

**Problema 1.\*** (Cada apartat es pot resoldre independentment d'haver contestat als apartats previs) Considereu el problema de Neumann següent:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = -\alpha u + f(x, t), & x \geq 0, \ t \geq 0, \\ u_x(0, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = g(x), & x \geq 0, \\ u_t(x, 0) = 0, & x \geq 0. \end{cases}$$

- (1) Supposem  $\alpha = 0$  i  $f(x, t) = \sin(\pi(x - 1)/2)$ . Quant val  $u$  a  $(x, t) = (1, 2)$ ?
- (2) Supposem ara  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Doneu condicions necessàries en  $\alpha$ ,  $f$  i  $g$  per tal que
  - (a)  $u \in C^2([0, +\infty) \times [0, +\infty))$ .
  - (b)  $u \in C^3([0, +\infty) \times [0, +\infty))$ .
- (3) També per a  $\alpha \in \mathbb{R}$ , suposant que  $g \in C([0, +\infty))$ ,  $f \in C([0, +\infty) \times [0, +\infty))$ , i que ambdues són fitades, demostreu existència i unicitat de solució en sentit integral del problema anterior (per a temps positius prou petits). Existeix solució per a tot temps  $t \geq 0$ ?