

断裂力学 第二次作业答案

1、已知道某构件的工作应力 $\sigma=800\text{MPa}$ ，裂纹长 $2a=5\text{mm}$ ，工作应力垂直于裂纹面，其应力强度因子表达式为 $K_I = 2\sigma\sqrt{a}$ ，不同热处理状态时，钢材 K_{IC} 随屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 的升高而下降，其变化如下表所示：

热处理状态	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$\sigma_{0.2}(\text{MPa})$	1100	1200	1300	1400	1500
$K_{IC}(\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2})$	108.5	85.25	69.75	54.25	46.5

若按许用应力 $[\sigma]=\sigma_{0.2}/1.4$ 要求，试求出既保证材料满足强度设计要求又不发生脆性断裂的热处理状态。

答：求出满足强度设计要求的热处理状态：

强度设计准则为 $[\sigma] < \sigma_{0.2}$ ，根据许用应力条件 $[\sigma] = \frac{\sigma_{0.2}}{1.4}$ 及五种热处理状态的 $\sigma_{0.2}$ ，

可以求出五种热处理状态时的许用应力 $[\sigma]$ 为：①785.7MPa；②857.1MPa；

③928.6MPa；④1000.0MPa；⑤1071.4MPa。可见除热处理状态①以外，其他四

种状态的许用应力均高于实际工作应力 800MPa，即均能满足强度设计的要求。

求出满足断裂设计要求的热处理状态：

在题中给出的工作条件下，裂纹尖端区域的应力强度因子为 $K_I = 2\sigma\sqrt{a} =$

80MPa，将 K_I 与五种热处理状态的断裂韧性 K_{IC} 比较，只有热处理状态①②的满

足。综合以上分析，同时满足要求的唯有状态②。

2、有一厚度为 2.0mm、宽度为 40mm 的板材，其性能指标为： $\sigma_{0.2} = 1500\text{MPa}$ ， $K_{IC} = 80\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ， $\Delta K_{th} = 4\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ， $K_{ISCC} = 16\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ （在 3.5%NaCl 中）。要求板材在受到 4000kgf 的静拉伸载荷作用下能长期安全工作（不发生塑性变形或断裂。试问在以下几种情况下能否达到使用要求？

- （1）若材料无损伤，在空气中服役；
- （2）若材料经无损探伤发现存在长裂纹，在空气中服役；
- （3）若材料存在长裂纹，在海洋环境中服役；
- （4）若存在 $2a = 4.0\text{mm}$ 长的裂纹，在空气中服役，仅受到 $\Delta P = 1000\text{kgf}$ 的循环载荷作用（不受 4000kgf 静拉伸载荷作用，且 $K_I = 1.25\sigma\sqrt{\pi a}$ ）。

答：板材受到的工作应力为 $\sigma = \frac{P}{A_0} = 490\text{MPa}$

（1） 板材无裂纹，且 $\sigma = 490\text{MPa} < \sigma_{0.2} = 1500\text{MPa}$ ，安全

（2） 板材存在长裂纹 a_0 时，需考察其是否超过该工作应力下的临界裂纹尺寸

a_c , 由 $K_{Ic} = 1.25 \sigma \sqrt{\pi a_c}$ 可知 $a_c = 5.4mm$ 。因此当 $a_0 < 5.4mm$ 时安全, 当 $a_0 > 5.4mm$ 时断裂

(3) 在海洋环境下, 裂纹起始扩展的临界尺寸为 $a_c^{sc} = 0.22mm$, 因此当 $a_0 < 0.22mm$ 时, 裂纹不扩展, 能长期安全工作; 当 $0.22 < a_0 < 5.4mm$ 时, 裂纹会首先缓慢扩展 (亚稳扩展); 当 $a_0 > 5.4mm$ 时立即断裂, 不能长期安全工作。

(4) 在受到循环载荷且具有初始裂纹时, 要达到长期安全使用需要满足 $\Delta K_I = 1.25 \sigma \sqrt{\pi a} < \Delta K_{th}$, 因为 $\Delta P = 1000kgf$, 则 $\Delta \sigma = \frac{\Delta P}{A_0} = 122.5MPa$, 则 $\Delta K_I = 1.25 \sigma \sqrt{\pi a} = 12.25MPa\sqrt{m}$, 即 $\Delta K_I > \Delta K_{th}$ 。故初始裂纹将发生疲劳扩展直至断裂, 不满足安全使用要求。

3. 简述断裂力学参量 K 、 G 、 δ 及 J 之间的相互关系。

答: K 为弹性断裂时的力学参量, 表征裂纹尖端应力场的强弱; G 也为弹性断裂时的力学参量, 表征单位长度裂纹扩展单位长度时系统释放的能量。两者的关系

为 $G = \frac{K^2}{E'}$, 在平面应力状态下 $E' = E$, 在平面应变状态下 $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$

δ 为弹塑性断裂的力学参量, 表征裂纹顶端张开位移; J 也为弹塑性断裂的力学参量, 表征裂纹尖端弹塑性应力场的强弱。两者关系为 $J = \sigma_s \delta$ 。 J 和 δ 虽然是描述

弹塑性断裂的力学参数但是在完全弹性的情况下也适用。在工作应力 $\sigma <$

$0.5\sigma_s$ 时, 上述四个参量有以下转换关系 $\delta = \frac{1-\nu^2}{nE\sigma_s} K^2 = \frac{G}{n\sigma_s} = \frac{J}{n\sigma_s}$, 式中 n 为关系

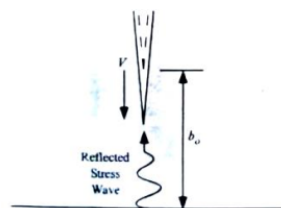
因子, 一般有 $1 \leq n \leq 2$, 在平面应力状态下 $n=1$, 在平面应变状态下 $n=2$ 。

4、简要证明在线弹性平面应力状态下，J 积分与应力强度因子的关系为：

$$J_I = \frac{1}{E} K_I^2$$

答：在线弹性条件下 $J = G = -\left(\frac{\partial \pi}{\partial A}\right)$ ，在恒位移情况下 $J = -\left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\Delta$ ，现假设一单位厚度（ $B=1$ ）无限大板含中心穿透 $2a$ 长度裂纹恒位移拉伸则：裂纹尖端应力场强度因子为 $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ ，裂纹扩展能量释放率为 $J_I = G_I = -\frac{\partial U}{\partial(2a)}$ ，在平面应力状态下 $U = -\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E}$ ，因此可得 $J_I = \frac{\pi\sigma^2 a}{E}$ ，即可推出 $J_I = \frac{K_I^2}{E}$

5、快速扩展（运动中）的裂纹尖端应力强度因子可以表示为 $K_I(t) = k(V)K_I(0)$ ，其中 $k(V)$ 为与裂纹扩展速度有关的函数， $K_I(0)$ 为瞬时裂纹长度的静态应力强度因子。该式仅适用于无应力波反射、叠加等干扰作用的情况下。现有一单边深裂纹试样（见下图），其裂纹前方的韧带宽度为 b_0 。假设该裂纹在冲击载荷下起裂，并以 $0.2c_1$ （ c 为纵波声速）的平均速度向前扩展。请问裂纹向前扩展多大范围内可以利用上式确定应力强度因子？



第 5 题图

答：设裂纹尖端在遭遇到反射的应力波之前扩展了 Δa 距离，则应力波传播的距离为 $2b_0 - 2\Delta a$ ，则有 $\frac{\Delta a}{0.2c_1} = \frac{2b_0 - 2\Delta a}{c_1}$ ，解得 $\Delta a = \frac{b_0}{3}$ 。即题中应力强度因子仅在裂纹扩展小于 $\frac{b_0}{3}$ 时是正确的，之后由于反射应力波在尖端叠加会有很大的变化。