

Отчет по лабораторной работе №1

Движение носителей заряда  
в электрических и магнитных полях  
**Эффект Холла**

Работу выполнили студенты  
430 группы радиофизического факультета  
**Сарафанов Ф.Г., Платонова М.В.**

Нижний Новгород, 2 апреля – 13 апреля 2019 г.

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>1. Теоретическая часть</b> . . . . .	<b>3</b>
1.1. Элементарная теория эффекта Холла . . . . .	3
<b>2. Практическая часть</b> . . . . .	<b>6</b>
2.1. Измерение ВАХ образца и паразитного напряжения на контактах	6
2.2. Определение типа основных носителей в образце . . . . .	8
2.3. Расчёт постоянной Холла и подвижности основных носителей .	9
2.3.1. Фиксированный ток в образце . . . . .	9
2.3.2. Фиксированное поле в образце . . . . .	10
2.4. Усредненные характеристики . . . . .	11
<b>3. Результаты</b> . . . . .	<b>11</b>

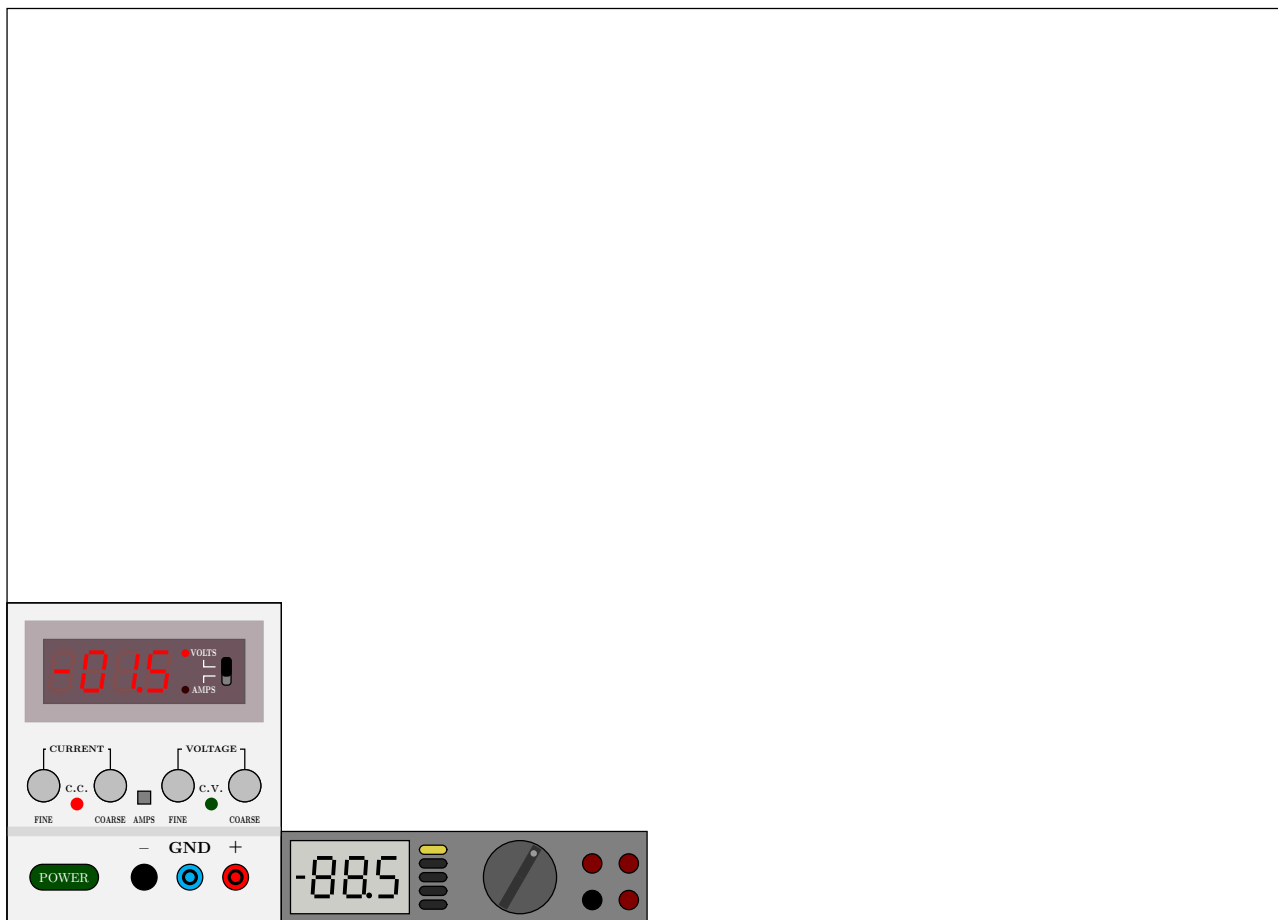


Рис. 1. Комнатка с приборами

## Введение

Особенности движения носителей заряда в электрических и магнитных полях определяют специфику функционирования подавляющего большинства приборов современной микроэлектроники. Данное описание содержит краткое изложение элементарных основ теории явлений переноса носителей заряда в однородном полупроводниковом материале. При этом речь пойдет как о движении в электрических полях различной напряженности, однородно и неоднородно распределенных в пространстве, так и о движении в скрещенных электрических и магнитных полях, т.е. в условиях проявления эффекта Холла.

# 1. Теоретическая часть

## 1.1. Элементарная теория эффекта Холла

Анализ транспорта носителей в полупроводниковых структурах, представленный в предыдущем разделе, требует знания концентрации носителей заряда и их подвижности в материале. Эти характеристики являются важными физическими величинами, определяющими многие свойства полупроводников, например, электропроводность, теплопроводность, термо-ЭДС и др.

Концентрацию и подвижность в отдельности можно определить, зная соотношение между ними. В данной работе это соотношение устанавливается экспериментально при помощи эффекта Холла.

Эффект Холла представляет собой поперечный гальваномагнитный эффект, суть которого заключается в следующем: если поместить полупроводниковую пластину во внешнее магнитное поле  $\mathbf{B}$  (рис. 2) и пропустить вдоль нее ток, то вследствие смещения движущихся зарядов к одной из граней пластины возникает поперечная разность потенциалов, называемая *ЭДС Холла*. При этом (см. рис. 2.б, 2.в), носители различных знаков смещаются к одной и той же боковой грани полупроводника, поэтому с изменением типа электропроводности меняется и знак ЭДС.

С помощью эффекта Холла можно экспериментально определить тип носителей, концентрацию и подвижность в данном полупроводниковом образце. Другим важным практическим применением этого эффекта являются измерения силы тока и мощности в цепях постоянного и переменного тока (вплоть до очень высоких частот), напряженности постоянных и переменных магнитных полей, преобразование сигналов, анализ спектров и т.д.

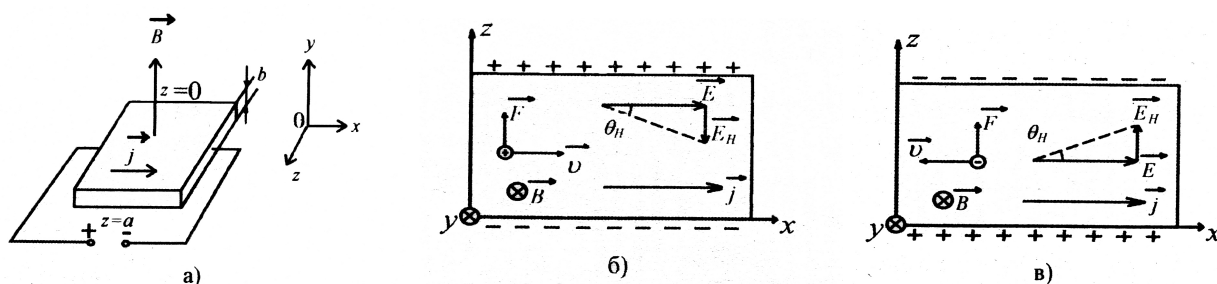


Рис. 2. Возникновение ЭДС Холла: схема эксперимента (а); смещение носителей заряда в дырочном (б) и электронном (в) полупроводниках, соответственно

Разберем эффект Холла более подробно. На рис. 2.а показан полупровод-

ник, две плоскости которого подключены через омические (т.е. невыпрямляющие) контакты к внешней батарее. Обозначим  $\mathbf{j}$  плотность тока в направлении Ох. Магнитное поле  $\mathbf{B}$  приложено в направлении Оу. Рассмотрим электрон,двигающийся в отрицательном направлении оси Ох со средней скоростью  $\mathbf{V}$ . На движущийся в магнитном поле электрон действует магнитная составляющая силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = -e[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

В результате действия этой силы траектория электрона будет искривляться в направлении оси z, и, поскольку в этом направлении ток протекать не может, электроны будут накапливаться на боковой поверхности ( $z = \pm a$ , см. рис. 2) до тех пор, пока не установится электрическое поле  $\mathbf{E}_H$ , достаточное для создания силы, равной магнитной составляющей силы Лоренца, но направленной противоположно. Приравнявая эти силы, получим:

$$\mathbf{E}_H = [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (1)$$

Воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$  - удельная проводимость образца,  $\mu_n = \frac{v}{E}$  - подвижность носителей. Соотношение (2) перепишем в следующем виде:

$$\mathbf{j} = e \cdot n \cdot \mu_n \cdot \mathbf{E} = -e \cdot n \cdot \mathbf{v}$$

Исключая  $v$  из соотношения (1), получим:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{1}{en}[\mathbf{j}, \mathbf{B}] = R[\mathbf{j}, \mathbf{B}]$$

Учитывая, что полный ток через образец  $I = j ab$ , а поперечная ЭДС  $U_H = E_H a$ , получим соотношение, связывающее ЭДС Холла с величиной электрического тока:

$$U_H = R \cdot \frac{I \cdot B}{b} \quad (3)$$

Величина  $R$  называется *постоянной Холла* и определяется как

$$R = -\frac{1}{e \cdot n} \quad (4)$$

Поперечную ЭДС  $U_H$ , ток  $I$ , напряженность магнитного поля  $B$  (для немагнитных образцов) и толщину  $b$  полупроводникового образца можно измерить. Это позволяет найти численное значение постоянной Холла.

В действительности, произведенный элементарный вывод коэффициента Холла (4) неточен: в нем не учтена разница между мгновенной скоростью электронов, входящей в выражение магнитной составляющей силы Лоренца, и дрейфовой скоростью, которую электрон приобретает под действием электрического поля. Кроме того, не учитывается распределение электронов по скоростям и механизмы рассеяния носителей. Формула (4) оказывается справедливой только для металлов и вырожденных полупроводников (вырожденным называется полупроводник с очень высокой, порядка  $10^{19}$  атом/см<sup>3</sup>, концентрацией примеси). Более строгий анализ дает для невырожденных полупроводников значение  $R$ , которое отличается от выражения (4) множителем  $A$ . Если учитывать рассеяние носителей только на кристаллической решетке (взаимодействие с фононами), то  $A = \frac{3\pi}{8}$ . В общем виде постоянная Холла может быть записана как:

$$\begin{aligned} R &= -\frac{A}{n \cdot e} \text{ (для полупроводника n-типа)} \\ R &= \frac{A}{p \cdot e} \text{ (для полупроводника p-типа)} \end{aligned} \quad (5)$$

где множитель  $A$  может принимать значения от 1 до 1.7. Знак минус в формуле (5) демонстрирует, что ЭДС Холла для электронного полупроводника имеет полярность, противоположную полярности для дырочного полупроводника.

Знание электропроводности и постоянной Холла позволяет найти как концентрацию носителей, так и их подвижность.

Обозначим через холловский угол  $\theta_H$  малый угол, который образует с осью  $x$  вектор напряженности суммарного электрического поля (см. рис. 2):

$$\theta_H \cong \operatorname{tg} \theta_H = \frac{E_H}{E} \quad (6)$$

Из 6 с учетом 2 и 1.1 получим:

$$\theta_H = \mu_{nH} \cdot B$$

где  $\theta_H$ -холловский угол в проводнике n-типа, а  $\mu_{nH}$  - так называемая *холловская подвижность* электронов (индекс  $H$  указывает на метод определения

подвижности). Численное значение холловской подвижности может расходиться с величиной подвижности, определенной другими методами (например, прямым способом, основанным на измерении времени распространения носителей тока по полупроводнику на определенное расстояние с известным ускоряющим полем). Последняя называется дрейфовой подвижностью. Дрейфовую подвижность можно определить из выражения 1.1, если, используя выражение 5, преобразовать его к виду:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{A}{en} \cdot [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] = -A \cdot \mu_{nd} \cdot [\mathbf{E}, \mathbf{B}], \quad (7)$$

где индекс d при  $\mu_{nd}$  указывает, что это дрейфовая подвижность электронов.

Из выражений (6)-(7) следует, что для электронов  $\mu_{nH} = A \cdot \mu_{nd}$ , а для дырок  $\mu_{pH} = A \cdot \mu_{pd}$ . Используя выражения (2) и (5), получим:

$$\mu_{(n,p)H} = R \cdot \sigma.$$

Приведенные выше выражения относились к полупроводникам, у которых концентрация неосновных носителей пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией основных (униполярная проводимость). Расчет постоянной Холла для материала со смешанной проводимостью приводит к формуле:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{n\mu_{nd}^2 - p\mu_{pd}^2}{(n\mu_{nd} + p\mu_{pd})^2}.$$

для собственного полупроводника ( $n = p = n_i$ ) получим:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{\mu_{nd}^2 - \mu_{pd}^2}{\mu_{nd} + \mu_{pd}} \cdot \frac{1}{n_i}.$$

## 2. Практическая часть

### 2.1. Измерение ВАХ образца и паразитного напряжения на контактах

На рис. 3 изображена ВАХ образца. По переменным напряжения и тока построена линейная регрессия таким образом, чтобы минимизировать сумму квадратов ошибок<sup>1</sup>. На полученную прямую ложатся прямоугольники по-

<sup>1</sup>Использовался Curve Fitting Tool из пакета MatLab

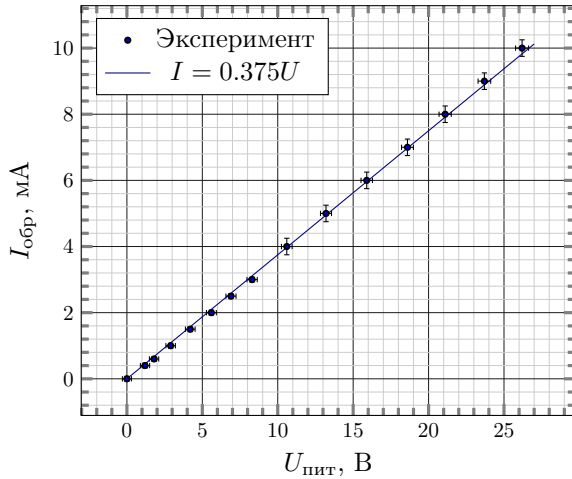


Рис. 3. ВАХ образца

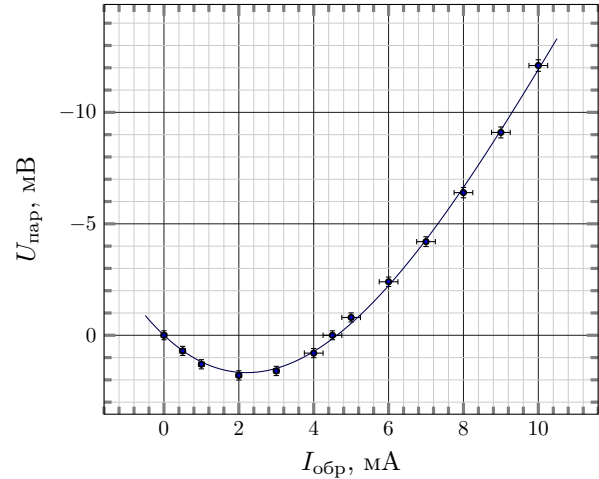


Рис. 4. Паразитное напряжение

грешностей:

$$\Delta U_{\text{пит}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ В}, \quad \Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

Исходя из полученной линейной зависимости, учитывая погрешность измерительных приборов, найдено полное сопротивление цепи. В цепи, согласно схеме установки, последовательно включено сопротивление  $R_1 = 1570 \text{ Ом}$ , отсюда

$$R_{\text{цепи}} = 2600 \pm 27 \text{ Ом}, \quad R = 1030 \pm 27 \text{ Ом}$$

Исходя из *a priori* известных размеров образца: длины  $l = 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ , ширины  $d = 1.9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$  и толщины  $b = 3.3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , получены удельные сопротивление и проводимость материала образца:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{R \cdot d \cdot b}{l} = 0.029 \pm 0.001 \text{ Ом} \cdot \text{м}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = 34.1 \pm 0.1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$$

Погрешности здесь рассчитаны без учета неточности измерения образца. Кроме того, могла возникнуть систематическая ошибка за счет неидеальности контактов проводов с образцом, временного дрейфа характеристик измеряющих приборов и т.п. Без дополнительных изысканий может быть разумно полагаться только на порядок измеренных величин.

На рис. 4 изображена зависимость паразитного напряжения на образце от тока, протекающего через образец. Кривая паразитного напряжения на контактах при токе в диапазоне  $0 \dots 10 \text{ мА}$  хорошо аппроксимируется кривой

$$U_{\text{пар}} = 0.01192 \cdot I^3 - 0.3959 \cdot I^2 + 1.575 \cdot I \quad (8)$$



Результаты ложатся на аппроксимирующую кривую в пределах прямоугольников ошибок:

$$\Delta U_{\text{пар}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ мВ}, \quad \Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

В последующих экспериментах из снятого напряжения на контактах везде вычитались значения паразитного напряжения, рассчитанные по формуле (8).

## 2.2. Определение типа основных носителей в образце

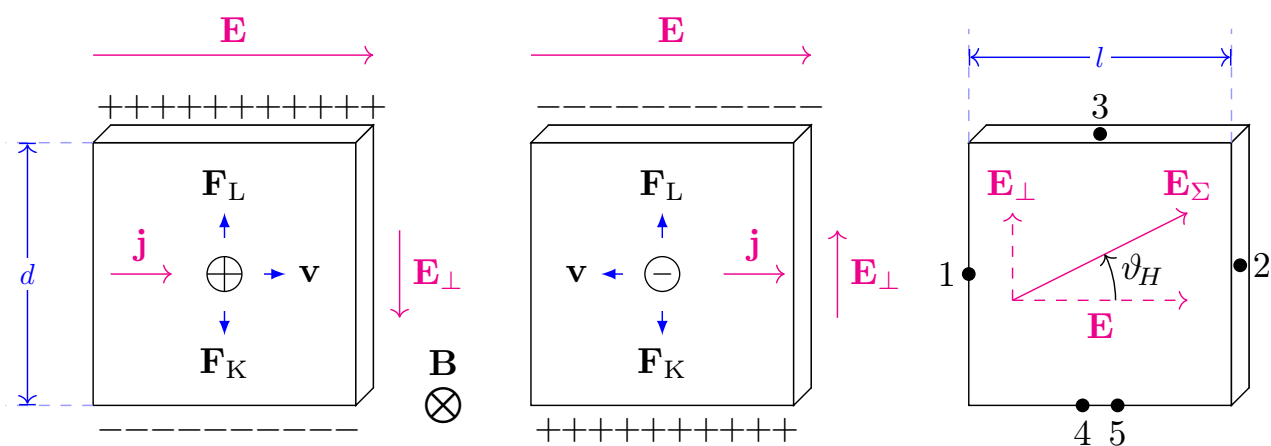


Рис. 5. Эффект Холла при дырочной и электронной проводимости [1]

Зная направление магнитного поля и схему включения образца, можно найти тип носителей полупроводника.

Согласно схеме подключения, поле электромагнита направлено в плоскость рисунка, ток течет от контакта 1 к контакту 2, а милливольтметр подключен клеммой «-» к нижней грани образца (через балансиговочную цепь к контактам 4 и 5) и клеммой «+» к верхней грани (контакт 3).

Сила, действующая на заряд в магнитном поле, вызывает разделение зарядов по боковым граням полупроводника, при этом на гранях возникает разность потенциалов (для дырочного и электронного случая на рис. 5 показано разделение зарядов)

В нашем случае милливольтметр снимал отрицательное напряжение при данных условиях, а значит, согласно рисунку, носители заряда – электроны.

## 2.3. Расчёт постоянной Холла и подвижности основных носителей

Согласно формуле (3), в линейном приближении можно, зафиксировав одну из переменных (поле магнита или ток), и снимая зависимость от другой переменной, найти постоянную Холла.

### 2.3.1. Фиксированный ток в образце

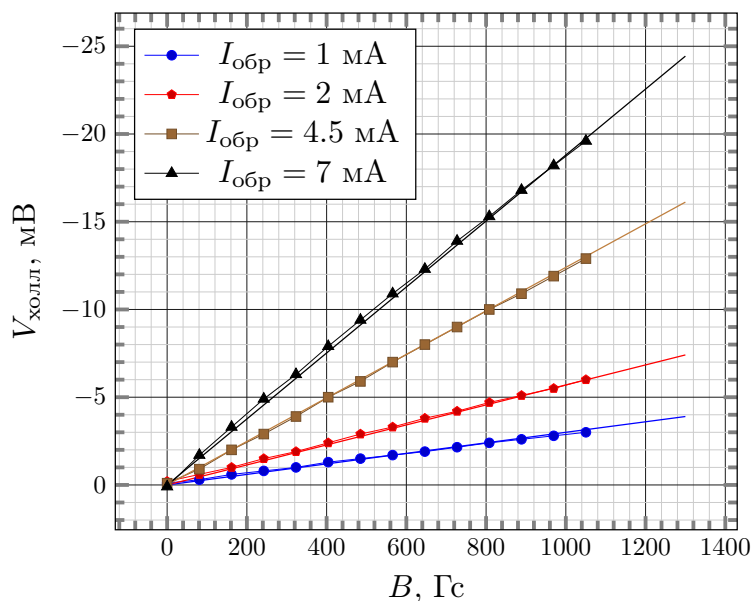


Рис. 6. Зависимость ЭДС Холла от магнитного поля при нескольких фиксированных значениях тока образца. График построен с учётом паразитного напряжения на контактах.

В данном эксперименте мы фиксировали четыре значения тока и при них снимали зависимость холловского напряжения от поля магнита. Полученные зависимости построены на графике 6.

$$\Delta V_{\text{Холл}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ мВ}, \quad \Delta B = \pm 0.808 \cdot (0.5\% + 0.2) \text{ Гс},$$

$$\Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

Каждый набор экспериментальных точек был аппроксимирован линейной функцией, исходя из неё и инструментальных погрешностей были найдены

соответствующие значения постоянной Холла:

$$R_1 = (9.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_2 = (9.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}},$$

$$R_{4.5} = (9.1 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_7 = (8.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

### 2.3.2. Фиксированное поле в образце

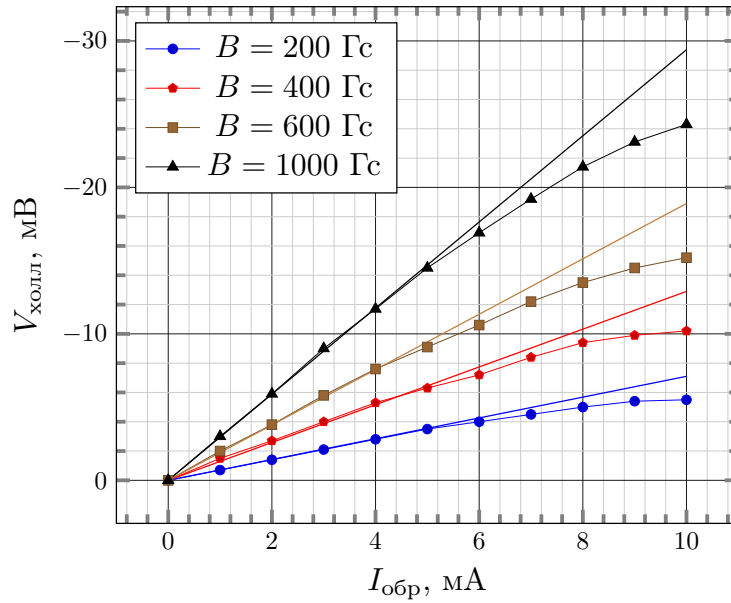


Рис. 7. Зависимость ЭДС Холла от тока образца при нескольких фиксированных значениях магнитного поля. График построен с учётом паразитного напряжения на контактах.

В данном эксперименте расчет постоянной Холла аналогичен предыдущей. Отличие в том, что при повышении тока через образец появляются нелинейные эффекты, и элементарная теория эффекта Холла перестает работать. Поэтому подбор линейной регрессии осуществлялся таким образом, чтобы прямая наилучшим образом аппроксимировала экспериментальные точки на линейном участке (см. рис. 7). В результате расчетов получили

$$R_{200} = (11.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_{500} = (10.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}},$$

$$R_{600} = (10.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_{1000} = (9.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

## 2.4. Усредненные характеристики

Из полученных данных можем найти среднее значение постоянной Холла:

$$\langle R \rangle = (9.85 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

Посчитав значение постоянной Холла и удельной проводимости, можем оценить подвижность основных носителей в образце:

$$\langle \mu_H \rangle = \langle R \rangle \cdot \sigma = (3.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

А из формулы (5) можем оценить концентрацию носителей:

$$\langle n \rangle \sim 10^{22} \frac{1}{\text{м}^3}$$

## 3. Результаты

В данной работе был изучен эффект Холла, определен тип носителей заряда исходного образца. Определена постоянная Холла

$$\langle R \rangle = (9.85 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

Оценена концентрация носителей в образце

$$n \sim 10^{22} \text{ м}^{-3}$$

Оценена подвижность носителей

$$\langle \mu_H \rangle = \langle R \rangle \cdot \sigma = (3.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

А также получена удельная проводимость образца

$$\sigma = 34.1 \pm 0.1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$$

## Список литературы

[1] Сарафанов Ф.Г. Блог «Physics & other». Н.Новгород: РФФ ННГУ, 2019.

- [2] Сарафанов Ф.Г., Понур К.А., Сидоров Д.А. Отчет по работе «эффект Холла» (<https://github.com/FedorSarafanov/HallEffect>)
- [3] Понур К.А., Карусевич А.А. Отчет по работе «Движение носителей заряда в электрических и магнитных полях» (<https://github.com/KirillPonur/quant-hall-effect>)
- [4] Битюрин Ю.А. и др. Движение носителей заряда в электрических и магнитных полях. Эффект Холла: описание к лабораторной работе. – Н.Новгород: ННГУ, 2004 – 32 с.
- [5] Битюрин Ю.А. и др. Измерение ширины запрещенной зоны. Описание к лабораторной работе. Н.Новгород: ННГУ, 2004