접파는 건물 등에 가리어서 잘 도달하지 않고, 반사파들만 여러 경로에 의해 수신측에 도달한다. 이때, 신호 강도가 빠르게 요동치며 생기는 페이딩 현상을 레일리 페이딩(Rayleigh Fading) 현상이라 한다.

레일리 페이딩은 짧은 기간에 급격한 출렁임을 보이며 셀룰러 등 이동통신에 많은 영향을 주는 특징이 있다. 또한, 수신된 신호가 주파수 영역에서 흩어지게 되는 도플러 확산(Doppler Spread) 현상의 원인이 되기도 한다.

```
N = 1e5;

h = (randn(1, N) + 1j * randn(1, N)) / sqrt(2);
h_amp = sqrt(h .* conj(h));

h = 0:0.01:5;
dl = h(2) - h(1);
pdf = zeros(1, length(h));
for i = 1:length(h)
    for j = 1:length(h_amp)
        if (h_amp(j) >= h(1) + (i - 1) * dl && h_amp(j) < h(1) + i * dl)
            pdf(i) = pdf(i) + 1 / (length(h_amp) * dl);
        end
    end
end

var = 1/2;
P_h = abs(h) / var .* exp(-abs(h) .^ 2 / (2 * var));

grid on
hold on
plot(h, pdf, 'o')
plot(h, P_h)
xlabel('|h|')
ylabel('PDF')
legend('empirical', 'theoretical')
```

수신단에 도착한 각 신호들은 이동 경로가 다르기 때문에 서로 다른 위상을 보유한다. 때문에 baseband 관점에서는 신호들을 복소수로 표현할 수 있다.

무수히 많은 경로를 통해 신호가 수신된 경우 중심 극한 정리에 의해, 채널 h 의 실수부 h_R 와 허수부 h_I 는 각각 평균이 0 인 가우시안 분포를 따르고 h 의 진폭, $|h| = \sqrt{h_R^2 + h_I^2}$ 은 Rayleigh 분포를 따른다.



Matlab 을 이용해 레일리 분포를 그려보면 가우시안 분포가 한쪽으로 찌그러져 그려지는 것을 확인할 수 있다.

```
Eb_No_dB = 10;
Eb_mW = 1;
Eb_dBm = pow2db(Eb_mW);
No_dBm = Eb_dBm - Eb_No_dB;
No_mW = db2pow(No_dBm);

N = 10000; % # of symbols
symbols = zeros(2, N);
symbol_errors = zeros(1, N);
bit_errors = zeros(1, N);

for i = 1:N
    bit = rand() >= 0.5; % random binary bit: 0 or 1
    symbol = bit * 2 - 1; % random symbol: -1 or 1

    h = (randn() + 1j * randn()) / sqrt(2);
    noise = sqrt(No_mW/2) * (randn() + 1j * randn()); % noise
    y = symbol * h + noise;

    r = conj(h) / (abs(h) ^ 2) * y;
    bit_re = real(r) > 0;

    symbols(:, i) = [real(r); imag(r)]; % generated symbol

    bit_error = sum(bit_re ~= bit);
    bit_errors(i) = bit_error; % error bit number
end
```

레일리 채널을 통과한 신호는 아래와 같이 표현된다.

$$y = hs + n$$

신호를 복원할 때는 수신신호 y에 보상 팩터 $\frac{h^*}{|h|^2}$를 곱한다.

$$r = \frac{h^*}{|h|^2} y = s + n'$$

```
ber = mean(bit_errors)
ber_ = 1/2 * (1-sqrt(db2pow(Eb_No_dB) / (db2pow(Eb_No_dB) + 1)))
```

$$BER = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{E_b/N_0 + 1}}\right)$$

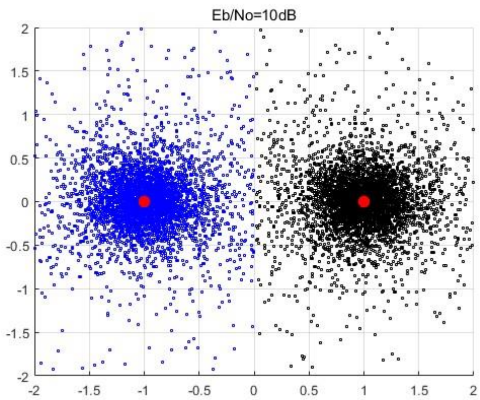
```
ber =

    0.0020


ber_ =

    0.0025
```

레일리 채널에서 BER 이론값은 위와 같다.

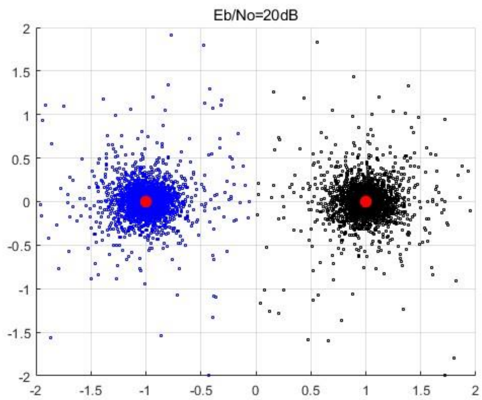
```
grid on
hold on
bpsk_symbols = [1 -1; 0 0];
plot(symbols(1, :), symbols(2, :), 'sb', 'MarkerSize', 2)
plot(symbols(1, find(symbols(1,:) > 0)), symbols(2, find(symbols(1,:) > 0)),
'sk', 'MarkerSize', 2)
plot(bpsk_symbols(1, :), bpsk_symbols(2, :), 'o', 'MarkerSize', 8,
'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerEdgeColor', 'r')
axis([-2 2 -2 2])
title(['Eb/No=' int2str(Eb_No_dB) 'dB'])
```

Constellation 을 그려서 수신한 신호의 분포를 확인한다.

10dB



20dB



Eb/No 가 클수록 신호가 조밀하게 모여서 그려지는 것을 확인할 수 있다.

Problem

E_b/N_0 를 -10 dB 부터 30dB 까지 5dB 간격으로 증가시키면서 BER 측정

- X 축은 E_b/N_0 [dB]
- Y 축은 BER 값을 log-scale 로 그리기

  y 축은 1e-4 까지만 보기
- 실험을 통해 얻은 BER 과 이론 값을 통해 얻은 BER 이 일치함을 보이기

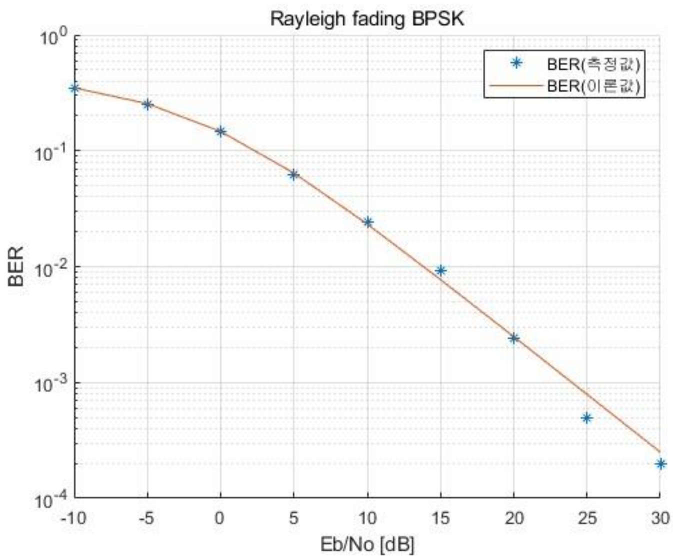
  One-path Rayleigh 채널에서 BER 이론 값 : $\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{E_b/N_0+1}}\right)$
- 실험을 통해 얻은 BER 은 marker 를 사용해서 그리기
- 이론값은 선으로 그리기

Result

```
Eb_No_dBs = -10:5:30;
bers = zeros(1, length(Eb_No_dBs));

j = 1;

for Eb_No_dB = Eb_No_dBs
    Eb_mW = 1;
    Eb_dBm = pow2db(Eb_mW);
    No_dBm = Eb_dBm - Eb_No_dB;
    No_mW = db2pow(No_dBm);

    N = 10000; % # of symbols
    symbols = zeros(2, N);
    symbol_errors = zeros(1, N);
    bit_errors = zeros(1, N);

    for i = 1:N
        bit = rand() >= 0.5; % random binary bit: 0 or 1
        symbol = bit * 2 - 1; % random symbol: -1 or 1

        h = (randn() + 1j * randn()) / sqrt(2);
        noise = sqrt(No_mW / 2) * (randn() + 1j * randn()); % noise

        y = symbol * h + noise;
```

```
        r = conj(h) / (abs(h) ^ 2) * y;
        bit_re = real(r) > 0;

        symbols(:, i) = [real(r); imag(r)]; % generated symbol

        bit_error = sum(bit_re ~= bit);
        bit_errors(i) = bit_error; % error bit number
    end

    bers(1, j) = mean(bit_errors);
    j = j + 1;
end

bers_ = 1/2 * (1 - sqrt(db2pow(Eb_No_dBs) ./ (db2pow(Eb_No_dBs) + 1)));

grid on
hold on
plot(Eb_No_dBs, bers, '*')
plot(Eb_No_dBs, bers_)
set(gca, 'yscale', 'log')
axis([-10 30 1e-4 1])
title('Rayleigh fading BPSK')
xlabel('Eb/No [dB]')
ylabel('BER')
legend('BER(측정값)', 'BER(이론값)')
```

7 주차 실습 과제와 거의 비슷하다.



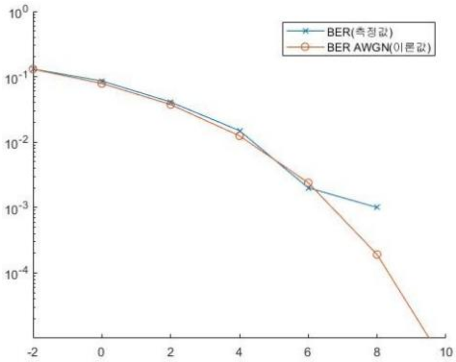
이론값과 유사하게 측정값 marker 가 그려지는 것을 확인할 수 있었다.

Conclusion

레일리 채널에서 BER 은 $\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{E_b/N_0}{E_b/N_0+1}}\right)$으로 표현된다.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)\right)=0$$

Eb/No 를 무한히 늘리더라도 기울기의 극한값은 0 이기 때문에 BER 은 점차 0 으로 수렴할 것이다.



일반적인 BPSK 와 BER 그래프 모양이 조금 다른데, BPSK 그래프는 log-scale 에서 Eb/No 가 커질수록 낙폭이 커지는 형태를 보였지만, 레일리 페이딩 BPSK 의 BER 그래프는 직선형태로 떨어진다.

따라서 일반적인 BER 보다 레일리 페이딩 BPSK 의 BER 가 더 크다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 서로 다른 경로를 거치며 위상차가 발생해 오차를 만들기 때문이다.

그렇지만, 일반적인 BER 보다 BER 이 크더라도 Eb/No 를 무한히 늘리면 BER 은 0 으로 수렴할 것이다.