

1. 某一最小线性规划问题在单纯形法计算时得到下表：

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x_3 | 2 | c | 1 | 0 | e | 0 | f |
| x_4 | -1 | -5 | 0 | 1 | -1 | 0 | 2 |
| x_3 | a | -3 | 0 | 0 | -4 | 1 | 3 |
| | b | d | 0 | 0 | -3 | 0 | |

其中 a, b, c, d, e, f 是未知数，原问题中要求各变量均为非负。问 a, b, c, d, e, f 应满足什么条件，有下面各解成立？

- (1) 是非可行解；
- (2) 是唯一最优解；
- (3) 有无穷多最优解；
- (4) 无界解；
- (5) 是可行解但非最优解，只有 x_1 可以进基且出基变量必为第三个基变量。

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (1) 写出它的对偶
- (2) 给出对偶问题的解
- (3) 用互补松弛原理给出原问题的解

3. 设 $f_1(x), f_2(x)$ 是凸集 S 上的两个凸函数，则 $\min_{x \in S} \{f_1(x), f_2(x)\}$ 是凸函数；
 $\max_{x \in S} \{f_1(x), f_2(x)\}$ 也是凸函数。

4. 设 $f(x)$ 是定义在凸集 S 上的凸函数, α 为一个实数, 则 $\{x \mid f(x) \geq \alpha\}$ 也是凸集。
5. 设非空集合 S 是 R^n 中的凸集, $f(x)$ 是 S 上的凹函数, α 为某给定实数, 则集合 $\{x \mid x \in S, f(x) \geq \alpha\}$ 是凸集。
6. 设 $f_1(x), f_2(x)$ 是凸集 S 上的两个凸函数, 则 $f_1(x) - f_2(x)$ 也是凸函数。
7. 设 $f(x)$ 是定义在凸集 S 上的凸函数, α 为一个非零实数, 则 $\alpha f(x)$ 也是凸函数。
8. 设 $f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1$, 求 $f(x)$ 在点 $(0, 4)^T$ 处的下降方向集为_____, 在点 $(0, 4)^T$ 处的一个下降方向为_____
9. 函数 $f(x) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + x_1 + x_2$, 若从点 $x^{(1)} = (0, 0)^T$ 出发, 沿方向 $d^{(1)} = (-1, -1)^T$ 进行精确一维搜索, 得到点 $x^{(2)} = x^{(1)} + \lambda_1 d^{(1)}$, 则 $\lambda_1 = ?$