Grado en Ciencia e Ingeniería de Datos

Control 1 | Señales y Sistemas | 26 de octubre de 2018

Prof. Asunción Moreno, Olga Muñoz | 3 horas

No se permiten calculadoras, apuntes, libros, etc. Únicamente la hoja de TF distribuida en clase

Problema 1 (40%)

1. La secuencia x[n] se aplica a los siguientes sistemas definidos por su respuesta impulsional o su relación entrada-salida. Halle la señal de salida.

   x[n]={…0, $\underline{1}$, 0, 2, 3, 4, 0 , …}

   1. a) h1[n]=0.25 […0, $\underline{1}$, 1, 1, 1, 0, 0…]

   Solución : y[n]= 0.25{…0, $\underline{1}$, 1, 3, 6, 9, 9, 7, 4, 0,…}

   1. b) h2[n]= […0, $\underline{1}$, 0, -1, 0, …]

   Solución: y[n]= {…0, $\underline{1}$, 0, 1, 3, 2, -3, -4, 0…}

   $1.c)\ y[n] = x[n] + y[n-1]$. Causal y con condiciones iniciales nulas.

   Solución y[n] = {…0, $\underline{1}$, 1, 3, 6, 10, 10, 10, 10, 10,…}

   $$1.d)\ y[n] = \frac{1}{4}\sum_{k=n}^{n-4} x[k]$$

   Solución : y[n]= 0.25{…0, $\underline{1}$, 1, 3, 6, 10, 9, 9, 7, 4, 0,…}

2. ¿Es alguno de los sistemas anteriores inestable? Razone la respuesta.

Solución: El sistema 1c es inestable. Si a la entrada ponemos u[n] la salida en infinito es infinito. Las demás son estables ya que sus respuestas impulsionales son módulo sumables (note que el sistema d es LI con h4[n]= 0.25 […0, $\underline{1}$, 1, 1, 1, 1, 0, 0…])

3. Halle la respuesta impulsional del sistema causal con condiciones iniciales nulas caracterizado por la relación entrada-salida:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]$$

   Con M < N. Distinga los 4 casos: n < 0; 0 ≤ n ≤ M; M < n ≤ N; n > N

Solución:

$$h[n] = 0 \qquad n<0$$

$$h[n] = b_n + \sum_{k=1}^{n} a_k h[n-k] \quad 0 \le n \le M$$

$$h[n] = \sum_{k=1}^{n} a_k h[n-k] \quad M < n \le N$$

$$h[n] = \sum_{k=1}^{N} a_k h[n-k] \quad N < n$$

Problema 2 (60%)

En este problema se va a estudiar la interconexión en cascada de dos sistemas.

1. El sistema definido por la relación entrada-salida $T[x(t)] = y(t) = \begin{cases} 1 & x(t) \geq 0 \\ 0 & x(t) < 0 \end{cases}$ también puede expresarse en función de la función escalón: y(t)=u[x(t)].

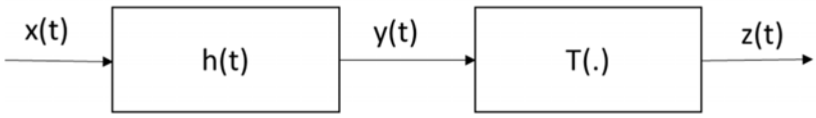
   ¿es un sistema lineal? ¿es invariante? Demuéstrelo

2. Sea un sistema lineal e invariante real con respuesta impulsional h(t) y respuesta frecuencial H(f)=$\mathcal{F}$ [h(t)]. Si a su entrada se aplica la señal x(t)=A cos($2\pi f_0 t + \phi$), demuestre que la señal de salida es y(t)= A $|H(f_0)|\cos(2\pi f_0 t + \phi + \mathrm{Arg}[H(f_0)])$

3. Si una señal es aplicada a un sistema lineal e invariante, ¿es posible que a la salida aparezcan frecuencias que no existían a su entrada? Justifíquelo.

Se va a estudiar la interconexión de los dos sistemas anteriores: el sistema caracterizado por la transformación T[.] y el sistema LI con respuesta impulsional h(t). Suponga $h(t) = \prod\left(\frac{t}{\tau}\right)$ y a la entrada se aplica x(t)=cos($2\pi f_0 t$) con $T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\tau$

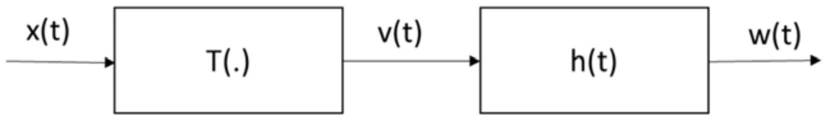
4. Suponga el esquema:



4. a) Calcule y dibuje las señales y(t) y z(t)

4. b) Calcule y dibuje las transformadas de Fourier Y(f) y Z(f)

5. Suponga ahora el esquema:



5. a) Calcule y dibuje las señales v(t) y w(t)

5. b) Calcule y dibuje las transformadas de Fourier V(f) y W(f)