

Opgave 7.1

Betragt følgende overføringsfunktion

$$H(z) = \frac{0,0876z^{-1} + 0,0676z^{-2}}{1 - 1,874z^{-1} + 1,489z^{-2} - 0,4601z^{-3}}$$

for et system samplet med 8 kHz. Analyser system som følger

1. Tegn en direkte type 1 realisationsstruktur for $H(z)$ og bestem hvor mange forsinkelselementer der er nødvendige.
2. Bestem poler og nulpunkter for $H(z)$, og bestem om $H(z)$ er stabil.
3. Bestem en kaskaderealisation for $H(z)$ ved brug af 1. og 2. ordens overføringsfunktioner (Direkte type 2 realisationsstrukturer).
4. Bestem en parallelrealisation for $H(z)$ ved brug af 1. og 2. ordens overføringsfunktioner (Direkte type 2 realisationsstrukturer).
5. Bestem filtertypen for $H(z)$ ved at tegne et Bode plot i MATLAB.
6. Simuler en af realisationerne af $H(z)$ i MATLAB.

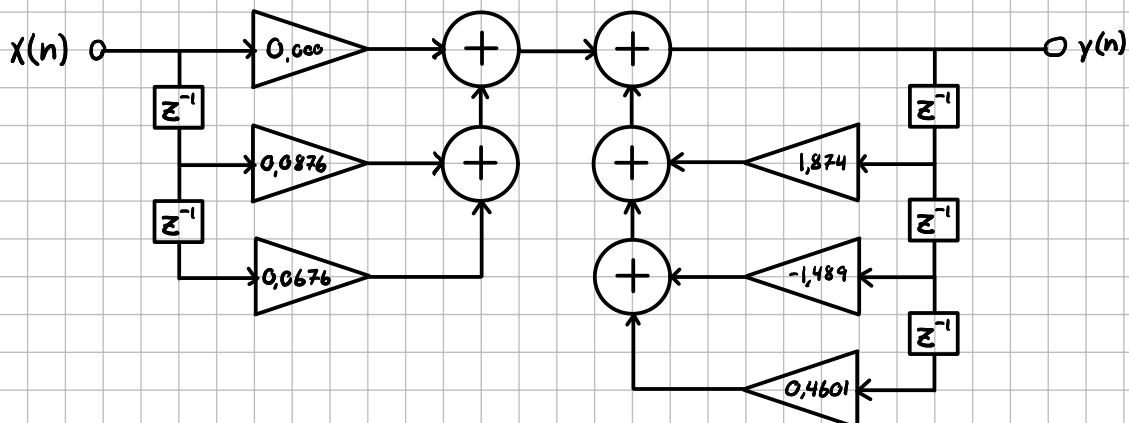
①

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow \frac{0,0876z^{-1} + 0,0676z^{-2}}{1 - 1,874z^{-1} + 1,489z^{-2} - 0,4601z^{-3}}$$

$$\Rightarrow X(z) \cdot 0,0876z^{-1} + X(z) \cdot 0,0676z^{-2} = Y(z) - Y(z) \cdot 1,874z^{-1} + Y(z) \cdot 1,489z^{-2} - Y(z) \cdot 0,4601z^{-3}$$

$$\Rightarrow 0,0876 \cdot X(n-1) + 0,0676 \cdot X(n-2) = y(n) - 1,874 \cdot y(n-1) + 1,489 \cdot y(n-2) - 0,4601 \cdot y(n-3)$$

$$\Rightarrow y(n) = 0,0876 \cdot X(n-1) + 0,0676 \cdot X(n-2) + 1,874 \cdot y(n-1) - 1,489 \cdot y(n-2) + 0,4601 \cdot y(n-3)$$



Realisering med direkte type 2

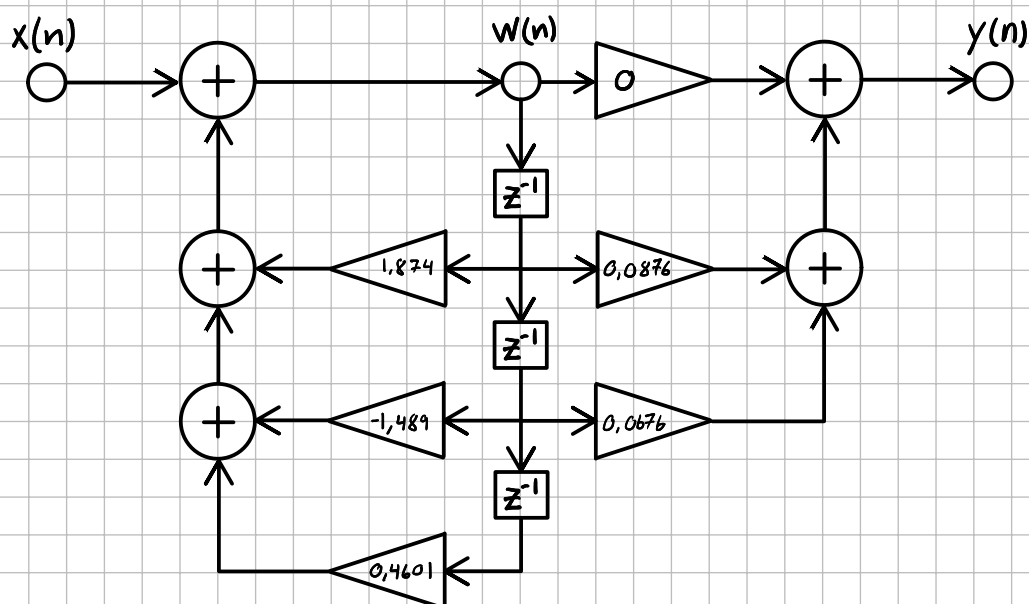
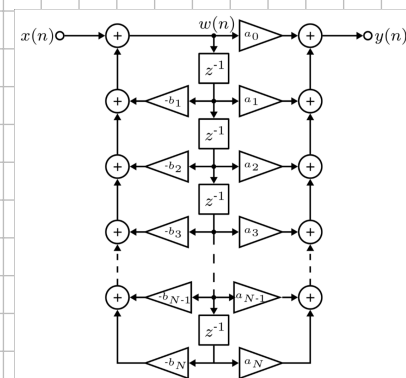
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow \frac{0,0876z^{-1} + 0,0676z^{-2}}{1 - 1,874z^{-1} + 1,489z^{-2} - 0,4601z^{-3}}$$

Aflæser konstanter

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N b_i z^{-i}}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 & b_1 &= -1,874 \\ a_1 &= 0,0876 & b_2 &= 1,489 \\ a_2 &= 0,0676 & b_3 &= -0,4601 \end{aligned}$$

Tegn realisationsstruktur



2. Bestem poler og nulpunkter for $H(z)$, og bestem om $H(z)$ er stabil.

Nullpunkt: $(0,0876z^{-1} + 0,0676z^{-2} = 0) \cdot z^2 \Rightarrow 0,0876z + 0,0676 = 0 \Rightarrow z = -0,777$

poler: $(1 - 1,874z^{-1} + 1,489z^{-2} - 0,4601z^{-3} = 0) \cdot z^3 \Rightarrow z^3 - 1,874z^2 + 1,489z - 0,4601 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} z \rightarrow 0.59748 - 0.566208i \\ z \rightarrow 0.59748 + 0.566208i \\ z \rightarrow 0.67904 \end{cases} \Rightarrow \text{length} = \begin{cases} 0.823149 \\ 0.823149 \\ 0.67904 \end{cases} \Rightarrow \text{length} < 1 \Rightarrow \underline{\underline{\text{STABLE!}}}$$

gang^e

3. Bestem en kaskaderealisation for $H(z)$ ved brug af 1. og 2. ordens overføringsfunktioner (Direkte type 2 realisationsstrukturer).

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) = \frac{0,0876z^{-1} + 0,0676z^{-2}}{1 - 1,874z^{-1} + 1,489z^{-2} - 0,4601z^{-3}}$$

$$= \frac{0,0876z^2 + 0,0676z}{z^3 - 1,874z^2 + 1,489z - 0,4601} = \frac{z(0,0876z + 0,0676)}{(z - 0,6790)(z^2 - 1,195z + 0,6776)}$$

$$= \frac{Z}{Z - 0,6790} \cdot \frac{0,0876Z + 0,0676}{Z^2 - 1,195Z + 0,6776}$$

$$a_0 = 1$$
$$b_1 = -0,6790$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 & b_1 &= -1,195 \\ a_1 &= 0,0876 & b_2 &= 0,6776 \\ a_2 &= 0,0676 \end{aligned}$$

