Sigui A una matriu $n \times n$ simètrica. Denotem per δ_k els menors principals de la matriu A, és a dir,

$$\delta_k = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1k} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix}.$$

Teorema de Sylvester. *A és definida positiva si, i només si, $\delta_1, \dots, \delta_n > 0$.*

1. Proveu la implicació directa.

La implicació recíproca resultarà de dues observacions d'àlgebra lineal:

2. Sigui $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{u}_1, \dots, \boldsymbol{u}_n\}$ una base d'un espai vectorial E i $F \subset E$ un subespai de dimensió d. Proveu que si $m < d$, aleshores $F \cap \langle \boldsymbol{u}_{m+1}, \dots, \boldsymbol{u}_n \rangle \neq 0$.

3. Amb les notacions del paràgraf anterior, sigui φ una forma bilineal simètrica de matriu A en la base $\mathcal{B}$. Proveu que si φ_F és definida positiva, aleshores com a mínim d dels valors propis de A (comptats amb multiplicitat) són positius.

4. Useu inducció per provar que si $\delta_1, \dots, \delta_n > 0$, tots els valors propis de A són positius i, per tant, A és definida positiva.