# Отчет по лабораторной работе N2

# Движение носителей заряда в электрических и магнитных полях. Эффект Холла

Выполнили студенты 430 группы Виноградов И.Д., Шиков А.П.

## Введение

## 1. Теоретическая часть

## Введение

Особенности движения носителей заряда в электрических и магнитных полях определяют специфику функционирования подавляющего большинства приборов современной микроэлектроники. Данное описание содержит краткое изложение элементарных основ теории явлений переноса носителей заряда в однородном полупроводниковом материале. При этом речь пойдет как о движении в электрических полях различной напряженности, однородно и неоднородно распределенных в пространстве, так и о движении в скрещенных электрических и магнитных полях, т.е. в условиях проявления эффекта Холла. Для работы любой радиолинии необходимо, чтобы ток возбуждения антенны на её передающем конце отображал передаваемый сигнал, т.е. необходимо каким-то образом «записать» его на токе высокой частоты.

## 1.1. Элементарная теория эффекта Холла

Анализ транспорта носителей в полупроводниковых структурах, представленный в предыдущем разделе, требует знания концентрации носителей заряда и их подвижности в материале. Эти характеристики являются важными физическими величинами, определяющими многие свойства полупроводников, например, электропроводность, теплопроводность, термо-ЭДС и др.

Концентрацию и подвижность в отдельности можно определить, зная соотношение между ними. В данной работе это соотношение устанавливается экспериментально при помощи эффекта Холла.

Эффект Холла представляет собой поперечный гальваномагнитный эффект, суть которого заключается в следующем: если поместить полупроводниковую пластину во внешнее магнитное поле **B** (рис. 1) и пропустить вдоль нее ток, то вследствие смещения движущихся зарядов к одной из граней пластины возникает поперечная разность потенциалов, называемая ЭДС Холла. При этом (см. рис. 1.б, 1.в), носители различных знаков смещаются к одной и той же боковой грани полупроводника, поэтому с изменением типа электропроводности меняется и знак ЭДС.

С помощью эффекта Холла можно экспериментально определить тип носителей, концентрацию и подвижность в данном полупроводниковом образце. Другим важным практическим приложением этого эффекта являются измерения силы тока и мощности в цепях постоянного и переменного тока (вплоть до очень высоких частот), напряженности постоянных и переменных магнитных полей, преобразование сигналов, анализ спектров и т.д.

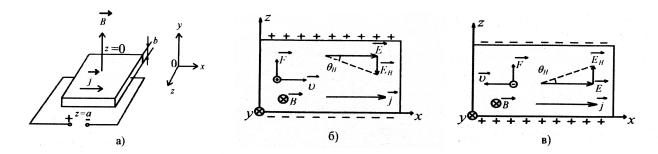


Рис. 1: Возникновение ЭДС Холла: схема эксперимента (a); смещение носителей заряда в дырочном (б) и электронном (в) полупроводниках, соответственно

Разберем эффект Холла более подробно. На рис. 1.а показан полупроводник, две плоскости которого подключены через омические (т.е. невыпрямляющие) контакты к внешней батарее. Обозначим **j** плотность тока в направлении Ох. Магнитное поле **B** приложено в направлении Оу. Рассмотрим электрон, двигающийся в отрицательном направлении оси Ох со средней скоростью **V**. На движущийся в магнитном поле электрон действует магнитная составляющая силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = -e[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

В результате действия этой силы траектория электрона будет искривляться в направлении оси z, и, поскольку в этом направлении ток протекать не может, электроны будут накапливаться на боковой поверхности ( $z=\pm a$ , см. рис. 1) до тех пор, пока не установится электрическое поле  $\mathbf{E}_H$ , достаточное для создания силы. равной магнитной составляющей силы Лоренца, но направленной противоположно. Приравнивая эти силы, получим:

$$\mathbf{E}_H = [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \tag{1}$$

Воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},\tag{2}$$

где  $\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$  - удельная проводимость образца,  $\mu_n = \frac{v}{E}$  - подвижность носителей. Соотношение (2) перепишем в следующем виде:

$$\mathbf{j} = e \cdot n \cdot \mu_n \cdot \mathbf{E} = -e \cdot n \cdot \mathbf{v}$$

Исключая v из соотношения (1), получим:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{1}{en}[\mathbf{j}, \mathbf{B}] = R[\mathbf{j}, \mathbf{B}]$$

Учитывая, что полный ток через образец I = jab, а поперечная ЭДС  $U_H = E_H a$ , получим соотношение, связывающее ЭДС Холла с величиной электрического тока:

$$U_H = R \cdot \frac{I \cdot B}{b} \tag{3}$$

Величина R называется постоянной Холла и определяется как

$$R = -\frac{1}{e \cdot n} \tag{4}$$

Поперечную ЭДС  $U_H$ , ток I, напряженность магнитного поля B (для немагнитных образцов) и толщину b полупроводникового образца можно измерить. Это позволяет найти численное значение постоянной Холла.

В действительности, произведенный элементарный вывод коэффициента Холла (4) неточен: в нем не учтена разница между мгновенной скоростью электронов, входящей в выражение магнитной составляющей силы Лоренца, и дрейфовой скоростью, которую электрон приобретает под действием электрического поля. Кроме того, не учитывается распределение электронов по скоростям и механизмы рассеяния носителей. Формула (4) оказывается справедливой только для металлов и вырожденных полупроводников (вырожденным называется полупроводник с очень высокой, порядка  $10^{19}$  атом/см<sup>3</sup>, концентрацией примеси). Более строгий анализ дает для невырожденных полупроводников значение R, которое отличается от выражения (4) множителем A. Если учитывать рассеяние носителей только на кристаллической решетке (взаимодействие с фононами), то  $A = \frac{3\pi}{8}$ . В общем виде постоянная Холла может быть записана как:

$$R = -\frac{A}{n \cdot e}$$
 (для полупроводника n-типа)  $R = \frac{A}{p \cdot e}$  (для полупроводника p-типа) (5)

где множитель A может принимать значения от 1 до 1.7. Знак минус в формуле (5) демонстрирует, что ЭДС Холла для электронного полупроводника имеет полярность, противоположную полярности для дырочного полупроводника.

Знание электропроводности и постоянной Холла позволяет найти как концентрацию носителей, так и их подвижность.

Обозначим через холловский угол  $\theta_H$  малый угол, который образует с осью х вектор напряженности суммарного электрического поля (см. рис. 1):

$$\theta_H \cong \operatorname{tg} \theta_H = \frac{E_H}{E} \tag{6}$$

Из 6 с учетом 2 и 1.1 получим:

$$\theta_H = \mu_{nH} \cdot B$$

где  $\theta_H$ -холловский угол в проводнике n-типа, а  $\mu_{nH}$  - так называемая холловская подвижности ность электронов (индекс H указывает на метод определения подвижности). Численное значение холловской подвижности может расходиться с величиной подвижности, определенной другими методами (например, прямым способом, основанным на измерении времени распространения носителей тока по полупроводнику на определенное расстояние с известным ускоряющим полем). Последняя называется дрейфовой подвижностью. Дрейфовую подвижность можно определить из выражения 1.1, если, используя выражение 5, преобразовать его к виду:

$$\mathbf{E}_{H} = -\frac{A}{en} \cdot [\mathbf{j}, \mathbf{B}] = -A \cdot \mu_{nd} \cdot [\mathbf{E}, \mathbf{B}], \tag{7}$$

где индекс d при  $\mu_{nd}$  указывает, что это дрейфовая подвижность электронов.

Из выражений (6)-(7) следует, что для электронов  $\mu_{nH} = A \cdot \mu_{nd}$ , а для дырок  $\mu_{pH} = A \cdot \mu_{pd}$ . Используя выражения (2) и (5), получим:

$$\mu_{(n,p)H} = R \cdot \sigma.$$

Приведенные выше выражения относились к полупроводникам, у которых концентрация неосновных носителей пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией основных (униполярная проводимость). Расчет постоянной Холла для материала со смешанной проводимостью приводит к формуле:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{n\mu_{nd}^2 - p\mu_{pd}^2}{(n\mu_{nd} + p\mu_{pd})^2}.$$

для собственного полупроводника ( $n = p = n_i$ ) получим:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{\mu_{nd}^2 - \mu_{pd}^2}{\mu_{nd} + \mu_{pd}} \cdot \frac{1}{n_i}.$$

## Эксперимент

#### Оборудование

- 1. Источник питания образца GPS-3030D.
- 2. Мультиметр APPA201N в режиме измерения постоянного напряжения на пределе  $200~\mathrm{mB}.$
- 3. Согласующий модуль
- 4. Исследуемый образец (l=22 мм, w=1.9 мм, d=0.33 мм)
- 5. Электромагнит в виде катушки с обмоткой из медного провода
- 6. Источник питания электромагнита GPS-3030D.

## 1.2. Схема лабораторной установки

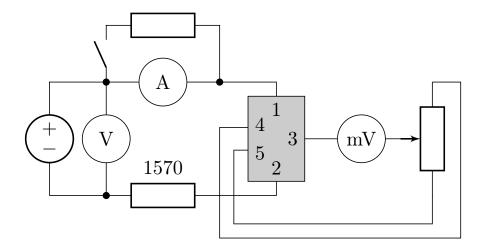


Рис. 2: Принципиальная схема включения (использовалось только направление  $1 \to 2$ )

Напряжение с источника питания GPS-3030D, работающего в режиме стабилизации напряжения, подаётся на образец через ограничительный резистор R1. Измерение тока образца производится стрелочным миллиамперметром, находящимся на передней панели согласующего модуля. Переключение пределов измерения миллиамперметра (10 мА – 3 мА) позволяет увеличить точность измерения тока образца. Сопротивление миллиамперметра при работе на пределе «3 мА» – 171 Ом, на пределе «10 мА» – 51 Ом. Для изменения направления тока через образец служит переключатель «Направление тока», имеющий среднее положение, в котором образец отключён от источника питания. Для измерения

ЭДС Холла используется мультиметр в режиме измерения постоянного напряжения на пределе 200 мВ.

Один из выводов мультиметра подсоединяется к контакту 3 образца, другой – к резистору R2 «Балансировка».

## 2. Практическая часть

# 2.1. Измерение BAX образца и паразитного напряжения на контактах

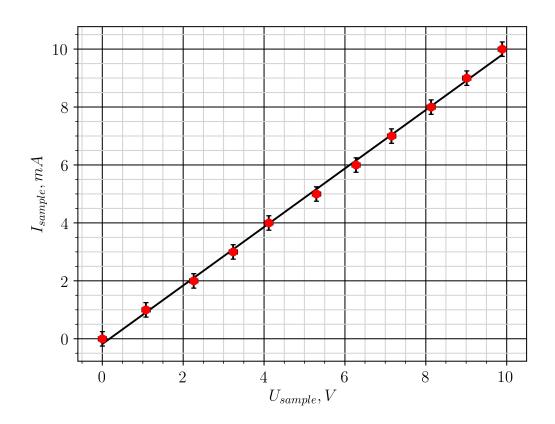


Рис. 3: ВАХ образца

На рис. 3 изображена ВАХ образца (Погрешность тока  $\Delta I_{sample} = I_{\max} \cdot 2.5\% = \pm 0.25$  мА, погрешность напряжения  $\Delta U = \pm 0.1V$ ). Учитывая, что снимаемое напряжение - это напряжение на всей цепи, включая образец, то напряжение на образце было рассчитано из закона Ома:

$$U_{qen} = U_{sample} + I \cdot (R_1 + 51)$$

$$U_{sample} = U_{gen} - I \cdot (1621)$$

По переменным напряжения и тока построена линейная регрессия, показывающая, что данные хорошо апроксимируются прямой.

Исходя из полученной линейной зависимости (наклон прямой), учитывая погрешность измерительных приборов, найдено сопротивление образца, и полное сопротивление цепи. Согласно схеме установки, в цепь последовательно включено сопротивление  $R_1 = 1570$  Ом + сопротивление амперметра, отсюда

$$R_{sample} = 1010 \pm 25 \text{ Om} \quad R_{\text{пепи}} = 2630 \pm 25 \text{ Om},$$

Исходя из ранее известных размеров образца: длины  $l=2.2\cdot 10^{-2}$  м, ширины  $w=1.9\cdot 10^{-3}$  м и толщины  $d=3.3\cdot 10^{-4}$  м, получены удельные сопротивление и проводимость материала образца:

$$\rho = \frac{R_{sample} \cdot S}{l} = \frac{R_{sample} \cdot w \cdot d}{l} = 0.029 \pm 7 \cdot 10^{-4} \text{ Om·m}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = 34.1 \pm 0.1 \text{ Om}^{-1} \cdot \text{M}^{-1}$$

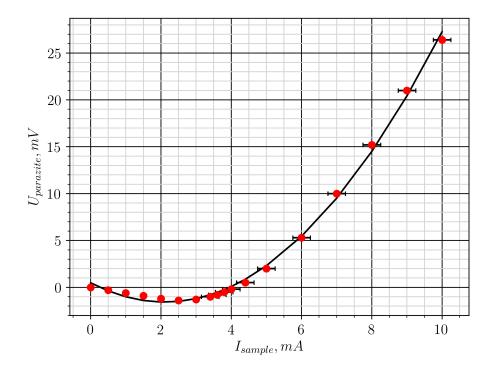


Рис. 4: Паразитное напряжение

На рис. 4 изображена зависимость паразитного напряжения на образце от тока, протекающего через образец. Кривая паразитного напряжения на контактах снималась при токе в диапазоне 0...10 мА.(Погрешность тока  $\Delta I_{sample} = I_{max} \cdot 2.5\% = \pm 0.25$  мА, погрешность напряжения  $\Delta U = \pm 0.1 mV$ ) В последующих экспериментах из снятого напряжения на контактах везде вычитались значения паразитного напряжения.

## 2.2. Определение типа основных носителей в образце

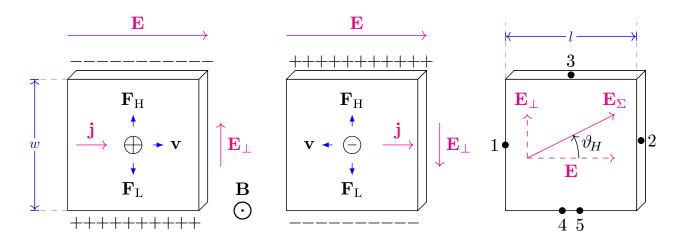


Рис. 5: Эффект Холла при дырочной и электронной проводимости

Зная направление магнитного поля и схему включения образца, можно найти тип носителей полупроводника.

Ток течет от контакта 1 к контакту 2, милливольтметр подключен клеммой «+» к нижней грани образца (через балансировочную цепь к контактам 4 и 5) и клеммой «-» к верхней грани (контакт 3).

Сила, действующая на заряд в магнитном поле, вызывает разделение зарядов по боковым граням полупроводника, при этом на гранях возникает разность потенциалов (для дырочного и электронного случая на рис. 5 показано разделение зарядов)

Милливольтметр снимал положительное напряжение при данных условиях, и согласно приведенным выше соображениям, носители заряда – дырки.

### 2.3. Расчёт постоянной Холла и подвижности основных носителей

Согласно формуле (3), в линейном приближении можно, зафиксировав одну из переменных (поле магнита или ток), и снимая зависимость от другой переменной, найти постоянную Холла. Сначала фиксировался ток образца, а потом ток через электромагнит.

#### Фиксированный ток в образце

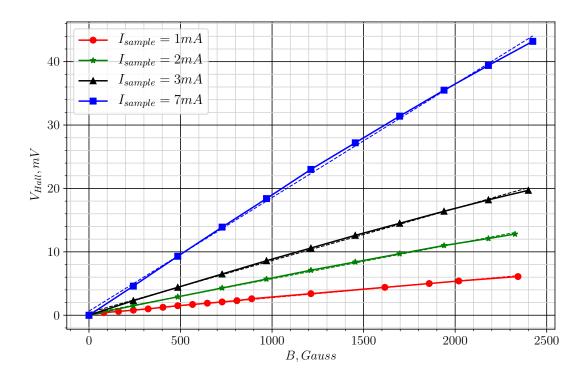


Рис. 6: Зависимость ЭДС Холла от напряженности магнитного поля при фиксированном значении тока образца(с учётом паразитного напряжения на контактах).

В эксперименте фиксировались значения тока образца (от 1 до 7 мА) и при них снимали зависимость напряжения  $V_{Hall}$  от напряженности поля электромагнита. Полученные зависимости построены на графике 6( Погрешности:  $\Delta V_{Hall} = \pm 0.1$  мВ,  $\Delta B = \pm 808 \cdot 0.1$  Гс,  $\Delta I_{\text{oбp}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% = \pm 0.25$  мА).

Для каждого значения тока образца была проведена линейная регрессия, исходя из неё и инструментальных погрешностей были найдены соответствующие значения постоянной Холла:

$$R_{1} = (8.52 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^{3}}{\text{A} \cdot \text{c}}, \quad R_{2} = (9.1 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^{3}}{\text{A} \cdot \text{c}},$$

$$R_{3} = (9.04 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^{3}}{\text{A} \cdot \text{c}}, \quad R_{7} = (8.44 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^{3}}{\text{A} \cdot \text{c}}$$

$$\langle R_{H} \rangle = (8.78 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^{3}}{\text{A} \cdot \text{c}}$$

#### Фиксированное поле в образце

В эксперименте фиксировались значения тока катушки (от 0.25 до 1 A, от 200 до 800 Гс соответственно) и при них снимали зависимость напряжения  $V_{Hall}$  от тока образца.

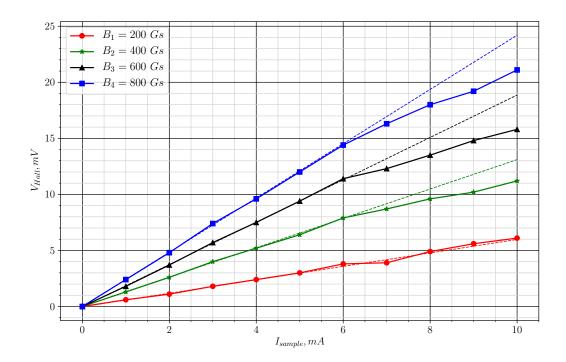


Рис. 7: Зависимость ЭДС Холла от тока образца при нескольких фиксированных значениях магнитного поля. График построен с учётом паразитного напряжения на контактах.

Расчет постоянной Холла аналогичен предыдущему пункту. Отличие в том, что при повышении тока через образец появляются нелинейные эффекты, и элементарная терия эффекта Холла перестает работать. Поэтому подбор линейной регрессии осуществлялся таким образом, чтобы прямая наилучшим образом аппроксимировала экспериментальные точки на линейном участке (см. рис. 7). В результате расчетов получили значения постоянной Холла для каждого значения напряженности:

$$R_{200} = (9.8 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}}, \quad R_{400} = (10.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}},$$

$$R_{600} = (10.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}}, \quad R_{800} = (9.88 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}}$$

$$\langle R_H \rangle = (10.17 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}}$$

## 2.4. Обработка результатов

Из полученных в предыдущих экспериментах значений можем найти среднее значение постоянной Холла:

$$\langle R_H \rangle = (9.45 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{M}^3}{\text{A} \cdot \text{c}}$$

Посчитав значение постоянной Холла и удельной проводимости, можно оценить подвижность основных носителей в образце:

$$\langle \mu_H \rangle = \langle R_H \rangle \cdot \sigma = (3.35 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{M}^2}{\text{B} \cdot \text{c}}$$

Также можно оценить концентрацию основных носителей:

$$\langle p \rangle = \frac{3\pi}{8R_H e} \approx 10^{22} \text{ M}^{-3}$$

## 3. Результаты

В данной работе был изучен эффект Холла, определен тип носителей заряда исходного образца. Определена постоянная Холла, оценена концентрация носителей в образце, подвижность носителей и проводимость образца

- $\langle R \rangle = (9.45 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{M^3}{A \cdot c}$
- $p \sim 10^{22} \text{ m}^{-3}$
- $\langle \mu_H \rangle = \langle R \rangle \cdot \sigma = (3.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{M^2}{\text{Byr}}$
- $\sigma = 34.1 \pm 0.1 \text{ Om}^{-1} \cdot \text{M}^{-1}$