مریم سعیدی‌فر ۹۶۲۹۳۷۳

« به نام خدا »

« کوئیز درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها »

۱۳۹۹/۳/۱۷ شنبه

---

۱)

$$y[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2}$$

* بررسی خطی بودن :

$$x_1[n] \longrightarrow y_1[n]$$

$$x_2[n] \longrightarrow y_2[n]$$

$$x_3[n] = a x_1[n] + b x_2[n] \overset{?}{\longrightarrow} y_3[n] = a y_1[n] + b y_2[n]$$

$$y_3[n] = \frac{x_3[n] - x_3[-n]}{2} = \frac{a x_1[n] + b x_2[n] - (a x_1[-n] + b x_2[-n])}{2}$$

$$= \frac{a(x_1[n] - x_1[-n])}{2} + \frac{b(x_2[n] - x_2[-n])}{2}$$

$$= a y_1[n] + b y_2[n] \longleftarrow$$ خطی است. ☑

* بررسی TI بودن :

$$x_1[n] \longrightarrow y_1[n]$$

$$x_2[n] = x_1[n-n_0] \longrightarrow y_2[n] \overset{?}{=} y_1[n-n_0]$$

$$y_2[n] = \frac{x_2[n] - x_2[-n]}{2} = \frac{x_1[n-n_0] - x_1[-n+n_0]}{2}$$

$$y_1[n-n_0] = \frac{x_1[n-n_0] - x_1[-n-n_0]}{2}$$

$$\Rightarrow y_2[n] \neq y_1[n-n_0]$$

سیستم TV است. ☒

* بررسی پایداری : پایداری ≡ BIBO

$$\forall n \quad |x[n]| \leqslant L_0 \overset{?}{\Longrightarrow} \forall n \quad |y[n]| \leqslant L_1$$

$$|y[n]| = \left| \frac{x[n] - x[-n]}{2} \right| = \frac{|x[n] - x[-n]|}{2} \leqslant \frac{|x[n]| - |x[-n]|}{2}$$

می‌دانیم : $\forall n \quad |x[n]| \leqslant L_0 \Longrightarrow \forall n \quad |x[-n]| \leqslant L_0$

ادامه : $|y[n]| \leqslant \frac{|x[n]| - |x[-n]|}{2} \leqslant \frac{L_0 - L_0}{2} \leqslant 0 \equiv L_1 \leftarrow$ پایدار است ☑

* بررسی وارون‌پذیری :

* مثال نقض : $x_1[n] \equiv 0$, $x_2[n] \equiv 1$: را در نظر بگیرید

$$\left.\begin{matrix} y_1[n] \equiv 0 \\ y_2[n] \equiv 0 \end{matrix}\right\} \longrightarrow$$ زیرا $y_1 = y_2 \longrightarrow x_1 = x_2$ برقرار نیست.

پس وارون‌پذیر نیست. ☒

مریم سعیدی‌فر ۹۶۲۹۳۷۳

• کوییز درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها •
شنبه ۱۳۹۹/۳/۱۷

۲) الف)

$$y(t) = \big(x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t) - 2x(t) \big) * h_3(t)$$

$$= x(t) * h_1(t) * h_3(t) + x(t) * h_2(t) * h_3(t) - 2x(t) * h_3(t)$$

$$\Rightarrow \quad x(t) = \delta(t) \quad \text{then} \quad \underbrace{y(t) = h(t)}_{\text{کل سیستم}}$$

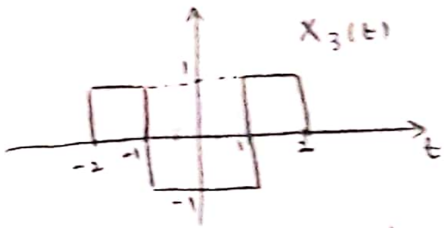
$$y(t) = \underbrace{h(t)}_{\text{کل}} = \delta(t) * \delta(t-1) * u\left(\frac{t-1}{2}\right) + \delta(t) * \delta(t+1) * u\left(\frac{t-1}{2}\right) - 2\delta(t) * u\left(\frac{t-1}{2}\right)$$

$$\longrightarrow = \boxed{u\left(\frac{t-1}{2} - 1\right) + u\left(\frac{t-1}{2} + 1\right) - 2u\left(\frac{t-1}{2}\right)}$$

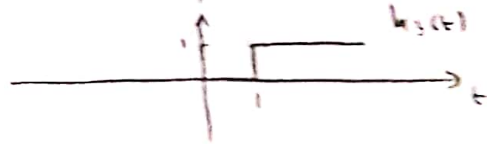
میدانیم
$$\begin{cases} \delta(t) * x(t) = x(t) \\ \delta(t-t_0) * x(t) = x(t-t_0) \end{cases}$$

ب)

$$\underbrace{x_3(t)}_{\text{ورودی سیستم ۳}} = x_0(t) * h_1(t) + x_0(t) * h_2(t) - 2x_0(t) =$$



$h_3(t) =$



$1+t < -2 \rightarrow \quad t < -3 \;:\; y(t) = 0$

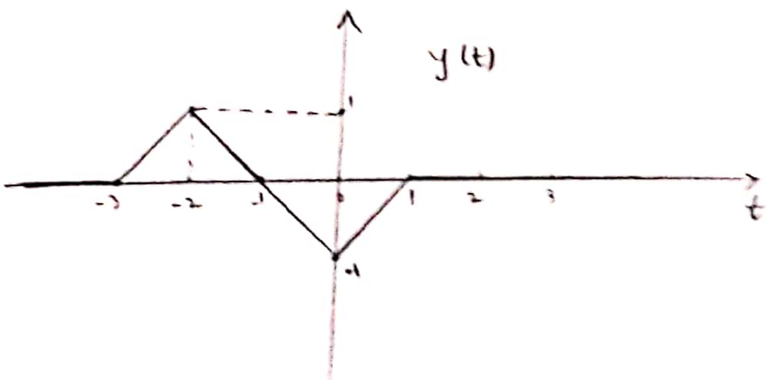
$-2 < 1+t < -1 \rightarrow \quad -3 < t < -2 \;:\; y(t) = (1+t+2) \times 1 = t+3$

$-1 < 1+t < 0 \rightarrow \quad -2 < t < -1 \;:\; y(t) = 1 - (1+t+1) = -t-1$

$0 < 1+t < 1 \rightarrow \quad -1 < t < 0 \;:\; y(t) = -(1+t) = -t-1$

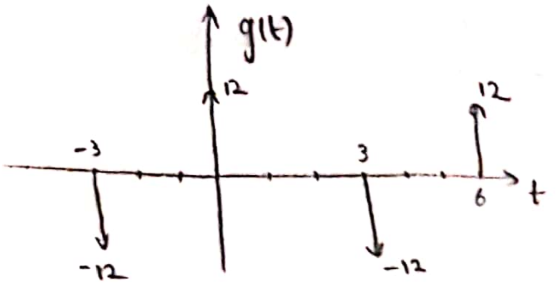
$1 < 1+t < 2 \rightarrow \quad 0 < t < 1 \;:\; y(t) = -1 + (1+t-1) = t-1$

$1+t > 2 \rightarrow \quad t > 1 \;:\; y(t) = 0$



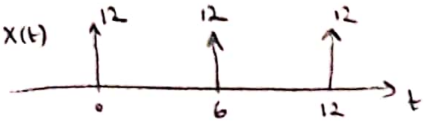
۳)

الف) $g(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} 12\times(-1)^k\cdot\delta(t-3k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 12(-1)^k\delta(t-3k)$

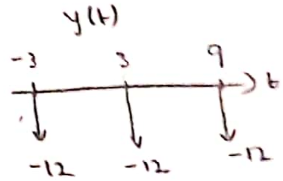


g(t) با دوره‌ی تناوب $\boxed{T=6}$ پریودیک است. در نتیجه $\boxed{\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{\pi}{3}}$.

ب) $g(t) =$



$+$



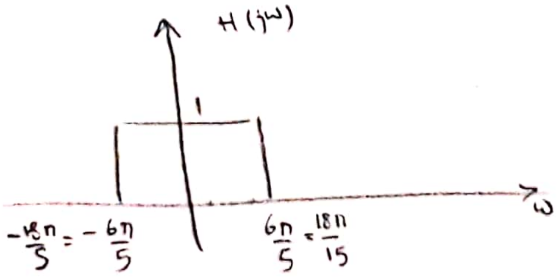
میدانیم $x(t)\xrightarrow{F.S.} b_k=\frac{12}{6}=2 \overset{\text{زیرا}}{\Longrightarrow}$ قطار ضربه $\xrightarrow{F.S.}\frac{1}{T}$

$y(t)\xrightarrow{F.S} c_k=-12\times e^{-jk\omega_0 3}\times\frac{1}{6} = -2e^{-jk\pi} = -2(-1)^k$

شیفت به راست ۳ واحد — قطار ضربه — $\omega_0=\frac{\pi}{3}$

$\to g(t)\xrightarrow{F.S.} a_k=b_k+c_k=\boxed{2-2(-1)^k}$

ج)



فرکانس $\omega_0=\frac{5\pi}{15}$ ← ۳ هارمونیک اول مثبت‌ها
+ 3 هارمونیک اول فرکانس منفی‌ها
(اگر خروجی فیلتر را K(t) بگذاریم:)

$$\boxed{K(t)=4e^{-3j\frac{\pi}{3}t}+4e^{-j\frac{\pi}{3}t}+4e^{j\frac{\pi}{3}t}+4e^{3j\frac{\pi}{3}t}}$$

د)

$$\frac{d}{dt}y(t)+y(t)=\frac{d}{dt}x(t)-x(t)$$

$x(t)\xrightarrow{F.S}a_k$

$y(t)\xrightarrow{F.S}H(jk\omega_0)a_k$

$\longrightarrow \boxed{b_k=\frac{a_k\left(jk\frac{\pi}{3}-1\right)}{1+jk\frac{\pi}{3}}}$

$sH(s)e^{st}+H(s)e^{st}=se^{st}-e^{st} \longrightarrow H(s)=\frac{s-1}{1+s} \longrightarrow H(jk\omega_0)=\frac{jk\frac{\pi}{3}-1}{1+jk\frac{\pi}{3}}$