

材料强度学 第四次作业答案

1. 位错的表征及观察方法有哪些？请列举至少两种方法并进行简要介绍。

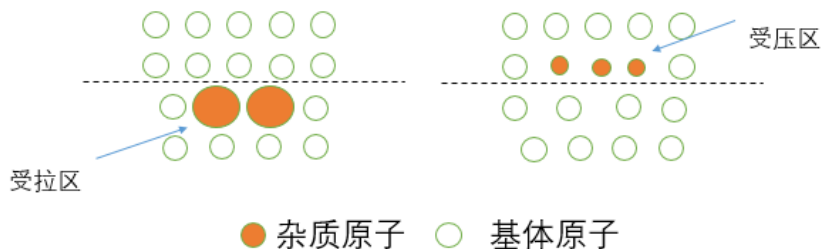
答：①透射电子显微镜 (TEM)：用以研究缺陷的静态形貌和特征（如位错的性质和柏氏矢量）；有的 TEM 带有微型拉伸装置，可以对显微试样（长度小于 3mm 的试样）进行拉伸，从而可观察位错的运动过程，包括位错的增殖和交互作用。由于位错附近点阵平面发生局部弯曲，射入位错附近的电子束会发生一定角度的衍射，相应使投射电子光束减弱，从而使位错线变为黑线，即可观察到位错。

②X 射线衍射 (XRD)：与 TEM 类似，但是 X 射线波长更长且不带电。由于波长更长故而分辨率较低，只适合研究位错密度很低的材料。但由于不带电，故 X 射线的穿透深度较大，可以测定较厚的样品的缺陷分布。

③场离子显微镜观测。电子显微镜不能观察到单个的点缺陷，但场离子显微镜的分辨率可以达到 0.2-0.3nm，故可获得原子像，因而可以观察到位错或者其他缺陷的原子组态。

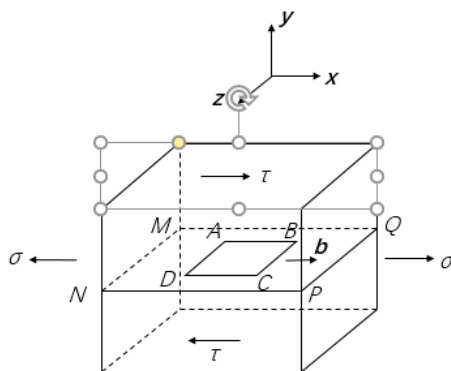
2. 请分别考虑当杂质原子体积比基体原子大和小的两种情况下，杂质原子在刃位错核心处最容易发生置换型偏聚（替换原有晶格原子）的区域，请给出理论解释。

答：以正刃位错为例画图进行说明：通过受力分析可以知道，滑移面下方的原子受到拉应力，上方原子受到压应力。因此当杂质原子体积大于基体原子时，置换区域应位于滑移面下方，这样可以使位错的应变能降低，体系处于较低能量状态；而当杂质原子体积小于基体原子时，置换区域应位于滑移面上方，即受压区。



3. 已知位错环 ABCDA 的柏氏矢量为 b ，外应力为 τ 和 σ ，如下图所示。请回答：

- (a) 位错环的各边分别是什么位错？
- (b) 如何局部滑移才能得到这个位错环？
- (c) 在剪应力 τ 作用下，位错环将如何滑移？请简要说明。（可利用下列判据判断位错滑移方向：当柏氏矢量为 b 的位错线 l 沿 v 方向运动时，以位错运动面为分界面， $l \times v$ 所指向的那部分晶体必沿着 b 的方向运动）
- (d) 在拉应力 σ 作用下，位错环是否会发生滑移？请给出解释。



答：(a) 根据位错线的方向和柏氏矢量的方向可以判断 AB 为右螺位错，BC 为正刃位错，CD 为左螺位错，DA 为负刃位错。

(b) 在一个完整晶体中有一个正四棱柱贯穿晶体的上下表面，它和滑移面 MNPQ 相交于 ABCDA，现将 ABCDA 上方柱体相对于下方柱体滑移 b 。棱柱外的晶体不滑移，这样 ABCDA 就是在滑移面 MNPQ 上滑移区和未滑移区的分界线，即位错环。

(c) 由于在剪应力的作用下，位错环 ABCDA 上方晶体沿 b 方向运动，根据题中所给出的判断方法，BC 沿 $+x$ 方向运动，DA 沿 $-x$ 方向运动，AB 沿 $-z$ 方向运动，CD 沿 $+z$ 方向运动，即位错环不断扩大。

(d) 在拉应力作用下，由于 AB 和 CD 为螺位错不会移动，BC 和 DA 为刃位错，在 $y-z$ 面上会发生攀移，使得多余半原子面扩大。BC 为正刃位错，向 $-y$ 方向攀移；DA 为负刃位错，向 $+y$ 方向攀移。因此不会发生滑移。

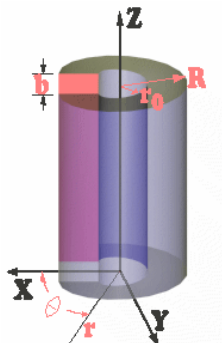
4. 将一个很长的厚壁圆筒沿径向平面切开一半，并让切面两边沿轴向相对滑移距离 b ，然后将切面两边胶合，形成下图所示的螺位错。已知该螺位错在直角坐标系 (x, y, z) 和柱坐标系 (r, θ, z) 下分别具有以下两种应力场表达形式：

直角坐标系： $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$, $\tau_{xy} = 0$, $\tau_{xz} = -\frac{\tau_0 by}{x^2+y^2}$, $\tau_{yz} = \frac{\tau_0 bx}{x^2+y^2}$

柱坐标系： $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0$, $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$, $\tau_{\theta z} = \frac{\tau_0 b}{r}$, 其中 $\tau_0 = \frac{G}{2\pi}$ 。

柱坐标系下的平衡方程（不计体力）为：

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \end{cases}$$



- (a) 请验证应力场一和应力场二所表示的螺型位错应力场均满足弹性力学平衡方程。
- (b) 请将柱坐标系下的应力场表达式通过坐标系旋转的方法推导出直角坐标系

下的应力场表达式。

(c) 请对以上两个应力场进行比较并总结归纳螺位错应力场的特点 (至少两个)。

答: (1)对于平面坐标系:

在 x 方向有平衡方程: $\frac{\sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial z} = 0$ 代入数据有: $\frac{\sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial z} = 0$ 满足平衡方程

在 y 方向有平衡方程: $\frac{\sigma_y}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\tau_{yz}}{\partial z} = 0$ 代入数据有: $\frac{\sigma_y}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\tau_{yz}}{\partial z} = 0$ 满足平衡方程

在 z 方向有平衡方程: $\frac{\sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial x} = 0$ 代入数据有: $\frac{\sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\tau_{xz}}{\partial x} = 0$ 满足平衡方程

对于柱坐标系:

在 r 方向有: $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$ 代入数据有: $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$

在 θ 方向有: $\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z} = 0$ 代入数据有: $\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} = 0$

在 z 方向有: $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0$ 代入数据有: $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0$

(2)使用坐标旋转公式。由于从直角坐标系到柱坐标的转换中 z 轴不发生改变, 因此问题

可以化为二维平面内两个坐标轴的旋转。此时旋转矩阵为 $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

因此在柱坐标系下的应力张量

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} & \sigma_\theta & \tau_{\theta z} \\ \tau_{rz} & \tau_{\theta z} & \sigma_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \tau_{xz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz}\cos\theta + \tau_{yz}\sin\theta \\ 0 & 0 & -\tau_{xz}\sin\theta + \tau_{yz}\cos\theta \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz}\cos\theta + \tau_{yz}\sin\theta \\ 0 & 0 & -\tau_{xz}\sin\theta + \tau_{yz}\cos\theta \\ \tau_{xz}\cos\theta + \tau_{yz}\sin\theta & -\tau_{xz}\sin\theta + \tau_{yz}\cos\theta & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中 $\tau_{xz} = -\frac{\tau_0 by}{x^2 + y^2}$, $\tau_{yz} = \frac{\tau_0 bx}{x^2 + y^2}$ 。代入 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ 可得:

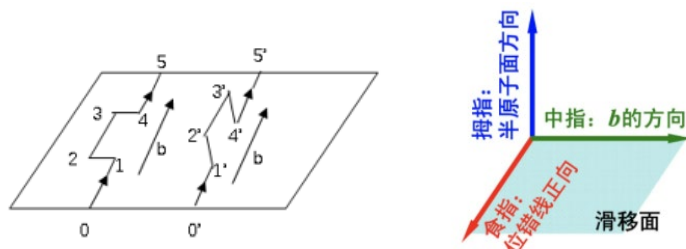
$$\tau_{rz} = \frac{-\tau_0 b * r\sin\theta * \cos\theta + \tau_0 b * r\cos\theta * \sin\theta}{r^2} = 0$$

$$\tau_{\theta z} = \frac{\tau_0 b * r\sin^2\theta + \tau_0 b * r\cos^2\theta}{r^2} = \frac{\tau_0 b}{r}$$

即直角坐标系下的应力张量经旋转后与柱坐标系下的应力张量相等。

(3)特点可写出以下任意两个: 正应力分量为 0; 剪应力对称分布, 即包含位错线的径向平面上的剪应力都相同, 与 θ 角无关, 这是由螺位错的对称结构决定的; 剪应力的大小与距离成反比, 即距离位错线越远, 剪应力越小。

5. 如下图所示的两个柏氏矢量为 b 的螺型位错，其中位错线 $\overline{012345}$ 含有扭折，位错线 $\overline{0'1'2'3'4'5'}$ 含有割阶。图上所示的箭头方向为位错线的正方向，扭折部分和割阶部分都为刃型位错。若图示滑移面为 fcc 的 (111) 面，请问：(a) 这两根位错线段中（指割阶和扭折），哪一根比较容易通过他们自身滑移而去除，并说明原因。(b) 请使用图中所示的右手定则判定位错线 $\overline{1'2'}$ 的多余半原子面方向并分别说明该位错向哪个方向运动时产生空位？向哪个方向运动时产生间隙？。



答：(1) 扭折更加容易去除；因为扭折仍然存在于位错的原滑移面上，通过滑移有可能能够去除；而割阶却在位错的原滑移面以外，只能通过攀移的方式随位错运动，较难通过滑移去除。

(2) 由图中的右手定则可以看出， $\overline{1'2'}$ 段刃位错所对应的半原子面垂直与位错线向左；当该位错向左侧运动时，位错的半原子面减小，即原来在半原子面位置上的原子需要扩散到周围的晶格内，产生间隙原子；当该位错向右运动时，位错的多余半原子面增大，即半原子面需要周围位置上的原子补充进来，在周围产生空位。