Facultat de Matemàtiques i Estadística
Problemes per resoldre individualment en format examen
23 de març de 2020

1. Sigui X un espai topològic i sigui Y un subespai de X. Diem que Y és *dens* en X si $\overline{Y} = X$: l'adherència de Y és X. Quins són els espais X tals que tenen un únic subespai dens?

2. Sigui $\mathscr{T}_{\text{euc}}$ la topologia ordinària a $\mathbb{R}$. Es defineix

$$\mathscr{T} = \{\mathcal{U} \in \mathscr{T}_{\text{euc}} : \mathcal{U} \subseteq (-\infty, 0) \text{ o } (-\infty, 0) \subseteq \mathcal{U}\}.$$

1. Comproveu que $\mathscr{T}$ és una topologia. En endavant es considera l'espai $(\mathbb{R}, \mathscr{T})$.
2. És de Hausdorff?
3. Per què la família dels intervals (a, b) no formen una base?
4. Doneu una base.
5. Calculeu l'interior i l'adherència dels intervals $(-2, -1)$, $(-1, 1)$ i $(1, 2)$.

3. Sigui X un espai topològic no buit. Diem que X és *irreductible* si X no es pot escriure com $X = A \cup B$, on A i B són dos tancats diferents de X. Proveu que X és irreductible si, i només si, per a tot parell d'oberts no buits U i V de X, la intersecció és no buida: $U \cap V \neq \varnothing$. Deduïu que un obert no buit d'un espai irreductible és irreductible.

Temps: 2,5 hores