2.3 动态断裂力学

特征：

- 惯性效应
- 应力波效应

影响力学参数

- 应变率敏感效应
- 绝热效应

影响材料参数

问题：

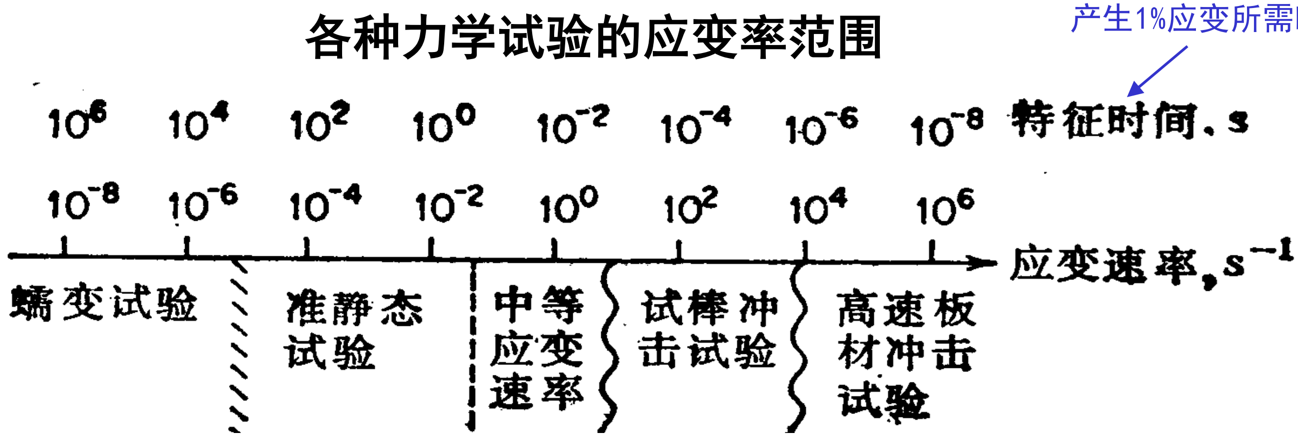
- 在高速加载下，静态（初始）裂纹的起裂**（冲击断裂）**
- 在静态或动态载荷下，裂纹快速扩展**（运动裂纹）**

2.3.1 冲击断裂

产生1%应变所需时间

应变速率

试验类型



			亚动态	冲击	高速冲击
试验方法	砝码、机械恒载	机械加载	摆锤冲击	Hopkinson压杆冲击	氢气砲
测试性能	蠕变、应力松弛	拉/压/弯/扭	A_K	动态拉伸、压缩、扭转性能	

热力学特征	等温过程	绝热过程
动力学特征	惯性效应可忽略	惯性效应不可忽略

2.3.1 冲击断裂

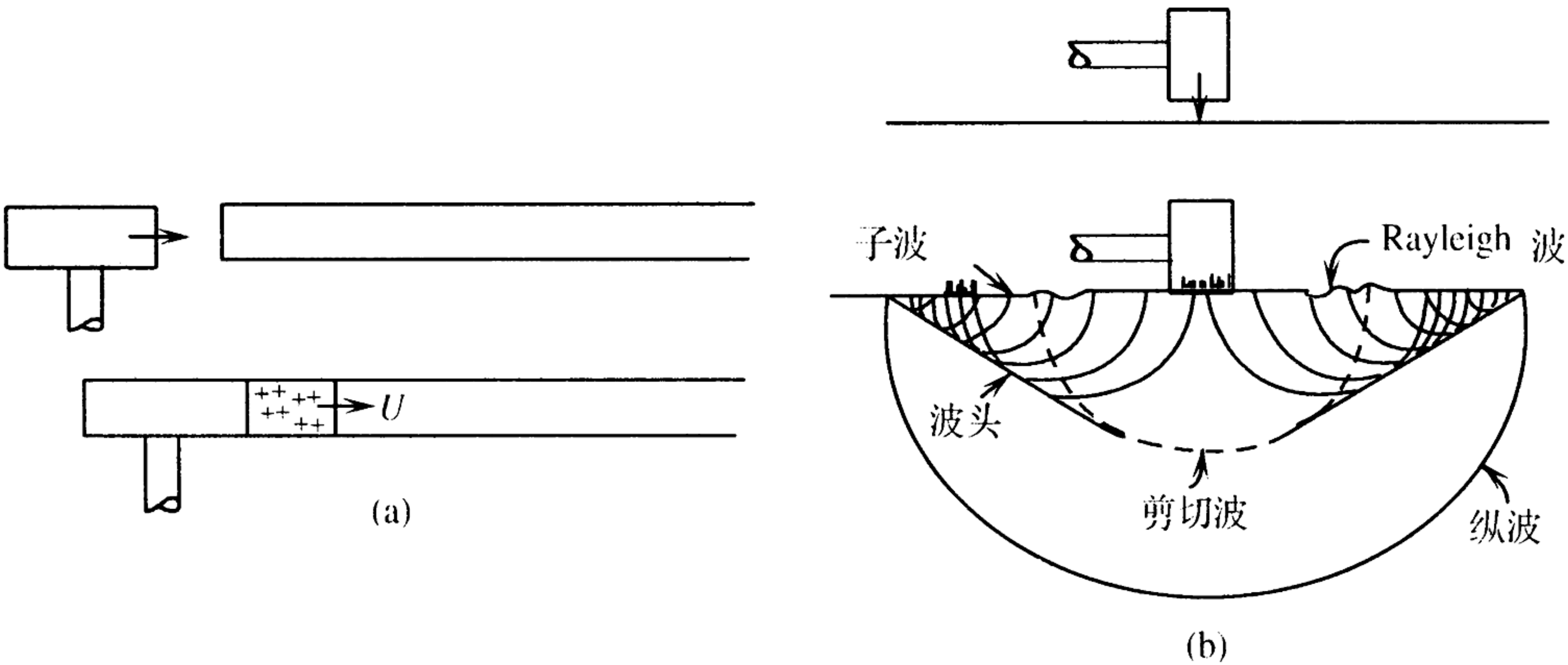
- 应力波
- 惯性效应
- 冲击断裂韧度（动态断裂韧度之一）

2.3.1.1 应力波

当物体的局部位置受到冲击时，物体内质点的扰动会向周围地区传播开，此即应力波的传播。

- 质点运动方向平行于波的传播方向的称为纵波
  - — 压缩波：质点运动方向与波的传播方向相同；
  - — 拉伸波：质点运动方向与波的传播方向相反；
- 质点运动方向与波的传播方向相互垂直的应力波称为横波
- 质点的纵向运动和横向运动结合起来的应力波称为复合波

波的类型示意图



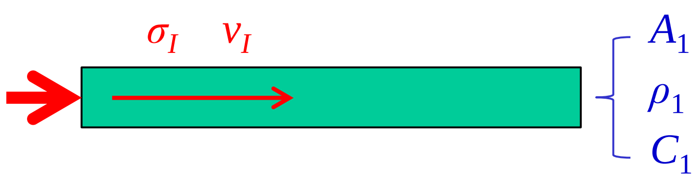
(a) 锤冲击细长杆；(b) 锤冲击半无限体。

注意纵波、剪切波和 Rayleigh 波的形成。纵波和自由面发生相互作用，形成包含头波的子波。

波速大小排序： $C_L > C_T > C_R$

（1）弹性应力波（一维）

设： 在 $t<0$ 时静止，$t=0$ 时杆端突然施加沿轴向（x）载荷，引起应力波，应力波通过时质点位移为 u，速度为 v。



基本假设：

- 横截面保持平面，泊松效应不计，沿截面只有均布轴向应力，即所谓"一维应力波"；
- 应力为应变 的单值函数。

则波动方程为：$\dfrac{\partial v}{\partial t}=C_L^2\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial x}$ 或 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=C_L^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

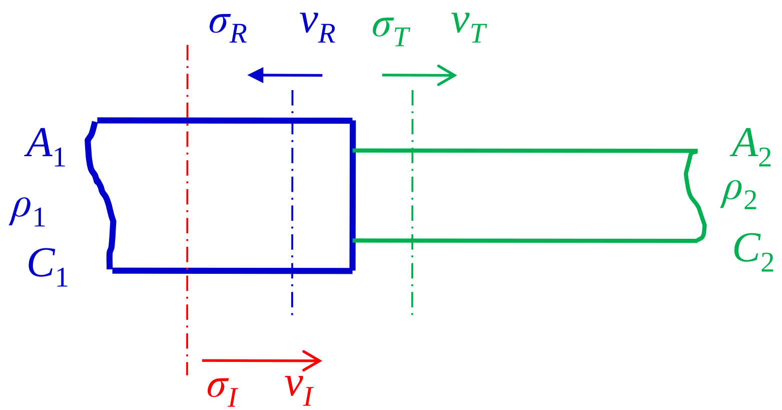
式中，$C_L=\sqrt{\left(\dfrac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)/\rho}$ 对弹性杆：$\dfrac{d\sigma}{d\varepsilon}=E$，则 $C_L=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

复合杆弹性应力波的反射及透射

根据波动力学可求出：

$$\sigma_T = \frac{2A_1\rho_2 C_2}{A_2\rho_2 C_2 + A_1\rho_1 C_1}\sigma_I$$

$$\boxed{\sigma_R = \frac{A_2\rho_2 C_2 - A_1\rho_1 C_1}{A_2\rho_2 C_2 + A_1\rho_1 C_1}\sigma_I}$$

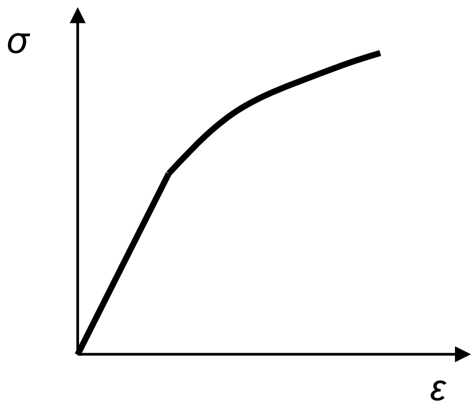


在不同截面、不同材质所组成的复合杆中的应力传播

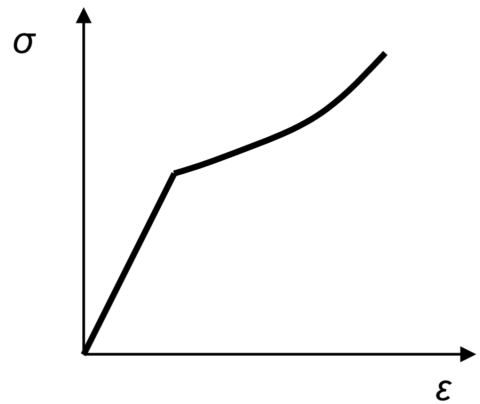
- **自由端反射**：A_2=0，则σ_R=-σ_I，表明应力波在自由端反射后应力改变了符号，原压缩波成为拉伸波；

- **固定端反射**：$A_2\rightarrow\infty$，则$\sigma_R\rightarrow\sigma_I$、$\sigma_T\rightarrow 0$，表明应力波在固定端反射时应力与入射时相同，所以杆端总应力加倍。

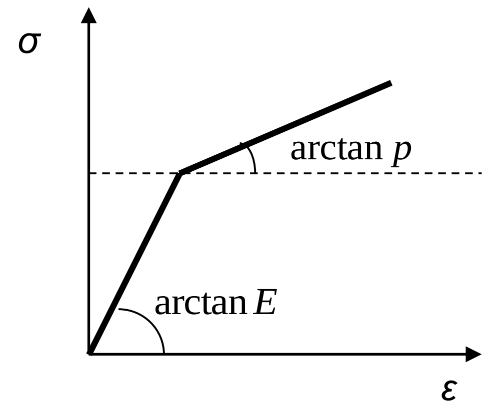
（2）弹塑性应力波



递减硬化材料



递增硬化材料



线性硬化材料

随应变 增大，波速逐渐减小，波形越来越平坦，称为弥散波

随应变 增大，波形逐渐缩短，称为会聚波。会聚波最后必将形成陡峭的波阵面，成为冲击波

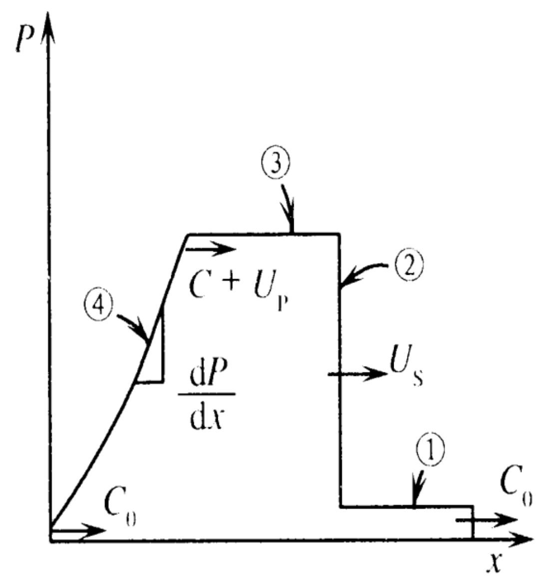
为理想情形，有两个应力波在传播：

弹性波： $C_e = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

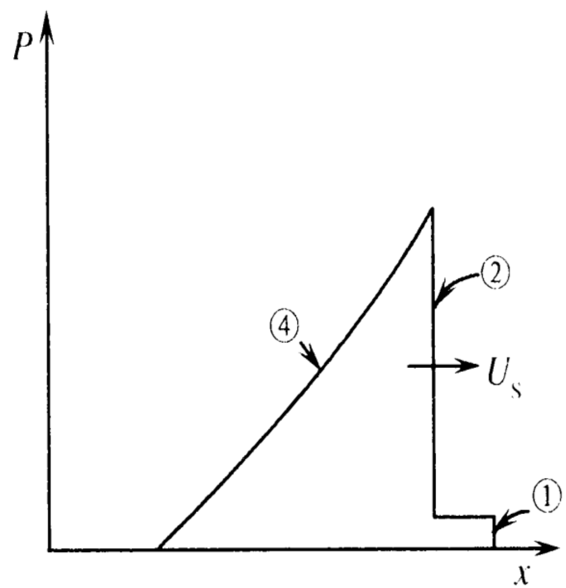
塑性波： $C_p = \sqrt{\dfrac{p}{\rho}}$

（3）冲击波

- 应力波的振幅大大超过材料的动态屈服强度；
- 介质被约束，不允许有横向流动，压缩应力状态与流体静力学压缩状态相似，波传过材料后不改变宏观尺寸；
- 波阵面变得“陡峭”；



(a) 由板撞击产生的冲击波(梯形);



(b) 由炸药爆炸或激光脉冲产生的冲击波(三角形)。

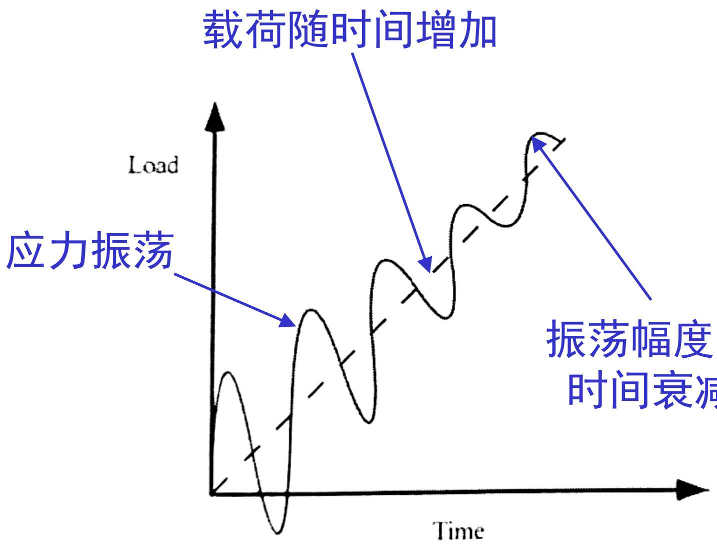
C_0—弹性波波速

U_S—冲击波波速

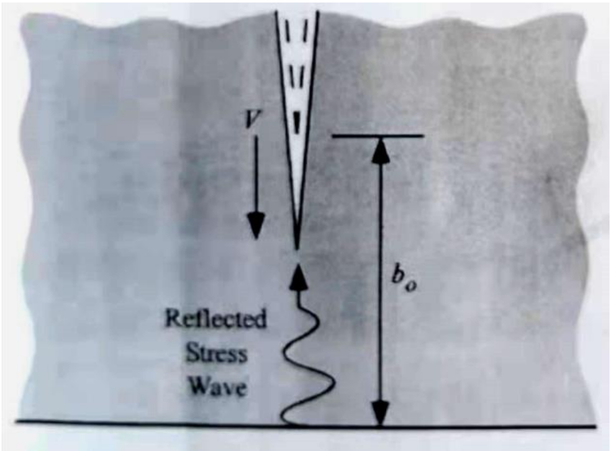
U_P—质点速度

P—压力

2.3.1.2 惯性效应



动态加载初期载荷-时间响应示意图



应力波反射到裂纹尖端的示意图

$$\sigma_{ij} = \frac{K_{\mathrm{I}}(t)}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \qquad (1)$$

在应力振荡及有应力波反射的情况下，不可能由远场载荷准确计算*K*

Nakamura实验及理论

三点弯曲实验：

- 加载初期（短时），力学响应由应力波主导
- 中期（过渡阶段），惯性效应减弱
- 加载后期（长时间），力学响应类似于准静态

存在一个“转折时间t_τ”，当：

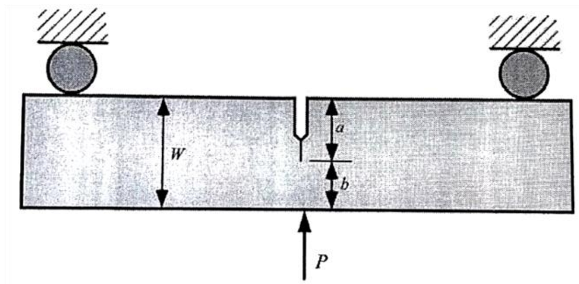
- $t<t_\tau$时，惯性效应（动能）主导
- $t>t_\tau$时，准静态（变形能）主导

Nakamura理论

动能　几何因子　加载线位移速率

$$\frac{E_k}{U} = \left[\Lambda \frac{W\dot{\Delta}(t)}{C_0\Delta(t)}\right]^2 \qquad (2)$$

变形能　纵波速度　加载线位移



Three-point bend specimen.

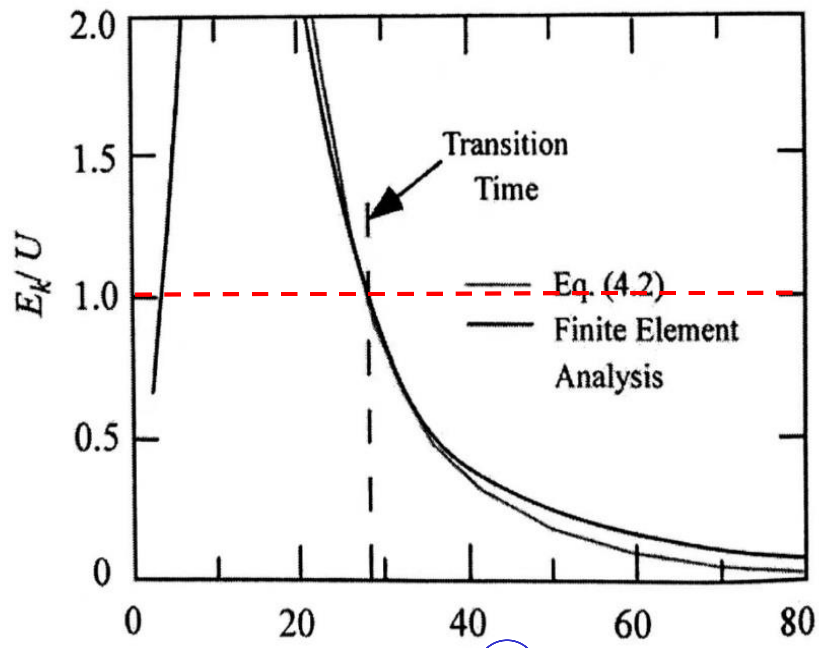
定义“动能与变性能相等的时间”为转折时间，并引入“无量纲位移系数”：$D = \left.\frac{t\dot{\Delta}(t)}{\Delta(t)}\right|_{t_\tau}$

则转折时间为：

$$t_\tau = D\Lambda \frac{W}{C_0} \qquad (3)$$

设位移与时间为幂律关系：$\Delta = \beta t^\gamma$，则：$D = \gamma$

(E_k/U)的试验及动态FEM计算的比较



实验及（2）式计算：$t_\tau \dfrac{c_1}{W} \approx 28$

动态有限元计算：$t_\tau \dfrac{c_1}{W} \approx 27$

无量纲时间轴

无限固体中的纵波波速

试样宽度

W/c_1 ：应力波横穿试样所需时间

tc_1/W ：应力波在 t 时间内横穿试样次数

当 $t_\tau \dfrac{c_1}{W} > 20$ 时，**Nakamura模型与FEM分析符合较好。**

三维动态弹塑性有限元分析

对深裂纹三点弯曲试样，当 $t >> t_\tau$ 时，有：

$$J_{dc} = \frac{2}{Bb}\int_0^{\Omega(t^*)} M(t)\,d\Omega(t) \qquad (4)$$

当前时间

试样厚度　　韧带宽度　　弯矩　　旋转角

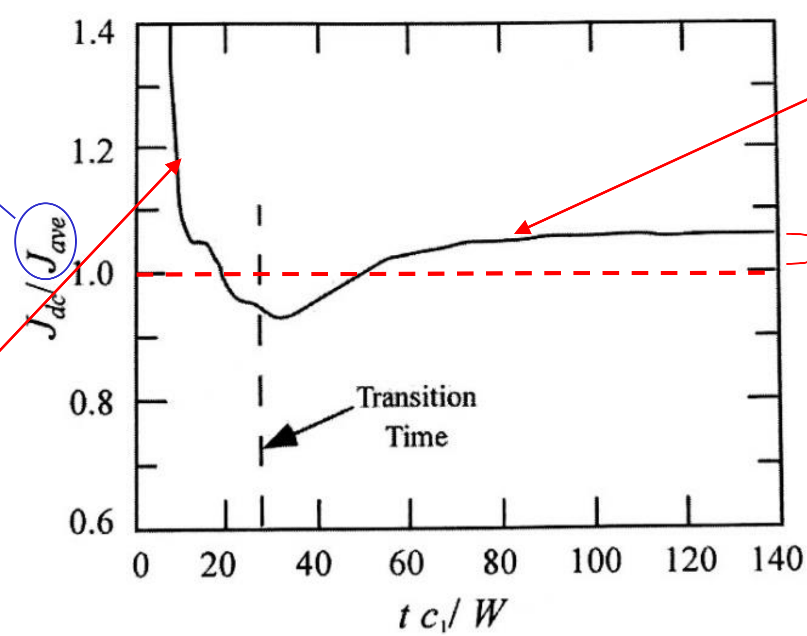
当 $t > 2t_\tau$ 时

$$\frac{J_{dc}}{J_{ave}} = 常数(略大于1)$$

三维FEM计算的全厚度平均 J 积分

在冲击加载初期

$$J_{ave} << J_{dc}$$



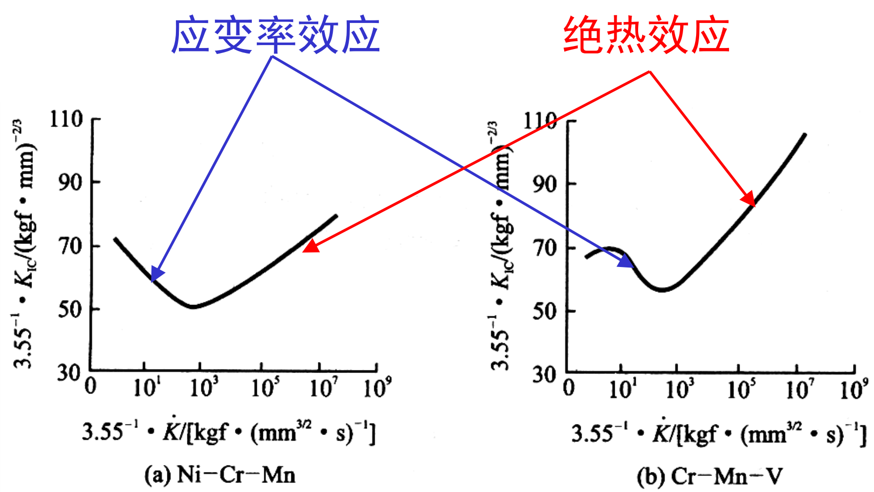
该差值是由三维效应（非动态效应）造成

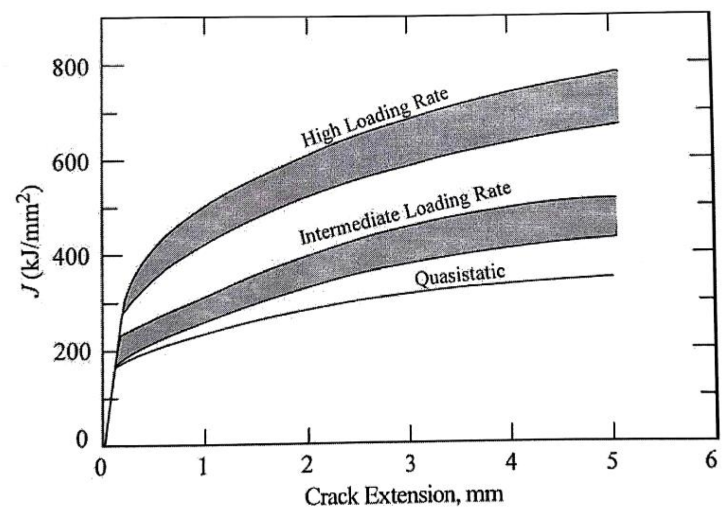
结论： 当 $t > 2\,t_\tau$ 时，动态 J 积分可由静态J积分计算。

动态 J 积分与FEM计算全厚度平均 J 积分之比

2.3.1.3 冲击断裂韧度

快速加载下的裂纹扩展阻力K_{Id}： 以足够的加载速率施加载荷，裂纹开始起裂（断裂）时的应力强度因子值，因而是加载速率（dK/dt）的函数。





加载速率对两种钢 K_{Id} 的影响

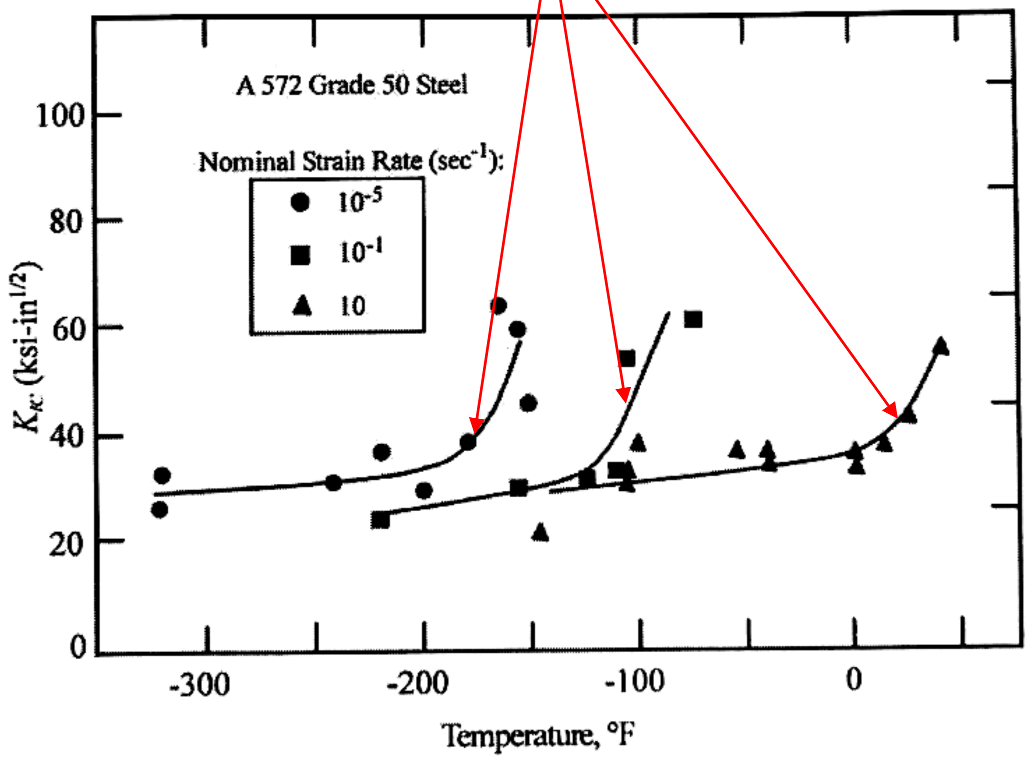
加载速率对HY80钢 J_R 曲线的影响

脆性断裂（应力控制）

韧性断裂（应变控制）

温度对断裂韧度的影响

温度引起的韧脆转变，加载速率愈高，韧脆转变温度愈高



加载速率及温度对钢断裂韧度的影响

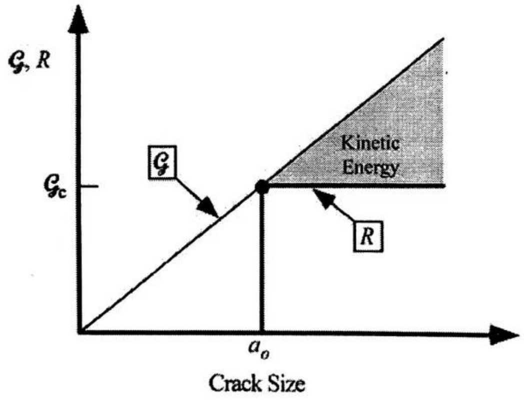
2.3.2 裂纹快速扩展（运动裂纹）

- 运动裂纹的速度
- 运动裂纹的断裂力学参量
- 运动裂纹的阻力（动态断裂韧度）
- 运动裂纹的分岔
- 运动裂纹的停止（止裂）

2.3.2.1 运动裂纹的速度

参见PDF讲义

当裂纹达到临界失稳扩展长度 a_C 时，由于裂纹扩展能量释放率 G 大于裂纹扩展阻力 R，故多余能量（$G-R$）将转化为裂纹扩展的动能（E_k）。因此，E_k的大小决定了裂纹扩展速度的大小。



无限大弹性板中的动能：

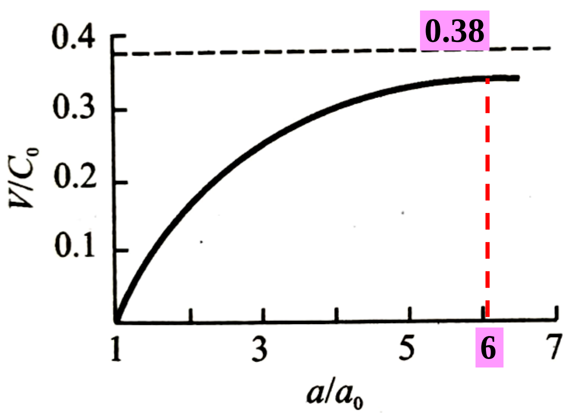
$$E_k = \frac{1}{2}\frac{k\rho a^2 V^2 \sigma^2}{E^2}$$

裂纹扩展速度：

$$V = \sqrt{\frac{2\pi}{k}}\sqrt{\frac{E}{\rho}}\sqrt{1-\frac{a_C}{a}}$$

$\nu = 0.25$ $\quad \sqrt{\frac{2\pi}{k}} = 0.38$ $\quad \sqrt{\frac{E}{\rho}} = C_0$

$$V = 0.38C_0\left(1-\frac{a_C}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$$



裂纹速度与长度的关系

2.3.2.2 运动裂纹的断裂力学参量 - K_I^d

动态应力强度因子可以分解成裂纹扩展速度函数***k*(*V*)**和静态应力强度因子***K*(0)**的乘积形式：

$$K_{\mathrm{I}}^{d}=k(V)\cdot K(0)$$

$$k(V)=\frac{1-V/C_R}{(1-hV)^{1/2}}$$

$$h=\frac{2}{C_1}\left(\frac{C_2}{C_R}\right)^2\left(1-\frac{C_2}{C_1}\right)^2$$

依赖于瞬时裂纹长度、外加应力、裂纹扩展速度和裂纹扩展历史，也即$K(0)$并非是与运动裂纹等长度的静态裂纹应力强度因子K_{I}^{s}，一般来说，$K(0)$小于K_{I}^{s}。

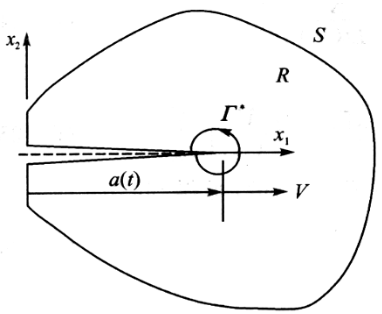
2.3.2.2 运动裂纹的断裂力学参量 - G_I^d

裂速　　应变能密度

回路积分定义：

$$G_{\mathrm{I}}^{d}=\lim_{\Gamma^{*}\to 0}\frac{1}{V}\int_{\Gamma^{*}}\left[\left(w+\frac{1}{2}\rho\dot{u}_{i}\cdot\dot{u}_{i}\right)V_{n}-T_{i}\cdot\dot{u}_{i}\right]ds$$

介质密度　裂速在Γ^*上的法向分量



积分围路

对无限介质而言，G_I^d 也可以分解为裂速函数$g(V)$和静态因子$G(0)$的乘积：

$$G_{\mathrm{I}}^{d}=g(V)\cdot G(0)$$

$G(0)$不等于相应裂纹长度的静态能量释放率G_I^s

$$g(V)=\frac{1-V}{C_R}$$

$$G_{\mathrm{I}}(0)=\frac{1-\nu}{2\mu}\cdot[K_{\mathrm{I}}(0)]^{2}$$

对等速扩展的裂纹，有：

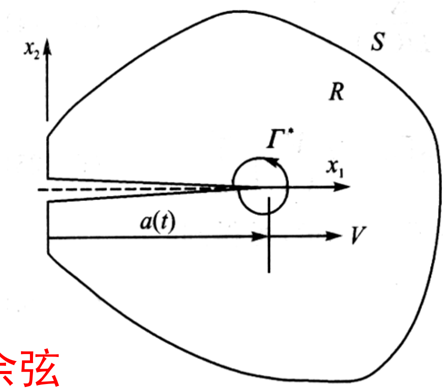
$$G_{\mathrm{I}}^{d}=\frac{1}{E'}\cdot\left(K_{\mathrm{I}}^{d}\right)^{2}$$

2.3.2.2 运动裂纹的断裂力学参量 - J_{I}^{d}

形变功密度 $w^* = w_e + w_p$

回路积分定义： $$J_{\mathrm{I}}^{d} = \lim_{\Gamma^* \to 0} \frac{1}{V} \int_{\Gamma^*} \left[\left(w^* + \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \cdot \dot{u}_i \right) V_n - T_i \cdot \dot{u}_i \right] ds$$

$$w^* = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \int_{t_0}^{t} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dt$$



积分围路

单位方向余弦

裂纹恒速扩展时： $$J_{\mathrm{I}}^{d} = \int_{\Gamma} \left[\left(w^* + \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_1 - T_i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right] ds$$

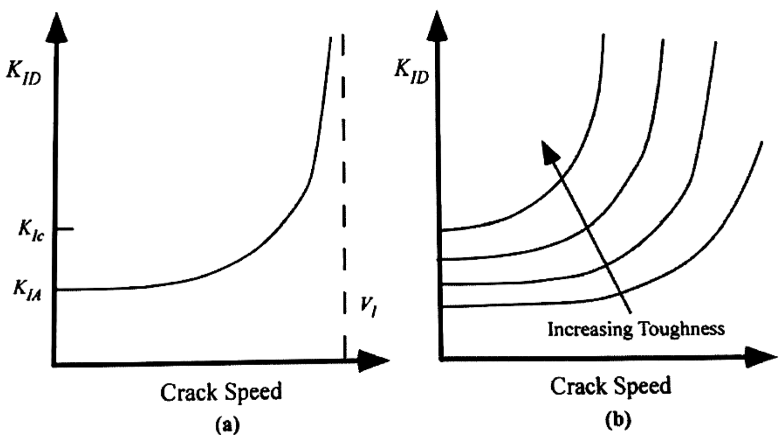
- **动态 J 积分与动态能量释放率的关系：** $$J_{\mathrm{I}}^{d} = G_{\mathrm{I}}^{d} - \lim_{\Gamma^* \to 0} \frac{1}{V} \int_{\Gamma^*} \rho \dot{u}_i \cdot \dot{u}_i ds$$

- **动态 J 积分与动态应力强度因子的关系：** $$J_{\mathrm{I}}^{d} = \frac{F_{\mathrm{I}}(V)}{2\mu} \left(K_{\mathrm{I}}^{d} \right)^2$$

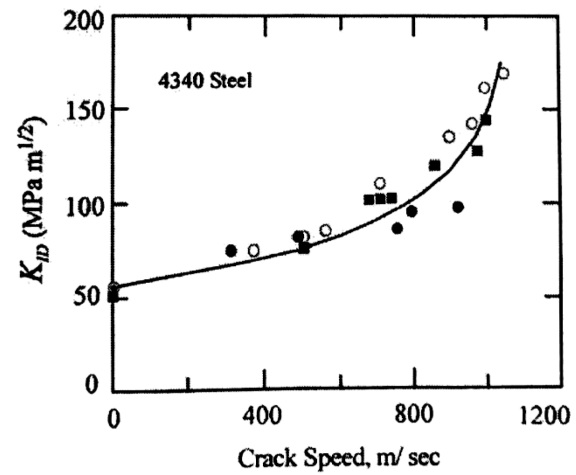
$$F_{\mathrm{I}}(V) = \frac{\beta_1 (1 - \beta_2^2)}{D(V)} \left[4\beta_1 - \frac{1}{\beta_1} (1 + \beta_2^2)^2 - 4(\beta_1 - \beta_2) \frac{1 + \beta_2^2}{\sqrt{(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)}} \right]$$

2.3.2.3 动态断裂韧度

快速扩展中的裂纹扩展阻力K_{ID}： 保持快速扩展中的裂纹继续向前扩展所需要施加的应力强度因子值，因而必然是裂速的函数。



动态断裂韧度与裂纹扩展速度关系示意图



4340钢动态断裂韧度与裂纹扩展速度曲线

经验关系：

$$K_{ID} = \frac{K_{IA}}{1 - \left(\frac{V}{V_l}\right)^m}$$

材料常数

裂纹扩展极限速度

裂纹快速扩展断裂判据

裂纹快速扩展的驱动力，与裂纹尺寸、裂纹扩展速度、结构的几何形状和加载方式有关。由于裂纹尺寸是时间的函数，所以它们也是时间的函数

$$K_{\mathrm{I}}^{d} > K_{\mathrm{I}D}(V,T)$$

$$G_{\mathrm{I}}^{d} > G_{\mathrm{I}D}(V,T)$$

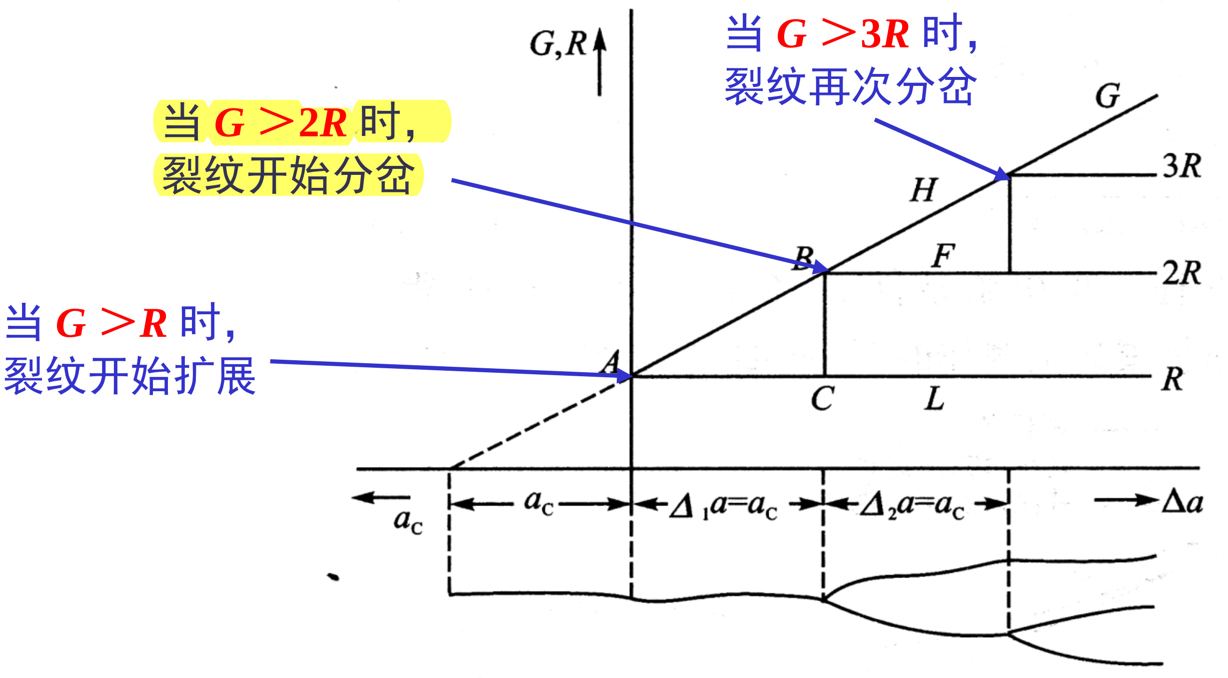
快速裂纹扩展判据实际上是一个控制裂纹运动的关于裂速V的超越方程，作为补充条件给出，而使运动边界问题可解。这时一个控制过程的判据。当K_{I}^{d}和G_{I}^{d}确定后，可以进行裂纹快速扩展的预测。

2.3.2.4 裂纹的分岔

裂纹快速扩展时常会发生分岔。裂纹分岔后有两种可能：一是降速而止裂；二是加速而再次分岔。这取决于裂纹扩展能量释放率的高低。

（1） 裂纹分岔的能量释放率判据

① 不考虑动能影响的分岔

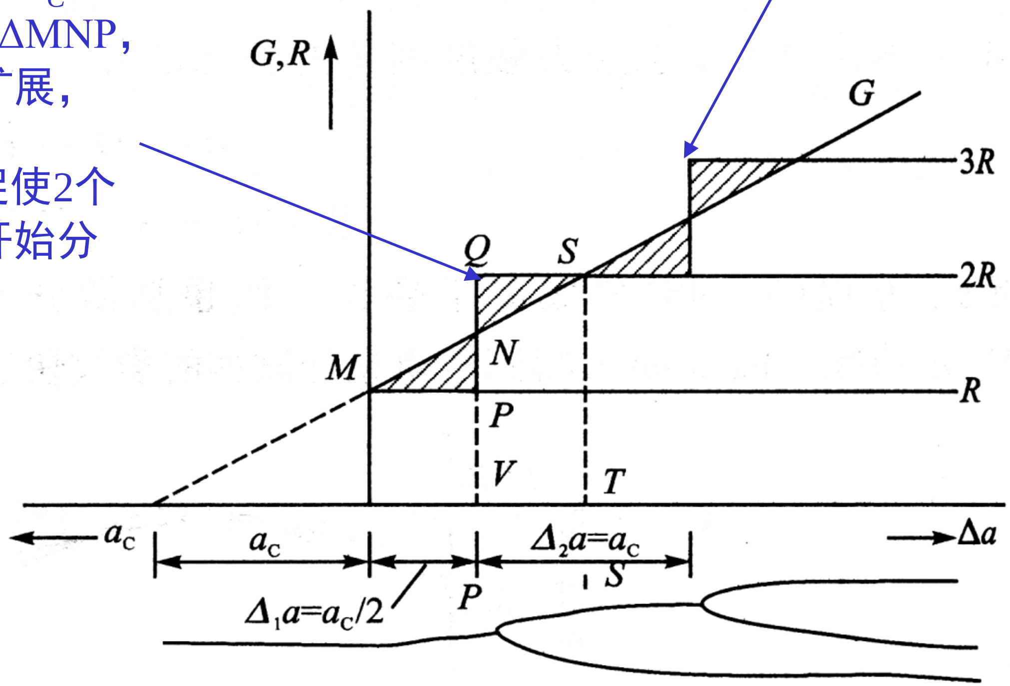


② 考虑动能的裂纹分岔

动能的存在，可使裂纹在较低的扩展速度下发生分岔。

当 裂纹扩展Δa =0. 5a_C（P点）时，动能为ΔMNP，它可用于驱动裂纹扩展，此时总的驱动力为$VN+QN=2R$，可以促使2个裂纹扩展，及裂纹开始分岔。

裂纹持续扩展可能出现更多分岔



（2） 裂纹分岔的应力强度因子判据

裂纹分岔时，要求达到临界的分岔应力强度因子$K_{\mathrm{I}b}$，并且裂纹分岔前的扩展速度接近其极限速度。

$$K_{\mathrm{I}} > K_{\mathrm{I}b}$$

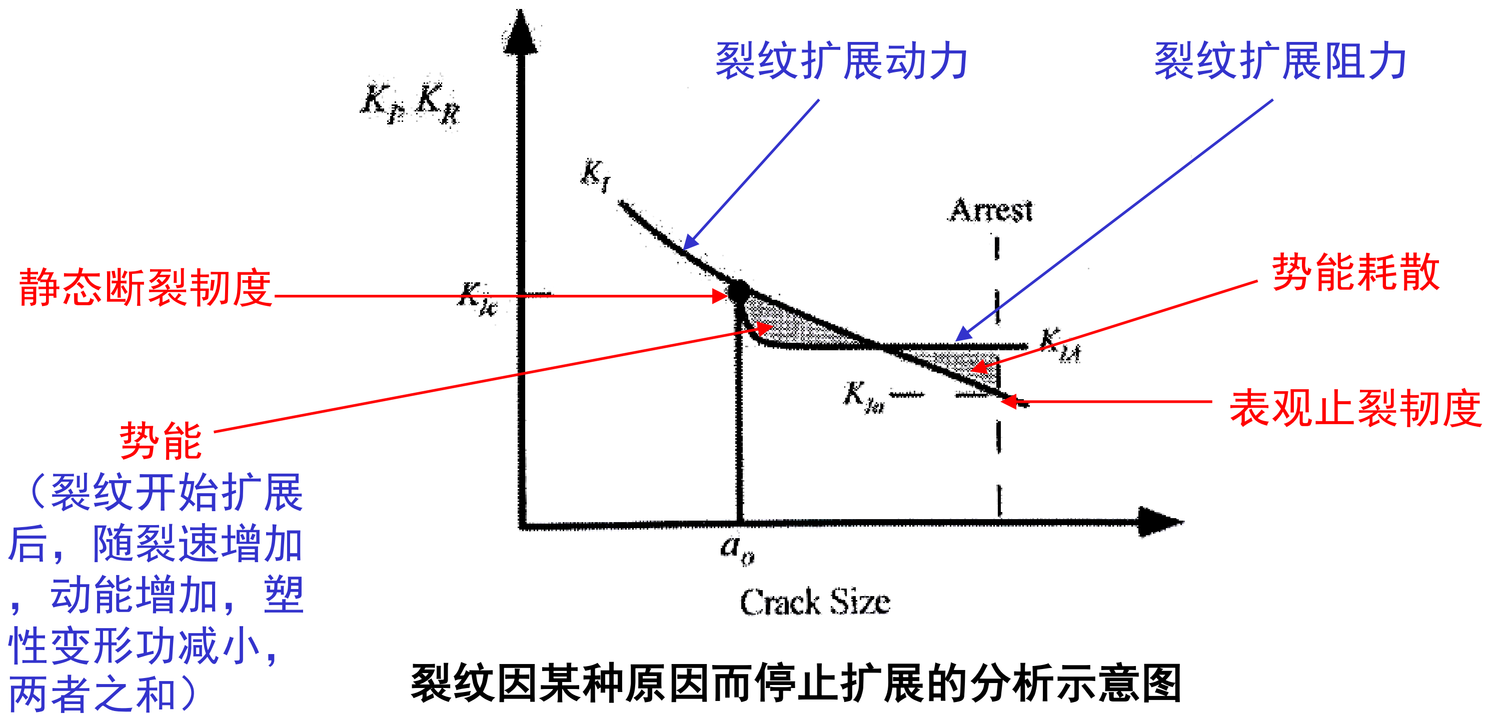
$$K_{\mathrm{I}b} \approx 4K_{\mathrm{I}c}$$

$$V \to 0.38V_0$$

2.3.2.5 止裂

止裂： 扩展（运动）中的裂纹因某种原因而停止扩展的现象

止裂判据： $K_{\mathrm{I}}^{d} < K_{\mathrm{ID}}\left(V, T\right)$



裂纹因某种原因而停止扩展的分析示意图

止裂原因及在断裂控制设计中的应用

止裂的原因：

- 裂纹扩展动力随裂纹长度增加而下降
- 裂纹扩展阻力随裂纹长度增加而上升
  - 材料中裂纹扩展遇到韧性相、界面等
  - 材料或结构中存在温度梯度，裂纹由冷区向热区扩展时
  - 结构中裂纹扩展遇到止裂带

断裂控制设计中的“双保险”：

- 起裂控制设计
- 止裂控制设计

（1）止裂理论中的动态观点

把裂纹快速扩展看成一个完整的过程，而把止裂仅看做这种过程的结束。认为快速扩展的裂纹只能在继续扩展不再可能时才会止裂。

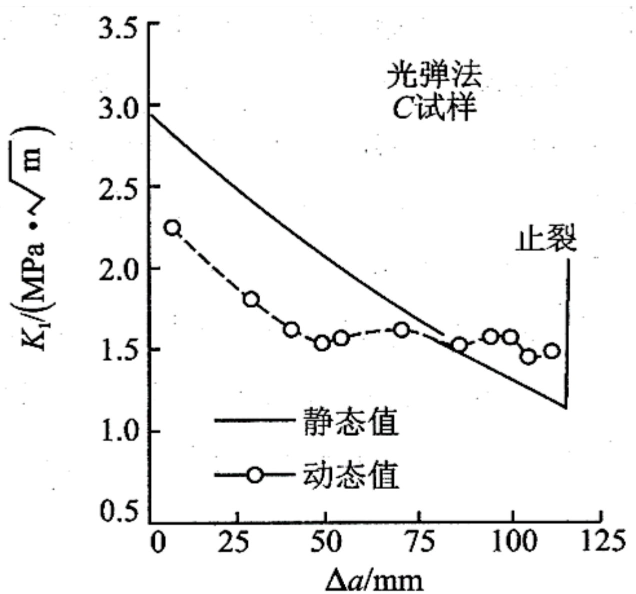
动态观点认为，止裂将发生在 t_0 时刻，此时及随后所有时刻（ $t > t_0$ ），都有 K_i^d 小于扩展断裂韧度 K_{ID} 的最小值：

$$K_I^d(t) \le \min_{0<V<C_R}\{K_{ID}(V)\}$$

由运动方程求解的动态应力强度因子

与裂纹扩展速度有关的裂纹扩展阻力

（材料性能）



动态光弹法对改进型紧凑拉伸试样的测试结果

（2）止裂理论中的准静态观点

着眼于止裂瞬间裂纹尖端条件，不考虑裂纹动态扩展过程。根据准静态的观点，材料必然存在一个控制裂纹止裂的参数K_{Ia}（止裂韧度），则止裂判据为

相应止裂时刻裂纹长度的静态应力强度因子

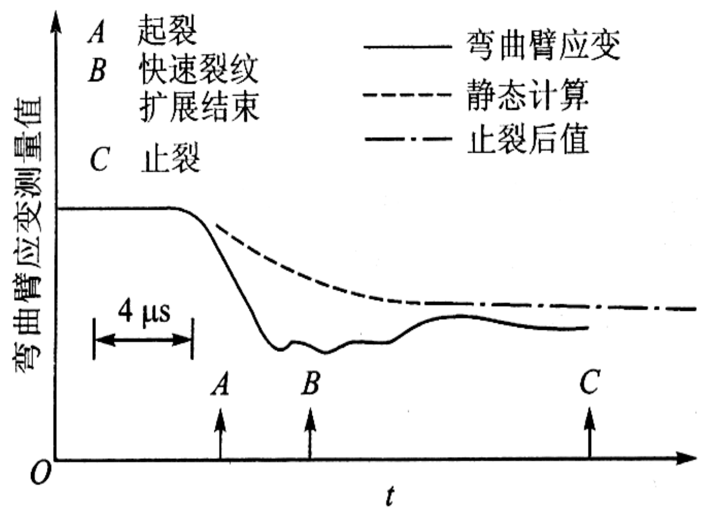
$$K_{\mathrm{I}}^{s} \le K_{\mathrm{Ia}}$$

按照ASTM E1221-88规范测定的材料（静态）止裂韧度

Crosley将止裂后1μs的 *K* 值定义为止裂韧度 K_{Ia}，认为在此期间裂纹尖端将建立一个接近静态的应力场，这样就避免了求解止裂瞬间动态裂纹尖端应力场的困难。他们提出的止裂判据为：

$$K(0) \le K_{\mathrm{Ia}}(T)$$

按静态计算的裂纹尖端应力场强度因子



A533 钢矩形双悬臂梁试样 应变和静态分析结果比较

（3）止裂理论中的能量观点

对扩展中的裂纹，裂纹扩展力可表示为

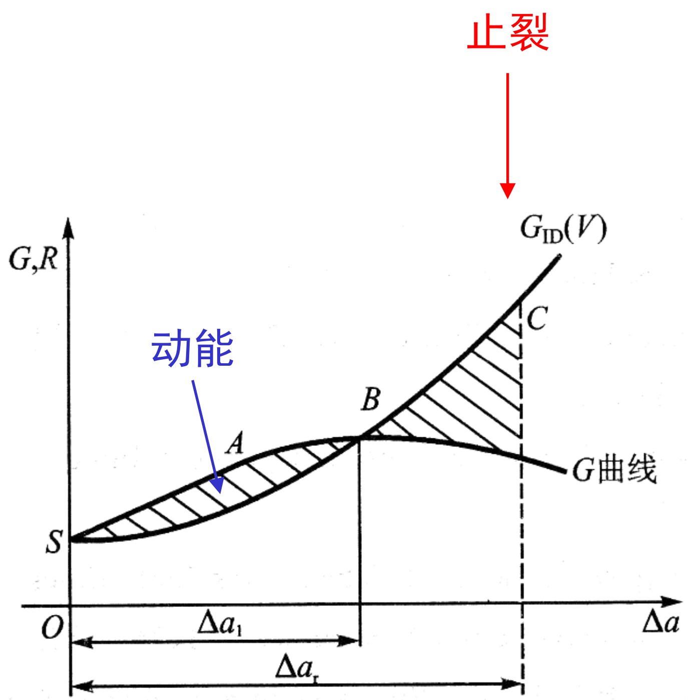
$$G(V)=\frac{dW}{da}-\frac{dU}{da}-\frac{dE_k}{da}$$

裂纹快速扩展条件为：

$$G(V)\geq G_{ID}(V)$$

裂纹止裂条件为：

$$G(V)<G_{ID}(V)$$



裂纹扩展中的能量变化