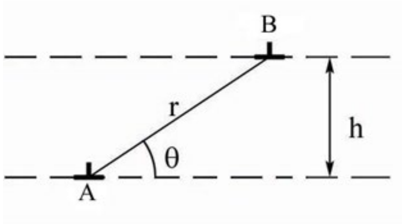
材料强度学 第五次作业答案

1，如图所示，在相距为 h 的滑移面上有两个相互平行的同号刃型位错 A、B。试求出位错 B 在水平滑移面上向左运动过程中（从 A 的右边很远位置滑动到 A 的左边很远位置）为克服位错 A 的应力场所需的切应力表达式，并考察其随θ角的变化规律（包括大小及符号）。



答：以水平方向为 x 方向，垂直方向为 y 方向，竖直方向为 z 方向建立坐标系。题中为两个平行的同号刃位错，相互作用力可以由 Peach-Koehler 公式 $f=(b\cdot\sigma)\times l$推导，位错沿滑移面上运动的力：

$$f=\tau_{xy}b_2=\frac{Gb_1b_2}{2\pi(1-v)}\frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

已知在本题中

$$y=h\text{ 固定不变，}\ x=rcos\theta=\frac{hcos\theta}{sin\theta}$$

带入可得

$$f=\frac{Gb_1b_2}{8\pi(1-v)}\frac{sin4\theta}{h}$$

因此该切应力的大小是一个与θ相关的函数，其方向正负也由θ决定。

①当$0<\theta\le\frac{\pi}{8}$时，随着θ增大，f_x增大，符号为正即斥力逐渐增大。

②当$\frac{\pi}{8}<\theta\le\frac{\pi}{4}$时，随着$\theta$增大，$f_x$减小，符号为正即斥力逐渐减小。

③当$\frac{\pi}{4}<\theta\le\frac{3\pi}{8}$时，随着$\theta$增大，$f_x$增大，符号为负即引力逐渐增大。

④当$\frac{3\pi}{8}<\theta\le\frac{\pi}{2}$时，随着$\theta$增大，$f_x$减小，符号为负即引力逐渐减小。

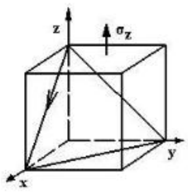
⑤当$\frac{\pi}{2} < \theta \le \frac{5\pi}{8}$时，随着$\theta$增大，$f_x$增大，符号为正即斥力逐渐增大。

⑥当$\frac{5\pi}{8} < \theta \le \frac{3\pi}{4}$时，随着$\theta$增大，$f_x$减小，符号为正即斥力逐渐减小。

⑦当$\frac{3\pi}{4} < \theta \le \frac{7\pi}{8}$时，随着$\theta$增大，$f_x$增大，符号为负即引力逐渐增大。

⑧当$\frac{7\pi}{8} < \theta \le \pi$时，随着$\theta$增大，$f_x$减小，符号为负即引力逐渐减小。

2，在铜单晶的(111)面上有一个$b = \frac{a}{2}[10\bar{1}]$的右旋螺位错，其中$a = 0.36\ nm$。现沿[001]方向拉伸，拉应力为$10^6$ Pa，请使用 Peach-Koehler 公式判断作用在螺位错上的力的方向并计算其大小。



答：使用 Peach-Koehler 公式：

$$\vec{f} = \left(\vec{b} \cdot [\sigma]\right) \times \vec{t} = \frac{a}{2}[10\bar{1}] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \times \frac{\sqrt{2}}{2}[10\bar{1}]$$

由此求得$\vec{f} = 1.27 \times 10^{-4} N/m$，方向为-y 方向。

3，已知在某次实验中，小红对晶体内的位错反应进行了如下记录：$\frac{a}{2}[10\bar{1}] \rightarrow \frac{a}{6}[21\bar{1}] + \frac{a}{6}[1\bar{1}\bar{2}]$，小明对晶体内的位错反应进行了如下记录：$\frac{a}{2}[10\bar{1}] \rightarrow \frac{a}{6}[23\bar{1}] + \frac{a}{6}[1\bar{3}\bar{2}]$。

（a） 请从矢量角度分别判断两位同学记录的反应是否可行?

（b） 请从能量角度分别判断两位同学记录的反应是否可行?

答：(a）从矢量角度，对于小红：$\frac{a}{6}[21\bar{1}] + \frac{a}{6}[1\bar{1}\bar{2}] = \frac{a}{6}[30\bar{3}] = \frac{a}{2}[10\bar{1}]$，可行；对于小明$\frac{a}{6}[23\bar{1}] + \frac{a}{6}[1\bar{3}\bar{2}] = \frac{a}{6}[30\bar{3}] = \frac{a}{2}[10\bar{1}]$，可行。

（b）从能量角度，对于小红，$\left|\vec{b}\right|^2 = \frac{1}{2}a^2, \left|\vec{b}_1\right|^2 = \frac{1}{6}a^2, \left|\vec{b}_2\right|^2 = \frac{1}{6}a^2$，满足$\left|\vec{b}\right|^2 > \left|\vec{b}_1\right|^2 + \left|\vec{b}_2\right|^2$，因此可行；对于小明$\left|\vec{b}\right|^2 = \frac{1}{2}a^2$，$\left|\vec{b}_1\right|^2 = \frac{14}{36}a^2, \left|\vec{b}_2\right|^2 = \frac{14}{36}a^2$，不满足

$\left|\vec{b}\right|^2 > \left|\vec{b}_1\right|^2 + \left|\vec{b}_2\right|^2$，因此不可行。

4， 某金属内的一位错被两个相距 10μm 的点固定，该位错的柏氏矢量的长度为$b = 0.35nm$，剪切模量$G = 30GPa$。

（a） 请判断将这个位错弯曲成半圆的过程中何时所需的切应力最大，并计算该时刻所需要的切应力的值。

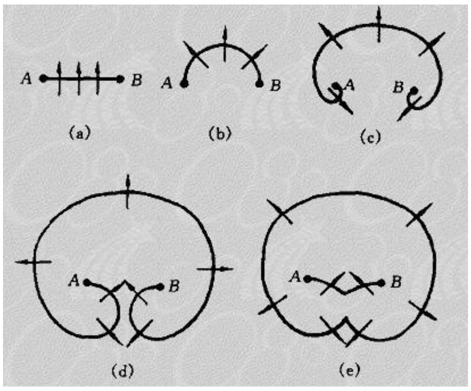
（b） 若该位错及固定点构成 Frank-Read 源，请画出该位错增殖过程并标出作用在位错上的驱动力的方向。

答：由于切应力

$$\tau = \frac{Gb}{2r}$$

因此当位错弯曲成半圆时r最小，即τ最大，此时$\tau = 1.05MPa$。

Frank-Read 源增殖过程：



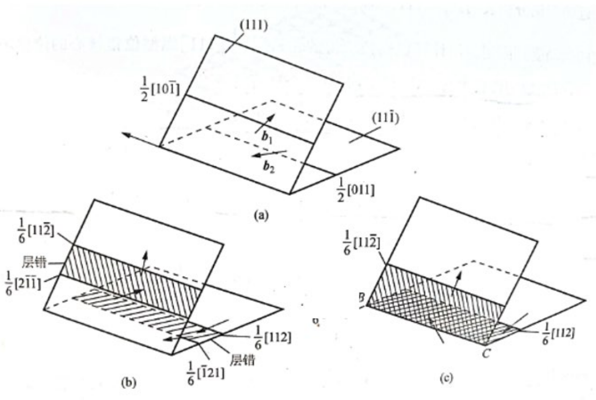
5，某一面心立方晶体的（111）和（$11\bar{1}$）面上分别有全位错$\frac{a}{2}[10\bar{1}]$和$\frac{a}{2}[011]$，它们在各自滑移面上分解为扩展位错：

$$\begin{cases} \frac{a}{2}[10\bar{1}] = \frac{a}{6}[2\bar{1}\bar{1}] + \frac{a}{6}[11\bar{2}] \\ \frac{a}{2}[011] = \frac{a}{6}[112] + \frac{a}{6}[\bar{1}21] \end{cases}$$

该两扩展位错各自在自己的滑移面上相向移动，当每个扩展为错中的一个不全位错达到滑移面的交截线时就会通过位错反应生成新的先导位错 BC.

(a) 请根据图中标注，写出形成新的先导位错的位错反应表达式。

(b) 请判断新位错的类型、柏氏矢量及滑移面，并说明该位错为何是固定位错（压杆位错）。



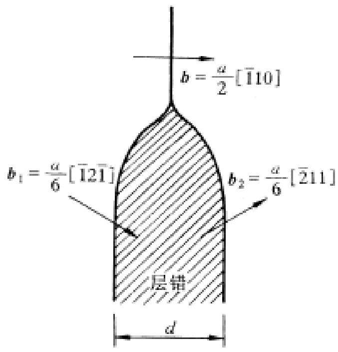
答：（a）位错反应：$\frac{a}{6}[2\bar{1}\bar{1}]+\frac{a}{6}[\bar{1}21]=\frac{a}{6}[110]$

（b）由于位错线位于两滑移面的交线处，可知$\vec{\xi}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=[\bar{1}10]$,即位错线为$[\bar{1}10]$，柏氏矢量为$\frac{a}{6}[110]$，由于位错线与柏氏矢量垂直，因此该位错为刃位错。已知位错线与柏氏矢量，因此可得滑移面的法向量$\vec{n}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=[001]$，故滑移面为（001），该滑移面并非是 fcc 的易滑移面且两边均有层错连接，因此该位错不能滑动，是固定位错。

6，在某一面心立方晶体中观察到如下所示的滑移面为（111）的扩展位错，经过电镜测量得到两不全位错的间距(即扩展位错的宽度)为 10nm。已知该晶体的剪切模量为 5Gpa。

请利用层错的表面张力（即层错能）与不全位错斥力平衡的原理，计算出层错能。

可以分别计算刃位错分量之间相互作用力和螺位错分量之间的相互作用力，再叠加得到不全位错之间的斥力。



答：先对位错进行分解：$\frac{a}{2}[\bar{1}10]=\frac{a}{6}[\bar{2}11]+\frac{a}{6}[\bar{1}2\bar{1}]$。由于两个不全位错可以分别分解为一个刃位错和一个螺位错，因此两个刃位错之间的作用力为$f_1=\frac{G|b_1||b_2|}{2\pi(1-v)d}cos\theta_1 cos\theta_2=\frac{5a^2}{16(1-v)\pi}\times 10^{17}$，两个螺位错之间的作用力为$f_2=\frac{G|b_1||b_2|}{2\pi d}sin\theta_1 sin\theta_2=-\frac{5a^2}{48\pi}\times 10^{17}$，其方向与$f_1$相反，其中$\theta_1$，$\theta_2$分别是两个不全位错与原位错之间的夹角。故两个不全位错之间的斥力大小为$f_1+f_2=(\frac{5a^2}{16(1-v)\pi}-\frac{5a^2}{48\pi})\times 10^{17}$。

课本上将v的值取 0，因此上式可以继续简化$f_1+f_2=\frac{G|b_1||b_2|}{2\pi d}cos\theta_1 cos\theta_2-\frac{G|b_1||b_2|}{2\pi d}sin\theta_1 sin\theta_2=\frac{G|b_1||b_2|}{2\pi d}\cos(\theta_1+\theta_2)=\frac{5a^2}{24\pi}\times 10^{17}$。实际情况下$v$通常取 1/3，因此准确结果是$\frac{35a^2}{96\pi}\times 10^{17}$，两者相差约 43%。