Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

ОТЧЕТ
Лабораторная работа №6

По теме: «Синтез и исследование иерархической системы управления. Решение задачи координации по принципу согласования взаимодействий путем модификации целей»

Дисциплина: Компьютерные системы управления

Выполнил студент гр. 3540901/02001	________ (подпись)	Бараев Д. Р.
Руководитель	________ (подпись)	Нестеров С. А.

«__»______ 2021г.

Санкт-Петербург
2021

Содержание

1. Исходные данные

Объект первого порядка:

$$\begin{vmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0.4 \\ -0.4 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix}$$

Целевые функции:

$$\begin{cases} f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \end{cases}$$

$$\alpha_1 = 0.1,\ \ \alpha_2 = 0.9$$

2. Задание

1) Реализовать двухуровневую иерархическую систему управления. Для координации подсистем использовать принцип согласования взаимодействий путем модификации целей с нулевой суммой.

3. Ход работы

3.1 Формализация модели

Основным недостатком одноуровневого многоцелевого управления является необходимость ввода компромиссных решений для сведения многокритериальной задачи к однокритериальной. В случае многоуровневого управления принятие компромиссных решений производится на дополнительном вышестоящем уровне. В этом случае цель координации – обеспечение согласованных действий подсистем нижнего уровня для достижения глобальной цели. Координатор должен иметь возможность воздействовать на действия решающих органов локальных подсистем.

Координация по принципу согласования взаимодействий относится к типу координаций после принятия решений решающими органами локальных подсистем.

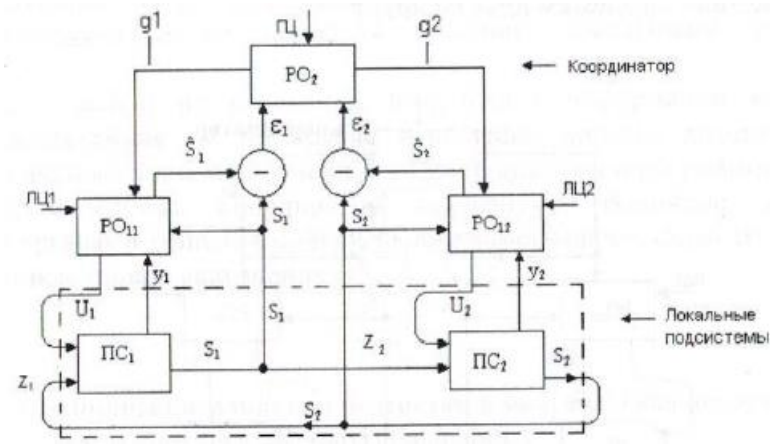

Рисунок 1 - Структурная схема многоуровневой системы управления по принципу согласования взаимодействий

Конфликты в иерархических системах управления могут возникать из-за несогласованного изменения связующих переменных отдельных подсистем. Способ модификации целей заключается в поиске таких модификаций локальных целевых функций, чтобы связующие переменные изменялись в нужном направлении при неизменной глобальной целевой функции.

Считается, что задача локального управления на уровне подсистем решена, поэтому требуется только организация совместного управления. В качестве реализации подсистемы с регулятором возьмем полученные в 4 лабораторной работе результаты синтеза локального регулятора. В этом случае подсистемы будут иметь структуру:

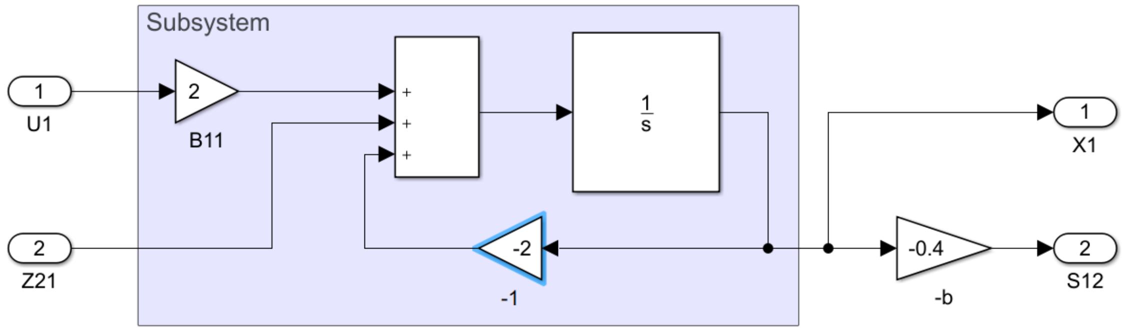

Рисунок 2 - Структурная схема системы управления

Далее определим формальную постановку задачи.

Глобальная целевая функция

Локальные цели:

$$f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$
$$f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2$$

С учётом весовых коэффициентов $f = 0.1 \cdot f_1 + 0.9 \cdot f_2$

С минимумом в точке $\{1.9, 1.9\}$

Записываем перекрёстное влияние подсистем:

$$\frac{0.4}{2} s_2 = 0.2 \cdot s_2 = z_1$$
$$\frac{-0.4}{2} s_1 = -0.2 s_1 = z_2$$

Записываем уравнения для каждой подсистемы:

$$s_1 - z_1 - u_1 = 0$$
$$s_2 - z_2 - u_2 = 0$$

Найдём экстремумы с учётом записанных условий в подсистемах:

$$L_0 = 0.1((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2) + 0.9((x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2) + \mu_1(s_1 - z_1 - u_1) + \mu_2(s_2 - z_2 - u_2) + \rho_1(z_1 - 0.2 \cdot s_2) + \rho_2(z_2 + 0.2 \cdot s_1)$$

Тогда получаем Лагранжианы подсистем:

$$L_i(u_i, z, \mu_i, \rho_i) = f_i(z, u_i) + \mu_i\big(s_i - \varphi_i(u_i, z_i)\big) + \rho_i z_j - \rho_j c_{ij} s_i$$
$$L_1 = 0.1((z_1 + u_1 - 1)^2 + (5z_1 - 1)^2) + \mu_1(s_1 - z_1 - u_1) + \rho_1 \cdot z_1 + 0.2 s_1 \cdot \rho_2$$
$$L_0 = 0.9((5\mathrm{z}_2 + 2)^2 + (z_2 + u_2 - 2)^2) + \mu_2(s_2 - z_2 - u_2) - 0.2 s_2 \cdot \rho_1 + \rho_2 \cdot z_2$$

3.2 Синтез решающих органов первого уровня

В локальных подсистемах для нахождения экстремума при заданных ограничениях необходимо найти экстремум соответствующего Лагранжиана:

Для этого требуется решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dL_i}{du_i} = 0 \\ \dfrac{dL_i}{dz_i} = 0 \\ \dfrac{dL_i}{d\mu_i} = 0 \\ \dfrac{dL_i}{ds_i} = 0 \end{cases}$$

При этом значения ρ_i являются модификаторами локальных целей и определяются на верхнем уровне.

```
w=0.1;
syms z1 z2 u1 u2 f1 f2 ;
f1 = w*((z1+u1-1)^2+(5*z1-1)^2);
f2 = (1-w)*((5*z2+2)^2+(z2+u2-2)^2);
syms s1 s2 m1 m2 p1 p2;
syms L1 L2;
L1 = f1 + m1*(s1-z1-u1) + p1*z1 +1/5*p2*s1;%L1 = f1 + m1*(z1-s1+u1) + p1*z1 +2/15*p2*s1;
L2 = f2 + m2*(s2-z2-u2) + p2*z2 - p1/5*s2;%L2 = f2 + m2*(z2-s2+u2) + p2*z2 - p1/5*s2;
display('Лагранжиан 1')
diff(L1,u1)
diff(L1,z1)
diff(L1,s1)
diff(L1,m1)
display('Лагранжиан 2')
diff(L2,u2)
diff(L2,z2)
diff(L2,s2)
diff(L2,m2)
```

Рисунок 3 - Вычисление частных производных локальных Лагранжианов

Первая подсистема

$$\begin{cases} \dfrac{dL_1}{du_1} \cdot 5 = -5\mu_1 + u_1 + z_1 - 1 = 0 \\ \dfrac{dL_1}{dz_1} \cdot 5 = -5\mu_1 + u_1 + 26z_1 + 5\rho_1 - 6 = 0 \\ \dfrac{dL_1}{ds_1} = \mu_1 + 0.2 \cdot \rho_2 = 0 \\ \dfrac{dL_1}{d\mu_1} = s_1 - z_1 - u_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = 5\mu_1 - z_1 + 1 \\ z_1 = \dfrac{5 - 5\rho_1}{25} = \dfrac{1 - \rho_1}{5} \\ \mu_1 = -\dfrac{1}{5}\rho_2 \\ s_1 = u_1 + z_1 \end{cases}$$

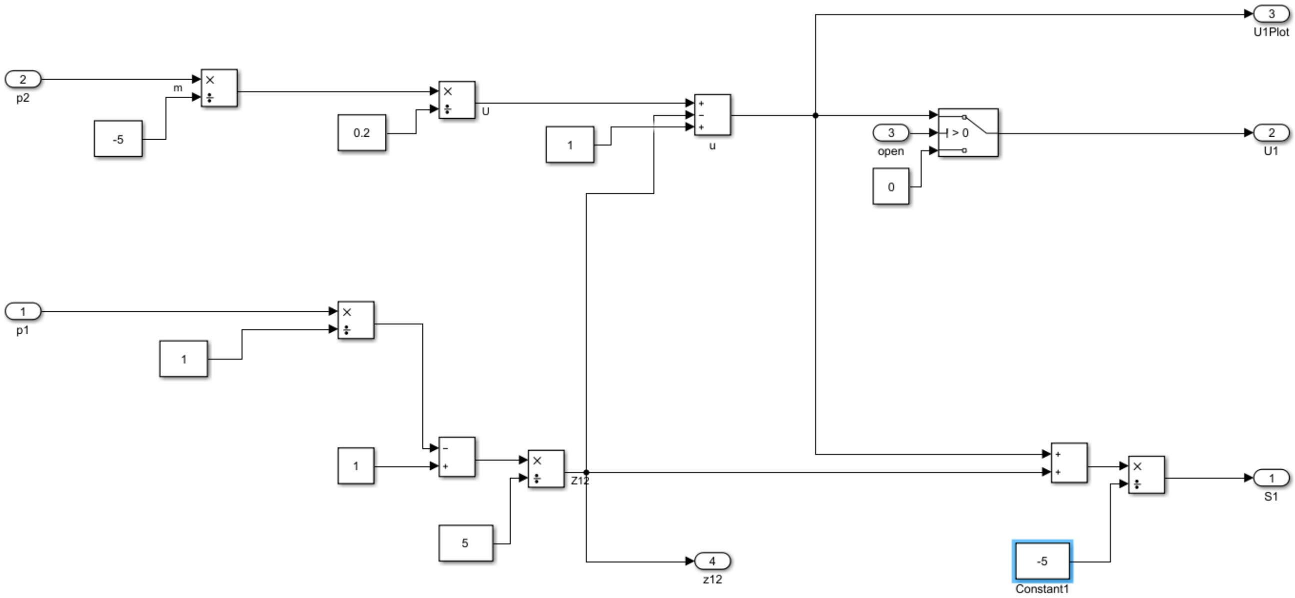

Рисунок 4 - Соответствующая схема решающего органа первого уровня

Вторая подсистема

$$\begin{cases} \dfrac{dL_2}{du_2}\dfrac{5}{9} = -\dfrac{5}{9}\,\mu_2 + u_2 + z_2 - 2 = 0 \\ \dfrac{dL_2}{dz_2}\dfrac{5}{9} = -\dfrac{5}{9}\,\mu_2 + u_2 + 26 \cdot z_2 + \dfrac{5}{9}\rho_2 + 8 = 0 \\ \dfrac{dL_2}{ds_2} = \mu_2 - 0.2\,\rho_1 = 0 \\ \dfrac{dL_2}{d\mu_2} = s_2 - u_2 - z_{12} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = \dfrac{5}{9}\mu_2 - z_2 + 2 \\ z_2 = \dfrac{-2 - \dfrac{1}{9}\rho_2}{5} \\ \mu_2 = 0.2\,\rho_1 \\ s_2 = u_2 + z_2 \end{cases}$$

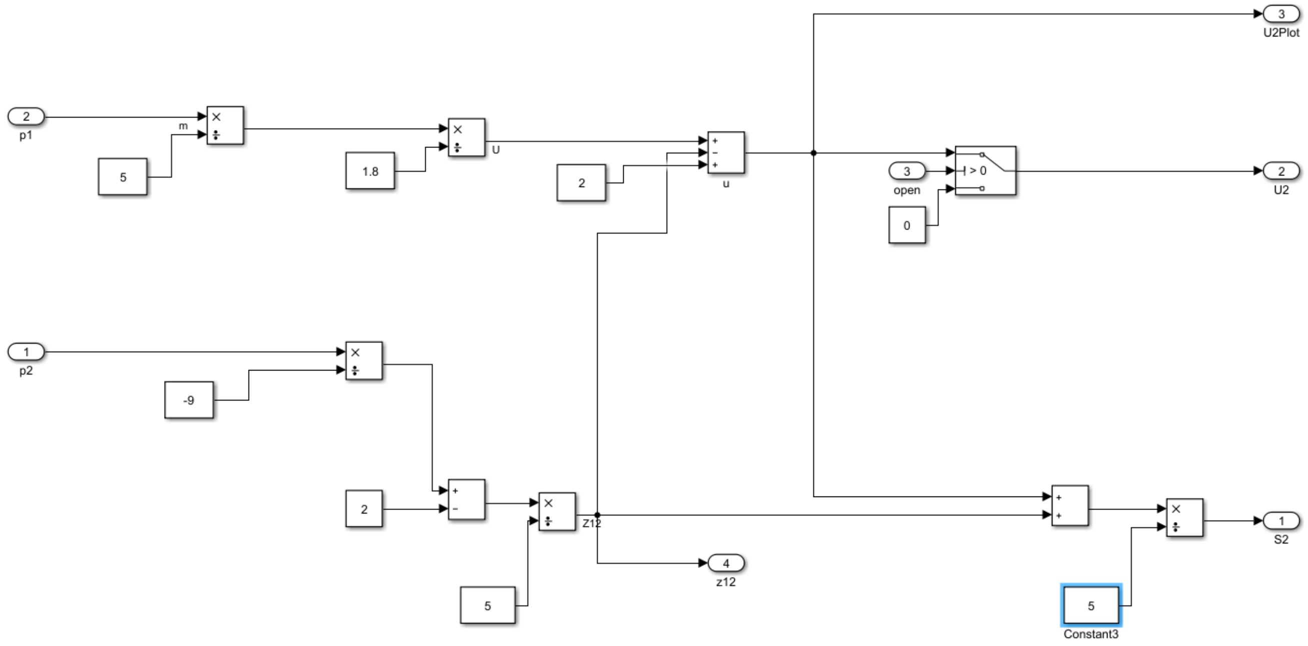

Рисунок 5 - Соответствующая схема решающего органа первого уровня

3.3 Синтез решающих органов первого уровня

В локальных решающих органах для нахождения управляющего воздействия ищется экстремум локального Лагранжиана. Верхний уровень реализует поиск неопределенных множителей Лагранжиана p_1 и p_2, которые обеспечивают согласование локальных подсистем, модифицируя их локальные цели. Поиск осуществляется методом наискорейшего спуска при учете выполнения условия:

$$\sum_i^n \Delta f_i(\,) = \left|\sum_i^n \rho_i \left(z_i - \sum_j c_{ji}\hat{s}_j\right)\right| \leq \varepsilon,$$

где ε – допустимая величина отклонения оценки выхода подсистемы и реального выхода, $\hat{s}_j$ – оценка выхода подсистем, получаемая с первого уровня системы управления.

Если условие не выполняется, то необходимо скорректировать значение ρ_i:

$$\Delta\rho_i = \pm\gamma\left(z_i - \sum_j c_{ji}\hat{s}_j\right); \qquad \rho_i = \rho_i + \Delta\rho_i,$$

где γ – величина шага. Знак перед γ определяет направление градиентного спуска и зависит от знака $\hat{s}_i$, если $\hat{s}_i$ принимает положительное значение, то знак плюс, если $\hat{s}_i$ величина отрицательная, то знак минус.

Когда условие согласованности локальных и глобальных целей будет выполнено, на нижний уровень будет подан сигнал разрешения управления.

```
function [p1, p2, ena1, ena2] = fcn(z1, z2, s1, s2)
persistent p1_t;
persistent p2_t;
persistent ena1_t;
persistent ena2_t;
eps =  0.001;  % Величина отклонения оценки от реального значения
step = 0.0025;  % Шаг изменения множителей р
% Инициализация
if(isempty(p1_t))
    p1_t =-1.0;%4;%-5;% 1.5;
    p2_t =-1;%-4.0;%5;%-5;% -1.5;
    ena1_t = 0;%0
    ena2_t = 0;%0
    p1 = p1_t;
    p2 = p2_t;
    ena1 = ena1_t;
    ena2 = ena2_t;
    return;
end
% Коррекция множителя p1
if(abs(p2_t*z2-p2_t*s1+p1_t*z1-p1_t*s2) > eps)%(2*abs((p2_t*z2-p1_
   % Знак перед step зависит от знака s2
   %p1_t = p1_t+step*(z1-(0.2)*s2);
   p1_t = p1_t+step*(z1-s2);
   ena1_t = 0;

   %p2_t = p2_t+step*(z2-(-0.2)*s1);
   p2_t = p2_t+step*(z2-s1);
   ena2_t = 0;
else
    ena1_t = 1;
    ena2_t = 1;
end


% ena1_t = 1;
% ena2_t = 1;
% p1_t = -0.9;
% p2_t = -0.9;
p1 = p1_t;
p2 = p2_t;
ena1 = ena1_t;
ena2 = ena2_t;
end
```

Рисунок 6 - Реализация решающего органа верхнего уровня

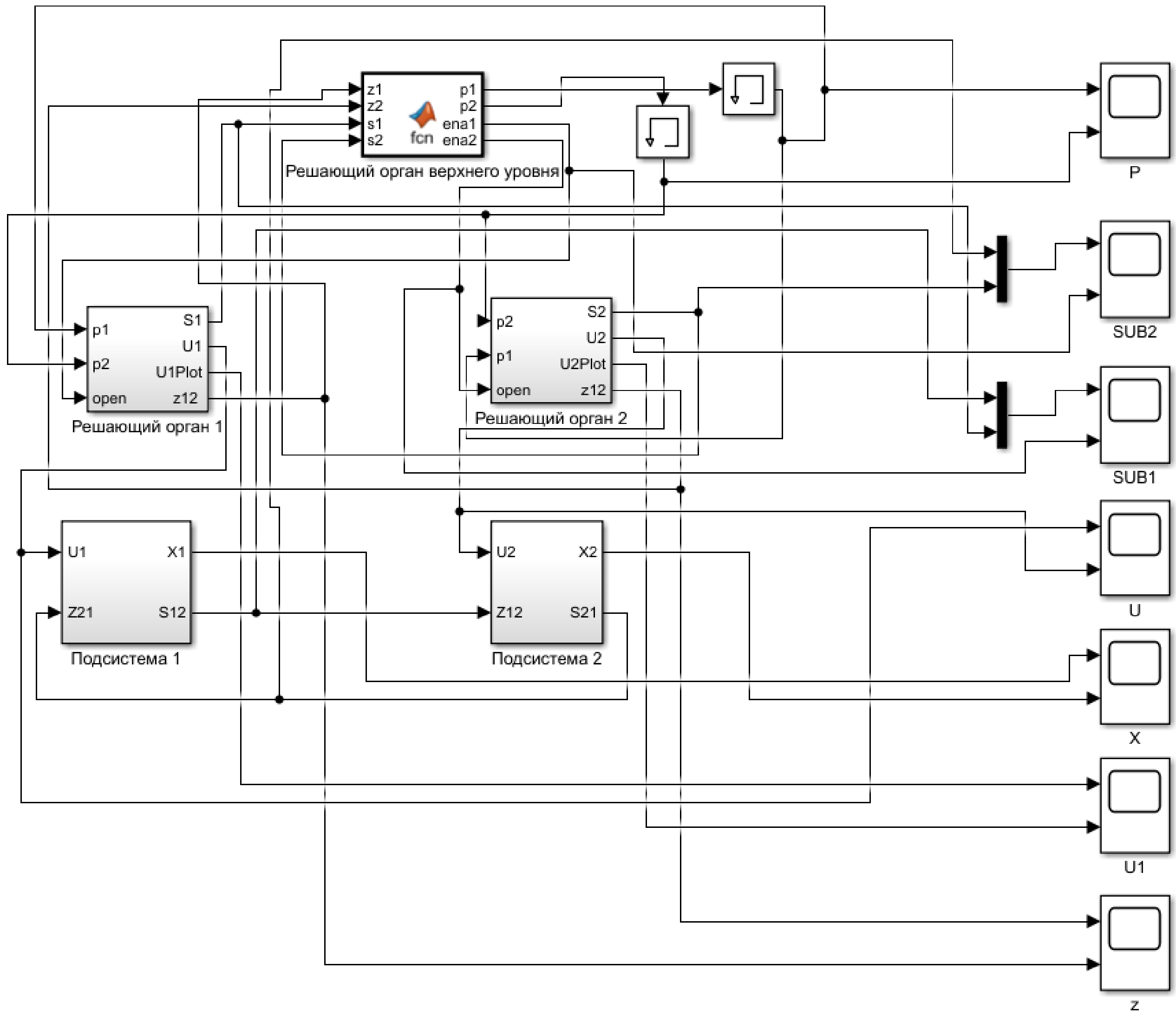

Рисунок 7 - Полная модель двухуровневой системы управления

3.4 Синтез решающих органов первого уровня

Перед началом моделирования требуется задать исходные данные: ε и γ. Величина шага спуска γ влияет на скорость сходимости решения, ε влияет как на отклонение решения от исходной глобальной цели, так и на скорость сходимости. Экспериментально были подобраны следующие значения:
$\varepsilon = 0.001$, $\gamma = 0.0025$
Динамика изменения связующих переменных ρ:

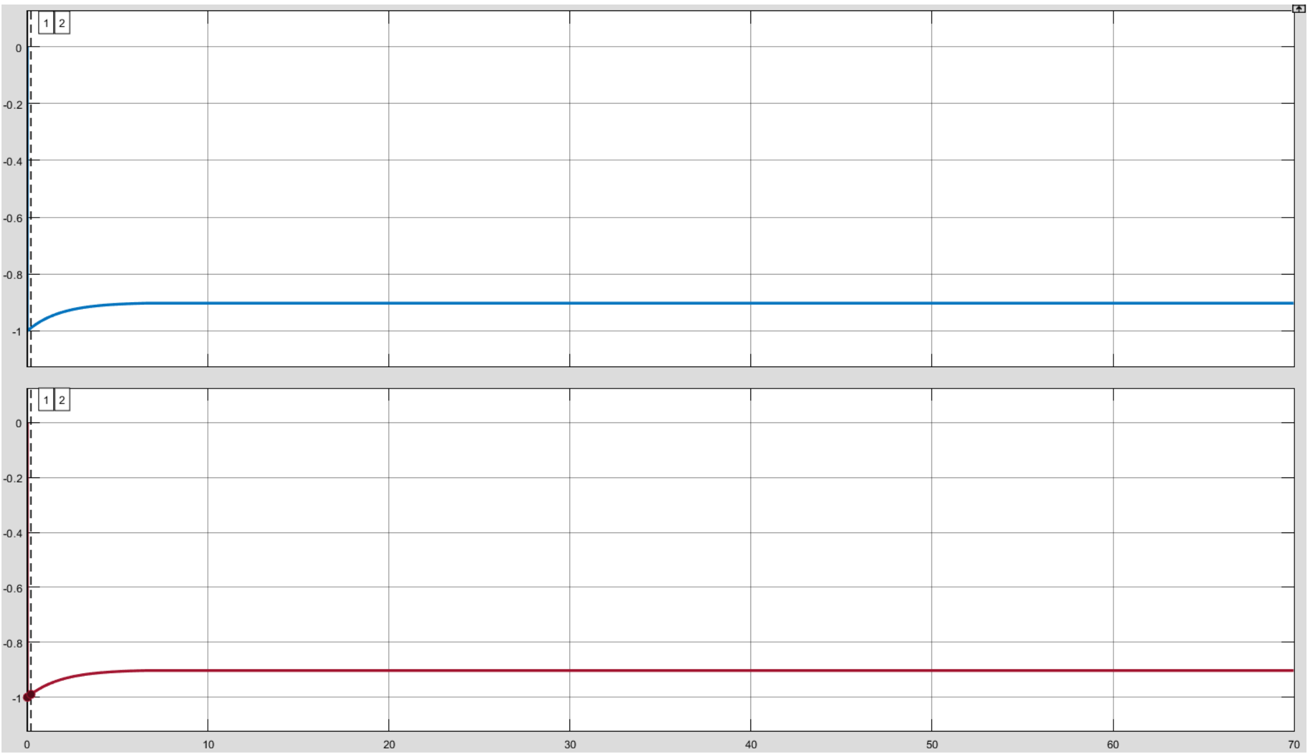

Рисунок 8 - Динамика изменения связующих переменных ρ при ε = 0.001, γ = 0.0025

Полученное решение:

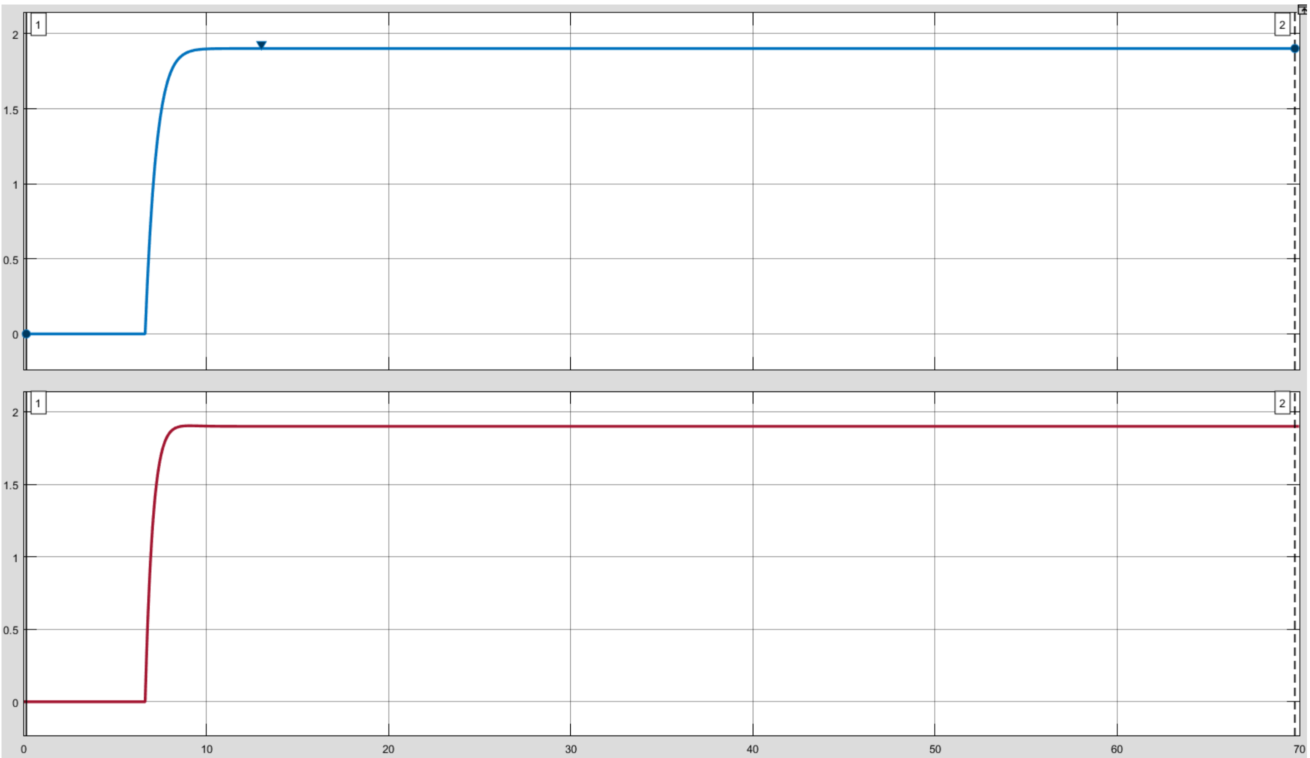

Рисунок 9 - Полученное решение при ε = 0.001, γ = 0.0025

ε = 0.001, γ = 0.075

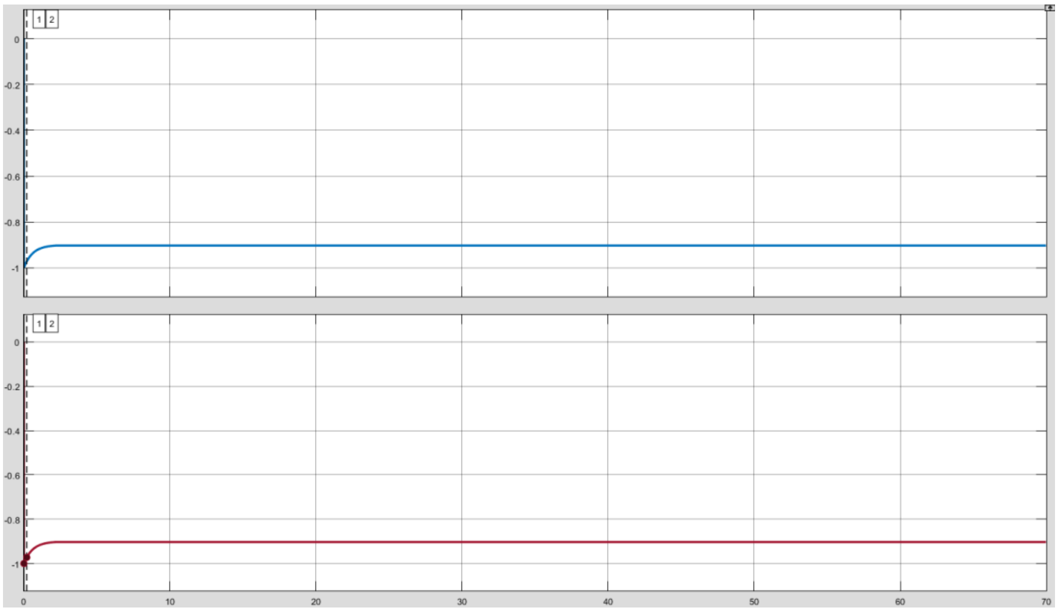

Рисунок 10 - Динамика изменения связующих переменных ρ при ε = 0.001, γ = 0.075

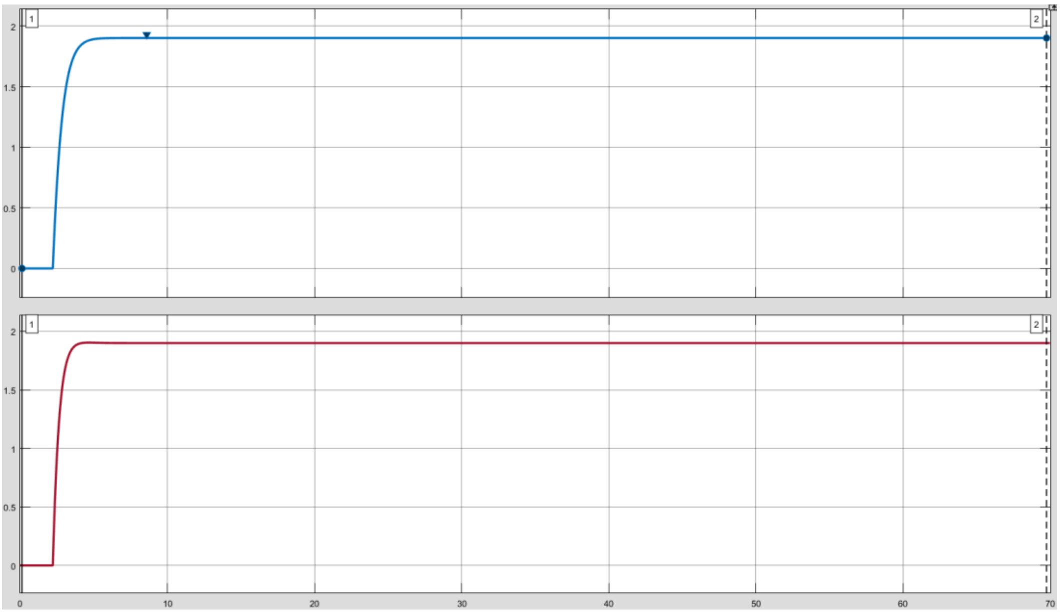

Рисунок 11 - Полученное решение при ε = 0.001, γ = 0.075

4. Выводы

Переход к многоуровневой системе управления позволил устранить необходимость введения компромиссных решений на этапе проектирования. Задача поиска компромисса и согласования работы подсистем в этом случае решается верхним уровнем. За счет этого стало возможным создать два независимых решающих органа, каждый из которых обеспечивает достижение локальной цели при учете согласующих переменных, вычисляемых координатором.

К недостаткам данного подхода можно отнести существенное усложнение структуры системы и продолжительный процесс поиска решения координатором (около 35.9 секунд в первом рассмотренном случае). Метод градиентного спуска, применяемый в координаторе, требует подбора двух параметров. При увеличении шага в градиентном спуске возможно достижение более высокой скорости поиска решения (0.121 секунды во втором рассмотренном случае) и более быстрого переходного процесса.