

3.19. Sigui  $f$  un endomorfisme d'un espai vectorial  $E$ .

- (a) **Proveu que  $\text{Im } f^{n+1} \subset \text{Im } f^n$  i  $\text{Nuc } f^n \subset \text{Nuc } f^{n+1}$  per a tot nombre natural  $n$ .**
- (b) **Demostreu que, si  $E$  té dimensió finita, existeix un natural  $m$  tal que  $\text{Im } f^n = \text{Im } f^m$  i  $\text{Nuc } f^n = \text{Nuc } f^m$  per a tot  $n \geq m$ .**
- (c) **Proveu, donant un contraexemple a l'espai de polinomis  $\mathbb{R}[x]$ , que l'apartat (b) no és cert si  $E$  no té dimensió finita.**