ETSETB Señales y Sistemas 29-10-2014

Prof. Asunción Moreno, Francesc Rey

No se permiten libros, apuntes, móviles, calculadoras, etc. Puede utilizar una hoja con propiedades de la transformada de Fourier y otra con las transformadas básicas. Duración 2 horas.

Ejercicio 1

a) **Demuestre** que $\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$

b) ¿Qué debe cumplir un sistema invariante? ¿Es el sistema definido por la ecuación en diferencias y(t)= a x(t-T) un sistema invariante? **Demuéstrelo**.

c) Sea un sistema lineal e invariante con respuesta impulsional h(n). ¿Qué condición debe cumplir h(n) para que el sistema sea causal? **Demuéstrelo**.

d) Sea X(f) la transformada de Fourier de x(t). ¿Cuál es la transformada de Fourier de $x(t-t_0)$?

e) Sea x(t) una señal real periódica de periodo T_0. La señal tiene simetría par respecto a t=0 **Demuestre** que los coeficientes del DSF cumplen $c_n = c_{-n}^*$.

Ejercicio 2.

Sea un sistema lineal e invariante definido por la relación entrada-salida

$$y[n]= 1/3(x[n]+x[n-1]+x[n-3])$$

a) Calcule su respuesta impulsional h[n].

b) A partir de la respuesta impulsional determine si el sistema es causal y/o estable.

c) Si a la entrada se aplica la señal x[n]=2u[n]-u[n+2], calcule la señal de salida y[n]=x[n]*h[n] explicando claramente el procedimiento utilizado.

d) Dibuje un diagrama de bloques que le permita realizar el sistema con amplificadores, retardadores de una muestra y sumadores

e) Demuestre que la señal

$$z[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y[n-4k]$$

es periódica y determine su periodo. Dibuje un periodo z[n] en el intervalo $[0, N_0-1]$ siendo N_0 el periodo de la misma.

Ejercicio 3

Dada una señal x(t) de la que se conoce su transformada de Fourier $X(f)=e^{-2|f|}$ se pide que, **<u>sin evaluar de forma explícita x(t)</u>**, respondáis a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el valor del área de x(t)?

$$A_x = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt$$

b) ¿Cuánto vale la energía de x(t)?

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

c) Discutir la característica par o impar de la señal x(t)

d) Sea $X_1(f)$ el resultado de la convolución:

$$X_1(f) = X(f) * \left[\frac{\delta(f)}{2} + \frac{1}{j2\pi f}\right]$$

¿Cuánto vale $X_1(0)$?

e) Indicar el resultado de la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \frac{-1}{\pi t} dt$$