21年秋季《计算方法》考试试题回忆

整理 by 小小角色

考完重新审视了一下，感觉题目也不是很难，但是真心难算，矩阵设置的不好，导致矩阵分解，迭代矩阵求特征值计算很花时间，导致最终题目没有全部完成，而且需要记忆和掌握的公式真的很多，有的记错乱了，有的则是很难想起来，最后只能凭感觉写...

- 《计算方法》考试资料最新的竟然也只有14年的，一方面做这个是趁对它的记忆还暂未完全消失，做个记录，另一方面也算是更新考试资料吧，没太多特别的意思（本人考得比较差）；
- 题目回忆的不是很全，也可能回忆错了，现在也很难回忆出其他模糊的地方，所以部分只能作为复习考点参考用，欢迎考过的同志们进行纠正和补充；
- 这份试题或许可以供下学期修这门课的同学及以后的师弟师妹参考，也仅供参考，还是以老师讲的考试重点为准。

填空题（每空2分，2 X 10 = 20）

1. π 的相对误差限要求小于 1×10^{-3}，至少需要几位有效数字；
2. 牛顿迭代法格式和收敛阶数 $f(x)=x^2-2$，迭代格式是，收敛阶数是；
3. 矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$的行范数和条件数 $\|A\|_2=$，$cond(A)_2=$；
4. $f(x)=\frac{1}{x}-x^2$，$x_0=-1$，$x_1=2$，$x_2=1$；$f[x_0,x_2]=$，$f[x_0,x_2,x_1]=$；
5. $\int_a^b(1-x^2)f(x)=\frac{2}{3}(-\sqrt{5})+Af(x_1)$，$A=$，$x_1=$，该数值积分的代数精度=。

选择题（3 X 5 = 15）

1. 矩阵 $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ 的 QR 分解哪个是正确的；
2. 复化梯形公式的误差公式形式是哪个；

> $-\frac{b-a}{12}h^2f''(\eta)$

3. 三次样条的相关定义，选择正确的选项；
4. 在所有最高次项系数为 1 的 n 次多项式中，哪个多项式在 [-1 1] 上与 0 的平方逼近误差最小

> 勒让德多项式

5. 给一个龙格-库塔公式（有 K_1，K_2，K_3），判断是几阶公式；

大题（65分）

1. 二阶常微分方程初值问题 $y''-(1-y^2)y'+y=0$，$y(0)=1$，$y'(0)=0$， **（10分）**
   - 给出一个转化成一阶常微分方程初值，写出其欧拉格式；
   - $h=0.01$，求出 $y(0.01)$ 值和 $y'(0.01)$ 值。

> 注：二阶常微分方程等式好像是这个，记不太清了

2. - 规范的反幂法格式； **（13分）**
   - 对矩阵 A 进行 LU 分解，其中 L 为下三角矩阵，U 为单位上三角矩阵（和通常的不一样）；
   - 用 A 的 LU 分解格式求出 u_1（即迭代一步）。
3. 函数 $f(x) = sin(\frac{\pi}{2}x)$， **（15分）**
   - $f(0)$，$f(\frac{1}{2})$，$f(1)$，用插值方法（牛顿插值）逼近，写出其理论误差公式，$x = \frac{2}{3}$ 时的理论值与插值值的实际误差；
   - $f(-1)$，$f(0)$，$f(1)$，最小二乘法（一次函数）逼近，$x = \frac{2}{3}$ 时的理论值与拟合函数值的误差；
   - 在 $[-1, 1]$ 区间，用一次最佳平方逼近，$x = \frac{2}{3}$ 时的理论值与平方逼近函数值的误差。
4. $$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 \\ -4 & 6 & -4 \\ 1 & -4 & 6 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$
   - 写出线性方程组 $Ax = b$ 的 Jacobi 迭代格式，判断是否收敛； **（15分）**
   - 写出 Gauss-Seidel 迭代格式，判断是否收敛；
   - 第三小问忘了。

> 这两个迭代矩阵的特征值比较难算；且 b 矩阵的数值应该是这个，记不太清了

5. 方程求根， **（12分）**
   - 不动点迭代格式，$x^* = 4$，证明其为 3 阶收敛；
   - $x \in [3.5, 4.5]$，取$x_0 = 4.5$，迭代使得 $|x_k - x^*| \leqslant 1 \times 10^{-6}$，求出需迭代几步达到误差要求；
   - 用牛顿迭代求解该方程是几阶收敛，说明理由。

> 第二问是用迭代法的误差估计式