

12. Si $A \subset \mathbb{R}^m$, demostreu que:

- a) $\overset{\circ}{A}$ és el conjunt obert més gran contingut en A . És a dir, si B és un obert dins A , aleshores $B \subset \overset{\circ}{A}$.
- b) \bar{A} és el conjunt tancat més petit que conté A . És a dir, si C és un tancat que conté A , aleshores $\bar{A} \subset C$.

Resolució

- a) B és obert $\iff \overset{\circ}{B} = B \iff \forall p \in B \exists B_r(p) \subset B \implies \forall p \in B \subset A \exists B_r(p) \subset B \subset A \implies \overset{\circ}{B} \subset \overset{\circ}{A} \implies B \subset \overset{\circ}{A}. \square$
- b) $\forall p \in \bar{A} (\forall B_r(p) A \cap B_r(p) \neq \emptyset) \implies \forall p \in \bar{A} (\forall B_r(p) C \cap B_r(p) \neq \emptyset) \implies \forall p \in \bar{A}, p \in \bar{C} = C \implies \bar{A} \subset C. \square$

13. Donats dos conjunts A, B , es defineix $A + B = \{x + y | x \in A, y \in B\}$. Suposeu A obert.

- a) Demostreu que si $y \in B$, el conjunt $A + \{y\}$ és obert.
- b) Demostreu que el conjunt $A + B$ és obert.

Resolució

- a)
- b)