

## Batlle Casellas, àlex

Suposeu que  $X$  és una variable aleatòria de distribució Binomial Negativa, amb domini  $\{0, 1, 2, \dots, k, \dots\}$  i paràmetres  $r > 0$  i  $p \in (0, 1)$  desconeguts. Aquesta és la parametrització utilitzada a la taula de distribucions habituals. S'ha obtingut una mostra aleatòria de  $X$ . La seva taula de freqüències és:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Freq	0	0	2	8	18	34	59	80	122	157	170	209	181	171	171

X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Freq	147	115	120	70	61	41	28	15	11	5	0	4	0	0	1

Per comprovar si heu entrat bé les dades, la suma de les  $X^2$  és: 348703. En totes les respostes feu servir 5 (o més) xifres significants, i quan convingui es poden escriure en format científic.

- a) Estimeu pel mètode dels moments els paràmetres  $p$  i  $r$ , utilitzant els dos primers moments. Per veure si l'estimació ajusta bé, dibuixeu i compareu la funció de distribució estimada  $F_{mm}(x)$  amb l'empírica  $F_{fr}(x)$  i contesteu les preguntes següents:

1) El valor estimat de $p$ és: $\hat{p} =$
2) El valor estimat de $r$ és: $\hat{r} =$
3) El valor estimat de $E(X)$ és: $\hat{\mu} =$
4) El valor estimat de $V(X)$ és: $\widehat{\sigma^2} =$
5) $\max( F_{mm}(x) - F_{fr}(x) ) =$

- b) Estimeu pel mètode de màxima versemblança els paràmetres  $p$  i  $r$ . Per veure si l'estimació ajusta bé, dibuixeu i compareu la funció de distribució estimada  $F_{mv}(x)$  amb l'empírica  $F_{fr}(x)$  i contesteu les preguntes següents:

6) El valor estimat de $p$ és: $\hat{p} =$
7) El valor estimat de $r$ és: $\hat{r} =$
8) El valor estimat de $E(X)$ és: $\hat{\mu} =$
9) El valor estimat de $V(X)$ és: $\widehat{\sigma^2} =$
10) $\max( F_{mv}(x) - F_{fr}(x) ) =$
11) Assumint que els valors dels paràmetres de $X$ fossin els valors estimats per màxima versemblança, trobeu $[a, b]$ , la regió de predicció de $X$ (amb $\text{prob} \geq 0,9$ i dues cues equiprobables):
12) De la regió de l'apartat 11) calculeu $\Pr(X \in [a, b]) =$

- c) En el supòsit que considerem que  $p$  és una v.a. amb funció de densitat proporcional a  $f(p) \propto p^a(1-p)^b$ , amb  $a=-0,6$  i  $b=-0,7$  amb el valor de  $r$  conegut i igual a 39. Un cop coneguda la vostra mostra, calculeu la funció de densitat a posteriori de  $p$ , dibuixeu-la i contesteu les preguntes següents:

13) L'esperança de la distribució a posteriori de $p$ , és:
14) La variància de la distribució a posteriori de $p$ , és:
15) A posteriori, l'esperança de $X$ és:
16) A posteriori, la variància de $X$ és: