

FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA - BARCELONATECH

**Apunts de Fonaments de les
Matemàtiques (Primer curs del Grau de
Matemàtiques)**

Àlex Batlle Casellas

October 9, 2018

Índex

1	2
2 Conjunts i aplicacions.	2
3 Relacions, operacions i estructures.	2
3.1 Relacions d'equivalència.	2

1

2 Conjunts i aplicacions.

3 Relacions, operacions i estructures.

Definició:

R és una *relació binària* en un conjunt A si $R \subseteq A \times A$.

PROPIETATS:

- **Reflexiva:** $\forall x \in A (xRx)$.
- **Simètrica:** $\forall x, y \in A (xRy \rightarrow yRx)$.
- **Antisimètrica:** $\forall x, y \in A (xRy \wedge yRx \rightarrow x = y)$.
- **Transitiva:** $\forall x, y, z \in A (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$.
- **Connexa:** $\forall x, y \in A (xRy \vee yRx)$.

3.1 Relacions d'equivalència.

Definició:

Una relació R en un conjunt $A \neq \emptyset$ s'anomena *d'equivalència* si compleix les propietats reflexiva, simètrica i transitiva.

Definició:

Definim la *classe d'equivalència* d'un element $x \in A$ com:

$$[x]_R = \{y \in A \mid yRx\}.$$

També escrivim $[x]$ o \bar{x} quan no hi ha risc de confusió.

PROPIETATS:

1. $\forall x \in A (x \in [x])$.
2. $\forall x, y \in A (xRy \iff [x] = [y])$.
3. $A = \bigcup_{x \in A} [x]$.

Definició:

Anomenem una *partició d'un conjunt* a una família Π de subconjunts d' A i diferents del buit, disjunts dos a dos, tals que la seva unió és tot A . És a dir, $\Pi \subseteq \mathcal{P}(A)$.

PROPIETATS:

1. $X \neq \emptyset \forall X \in \Pi$.
2. $X \cap Y = \emptyset$ si $X, Y \in \Pi, X \neq Y$.
3. $A = \bigcup_{X \in \Pi} X$.

Els subconjunts $X \in \Pi$ s'anomenen les *parts* o *blocs de la partició*.

Definició:

Anomenem el *conjunt quocient* d'un altre conjunt A respecte la relació R al conjunt format per totes les classes d'equivalència definides a partir d' R .

$$A/R = \{\alpha | \exists x \in A([x] = \alpha)\}.$$

Proposició:

El conjunt quocient és una partició d' A .

Demostració: