

Отчет по лабораторной работе №1

Движение носителей заряда  
в электрических и магнитных полях  
**Эффект Холла**

Работу выполнили студенты  
430 группы радиофизического факультета  
**Сарафанов Ф.Г., Платонова М.В.**

Нижний Новгород, 2 апреля – 13 апреля 2019 г.

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1. Измерительная установка</b>	<b>2</b>
1.1. Схема лабораторной установки	3
<b>2. Теоретическая часть</b>	<b>4</b>
2.1. Элементарная теория эффекта Холла	4
<b>3. Практическая часть</b>	<b>8</b>
3.1. Измерение ВАХ образца и паразитного напряжения на контактах	8
3.2. Определение типа основных носителей в образце	10
3.3. Расчёт постоянной Холла и подвижности основных носителей	10
3.3.1. Фиксированный ток в образце	11
3.3.2. Фиксированное поле в образце	12
3.4. Усредненные характеристики	12
<b>4. Результаты</b>	<b>13</b>

## Введение

Особенности движения носителей заряда в электрических и магнитных полях определяют специфику функционирования подавляющего большинства приборов современной микроэлектроники. Данное описание содержит краткое изложение элементарных основ теории явлений переноса носителей заряда в однородном полупроводниковом материале. При этом речь пойдет как о движении в электрических полях различной напряженности, однородно и неоднородно распределенных в пространстве, так и о движении в скрещенных электрических и магнитных полях, т.е. в условиях проявления эффекта Холла.

## 1. Измерительная установка

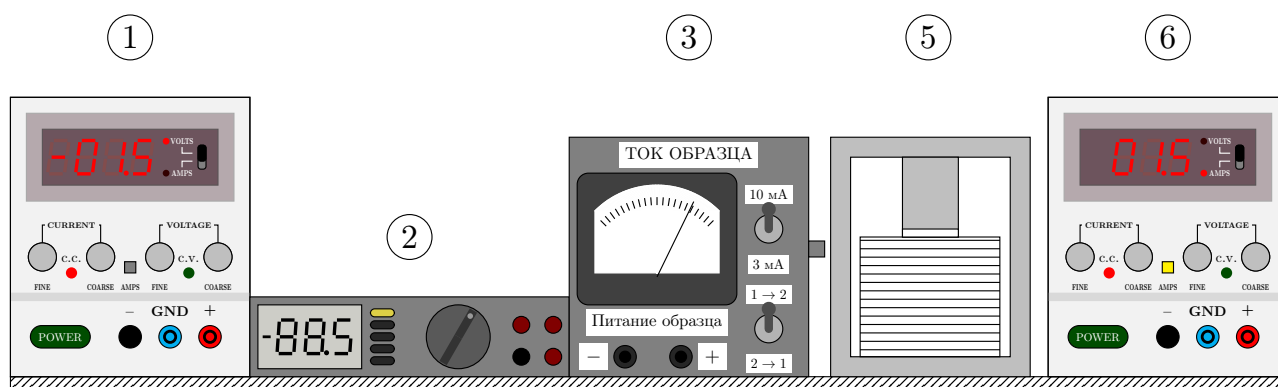


Рис. 1. Лабораторная установка

В состав лабораторной установки для исследования эффекта Холла входят (рис. 1): 1 – источник питания образца, 2 – милливольтметр, 3 – согласующий модуль, 4 – исследуемый образец, 5 – электромагнит, 6 – источник питания электромагнита. На обзорном рисунке образец не изображен, он есть далее на рис. 6 (стр. 10).

### 1) Источник питания образца

Для питания образца используется источник питания GPS-3030D, включённый в режиме стабилизации напряжения.

### 2) Милливольтметр

Для измерения ЭДС Холла и балансировки схемы применён мультиметр APPA201N, работающий в режиме измерения постоянного напряжения на пределе 200 мВ.

3) Согласующий модуль

Согласующий модуль обеспечивает соединение исследуемого образца, измерительных и питающих приборов в единую схему, согласование характеристик образца с параметрами источника питания, балансировку измерительной схемы.

4) Исследуемый образец

Исследуемый образец – полупроводниковая пластина, её размеры написаны на диамагнитном боксе, в который пластина помещена для обеспечения её экранировки, размещения в центре электромагнита, защиты от механических повреждений.

5) Электромагнит

Электромагнит создаёт постоянное магнитное поле. Конструктивно выполнен в виде катушки с обмоткой из медного провода, размещённой на Ш-образном ферромагнитном сердечнике. В центральном стержне сердечника выполнен зазор высотой 12 мм для размещения в нём образца. Максимальная напряжённость магнитного поля около 0,25 Тл. Величина магнитного поля зависит от тока, проходящего через обмотку. Расчётный коэффициент написан на электромагните.

6) Источник питания электромагнита

Для питания электромагнита используется такой же источник питания, как и у образца, но включённый в режиме стабилизации тока.

## 1.1. Схема лабораторной установки

Напряжение с источника питания GPS-3030D, работающего в режиме стабилизации напряжения, подаётся на образец через ограничительный резистор R1. Измерение тока образца производится стрелочным миллиамперметром, находящимся на передней панели согласующего модуля. Переключение пределов измерения миллиамперметра (10 мА – 3 мА) позволяет увеличить точность измерения тока образца. Сопротивление миллиамперметра при работе

на пределе «3 мА» – 171 Ом, на пределе «10 мА» – 51 Ом. Для изменения направления тока через образец служит переключатель «Направление тока», имеющий среднее положение, в котором образец отключён от источника питания. Для измерения ЭДС Холла используется мультиметр в режиме измерения постоянного напряжения на пределе 200 мВ. Один из выводов

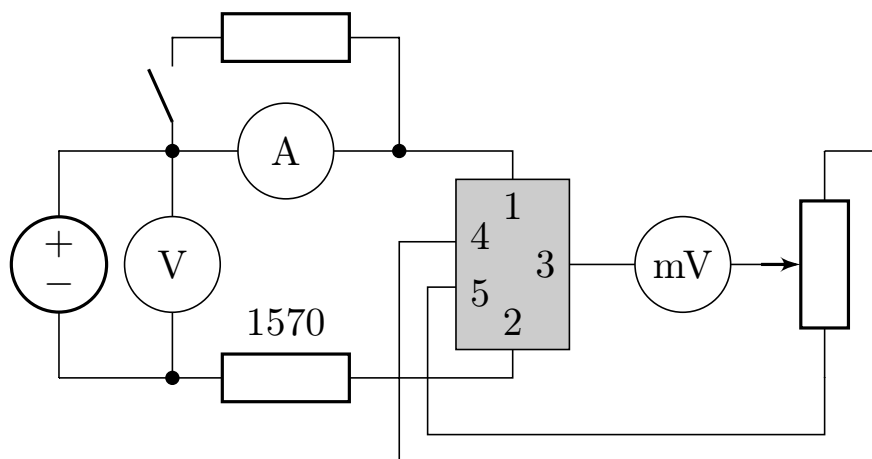


Рис. 2. Принципиальная схема включения (использовалось только направление  $1 \rightarrow 2$ )

мультиметра подсоединяется к контакту 3 образца, другой – к резистору R2 «Балансировка».

## 2. Теоретическая часть

### 2.1. Элементарная теория эффекта Холла

Анализ транспорта носителей в полупроводниковых структурах, представленный в предыдущем разделе, требует знания концентрации носителей заряда и их подвижности в материале. Эти характеристики являются важными физическими величинами, определяющими многие свойства полупроводников, например, электропроводность, теплопроводность, термо-ЭДС и др.

Концентрацию и подвижность в отдельности можно определить, зная соотношение между ними. В данной работе это соотношение устанавливается экспериментально при помощи эффекта Холла.

Эффект Холла представляет собой поперечный гальваномагнитный эффект, суть которого заключается в следующем: если поместить полупроводниковую пластину во внешнее магнитное поле  $\mathbf{B}$  (рис. 3) и пропустить вдоль

нее ток, то вследствие смещения движущихся зарядов к одной из граней пластины возникает поперечная разность потенциалов, называемая *ЭДС Холла*. При этом (см. рис. 3.б, 3.в), носители различных знаков смещаются к одной и той же боковой грани полупроводника, поэтому с изменением типа электропроводности меняется и знак ЭДС.

С помощью эффекта Холла можно экспериментально определить тип носителей, концентрацию и подвижность в данном полупроводниковом образце. Другим важным практическим применением этого эффекта являются измерения силы тока и мощности в цепях постоянного и переменного тока (вплоть до очень высоких частот), напряженности постоянных и переменных магнитных полей, преобразование сигналов, анализ спектров и т.д.

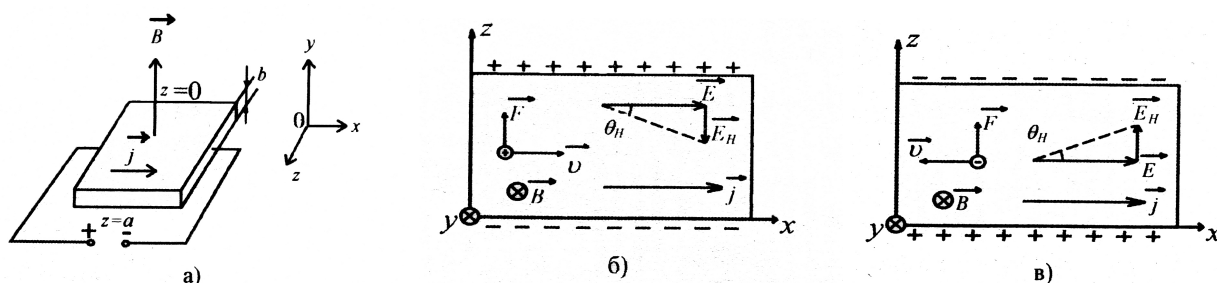


Рис. 3. Возникновение ЭДС Холла: схема эксперимента (а); смещение носителей заряда в дырочном (б) и электронном (в) полупроводниках, соответственно

Разберем эффект Холла более подробно. На рис. 3.а показан полупроводник, две плоскости которого подключены через омические (т.е. невыпрямляющие) контакты к внешней батарее. Обозначим  $\mathbf{j}$  плотность тока в направлении Ох. Магнитное поле  $\mathbf{B}$  приложено в направлении Оу. Рассмотрим электрон,двигающийся в отрицательном направлении оси Ох со средней скоростью  $\mathbf{V}$ . На движущийся в магнитном поле электрон действует магнитная составляющая силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = -e[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

В результате действия этой силы траектория электрона будет искривляться в направлении оси z, и, поскольку в этом направлении ток протекать не может, электроны будут накапливаться на боковой поверхности ( $z = \pm a$ , см. рис. 3) до тех пор, пока не установится электрическое поле  $\mathbf{E}_H$ , достаточное для создания силы, равной магнитной составляющей силы Лоренца, но направленной противоположно. Приравнявая эти силы, получим:

$$\mathbf{E}_H = [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \quad (1)$$

Воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$  - удельная проводимость образца,  $\mu_n = \frac{v}{E}$  - подвижность носителей. Соотношение (2) перепишем в следующем виде:

$$\mathbf{j} = e \cdot n \cdot \mu_n \cdot \mathbf{E} = -e \cdot n \cdot \mathbf{v}$$

Исключая  $v$  из соотношения (1), получим:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{1}{en}[\mathbf{j}, \mathbf{B}] = R[\mathbf{j}, \mathbf{B}]$$

Учитывая, что полный ток через образец  $I = jab$ , а поперечная ЭДС  $U_H = E_H a$ , получим соотношение, связывающее ЭДС Холла с величиной электрического тока:

$$U_H = R \cdot \frac{I \cdot B}{b} \quad (3)$$

Величина  $R$  называется *постоянной Холла* и определяется как

$$R = -\frac{1}{e \cdot n} \quad (4)$$

Поперечную ЭДС  $U_H$ , ток  $I$ , напряженность магнитного поля  $B$  (для немагнитных образцов) и толщину  $b$  полупроводникового образца можно измерить. Это позволяет найти численное значение постоянной Холла.

В действительности, произведенный элементарный вывод коэффициента Холла (4) неточен: в нем не учтена разница между мгновенной скоростью электронов, входящей в выражение магнитной составляющей силы Лоренца, и дрейфовой скоростью, которую электрон приобретает под действием электрического поля. Кроме того, не учитывается распределение электронов по скоростям и механизмы рассеяния носителей. Формула (4) оказывается справедливой только для металлов и вырожденных полупроводников (вырожденным называется полупроводник с очень высокой, порядка  $10^{19}$  атом/см<sup>3</sup>, концентрацией примеси). Более строгий анализ дает для невырожденных полупроводников значение  $R$ , которое отличается от выражения (4) множителем  $A$ . Если учитывать рассеяние носителей только на кристаллической решетке (взаимодействие с фононами), то  $A = \frac{3\pi}{8}$ . В общем виде постоянная Холла

может быть записана как:

$$\begin{aligned} R &= -\frac{A}{n \cdot e} \text{ (для полупроводника n-типа)} \\ R &= \frac{A}{p \cdot e} \text{ (для полупроводника p-типа)} \end{aligned} \quad (5)$$

где множитель  $A$  может принимать значения от 1 до 1.7. Знак минус в формуле (5) демонстрирует, что ЭДС Холла для электронного полупроводника имеет полярность, противоположную полярности для дырочного полупроводника.

Знание электропроводности и постоянной Холла позволяет найти как концентрацию носителей, так и их подвижность.

Обозначим через холловский угол  $\theta_H$  малый угол, который образует с осью  $x$  вектор напряженности суммарного электрического поля (см. рис. 3):

$$\theta_H \cong \operatorname{tg} \theta_H = \frac{E_H}{E} \quad (6)$$

Из 6 с учетом 2 и 2.1 получим:

$$\theta_H = \mu_{nH} \cdot B$$

где  $\theta_H$ -холловский угол в проводнике n-типа, а  $\mu_{nH}$  - так называемая *холловская подвижность* электронов (индекс  $H$  указывает на метод определения подвижности). Численное значение холловской подвижности может расходиться с величиной подвижности, определенной другими методами (например, прямым способом, основанным на измерении времени распространения носителей тока по полупроводнику на определенное расстояние с известным ускоряющим полем). Последняя называется дрейфовой подвижностью. Дрейфовую подвижность можно определить из выражения 2.1, если, используя выражение 5, преобразовать его к виду:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{A}{en} \cdot [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] = -A \cdot \mu_{nd} \cdot [\mathbf{E}, \mathbf{B}], \quad (7)$$

где индекс  $d$  при  $\mu_{nd}$  указывает, что это дрейфовая подвижность электронов.

Из выражений (6)-(7) следует, что для электронов  $\mu_{nH} = A \cdot \mu_{nd}$ , а для дырок  $\mu_{pH} = A \cdot \mu_{pd}$ . Используя выражения (2) и (5), получим:

$$\mu_{(n,p)H} = R \cdot \sigma.$$



Приведенные выше выражения относились к полупроводникам, у которых концентрация неосновных носителей пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией основных (униполярная проводимость). Расчет постоянной Холла для материала со смешанной проводимостью приводит к формуле:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{n\mu_{nd}^2 - p\mu_{pd}^2}{(n\mu_{nd} + p\mu_{pd})^2}.$$

для собственного полупроводника ( $n = p = n_i$ ) получим:

$$R = \frac{A}{e} \cdot \frac{\mu_{nd}^2 - \mu_{pd}^2}{\mu_{nd} + \mu_{pd}} \cdot \frac{1}{n_i}.$$

### 3. Практическая часть

#### 3.1. Измерение ВАХ образца и паразитного напряжения на контактах

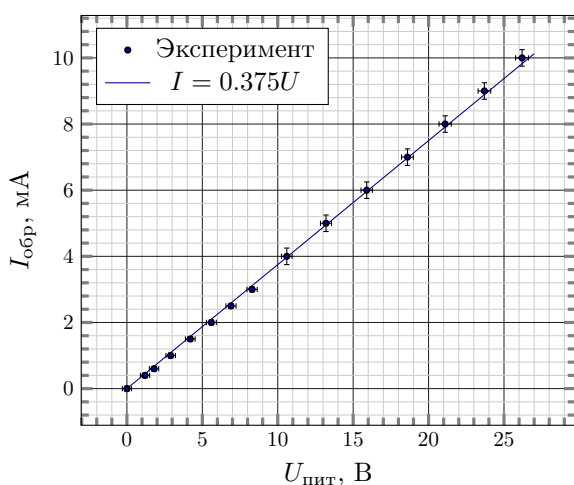


Рис. 4. ВАХ образца

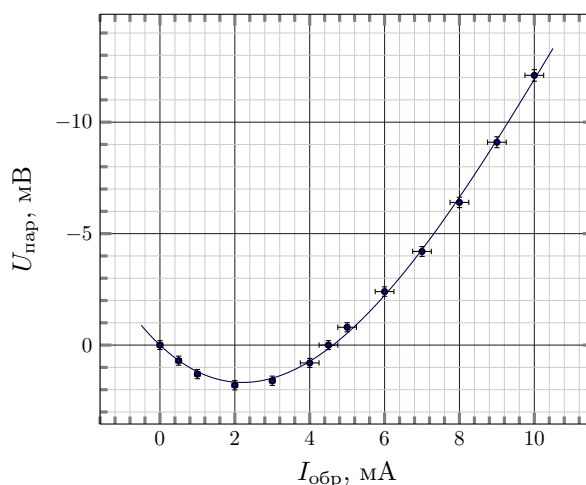


Рис. 5. Паразитное напряжение

На рис. 4 изображена ВАХ образца. По переменным напряжения и тока построена линейная регрессия таким образом, чтобы минимизировать сумму квадратов ошибок<sup>1</sup>. На полученную прямую ложатся прямоугольники погрешностей:

$$\Delta U_{\text{пит}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ В}, \quad \Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

<sup>1</sup>Использовался Curve Fitting Tool из пакета MatLab

Исходя из полученной линейной зависимости, учитывая погрешность измерительных приборов, найдено полное сопротивление цепи. В цепи, согласно схеме установки, последовательно включено сопротивление  $R_1 = 1570 \text{ Ом}$ , отсюда

$$R_{\text{цепи}} = 2600 \pm 27 \text{ Ом}, \quad R = 1030 \pm 27 \text{ Ом}$$

Исходя из *a priori* известных размеров образца: длины  $l = 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ , ширины  $d = 1.9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$  и толщины  $b = 3.3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , получены удельные сопротивление и проводимость материала образца:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{R \cdot d \cdot b}{l} = 0.029 \pm 0.001 \text{ Ом} \cdot \text{м}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = 34.1 \pm 0.1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$$

Погрешности здесь рассчитаны без учета неточности измерения образца. Кроме того, могла возникнуть систематическая ошибка за счет неидеальности контактов проводов с образцом, временного дрейфа характеристик измеряющих приборов и т.п. Без дополнительных изысканий может быть разумно полагаться только на порядок измеренных величин.

На рис. 5 изображена зависимость паразитного напряжения на образце от тока, протекающего через образец. Кривая паразитного напряжения на контактах при токе в диапазоне  $0 \dots 10 \text{ мА}$  хорошо аппроксимируется кривой

$$U_{\text{пар}} = 0.01192 \cdot I^3 - 0.3959 \cdot I^2 + 1.575 \cdot I \quad (8)$$

Результаты ложатся на аппроксимирующую кривую в пределах прямоугольников ошибок:

$$\Delta U_{\text{пар}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ мВ}, \quad \Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

В последующих экспериментах из снятого напряжения на контактах везде вычитались значения паразитного напряжения, рассчитанные по формуле (8).

### 3.2. Определение типа основных носителей в образце

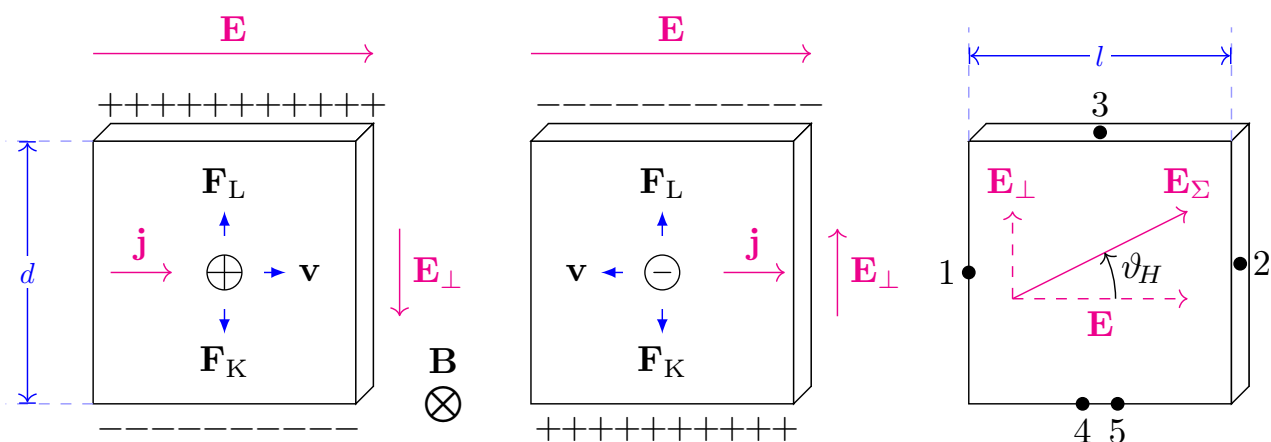


Рис. 6. Эффект Холла при дырочной и электронной проводимости [1]

Зная направление магнитного поля и схему включения образца, можно найти тип носителей полупроводника.

Согласно схеме подключения, поле электромагнита направлено в плоскость рисунка, ток течет от контакта 1 к контакту 2, а милливольтметр подключен клеммой «-» к нижней грани образца (через балансировочную цепь к контактам 4 и 5) и клеммой «+» к верхней грани (контакт 3).

Сила, действующая на заряд в магнитном поле, вызывает разделение зарядов по боковым граням полупроводника, при этом на гранях возникает разность потенциалов (для дырочного и электронного случая на рис. 6 показано разделение зарядов)

В нашем случае милливольтметр снимал отрицательное напряжение при данных условиях, а значит, согласно рисунку, носители заряда – электроны.

### 3.3. Расчёт постоянной Холла и подвижности основных носителей

Согласно формуле (3), в линейном приближении можно, зафиксировав одну из переменных (поле магнита или ток), и снимая зависимость от другой переменной, найти постоянную Холла.

### 3.3.1. Фиксированный ток в образце

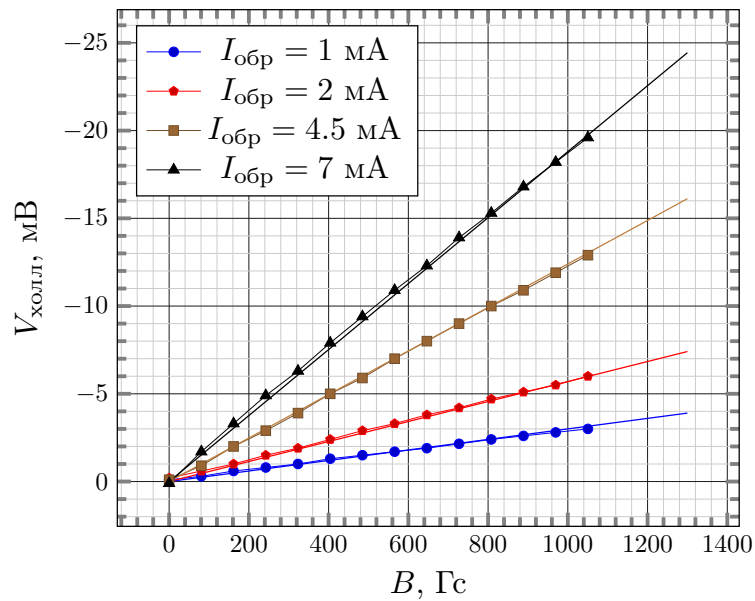


Рис. 7. Зависимость ЭДС Холла от магнитного поля при нескольких фиксированных значениях тока образца. График построен с учётом паразитного напряжения на контактах.

В данном эксперименте мы фиксировали четыре значения тока и при них снимали зависимость холловского напряжения от поля магнита. Полученные зависимости построены на графике 7.

$$\Delta V_{\text{холл}} = \pm(0.5\% + 0.2) \text{ мВ}, \quad \Delta B = \pm 0.808 \cdot (0.5\% + 0.2) \text{ Гс},$$

$$\Delta I_{\text{обр}} = I_{\text{max}} \cdot 2.5\% \text{ мА}$$

Каждый набор экспериментальных точек был аппроксимирован линейной функцией, исходя из неё и инструментальных погрешностей были найдены соответствующие значения постоянной Холла:

$$R_1 = (9.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_2 = (9.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}},$$

$$R_{4.5} = (9.1 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_7 = (8.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

### 3.3.2. Фиксированное поле в образце

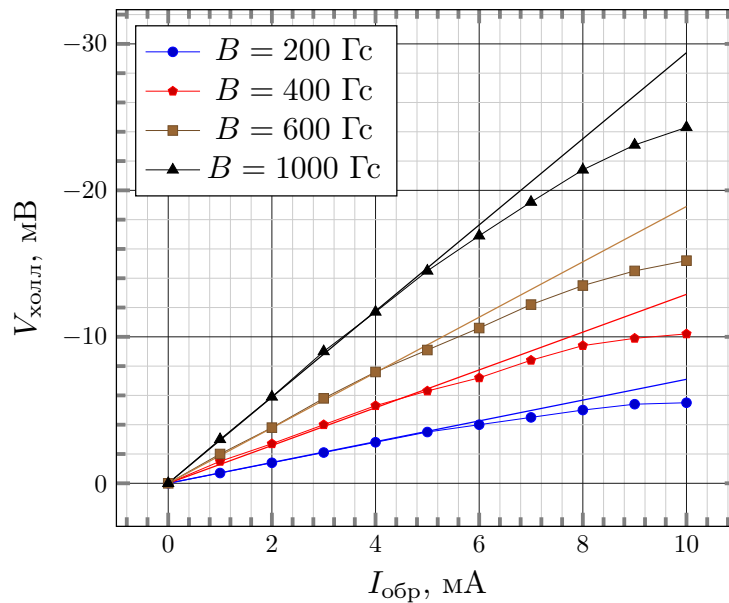


Рис. 8. Зависимость ЭДС Холла от тока образца при нескольких фиксированных значениях магнитного поля. График построен с учётом паразитного напряжения на контактах.

В данном эксперименте расчет постоянной Холла аналогичен предыдущей. Отличие в том, что при повышении тока через образец появляются нелинейные эффекты, и элементарная теория эффекта Холла перестает работать. Поэтому подбор линейной регрессии осуществлялся таким образом, чтобы прямая наилучшим образом аппроксимировала экспериментальные точки на линейном участке (см. рис. 8). В результате расчетов получили

$$R_{200} = (11.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_{500} = (10.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}},$$

$$R_{600} = (10.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}, \quad R_{1000} = (9.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

### 3.4. Усредненные характеристики

Из полученных данных можем найти среднее значение постоянной Холла:

$$\langle R \rangle = (9.85 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

Посчитав значение постоянной Холла и удельной проводимости, можем оценить подвижность основных носителей в образце:

$$\langle \mu_H \rangle = \langle R \rangle \cdot \sigma = (3.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

А из формулы (5) можем оценить концентрацию носителей:

$$\langle n \rangle \sim 10^{22} \frac{1}{\text{м}^3}$$

## 4. Результаты

В данной работе был изучен эффект Холла, определен тип носителей заряда исходного образца. Определена постоянная Холла

$$\langle R \rangle = (9.85 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{А} \cdot \text{с}}$$

Оценена концентрация носителей в образце

$$n \sim 10^{22} \text{ м}^{-3}$$

Оценена подвижность носителей

$$\langle \mu_H \rangle = \langle R \rangle \cdot \sigma = (3.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

А также получена удельная проводимость образца

$$\sigma = 34.1 \pm 0.1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$$

## Список литературы

- [1] Сарафанов Ф.Г. Блог «Physics & other». Н.Новгород: РФФ ННГУ, 2019.
- [2] Сарафанов Ф.Г., Понур К.А., Сидоров Д.А. Отчет по работе «эффект Холла» (<https://github.com/FedorSarafanov/HallEffect>)
- [3] Понур К.А., Карусевич А.А. Отчет по работе «Движение носителей заряда в электрических и магнитных полях» (<https://github.com/KirillPonur/quant-hall-effect>)

- [4] Битюрин Ю.А. и др. Движение носителей заряда в электрических и магнитных полях. Эффект Холла: описание к лабораторной работе. – Н.Новгород: ННГУ, 2004 – 32 с.
- [5] Битюрин Ю.А. и др. Измерение ширины запрещенной зоны. Описание к лабораторной работе. Н.Новгород: ННГУ, 2004