Lektion 11: Implementering

Signalbehandling

Christoffer Sloth

chsl@mmmi.sdu.dk

SDU Robotics
The Maersk Mc-Kinney Moller Institute
University of Southern Denmark

SDU

Agenda

Introduktion

Analog-digital konvertering
- Princip
- Kvantisering

Multirate sampling
- Down sampling
- Up sampling

Datakonvertering og digital signalbehandling herunder:[1]

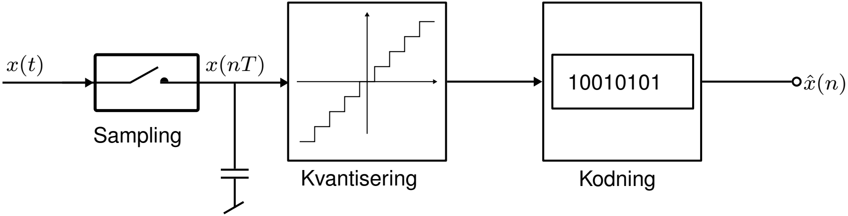
- ideel og praktisk sampling og rekonstruktion
- aliasing
- kvantisering og dynamikområde
- konverteringsprincipper (A/D og D/A)
- implementationsprincipper (Sample & Hold, A/D, D/A)
- multirate sampling
- diskret-tid signaler og systemer i tids- og frekvensdomænet
- Z-transformationen
- overføringsfunktion for lineære tidsinvariante systemer
- systemanalyse
- frekvensanalyse
- lineær fase systemer
- realisationsstrukturer for diskret-tid systemer
- hovedanvendelse af digital signalbehandling herunder digitale IIR-filtre og transformation af analoge filtre samt digitale FIR-filtre og vindues-funktioner

[1] Baseret på https://odin.sdu.dk/sitecore/index.php?a=fagbesk&id=65003&listid=9093&lang=da

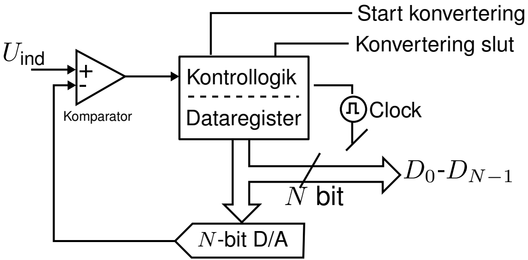
- **Lektion 1**: Filterfunktioner
- **Lektion 2**: Sampling og rekonstruktion
- **Lektion 3**: Fast Fourier transformation (I)
- **Lektion 4**: Fast Fourier transformation (II)
- **Lektion 5**: Introduktion til z-transformation
- **Lektion 6**: Systemanalyse i z-domæne
- **Lektion 7**: Digitale realisationsstrukturer
- **Lektion 8**: Introduktion til IIR-filtre
- **Lektion 9**: Design af IIR-filtre
- **Lektion 10**: Introduktion til FIR-filtre
- **Lektion 11**: Design af FIR-filtre
- **Lektion 12**: Anvendelse af digital signalbehandling

Analog-digital konvertering

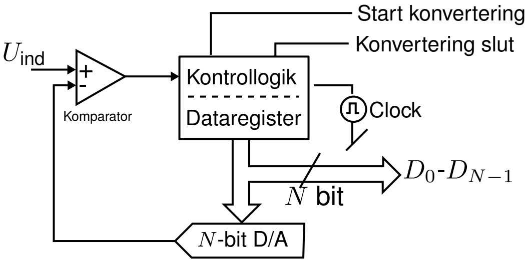
Ved analog-digital konvertering bliver indgangssignalet $x(t)$ transformeret til en sekvens med endelig opløsning som vist herunder.



En *Successive Approximation A/D konverter* er opbygget efter princippet vist herunder, hvor udgangen af A/D konverteren er sammenlignet med indgangssekvensen igennem en komparator.

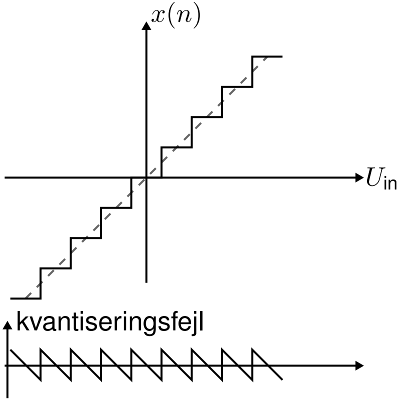


En *Successive Approximation A/D konverter* er opbygget efter princippet vist herunder, hvor udgangen af A/D konverteren er sammenlignet med indgangssekvensen igennem en komparator.



Skal konverteringen foregå hurtigere (i MHz-området), så benyttes en Flash A/D konverter.

Ved A/D konvertering kvantieres indgangssignalet, så det får en ordlængde på N bits, dvs. representationen har 2^N forskellige kvantiseringsniveauer.



Kvantiseringsfejlen medfører at værdien af indgangssekvensen $x(n)$ og den kvantiserede indgangssekvens $\hat{x}(n)$ er forskellige

$$\hat{x}(n) = x(n) + e(n)$$

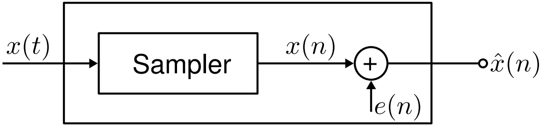
hvor $e(n)$ er kvantiseringsfejlen.

Kvantiseringsfejlen medfører at værdien af indgangssekvensen $x(n)$ og den kvantiserede indgangssekvens $\hat{x}(n)$ er forskellige

$$\hat{x}(n) = x(n) + e(n)$$

hvor $e(n)$ er kvantiseringsfejlen.

Kvantiseringsfejlen kan opfattes som en støjsekvens som vist herunder.



Størrelsen af kvantiseringsfejlen er begrænset som

$$-\frac{q}{2} \leq e(n) \leq \frac{q}{2}$$

Kvantiseringsfejlens størrelse beskrives med signal til kvantiseringsstøj-forholdet, som i dB kan udregnes som

$$\frac{S}{N_q} = 20\log 2^N = 20N\log 2 \approx 6N \qquad \text{[dB]}$$

da støjens størrelse svarer til 1 LSB (Least Significant Bit) ændring, mens signalet har 2^N kvantiseringsniveauer.

Kvantiseringsfejlens størrelse beskrives med signal til kvantiseringsstøj-forholdet, som i dB kan udregnes som

$$\frac{S}{N_q} = 20 \log 2^N = 20N \log 2 \approx 6N \qquad \text{[dB]}$$

da støjens størrelse svarer til 1 LSB (Least Significant Bit) ændring, mens signalet har 2^N kvantiseringsniveauer.

Kvantiseringsstøjens RMS-værdi kan desuden udregnes som

$$e_{\text{RMS}}(n) = \frac{q}{\sqrt{12}}$$

Multirate sampling

Multirate sampling benyttes fx hvis data skal processeres ved en anden samplefrekvens end det er optaget eller hvis flere signaler samplet med forskellige frekvenser skal sættes sammen.

Vi kigger på opsampling og nedsampling med heltalsværdier. Ved kombination af opsampling of nedsampling, så kan frekvensen ændres med en faktor der er en brøk (et rationelt tal).

Lad $x(n)$ være en sekvens opnået ved sampling med sampletiden T. Ved nedsampling ønskes en sekvens med sampleinterval $T' > T$. Specifikt ønsket $T' = MT$ og dermed haves

$$x_d(n) = x(nM)$$

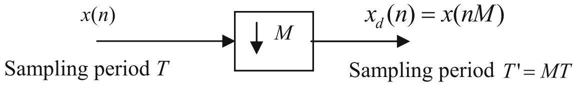
hvor M er et heltal.

Lad $x(n)$ være en sekvens opnået ved sampling med sampletiden T. Ved nedsampling ønskes en sekvens med sampleinterval $T' > T$. Specifikt ønsket $T' = MT$ og dermed haves

$$x_d(n) = x(nM)$$

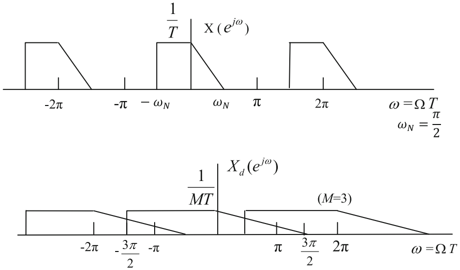
hvor M er et heltal.

Et blokdiagram for en nedsampling er vist her.

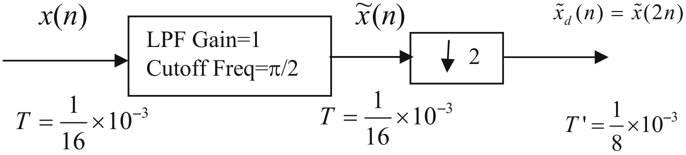


Ved Fouriertransformation af x_d fås følgende spektrumfunktion

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X\left(e^{\frac{j(\omega-2\pi k)}{M}}\right)$$



For at undgå aliasering, så skal et anti-aliaseringsfilter $H(z)$ (lavpasfilter) tilføjes før nedsamplingen.



Up sampling

Lad $x(n)$ være en sekvens opnået ved sampling med sampletiden T. Ved opsampling ønskes en sekvens med sampleinterval $T' < T$. Specifikt ønsket $T' = T/L$ og dermed haves

$$x_u(n) = \begin{cases} x(n/L) & \text{hvis } n/L \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

hvor L er et heltal.

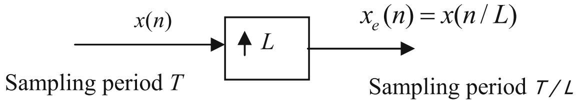
Up sampling
Introduktion

Lad $x(n)$ være en sekvens opnået ved sampling med sampletiden T. Ved opsampling ønskes en sekvens med sampleinterval $T' < T$. Specifikt ønsket $T' = T/L$ og dermed haves

$$x_u(n) = \begin{cases} x(n/L) & \text{hvis } n/L \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

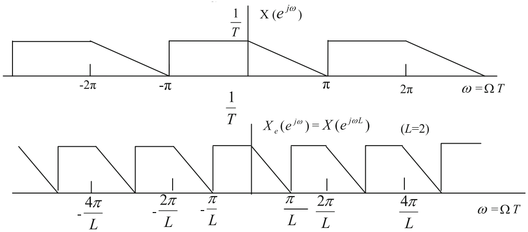
hvor L er et heltal.

Et blokdiagram for en opsampling er vist her.



Ved Fouriertransformation af x_u fås følgende spektrumfunktion

$$X_u(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega/L})$$



For at undgå det gentagede spektrun, så skal et lavpasfilter $H(z)$ tilføjes efter opsamplingen.