Asignatura Señales y Sistemas

Ejercicios propuestos para el tema de 'sistemas'

Asunción Moreno y Olga Muñoz

Septiembre 2019

Propiedades de sistemas

1. Determine si los siguientes sistemas son lineales, invariantes, causales y/o estables

a) $y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x[k-n]$

b) $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)d\tau$

c) $y[n] = nlog(x[n])$

d) $y[n] = x[3n]u[-n] + x[n]u[n]$

e) $y(t) = x(t)\cos(2\pi t + \emptyset)$

Cálculo de la respuesta impulsional

2. Compruebe que los siguientes sistemas definidos por su relación entrada-salida son lineales e invariantes. Calcule la respuesta impulsional h(t)= T[δ(t)]:

a) amplificador: $y[n] = Cx[n]$

b) retardador (n_0>0): $y[n] = x[n-n_0]$

c) acumulador $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] = x[n] + y[n-1]$ (con y(t)=0 ∀ t<0 sistema en reposo)

d) integrador $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$

e) promediador $y[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=n-N+1}^{n} x[k]$

f) reverberador $y[n] = x[n] - ay[n-1]$ (con y[n]=0 ∀ n<0 sistema en reposo)

g) $y(t) = \int_{t-4}^{t+8} e^{-(t-\tau)} x(\tau-1)d\tau$

h) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} (e^{-3(t-\tau)} + e^{-5(t-\tau)}) x(\tau-2)d\tau$

i) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} a^{-(n-k)} x[k-2]$

Convolución de señales discretas

3. Dados los sistemas LI caracterizados por las respuestas impulsionales

h1[n]= u[n]
h2[n]=δ[n]- δ[n-1]
h3[n]=p_6[n]

a) Para cada sistema, calcule la salida cuando a la entrada se aplica x1[n]=p_6[n]
b) Para cada sistema, calcule la salida cuando a la entrada se aplica x2[n]=u[n]
c) Determine la causalidad y estabilidad de los tres sistemas
d) Dibuje las salidas obtenidas.
e) Como Ud sabe, si una secuencia tiene duración N puntos y otra M puntos, su convolución tiene N+M-1 puntos. Determine en la convolución de las dos señales de duración finita x1[n]*h2[n] la relación entre las muestras de inicio y final de las mismas con las de la secuencia resultante de la convolución, así como las relaciones de la duración.

4. Dada la siguiente señal x[n]=cos(5π/3 n),

a) Justifique que la señal x[n] es periódica y puede escribirse como $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_b[n-kL]$, indicando el valor de L y los valores de la secuencia $x_b[n]$.
Nota, recuerde que cos(π/3)=1/2.

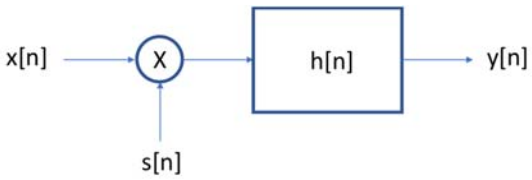
b) Si la señal x[n] pasa por un sistema lineal e invariante, definido por su respuesta impulsional h[n], obteniéndose y[n], exprese y[n] en función de $x_b[n]$, h[n] y L.

c) Calcule la convolución de $y_b[n] = x_b[n] * p_L[n]$, siendo $p_L[n]$ un pulso rectangular de L muestras con L el valor obtenido en el apartado a). Se recomienda hacer la convolución a partir de los <u>valores</u> de las dos secuencias $x_b[n]$ y $p_L[n]$.

d) Indique cuál será la secuencia $y[n] = x[n] * p_L[n]$ (calculando todos sus <u>valores</u>) haciendo uso de la convolución obtenida en el apartado anterior y del resultado del apartado b).

5. Sea el sistema de la figura con:

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_4[n-k8] - p_4[n-4-k8]$$



Recuerde $p_L[n] = \sum_{m=0}^{L-1} \delta[n-m]$

Se pide:

a) Encuentre y[n] y compruebe las propiedades de linealidad, invariancia, estabilidad y causalidad del sistema.
b) Dibuje s[n], ¿se trata de una señal de energía finita (EF) o de potencia media finita (PMF)? Calcule la Energía y la Potencia Media.
c) Calcule y dibuje la salida para $h[n] = p_4[n+1]$ y $x[n] = p_8[n]$

Convolución de señales analógicas

6. Para realizar la siguiente convolución $y(t) = x(t) * h(t) = \Delta(t+1) * e^{-3t}u(t)$

Indique claramente las integrales que tiene que resolver y los valores de t en los que son válidas. Dibuje las señales x(t) y h(t). Dibuje aproximadamente y(t).

7. Supongamos que tenemos un alisador analógico con la siguiente relación entrada-salida.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\;T\;} \longrightarrow \quad y(t) = T\left[x(t)\right] = \frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} x(\tau)d\tau$$

a) ¿Es el sistema *lineal e invariante*? Si es así, ¿cuál su respuesta *impulsional* h(t)?
b) ¿Es el sistema *causal*?
c) Partiendo de los ejemplos vistos en las clases de teoría *calcule y dibuje la salida* del sistema y(t) cuando la entrada es el pulso rectangular $x(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_1}\right)$, suponiendo que $T \geq T_1$.

   ¿Cómo sería el resultado si $T \leq T_1$?
d) La salida y(t) calculada es evidentemente la convolución x(t)*h(t). Observe que la forma de y(t) depende de T y T_1, e indique la relación de estas dos duraciones en la señal de salida.
e) Demuestre que la salida del sistema y(t), cuando la entrada es una sinusoide de periodo T_1, $x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)$, es

$$y(t) = A\frac{T_1}{\pi T}\sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right)$$

f) ¿Qué condición debe cumplirse entre T_1 y T_2 en el caso anterior para que la salida sea nula, y(t)=0?

Propiedades de la convolución

8. Sabiendo que y(t)=x(t)*h(t) o bien y[n]=x[n]*h[n], determine si cada una de las siguientes relaciones es verdadera o falsa

a) $x(t-t_0) * h(t-t_0) = y(t-t_0)$
d) x(at) * h(at) = y(at)
c) x(t) * h(t) * δ(1-t) = y (t-1)
d) x[-n] * h[-n] = y[-n]
e) x[n] * h[n] * δ[-n] = y[-n]
f) x[n] * h[n] * δ[1-n] = y [n-1]

9. Sea una señal x[n] que se aplica a dos sistemas lineales e invariantes en cascada con respuestas impulsionales h1[n] y h2[n] con

$$x[n] = \delta[n] - a\delta[n-1]$$
$$h1[n] = sen\ 8n$$
$$h2[n] = a^n u[n]$$

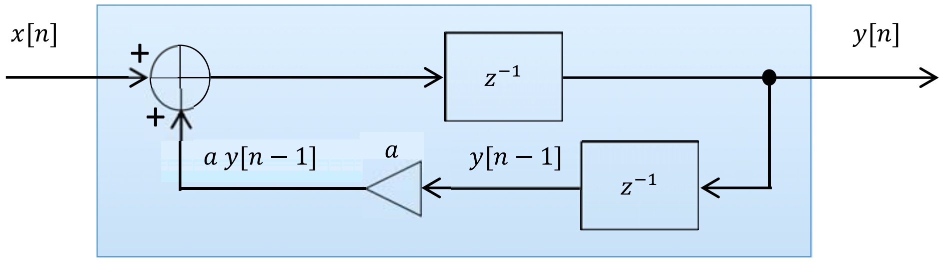
Hallar la salida y[n]=x[n]*h1[n]*h2[n]
Nota: utilice las propiedades asociativa y conmutativa de la convolución para realizar las convoluciones en el orden más simple posible.

Propiedades de sistemas LI mediante su respuesta impulsional

10. En el ejercicio 2 ha hallado la respuesta impulsional de varios sistemas LIT.
    a) Determine los sistemas que son causales
    b) Determine los sistemas que son estables

Sistemas definidos por ecuaciones en diferencias

11. Dado el sistema de la figura



Figura

a) Obtenga la relación entrada-salida
b) Determine los valores de a para los que el sistema es estable
c) Obtenga la respuesta impulsional y dibújela.

d) Se conecta en serie a este sistema otro de respuesta impulsional $h_I[n]\begin{cases} 1 & \text{, para } n = 0 \\ -a & \text{, para } n = 2 \\ 0 & \text{, otros} \end{cases}$

¿Cómo se comporta el sistema global?. Justifique la respuesta