

پروژه کامپیوتری

حمیدرضا معلم طاهری
شماره دانشجویی: ۹۶۳۵۵۹۳

مائده شامیرزایی
شماره دانشجویی: ۹۶۲۹۷۴۳

حدیث احمدیان
شماره دانشجویی: ۹۶۲۲۶۱۳

۱ فیلترها

$$y_1(n) = \text{median}\{x(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \quad (۱)$$

$$y_2(n) = \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x(n-k) \quad (۲)$$

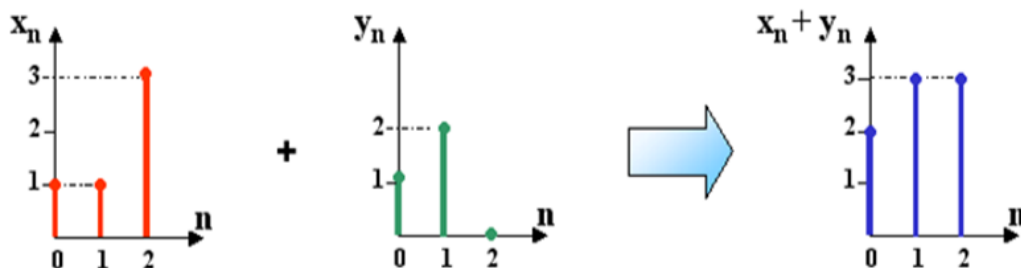
$$y_1(n) = \max\{x(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \quad (۳)$$

۱. در مورد خطی و تغییرناپذیر با زمان بودن فیلترها اظهار نظر کنید (برای آشنایی بیشتر با دستورات MATLAB مانند median از help آن استفاده کنید).

• خطی بودن :

(آ) فیلتر ۱ : خطی نیست. زیرا :

طبق شکل ۱ اگر سیگنال x_n و y_n دو سیگنال ورودی به این فیلتر باشند ، خروجی نظیر آنها به ترتیب ۱ و ۱ است. حال آنکه خروجی فیلتر به ازای ترکیب خطی این دو سیگنال یعنی سیگنال $x_n + y_n$ برابر با ۳ است و $1 + 1 \neq 3$ لذا فیلتر median خطی نیست



شکل ۱: مثال نقض برای خاصیت خطی بودن فیلتر median و max

(ب) فیلتر ۲ : طبق روابط ۴ خطی است.

$$\begin{aligned}
 y_1(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_1(n-k) \\
 y_2(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_2(n-k) \\
 x_3(n) &= \alpha x_1(n) + \beta x_2(n) \\
 \Rightarrow y_3(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_3(n-k) \\
 \Rightarrow y_3(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \left(\sum_{k=-M_1}^{M_2} (\alpha x_1(n-k) + \beta x_2(n-k)) \right) \\
 \Rightarrow y_3(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \left(\sum_{k=-M_1}^{M_2} \alpha x_1(n-k) + \sum_{k=-M_1}^{M_2} \beta x_2(n-k) \right) \\
 \Rightarrow y_3(n) &= \frac{\alpha}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_1(n-k) + \frac{\beta}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_2(n-k) \\
 \Rightarrow y_3(n) &= \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) \quad \blacksquare
 \end{aligned} \tag{۴}$$

(ج) فیلتر ۳ خطی نیست. زیرا : طبق شکل ۱ اگر سیگنال x_n و y_n دو سیگنال ورودی به این فیلتر باشند ، خروجی نظیر آنها به ترتیب ۲ و ۲ است. حال آنکه خروجی فیلتر به ازای ترکیب خطی این دو سیگنال یعنی سیگنال $x_n + y_n$ برابر با ۳ است و $2 + 2 \neq 3$ لذا فیلتر max خطی نیست

• تغییرناپذیر با زمان بودن :

(آ) فیلتر ۱ : طبق روابط ۵ TI است.

$$\begin{aligned}
 y_1(n) &= \text{median} \{x_1(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\
 \forall n_0 : \quad x_2(n) &= x_1(n-n_0) \\
 \Rightarrow y_2(n) &= \text{median} \{x_2(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\
 \Rightarrow y_2(n) &= \text{median} \{x_1(n-n_0-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\
 \Rightarrow y_2(n) &= y_1(n-n_0) \quad \therefore
 \end{aligned} \tag{۵}$$

(ب) فیلتر ۲ : طبق روابط ۶ TI است.

$$\begin{aligned}
 y_1(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_1(n-k) \\
 \forall n_0 : \quad x_2(n) &= x_1(n-n_0) \\
 \Rightarrow y_2(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_2(n-k) \\
 \Rightarrow y_2(n) &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x_1(n-n_0-k) \\
 \Rightarrow y_2(n) &= y_1(n-n_0) \quad \therefore
 \end{aligned} \tag{۶}$$

(ج) فیلتر ۳ طبق روابط TI ۷ است.

$$\begin{aligned} y_1(n) &= \max \{x_1(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\ \forall n_0 : \quad x_2(n) &= x_1(n-n_0) \\ \implies y_2(n) &= \max \{x_2(n-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\ \implies y_2(n) &= \max \{x_1(n-n_0-k)\}, k \in Z, |k| \leq 1 \\ \implies y_2(n) &= y_1(n-n_0) \quad \therefore \end{aligned} \quad (۷)$$

۲. برای حالات مختلف M_1, M_2 پاسخ پله و پاسخ ضربه فیلتر ۲ را محاسبه کرده و در مورد علی بودن آن بحث کنید. ($M_1, M_2 \geq 0; M_1 \leq 0, M_2 \geq 0; M_1 = 0, M_2 \geq 0$)
به نظر شما علی بودن فیلتر چه زمانی مهم است؟

• پاسخ ضربه :

$$\begin{aligned} h[n] &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} \delta(n-k) \\ &= \begin{cases} \frac{1}{M_1 + M_2 + 1}, & \text{if } -M_1 \leq n \leq M_2, \\ 0, & \text{if otherwise.} \end{cases} \end{aligned} \quad (۸)$$

• پاسخ پله :

$$\begin{aligned} s[n] &= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} u(n-k) \\ &= \begin{cases} 0, & \text{if } n < -M_1, \\ \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} n + \frac{M_1 + 1}{M_1 + M_2 + 1}, & \text{if } -M_1 \leq n \leq M_2, \\ 1, & \text{if } n > M_2. \end{cases} \end{aligned} \quad (۹)$$

• علی بودن :

- اگر $M_1, M_2 \geq 0$: علی نیست
مثلا اگر $M_1 = 1, M_2 = 1$ داریم :

$$y(n) = \frac{1}{3} \left(x(n-1) + x(n) + x(n+1) \right) \quad (۱۰)$$

و همان طور که از رابطه ۱۰ پیداست ، فیلتر نیاز به پیشگویی دارد ($x(n+1)$) و علی نیست.

- اگر $M_1 \leq 0, M_2 \geq 0$: علی است
زیرا در این حالت ، k همواره در یک بازه مثبت تغییر میکند و هیچگاه به مقدار ورودی به ازای n های آینده نیاز نداریم.

- اگر $M_1 = 0, M_2 \geq 0$: علی است
زیرا در این حالت ، k همواره در یک بازه نامنفی تغییر میکند و هیچگاه به مقدار ورودی به ازای n های آینده نیاز نداریم.

• اهمیت علی بودن فیلتر :

زمانی که فیلتر باید به صورت real time کار کند ، علی بودن به شدت اهمیت پیدا میکند زیرا امکان دسترسی به دیتاهای آینده فراهم نیست!

۳. فیلتر اول را یک بار با دستور `medfilt1` و یک بار با نوشتن `file.m` مناسب پیاده سازی کنید. فیلترهای ۲ و ۳ را نیز با خودتان به طول مستقیم در `file.m` های جداگانه پیاده سازی نمایید. در حقیقت هر یک از برنامه های شما باید تصویر نویزی را دریافت کند و حاصل فیلترینگ آن با فیلتر مورد را به عنوان خروجی تحویل دهد(فیلتر

دوم را برای $M_1 = 0, M_2 = 5, 15, 30$ پیاده سازی کنید.)
✓ فایل‌های :

(آ) $filter1_1.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر median با استفاده از دستور $medfilt1$

(ب) $filter1_2.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر median بدون استفاده از توابع پیش‌ساخته

(ج) $filter2_5.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 5$

(د) $filter2_15.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 15$

(ه) $filter2_30.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 30$

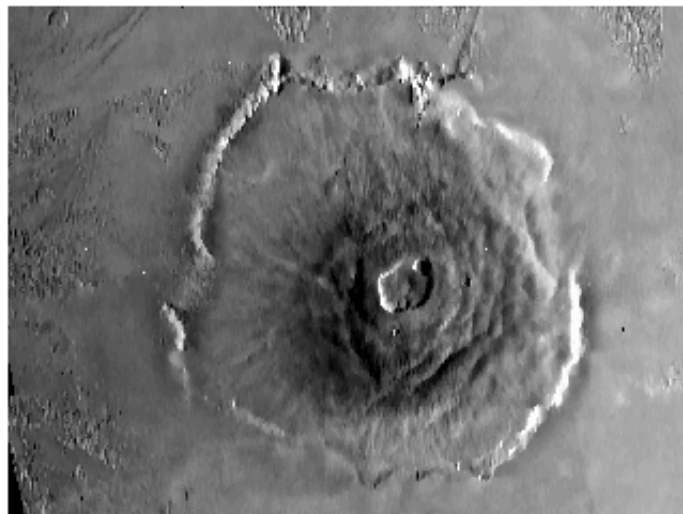
(و) $filter3.m$: حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر maximum

در فایل زیپ آپلود شده در سامانه موجود است.
در بخش ارائه نتایج تصویر خروجی هر یک از این فیلترهای پیاده سازی شده ، آورده شده است.

۴. تصاویر فیلتر شده را توسط سه فیلتر بیان شده را به صورت چشمی با هم مقایسه نمایید. با توجه به اینکه فیلترینگ ضمن کاهش نویز میتواند به سیگنال اصلی نیز آسیب بزند و از کیفیت تصویر اصلی بکاهد، کدامیک از فیلترهای مذکور را ترجیح میدهید؟
✓ با مقایسه تصاویر خروجی فیلترها در بخش ارائه نتایج ، واضح است که خروجی فیلتر median به تصویر original نزدیک‌تر است و برای حذف نویز salt & pepper ، این فیلتر عملکرد بهتری داشته است.

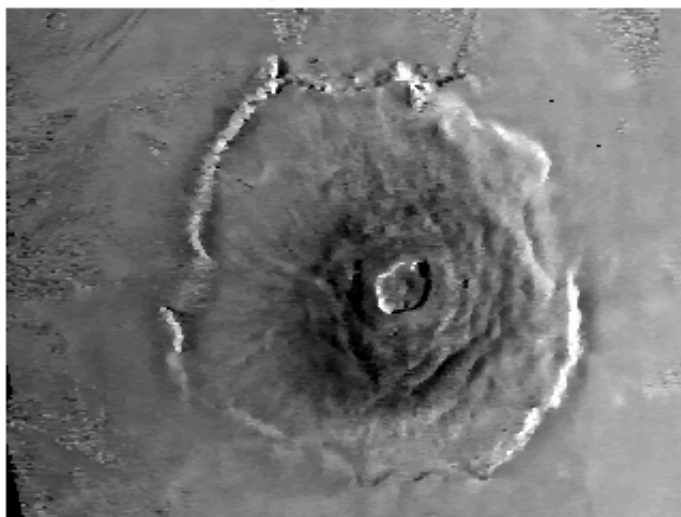
۲ ارائه نتایج

Denoised image by medfilt1



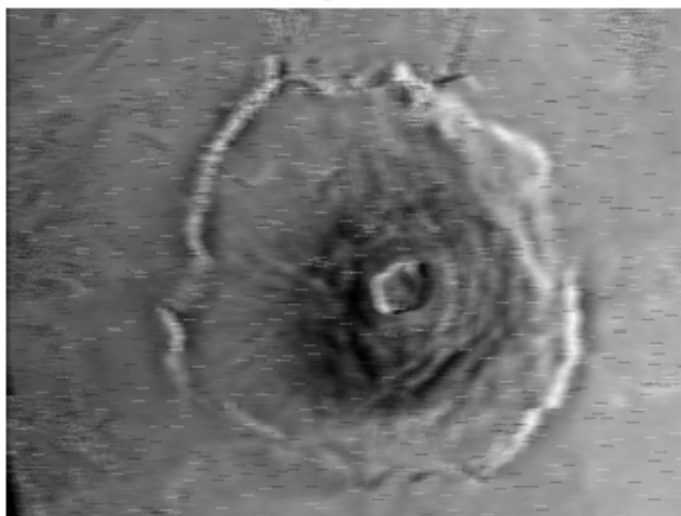
شکل ۲: خروجی اعمال فیلتر $medfilt1$

Denoised by filter1 pure-MATLAB



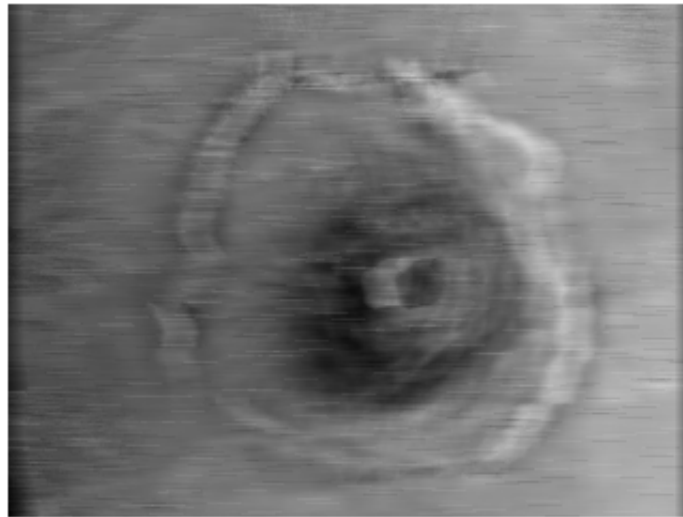
شکل ۳: خروجی اعمال فیلتر median بدون استفاده از توابع آماده

Denoised by filter2 M2 = 5



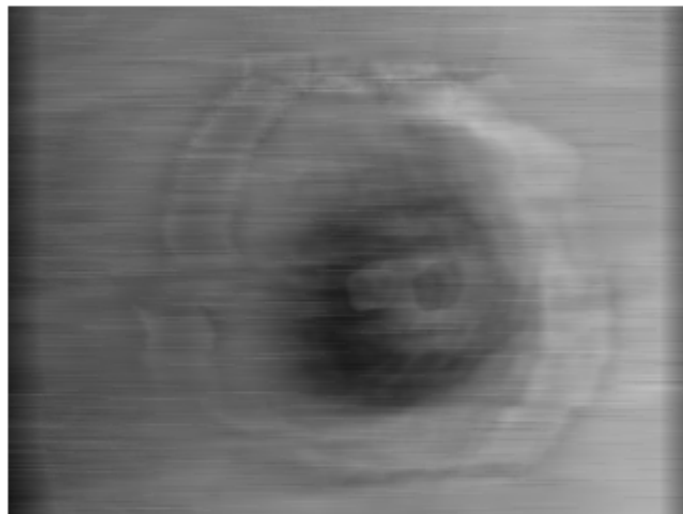
شکل ۴: خروجی اعمال فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 5$

Denoised by filter2 M2 = 15



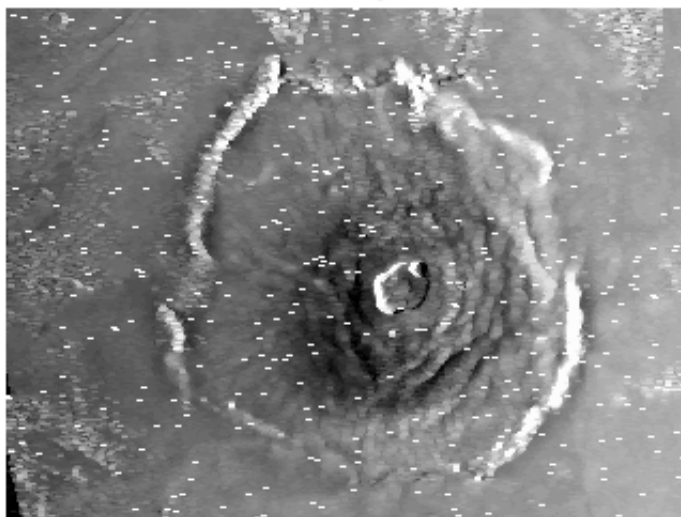
شکل ۵: خروجی اعمال فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 15$

Denoised by filter2 M2 = 30



شکل ۶: خروجی اعمال فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 30$

Denoised by filter3



شکل ۷: خروجی اعمال فیلتر maximum

۳ تحویل مستندات

۱. *file.m* پیاده سازی فیلترها (فیلتر ۱ به دو روش بیان شده، فیلتر ۲ در سه حالت و فیلتر ۳)

در پوشه "Codes":

- ✓ *filter1_1.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر median با استفاده از دستور *medfilt1*
- ✓ *filter1_2.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر median بدون استفاده از توابع پیش ساخته
- ✓ *filter2_5.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 5$
- ✓ *filter2_15.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 15$
- ✓ *filter2_30.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 30$
- ✓ *filter3.m* : حاوی کد مربوط به پیاده سازی فیلتر maximum

۲. تصاویر خروجی فیلترها (یک تصویر برای فیلتر ۱، بهترین تصویر برای فیلتر ۲، یک تصویر برای فیلتر ۳)

✓ در بخش ارائه نتایج آورده شده است.

✓ در پوشه "Denoised Images":

- *filter1.png* : خروجی اعمال فیلتر median
- *filter2.png* : بهترین خروجی اعمال فیلتر moving average (مربوط به $M_1 = 0, M_2 = 5$)
- *filter3.m* : خروجی اعمال فیلتر maximum

۳. نتایج اجرای برنامه را در workspace ببینید و با نام های مناسب مثلاً به صورت *filter1.mat* ذخیره کنید و تحویل دهید. (۶ فایل با فرمت *mat*)

در پوشه "mat Files":

- ✓ *filter1_1.mat* : workspace مربوط به اجرای فیلتر median با استفاده از دستور *medfilt1*
- ✓ *filter1_2.mat* : workspace مربوط به اجرای فیلتر median بدون استفاده از توابع پیش ساخته
- ✓ *filter2_5.mat* : workspace مربوط به اجرای فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 5$
- ✓ *filter2_15.mat* : workspace مربوط به اجرای فیلتر moving average با $M_1 = 0, M_2 = 15$

workspace : *filter2_30.mat* ✓
moving average فیلتر با $M_1 = 0, M_2 = 30$
workspace : *filter3.mat* ✓
maximum فیلتر به اجرای

۴. تصویر نمایش پاسخ ضربه و پاسخ پله محاسبه شده برای فیلترها به دو فرمت fig و pdf در پوشه "*Impulse and step responses*" :

✓ *ImpulseANDstep_5.pdf* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 5$ در فرمت pdf
✓ *ImpulseANDstep_5.fig* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 5$ در فرمت fig
✓ *ImpulseANDstep_15.pdf* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 15$ در فرمت pdf
✓ *ImpulseANDstep_15.fig* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 15$ در فرمت fig
✓ *ImpulseANDstep_30.pdf* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 30$ در فرمت pdf
✓ *ImpulseANDstep_30.fig* : پاسخ ضربه و پله برای حالت $M_1 = 0, M_2 = 30$ در فرمت fig

۵. پاسخ سوالات ۱، ۲ و ۴ ✓
در بخش فیلترها آورده شده است.

۶. موارد اضافه تر ✓
در پوشه "*Extra Files*" : پاسخ ضربه و پاسخ پله دو فیلتر دیگر نیز با دو فرمت fig و pdf آورده شده است.