

$$\frac{1}{m^*_{ij}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} \bigg|_{\vec{k}=\vec{k}_0} \quad (1.6)$$

Выбрав соответствующую систему координат можно свести данный тензор к диагональному виду. В простейшем случае все компоненты тензора одинаковы, и тензор вырождается в скаляр, а закон дисперсии принимает параболическую форму

$$W(\vec{k}) = W(\vec{k}_0) + \frac{1}{2m^*} \hbar^2 (\vec{k} - \vec{k}_0)^2. \quad (1.7)$$

Тогда уравнение движения электрона (1.4b) преобразуется к виду

$$m^* \vec{a} = -e(\vec{E} + [\vec{v}_g, \vec{B}]). \quad (1.8)$$

где  $\vec{a}$  - ускорение электрона. Из формулы (1.8) следует, что электрон в периодическом поле идеальной кристаллической решетки при воздействии внешнего электрического или магнитного поля ускоряется относительно решетки так, как если бы его масса была равна эффективной массе. Заметим, что эффективная масса электрона может принимать как положительные (около дна разрешенной зоны), так и отрицательные (около потолка разрешенной зоны) значения. Одной из самых впечатляющих особенностей теории твердых тел является использование понятия дырок. Незанятые электронами (вакантные) состояния называют *дырочными* состояниями или просто *дырками*. Оказывается, что ток, получаемый при заполнении электронами совокупности определенного количества уровней в зоне, в точности совпадает с тем, который можно получить, если а) оставить эти уровни незаполненными и б) заполнить все остальные состояния в зоне частицами с положительным зарядом  $+e$  (противоположным заряду электрона). Подчеркнем, что для одной и той же зоны нельзя пользоваться сразу двумя способами описания. Если считать, что ток переносят электроны, то незаполненные уровни не дают в него никакого вклада; если же считать, что ток переносят дырки, то отсутствует вклад от электронов. Допустимо, однако, одни зоны описывать на языке электронов, а другие - на языке дырок, в зависимости от того, какой способ описания более удобен. Физические свойства дырки вытекают из факта заполненности электронами всех остальных состояний зоны.



## ВВЕДЕНИЕ

Особенности движения носителей заряда в электрических и магнитных полях определяют специфику функционирования подавляющего большинства приборов современной микроэлектроники. Данное описание содержит краткое изложение элементарных основ теории явлений переноса носителей заряда в однородном полупроводниковом материале. При этом речь пойдет как о движении в электрических полях различной напряженности, однородно и неоднородно распределенных в пространстве, так и о движении в скрещенных электрических и магнитных полях, т.е. в условиях проявления эффекта Холла.

## 1. ДВИЖЕНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Описание движения электрона в полупроводнике представляет собой достаточно сложную задачу, так как кроме внешних приложенных электрических и магнитных полей на электрон действует поля со стороны ионов, образующих кристаллическую решетку, и оставшихся электронов. Для того чтобы последующий материал был более доступен, мы последовательно рассмотрим движение электрона в идеальной кристаллической решетке, затем в решетке с дефектами и закончим данный раздел описанием движения ансамбля электронов в реальных полупроводниках.

## 1.1. Полуклассическая модель движения электронов в полупроводниках с идеальной кристаллической решеткой

Идеальная кристаллическая решетка представляет собой совокупность атомов, периодически (с периодом, равным периоду кристаллической решетки  $a$ ) расположенных в пространстве. Потенциальная энергия электрона  $V(\mathbf{r})$  в идеальной кристаллической решетке также является периодической функцией с периодом равным периоду кристаллической решетки:  $V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + a)$ . Теорема Блоха утверждает, что собственные функции электрона, движущегося в таком периодическом поле, представляют собой модулированные плоские волны вида

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{r})} U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1.1)$$

$$D = \frac{kT}{e} \mu \quad (1.18)$$

и выражением для дрейфовой скорости носителей заряда как функции электрического поля

$$v_n = v_n(E) \text{ и } v_p = v_p(E) \quad (1.19)$$

Тогда выражение для полной плотности тока в полупроводнике записывается в виде

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p + \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.20)$$

где третье слагаемое описывает ток смещения

#### 1.4. Движение носителей заряда в резко изменяющихся во времени или в пространстве электрических полях

Для описания движения носителей заряда в полупроводниковых структурах при резко изменяющихся полях используется система уравнений, которая, помимо уравнений (1.15) - (1.17) включает в себя уравнение баланса импульса (1.23), уравнение баланса энергии (1.24) и выражение для плотности потока энергии (1.26). В случае транспорта электронов полная система уравнений имеет следующий вид

$$\Delta \varphi = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (N_d - n) \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\text{div } \vec{j}_n}{e} \quad (1.22)$$

$$\frac{d(m^* \vec{v})}{dt} = -e \vec{E} - \frac{m^* \vec{v}}{\tau_p} \quad (1.23)$$



$$\frac{\partial(W \cdot n)}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{j}_W + \left( \vec{j}_n, \vec{E} \right) - \frac{n(W - W_0)}{\tau_W} \quad (1.24)$$

$$\vec{j}_n = -en \vec{v} + e \cdot \operatorname{grad}(D_n n) \quad (1.25)$$

$$\vec{j}_W = -nW \vec{v} + \operatorname{grad}(D_n n W) \quad (1.26)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.27)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi \quad (1.28)$$

Здесь  $N_d$  - концентрация доноров;  $m^*$  - эффективная масса электронов;  $\vec{j}_W$  - плотность потока энергии электронов;  $\tau_p$ ,  $\tau_W$  - времена релаксации (т.е., характерные времена возвращения системы в состояние равновесия после выключения внешнего поля) импульса и энергии носителей;  $W_0 = \frac{3}{2}kT$  - средняя тепловая энергия электронов.

Уравнения баланса (1.23) и (1.24) выражают, по сути, законы сохранения импульса и энергии частиц. Импульс направленного движения электронов может увеличиваться за счет разгона в электрическом поле (первое слагаемое в правой части (1.23)) и уменьшаться из-за рассеяния носителей на дефектах структуры (второе слагаемое). Энергия носителей в некотором замкнутом объеме, помимо тех же причин, может изменяться за счет втекания или вытекания горячих (т.е., высокоэнергетических) или холодных носителей, что отражает первое слагаемое в правой части (1.24).

В стационарном состоянии  $\frac{d(m^* v)}{dt} = 0$ ,  $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$  и уравнения (1.23) и (1.24) принимают следующий вид:

$$\tau_p = \frac{m^* v_s}{eE}, \quad (1.29)$$

$$\tau_W = \frac{W_s - W_0}{eE v_s}, \quad (1.30)$$

где индекс  $s$  означает стационарное значение. Выражения (1.29) и (1.30) связывают времена релаксации со стационарными значениями скорости и энергии. Время релаксации по импульсу, как правило, много меньше времени релаксации по энергии, т.к. упругие столкновения не изменяют энергию, но могут существенно изменить импульс частицы. На рис. 1.5 приведены графики зависимости времени релаксации энергии и импульса в кристаллах Si и GaAs от величины средней энергии носителей заряда.

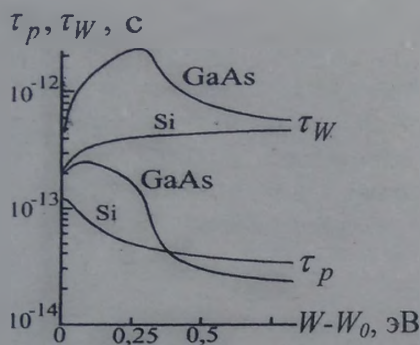


Рис. 1.5. Зависимость времени релаксации энергии и импульса от разницы между средней ( $W$ ) и тепловой энергией ( $W_0$ ) электронов в кристаллах Si и GaAs

Из (1.14) и (1.29) следует, что

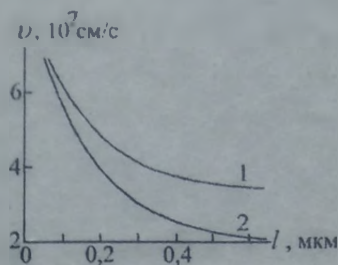
$$\mu = \frac{e \tau_P}{m^*}. \quad (1.31)$$

Даже в случае полупроводников с высокой подвижностью носителей заряда, максимальная стационарная дрейфовая скорость частиц не превышает  $1-3 \cdot 10^7$  см/с, что, казалось бы, накладывает принципиальное ограничение на быстроедействие твердотельных приборов. Однако в динамическом режиме и в коротких образцах можно получить дальнейшее увеличение дрейфовой скорости электронов. Суть этого явления состоит в следующем. Когда носители попадают в область резкого скачка поля, скорость направленного движения начинает быстро расти у всех частиц *одновременно*. Поэтому средняя скорость носителей заряда в течение короткого периода времени может быть существенно выше ее стационарной.



GaAs. Как видим, даже у образцов 300-500 нм величина скорости остается много больше максимального стационарного значения  $v_s \approx 3 \cdot 10^7$  см/с.

Рис. 1.7 Зависимости максимального значения средней дрейфовой скорости в образцах с различной длиной  $l$ , рассчитанные для GaAs при двух значениях концентрации примеси: 1 -  $N_d=0$ ; 2 -  $N_d=3 \cdot 10^{17}$  см $^{-3}$ .  $T=293$  K



В многодолинных полупроводниках, как и в стационарном случае, на динамику дрейфовой скорости на коротких отрезках времени существенно влияет эффект междолинного переброса. Если в многодолинных материалах эффект всплеска скорости обычно сопровождается переходом в верхние долины, то в полупроводниках типа Si и Ge всплеск скорости не так явно выражен, но тем не менее, увеличение скорости может составлять 1,5-3 раза.

## 2. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Анализ транспорта носителей в полупроводниковых структурах, представленный в предыдущем разделе, требует знания концентрации носителей заряда и их подвижности в материале. Эти характеристики являются важными физическими величинами, определяющими многие свойства полупроводников, например, электропроводность, теплопроводность, термо-ЭДС и др.

Концентрацию и подвижность в отдельности можно определить, зная соотношение между ними. В данной работе это соотношение устанавливается экспериментально при помощи эффекта Холла.

Эффект Холла представляет собой поперечный гальваномагнитный эффект, суть которого заключается в следующем: если поместить полупроводниковую пластину во внешнее магнитное поле  $\vec{B}$  (рис. 2.1) и пропустить вдоль нее ток, то вследствие смещения движущихся зарядов к одной из граней пластины возникает поперечная разность потенциалов, называемая ЭДС Холла. При этом (см. рис. 2.1.б, 2.1.в), носители различных знаков смещаются к одной и той же

$$\vec{F} = -e \left[ \vec{v}, \vec{B} \right]$$

В результате действия этой силы траектория электрона будет искривляться в направлении оси  $z$ , и, поскольку в этом направлении ток протекать не может, электроны будут накапливаться на боковой поверхности ( $z = a$ , см. рис. 2.1.) до тех пор, пока не установится электрическое поле  $\vec{E}_H$ , достаточное для создания силы, равной магнитной составляющей силы Лоренца, но направленной противоположно. Приравнявая эти силы, получим:

$$\vec{E}_H = \left[ \vec{v}, \vec{B} \right] \quad (2.1)$$

Воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (2.2)$$

где  $\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$  - удельная проводимость образца,  $\mu_n = \frac{v}{E}$  - подвижность носителей. Соотношение (2.2) перепишем в следующем виде:

$$\vec{j} = e \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} = -e \cdot n \cdot \vec{v} \quad (2.3)$$

Исключая  $v$  из соотношения (2.1), получим:

$$\vec{E}_H = -\frac{1}{en} \cdot \left[ \vec{j}, \vec{B} \right] = R \cdot \left[ \vec{j}, \vec{B} \right] \quad (2.4)$$

Учитывая, что полный ток через образец  $I = j \cdot ab$ , а поперечная ЭДС  $U_H = E_H a$ , получим соотношение, связывающее ЭДС Холла с величиной электрического тока:

$$U_H = R \cdot \frac{I \cdot B}{b} \quad (2.5)$$

Величина  $R$  называется *постоянной Холла* и определяется как

$$R = -\frac{1}{e \cdot n} \quad (2.6)$$

Поперечную ЭДС  $U_H$ , ток  $I$ , напряженность магнитного поля  $B$  (для немагнитных образцов) и толщину  $b$  полупроводникового образца можно измерить. Это позволяет найти численное значение постоянной Холла.

В действительности, произведенный элементарный вывод коэффициента Холла (2.6) неточен: в нем не учтена разница между мгновенной скоростью электронов, входящей в выражение магнитной составляющей силы Лоренца, и дрейфовой скоростью, которую электрон приобретает под действием электрического поля. Кроме того, не учитывается распределение электронов по скоростям и механизмы рассеяния носителей. Формула (2.6) оказывается справедливой только для металлов и вырожденных полупроводников (вырожденным называется полупроводник с очень высокой, порядка  $10^{19}$  атом/см<sup>3</sup>, концентрацией примеси). Более строгий анализ дает для невырожденных полупроводников значение  $R$ , которое отличается от выражения (2.6) множителем  $A$ . Если учитывать рассеяние носителей только на кристаллической решетке (взаимодействие с фононами), то  $A = \frac{3\pi}{8}$ . В общем виде постоянная Холла может быть записана как:

$$R = -\frac{A}{n \cdot e} \quad (\text{для полупроводника } n\text{-типа}), \quad (2.7)$$

$$R = \frac{A}{p \cdot e} \quad (\text{для полупроводника } p\text{-типа}),$$

где множитель  $A$  может принимать значения от 1 до 1.7. Знак минус в формуле (2.7) демонстрирует, что ЭДС Холла для электронного полупроводника имеет полярность, противоположную полярности для дырочного полупроводника.

Знание электропроводности и постоянной Холла позволяет найти как концентрацию носителей, так и их подвижность.

Обозначим через холловский угол  $\theta_H$  малый угол, который образует с осью  $x$  вектор напряженности суммарного электрического поля (см. рис. 2.1):



$$\theta_H \equiv \operatorname{tg} \theta_H = \frac{E_H}{E} \quad (2.8)$$

Из (2.8.) с учетом (2.2) и (2.4) получим

$$\theta_H = \mu_{nH} \cdot B \quad (2.9)$$

где  $\theta_H$  - холловский угол в полупроводнике  $n$ -типа, а  $\mu_{nH}$  - так называемая, холловская подвижность электронов (индекс  $H$  указывает на метод определения подвижности). Численное значение холловской подвижности может расходиться с величиной подвижности, определенной другими методами (например, прямым способом, основанным на измерении времени распространения носителей тока по полупроводнику на определенное расстояние с известным ускоряющим полем). Последняя называется дрейфовой подвижностью. Дрейфовую подвижность можно определить из выражения (2.4), если, используя выражение (2.7), преобразовать его к виду:

$$\vec{E}_H = -\frac{A}{en} \cdot \left[ \vec{j}, \vec{B} \right] = -A \cdot \mu_{nd} \cdot \left[ \vec{E}, \vec{B} \right], \quad (2.10)$$

где индекс  $d$  при  $\mu_{nd}$  указывает, что это дрейфовая подвижность электронов.

Из выражений (2.8)-(2.10) следует, что для электронов  $\mu_{nH} = A \cdot \mu_{nd}$ , а для дырок  $\mu_{pH} = A \cdot \mu_{pd}$ . Используя выражения (2.2) и (2.7), получим:

$$\mu_{(n,p)H} = R \cdot \sigma. \quad (2.11)$$

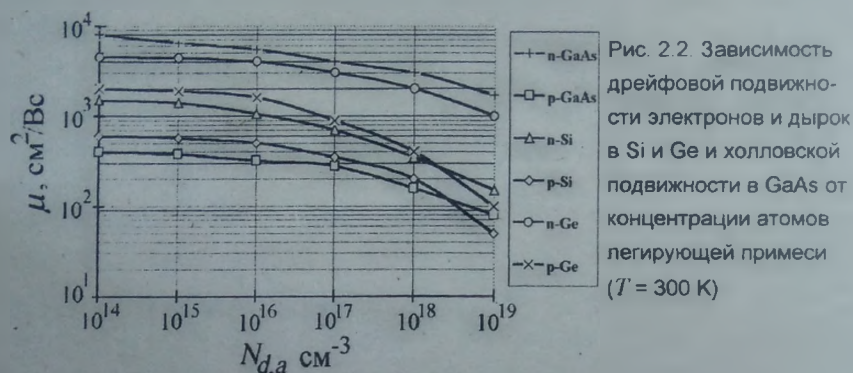
Приведенные выше выражения относились к полупроводникам, у которых концентрация неосновных носителей пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией основных (униполярная проводимость). Расчет постоянной Холла для материала со смешанной проводимостью приводит к формуле:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{n \cdot \mu_{nd}^2 - p \cdot \mu_{pd}^2}{(n \cdot \mu_{nd} + p \cdot \mu_{pd})^2}. \quad (2.12 a)$$

Для собственного полупроводника ( $n = p = n_i$ ) получим:

$$R = - \frac{A}{e} \cdot \frac{\mu_{nd} - \mu_{pd}}{\mu_{nd} + \mu_{pd}} \cdot \frac{1}{n_i} \quad (2.126)$$

У собственных полупроводников  $R$  обычно отрицательна, т.к. подвижность электронов чаще всего больше подвижности дырок. На рис. 2.2 показаны зависимости подвижности электронов и дырок от концентрации примесей в наиболее распространенных полупроводниках.



### 3. ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

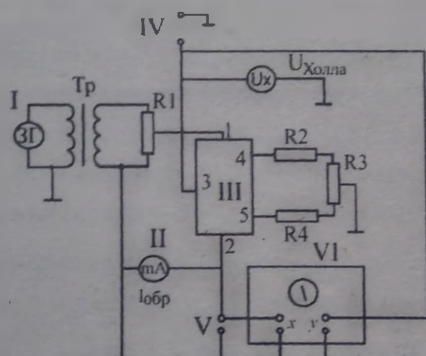
В данной работе измерение постоянной Холла производится на переменном токе (см. блок-схему на рис. 3.1.). Этот метод дает возможность предельно упростить схему, т.к. использование переменного тока позволяет применять в качестве индикаторов ЭДС Холла широко распространенные измерительные приборы (ламповые вольтметры, осциллографы и др., имеющие достаточно большое входное сопротивление) вместо обычно используемых схем компенсации. Кроме того, при работе на переменном токе легко устраняется паразитная разность потенциалов, которая возникает между холловскими контактами вследствие их несимметричного расположения.

Схема работает следующим образом: переменное напряжение подается со звукового генератора  $I$  через трансформатор  $Tr$ , регулировочный потенциометр  $R1$ , который выведен на переднюю панель установки (на лабораторной установ-



ке - ручка "ток образца") и миллиамперметр II подается на образец. Величина тока через образец устанавливается потенциометром R1. На одной из боковых поверхностей образца вместо одного холловского контакта установлены два (4, 5), потенциал одного из которых заведомо выше, а другого заведомо ниже потенциала контакта 3, расположенного на противоположной поверхности. Потенциометр R3 легко позволяет найти точку с потенциалом, равным потенциалу контакта 3, т.е. произвести балансировку холловских контактов. Для этого оправку с образцом устанавливают на опорную площадку вне магнитного поля и, установив ток через образец в пределах 5-6 мА, вращением ручки потенциометра R3 (он расположен на оправке) добиваются минимального отклонения луча осциллографа, подключенного вертикальным усилителем к выходному разъему IV установки (усилитель при этом выводится на предельное усиление). После проведения балансировки по осциллографу производится ее проверка на милливольтметре. Балансировка считается удовлетворительной, если сигнал на милливольтметре не превышает 0.5 мВ.

Рис. 3.1. Блок-схема измерительной установки



После этой проверки оправка с образцом переносится в зазор с магнитным полем и фиксируется на нижнем полюсном наконечнике. При этом надо избегать резких ударов и толчков, т.к. можно сбить балансировку. Выходной разъем V установки служит в качестве источника сигнала, имеющего ту же фазу, что и напряжение на контакте 2 относительно контакта 1. Это опорное напряжение необходимо при определении типа носителей в данном образце. Для определения типа носителей сигнал с выхода IV подается на вертикальный усилитель, а с

выхода  $V$  - на горизонтальный (при этом ручка осциллографа "диапазоны частот" должна находиться в положении "выкл."). Установив ток через образец 5-7 мА, а усилители осциллографа в режим усиления, наиболее удобный для наблюдения, легко определить разность фаз между контактами 2 и 3 относительно "земли", по которой, зная направление магнитного поля, можно установить тип носителей. Величина магнитного поля может меняться путем изменения расстояния между полукруглыми наконечниками.

#### 4. ЗАДАНИЯ

1. Определить тип носителей в образце. Для этого произвести балансировку образца вне магнитного поля при токе 5 мА потенциометром  $R_3$  на его оправке по минимуму показаний милливольтметра. Балансировка считается удовлетворительной, если сигнал на милливольтметре не превышает 0.5 мВ. Затем подключить образец к осциллографу, как показано на рис. 3.1., внести образец в магнитное поле и по изменению направления луча на экране, зная направление магнитного поля, определить тип носителей.

2. Снять зависимость ЭДС Холла от величины магнитного поля. Для этого отключить осциллограф от установки и измерять ЭДС Холла по шкале милливольтметра. Установить ток через образец 3, 5, 7 мА и, изменяя величину магнитного поля, снять  $U_H f(B)$ . Величину магнитного поля можно найти по градуировочной таблице, пользуясь отсчетом по измерительной линейке.

3. Снять зависимость ЭДС Холла от величины тока через образец для трех значений магнитного поля  $U_H f(I)$ . Величину тока менять до 10 мА.

4. Вычислить для любых 10 точек постоянную Холла  $R$ , концентрацию основных носителей и их подвижность  $\mu$ .

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните характер движения носителей заряда при наличии электрического и магнитного полей.
2. Объясните явление и знак ЭДС Холла в зависимости от типа носителей заряда в полупроводниках.



где  $\omega_0^2 = 2\beta \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2}$ ,  $\gamma^2 = 4 \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2}$ .

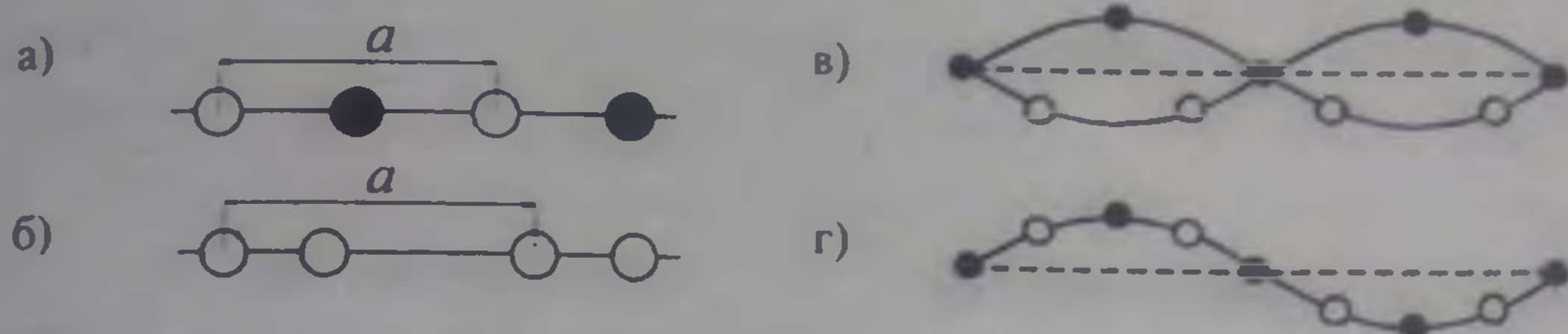


Рис. 1.1. а) линейная цепочка с базисом из двух различных атомов, б) линейная цепочка с базисом из одинаковых атомов, при котором возникают оптические колебания; в) поперечные оптические колебания в линейной цепочке атомов; г) акустические колебания

Колебания более высокой частоты  $\omega_1$  принято называть *оптическими*, а с  $\omega_2$  — *акустическими*. При  $q \rightarrow 0$  в оптической ветви колебаний атомы решетки смещаются в противоположных направлениях, т.е. колеблются в противофазе, так что центр тяжести каждой пары, составляющей ячейку, остается неподвижным (рис.1.1.в). В акустической же ветви атомы смещаются в одну сторону (рис.1.1.г). На рис. 1.2 изображены соответствующие дисперсионные кривые колебаний.

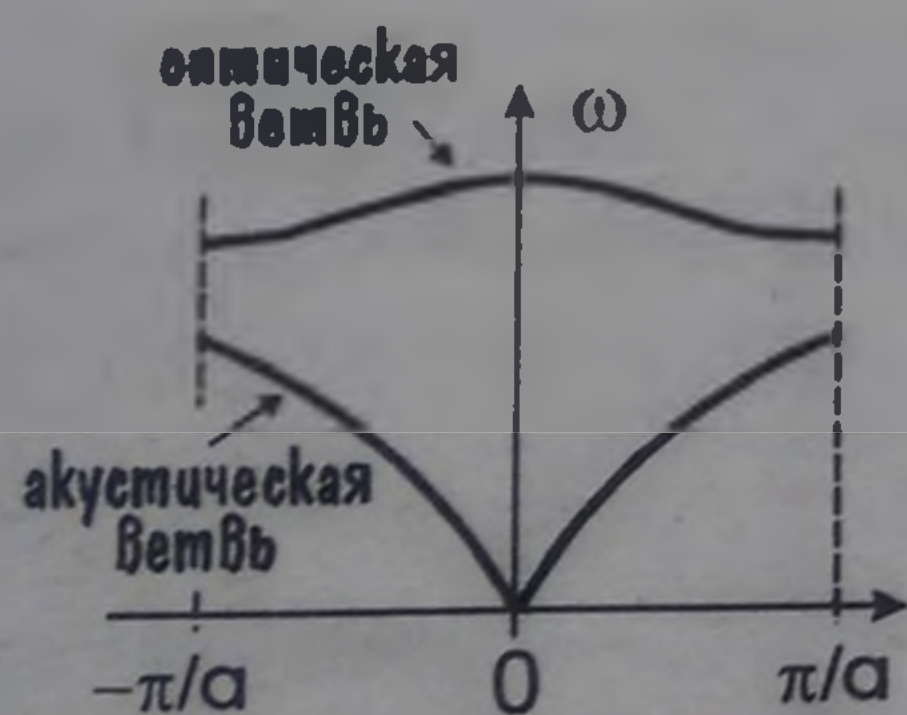


Рис. 1.2. Дисперсионные кривые тепловых колебаний кристаллической решетки

Заметим, что выводы теории для линейной цепочки с чередующимися атомами разных масс в определенном смысле пригодны и для линейной цепочки с одинаковыми атомами, при условии, что имеются две подрешетки (рис. 1.1.б). В элементарной ячейке цепочки, изображенной на рис. 1.1.б содержатся два



атома. Оптические колебания возникают в результате колебания в противофазе одной подрешётки относительно другой. В объёмном кристалле сохраняются основные закономерности, справедливые для одномерной решетки. Поэтому оптические колебания наблюдаются, в частности, в Si и Ge, которые содержат один сорт атомов, но состоят из двух подрешеток (структура типа алмаза). Однако, для объёмных кристаллов, имеющих в элементарной ячейке только один атом, как и для простых (однородных) линейных цепочек, существуют только акустические колебания.

Энергия каждого нормального колебания квантована. Нормальные колебания можно рассматривать подобно линейным гармоническим осцилляторам с собственной частотой  $\omega_{qj}$  и энергией

$$W_{qj} = \hbar \omega_{qj} \left( n_{qj} + \frac{1}{2} \right), \quad (1.11)$$

где  $n_{qj}=0, 1, 2, \dots$  – главное квантовое число  $qj$ -го осциллятора, колеблющегося с частотой  $\omega_{qj}$ ,  $j$  – индекс ветви колебаний.

Полная энергия теплового движения атомов складывается из энергий всех нормальных колебаний

$$W = \sum_{q,j} W_{qj} = \sum_{q,j} \hbar \omega_{qj} \left( n_{qj} + \frac{1}{2} \right), \quad (1.12)$$

где волновое число  $q$  имеет столько разрешенных значений, сколько в кристалле элементарных ячеек. При описании взаимодействия носителей заряда с тепловыми колебаниями решётки принято говорить о квазичастицах – *фононах* – носителях квантов энергии колебаний решетки. При таком подходе изменение энергии колебаний решётки на один квант рассматривается как появление (или исчезновение) одного фонона с энергией  $\hbar \omega_{qj}$  и импульсом  $\vec{p} = \hbar \vec{q}$ . Процесс рассеяния электронов на тепловых колебаниях решетки теперь можно рассматривать как столкновение с фононом. При таком столкновении должны соблюдаться законы сохранения энергии и импульса

$$\vec{k}' = \vec{k} \pm \vec{q}, \quad W' = W \pm \hbar \omega_{qj}, \quad (1.13)$$



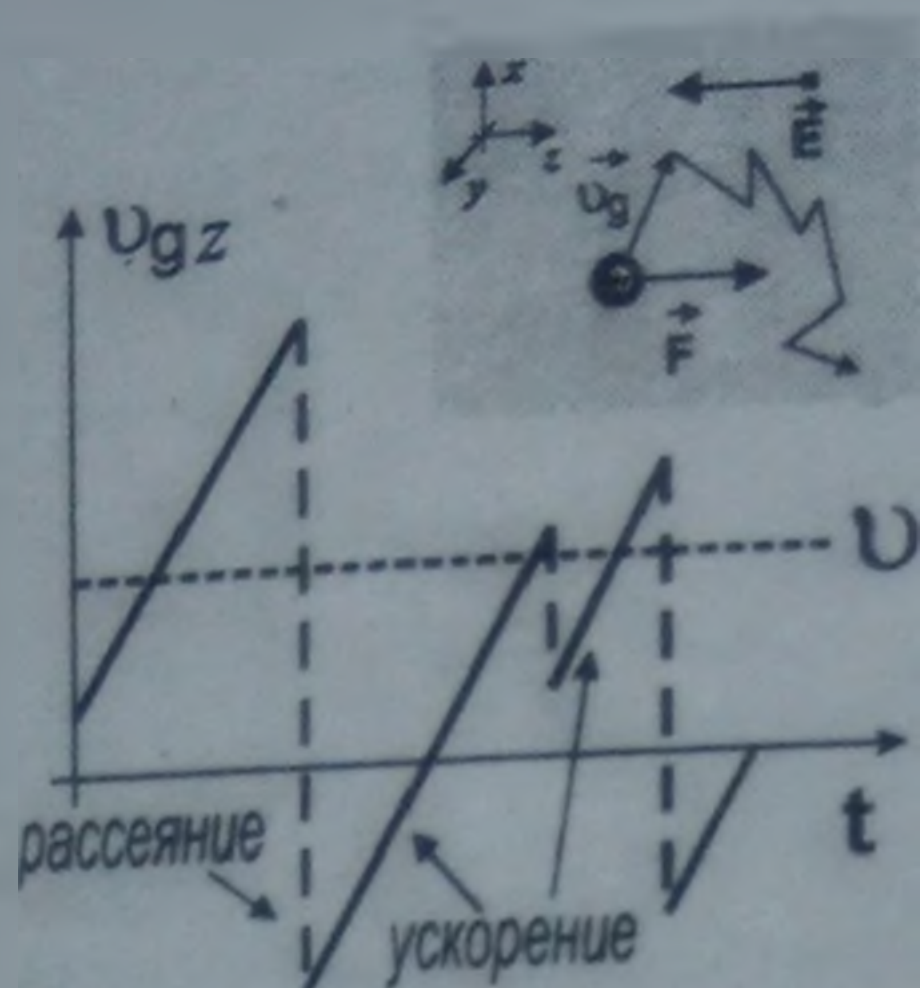


Рис 1.3. Зависимость проекции мгновенной скорости носителей заряда от времени

Коэффициент пропорциональности между скоростью и полем  $\mu$  называется *подвижностью* носителей заряда. Эта величина численно равна средней скорости направленного движения частиц в электрическом поле с единичной напряженностью.

Интересно, что при увеличении электрического поля дрейфовая скорость перестает расти по линейному закону и в больших полях или стремится к установившемуся значению или уменьшается. Типичные зависимости скорости дрейфа носителей заряда в различных полупроводниках приведены на рис 1.4.

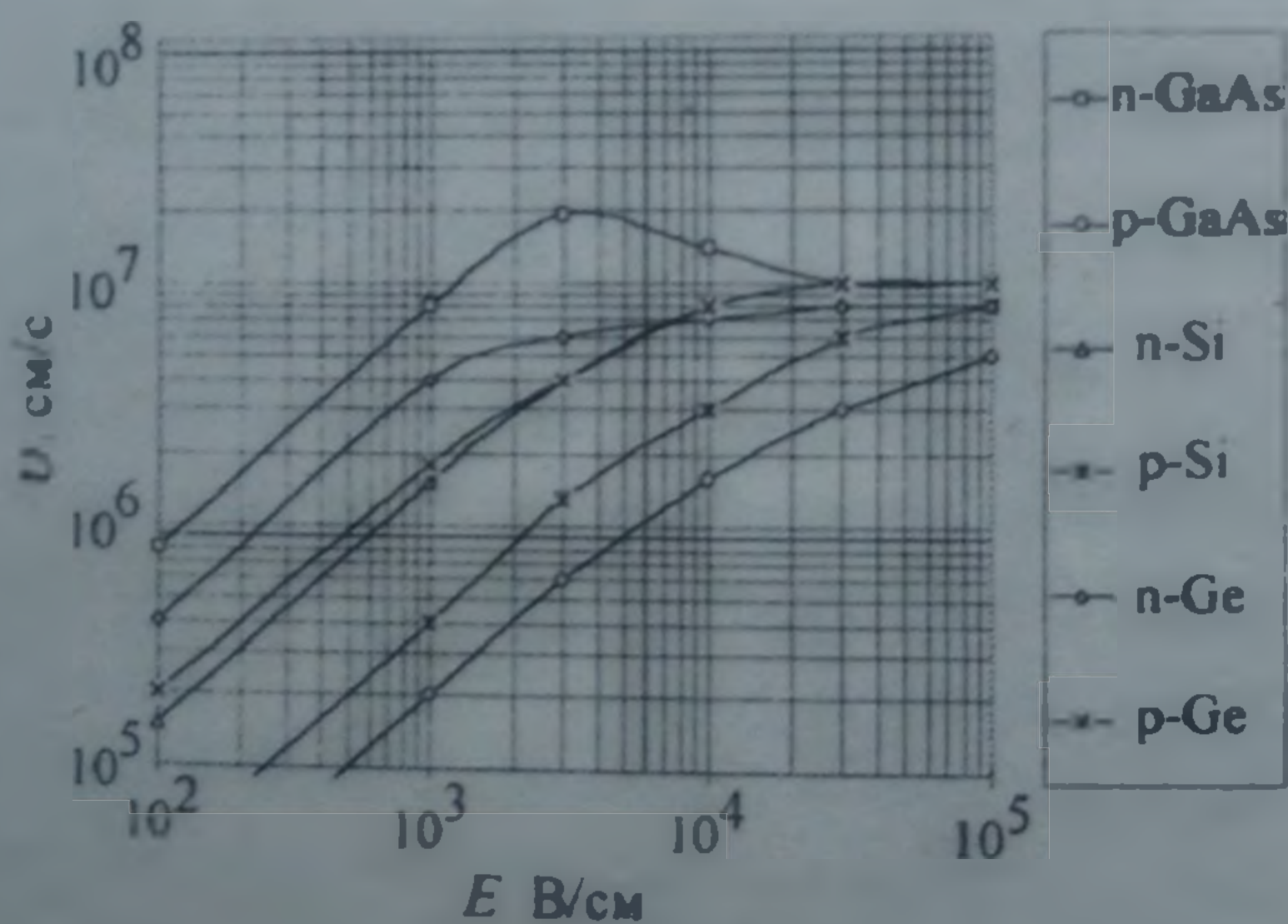


Рис 1.4.

Экспериментальные зависимости дрейфовой скорости носителей заряда от напряженности электрического поля для Ge, Si и GaAs

Характер зависимости  $\nu(E)$  определяется как структурой зоны проводимости полупроводника, так и механизмами рассеяния. В валентных материалах (Si, Ge) основной причиной ограничения дрейфовой скорости является рассеяние на



оптических фононах. В отличие от почти упругого рассеяния на акустических фононах, рассеяние на оптических фононах является резко неупругим, т.е. происходит существенное изменение энергии носителей заряда. Как только энергия электрона становится выше энергии оптического фонона (см. рис. 1.2), резко возрастает количество актов столкновений, сопровождающихся возбуждением фонона. Таким образом, электрон активно отдаёт энергию кристаллической решётке, что препятствует дальнейшему росту скорости его направленного движения. В режиме насыщения скорости вся энергия, набираемая электроном в электрическом поле за время свободного пробега, отдаётся им в кристаллическую решётку посредством возбуждения фононов.

В полупроводниковых соединениях (GaAs, InP и др.) на зависимость средней скорости электронов от напряженности электрического поля существенно влияет переход электронов из  $\Gamma$ -долины с низкой эффективной массой носителей заряда в верхние L и X долины со значительно большей массой и меньшей подвижностью (средней дрейфовой скоростью) электронов [4-5]. Как правило, такой процесс происходит при столкновении с оптическим фононом. После столкновения направленная скорость электрона в среднем теряется. В результате этих процессов на зависимости средней скорости электронов от напряженности электрического поля появляется экстремум, а количество электронов, находящихся в верхних долинах, (заселенность долин) растет с увеличением напряженности поля.

### 1.3. ДВИЖЕНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПЛАВНО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ИЛИ В ПРОСТРАНСТВЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Наиболее общей системой уравнений, описывающей перемещение во внешнем электрическом поле ансамбля электрически заряженных частиц в случае, когда электрические поля медленно меняются во времени<sup>1</sup> или в пространстве<sup>2</sup>, является система уравнений, включающая в себя

<sup>1</sup> по сравнению со временем релаксации энергии электронов  $\tau_w$  (см. раздел 1.4)

<sup>2</sup> по сравнению с длиной релаксации энергии электронов  $L_w = \tau_w v_T$  (где  $v_T$  – тепловая скорость электрона при температуре  $T$ )



где  $U_{\vec{k}}(\vec{r})$  – периодическая функция координат с периодом прямой решетки,  $\vec{k}$  – вектор, характеризующий квантовое состояние электрона в кристалле, имеющий размерность волнового вектора и поэтому названный *квазиволновым вектором*. Функции  $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$  называют *блоховскими функциями*. Можно ввести понятие *квазиимпульса* электрона с помощью соотношения  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ . При заданном значении  $\vec{k}$  имеется много решений уравнений Шредингера, и описание энергетических уровней электрона в периодическом потенциале осуществляется посредством семейства непрерывных функций  $W_n(\vec{k})$ . Совокупность всех электронных уровней, описываемых функцией  $W_n(\vec{k})$  при фиксированном  $n$ , называют *разрешенной энергетической зоной* с номером  $n$ . В дальнейшем номер разрешенной зоны  $n$  будем опускать. Энергия электрона  $W(\vec{k})$  в разрешенной зоне является периодической и четной функцией в пространстве обратной решетки [1-2], т.е.  $W(\vec{k}) = W(\vec{k} + \vec{G})$  (где  $\vec{G}$  – вектор обратной решетки) и  $W(-\vec{k}) = W(\vec{k})$ . Заметим, что всегда можно рассматривать не бесконечное множество значений вектора  $\vec{k}$ , а ограничиться изменением компонент  $\vec{k}$  в пределах первой зоны Бриллюэна, включающей в себя все физически неэквивалентные значения этого вектора.

На уровне, заданном номером зоны  $n$  и квазиволновым вектором  $\vec{k}$  электрон имеет отличную от нуля среднюю скорость

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} W(\vec{k}). \quad (1.2)$$

Это очень интересный результат. Согласно ему электрон в периодическом потенциале имеет стационарные уровни, находясь на которых он, несмотря на взаимодействие с периодической последовательностью ионов, продолжает двигаться бесконечно долго, не теряя свое средней скорости.

В общем случае состояние электрона описывается с помощью волнового пакета, состоящего из блоховских функций. Если ширина пакета по квазиволновым векторам мала, по сравнению с зоной Бриллюэна и  $W(\vec{k})$  мало меняется для уровней, входящих в волновой пакет, то скорость движения электрона есть ничто иное, как групповая скорость движения центра волнового пакета



где  $\vec{k}, \vec{q}$  - волновые векторы электрона и фонона до столкновения,  $\vec{k}'$  - волновой вектор электрона после столкновения;  $W$  и  $W'$  - соответственно, энергия электронов до и после столкновения. Процесс, соответствующий в (1.13) знаку плюс, интерпретируется как поглощение, а знаку минус - испускание электроном фонона.

В некоторых отношениях фононы ведут себя не так, как обычные частицы. Во-первых, среднее число фононов зависит от температуры (они подчиняются статистике Бозе - Эйнштейна), а во-вторых, при взаимодействии, например, с электронами или друг с другом фононы возникают и исчезают. Поэтому их называют квазичастицами.

Сведения о значениях энергии фононов в Si, Ge и GaAs приведены в приложении 2 к данному описанию.

### 1.2.2. Дрейф электрона во внешнем электрическом поле

Рассмотрим движение электрона в реальном полупроводнике во внешнем электрическом поле. Так как в реальной кристаллической структуре присутствуют дефекты частица движется ускоренно лишь на небольшом участке пути, а затем испытывает рассеяние, теряет направленную скорость, после чего процесс разгона начинается заново. Движение электрона между актами рассеяния по-прежнему описывается уравнениями (1.4а и 1.4б). Если время свободного пробега электрона (время между двумя процессами рассеяния) мало по сравнению со временем движения электрона от одного края зоны Бриллюэна до другого, то эффективная масса электрона мало меняется во время его свободного пробега. Тогда зависимость проекции мгновенной скорости электрона на ось, направленную против внешнего электрического поля представлена на рис. 1.3. Линейный участок на графике соответствует ускорению электрона во внешнем поле, вертикальный - рассеянию электрона. Благодаря наличию внешнего поля электрон обладает средней скоростью направленного движения вдоль поля, которая называется *дрейфовой скоростью*.

В слабых электрических полях дрейфовая скорость пропорциональна напряжённости электрического поля:

$$v = \mu E, \quad (1.14)$$



Они обобщены в табл. 1 [1]. Для более полного изучения свойств дырок рекомендуется обратиться к [1] или [2].

Таблица 1

| Физическая характеристика | электрон  | дырка  |
|---------------------------|---|--|
| Заряд                     | $-e$  | $+e$   |
| Эффективная масса         | $m^*$   | $m_h^* = -m^*$   |
| Квазиволновой вектор      | $\vec{k}$   | $\vec{k}_h = -\vec{k}$   |
| Энергия                   | $W(\vec{k})$  | $W_h(\vec{k}_h) = -W(\vec{k})$                                       |
| Групповая скорость        | $\vec{v}_g$   | $\vec{v}_{gh} = \vec{v}_g$   |
| Уравнения движения        | $\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e(\vec{E} + [\vec{v}_g \vec{B}])$ | $\hbar \frac{d\vec{k}_h}{dt} = +e(\vec{E} + [\vec{v}_{gh} \vec{B}])$ |

## 1.2. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В РЕАЛЬНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Поле реальной кристаллической решетки не является строго периодическим из-за присутствия в полупроводнике дефектов. Взаимодействие электрона с дополнительной силой, возникающей вследствие нарушения периодичности потенциала, приводит к *рассеянию* электрона, т.е. изменению электроном квазиволнового вектора и даже (в случае неупругого взаимодействия) энергии. В случае самой простой классификации дефекты кристаллической решетки можно отнести к двум разным типам. Обычно рассматриваются так называемые *статические* дефекты решетки, к которым относятся точечные дефекты, дислокации и т.д. и дефекты, *перемещающиеся по кристаллу*. К последним в первую очередь относятся *тепловые колебания кристаллической решетки*. Первый тип дефектов достаточно подробно был рассмотрен ранее (см. [3]), здесь мы остановимся на особенностях второго типа дефектов кристаллической решетки.



### 1.2.1. Колебания кристаллической решетки, фононы.

#### Взаимодействие электронов с фононами

Известно, что атомы кристаллической решетки совершают хаотические колебания около положений устойчивого равновесия. Коллективное движение частиц в форме упругой волны называют нормальным колебанием кристаллической решетки. Зависимость частоты колебаний  $\omega$  от волнового числа  $q$  называют *законом дисперсии* для колебаний атомов.

В однородной струне как целом сплошном твёрдом теле могут возникать упругие волны, распространяющиеся со звуковой скоростью  $v_{zv}$ . При этом частота колебаний оказывается пропорциональной волновому числу:  $\omega = q \cdot v_{zv}$ . Абсолютная величина волнового числа может принимать значения от 0 до  $\infty$ .

Решение уравнения колебаний для линейной цепочки атомов одного сорта массой  $M$  приводит к решению, соответствующему колебаниям с частотами

$$\omega = \pm \omega_{\max} \sin \frac{aq}{2}. \text{ Здесь } \omega_{\max} = 2 \sqrt{\frac{\beta}{M}}, \text{ где } a - \text{период линейной решётки, } \beta -$$

коэффициент квазиупругости, характеризующий взаимодействие между частицами при отклонении от положения равновесия. Скорость распространения упругой волны в этом случае зависит от длины волны  $\lambda$ , что является специфическим свойством упругих волн в среде с атомной структурой, отличающим последнюю от струны (или другого твёрдого тела) как сплошной среды. Имеем

$$v = \frac{\omega}{q} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{\beta}{M}} \sin \frac{\pi a}{\lambda}. \quad (1.9)$$

Рассмотрим далее линейную цепочку атомов, в которой чередуются два типа частиц с массами  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 1.1.а). Расстояние между соседними атомами одного сорта по-прежнему равно  $a$ .

Решение уравнения гармонических колебаний для такой системы будет содержать две ветви с частотами

$$\omega_1^2 = \frac{\omega_0^2}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right]; \quad \omega_2^2 = \frac{\omega_0^2}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right], \quad (1.10)$$



$$v_g(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} W(\vec{k}). \quad (1.3)$$

Если полупроводник находится во внешнем электрическом или магнитном поле то для описания изменения квазиволнового вектора  $\vec{k}$  электрона и его координаты  $\vec{r}$  можно воспользоваться полуклассической моделью. Она справедлива в случае, когда внешние электрические и магнитные поля медленно меняются в координатном пространстве на расстояниях порядка размера элементарной ячейки. Тогда при известной зависимости энергии электрона в разрешенной зоне  $W(\vec{k})$  состояние электрона описывается его квазиволновым вектором  $\vec{k}$ , а также координатой  $\vec{r}$ . Считается, что в присутствии внешних электрических и магнитных полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$

1. номер зоны электрона не меняется (т.е. в модели пренебрегается возможностью межзонных переходов);
2. изменения квазиволнового вектора и координаты электрона определяются уравнениями движения

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = v_g(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(\vec{k})}{\partial \vec{k}}, \quad (1.4a)$$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e(\vec{E} + [\vec{v}_g, \vec{B}]). \quad (1.4b)$$

Несмотря на сложность зависимости энергии электрона от квазиволнового вектора  $W(\vec{k})$  в большинстве задач физики полупроводников играет роль поведение электрона в достаточно узкой области значений квазиволнового вектора в зоне Бриллюэна вблизи минимума или максимума энергии. Вблизи точки экстремума  $\vec{k}_0$  функцию  $W = W(\vec{k})$  можно разложить в ряд Тейлора, используя выражение

$$W(\vec{k}) = W(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{i=x}^z \sum_{j=x}^z \frac{1}{m_{ij}^*} \hbar^2 (k_i - k_{i0})(k_j - k_{j0}), \quad (1.5)$$

где  $m_{ij}^*$  компоненты тензора эффективной массы носителей заряда, определяющиеся соотношением