مریم سعیدپور ۹۶۲۹۳۷۴ «هوالعلیم» پایان ترم هوش مصنوعی

اخلاقاً متعهد می‌شوم که در طول این امتحان، از فرد دیگری کمک نگیرم و مشورت نکنم. هیچ کمک و راهنمایی نیز به دیگران ارائه نخواهم کرد.

مریم سعیدپور

CNF

* سوال اول)

$(M \wedge X) \rightarrow (A \vee Y)$

$\neg Y$

$Z \rightarrow M$

$B \rightarrow (Z \wedge X)$

B

$\therefore A$

* $(M \wedge X) \rightarrow (A \vee Y) \equiv \neg(M \wedge X) \vee (A \vee Y)$

$\equiv \neg M \vee \neg X \vee A \vee Y$

* $Z \rightarrow M \equiv \neg Z \vee M$

* $B \rightarrow (Z \wedge X) \equiv \neg B \vee (Z \wedge X)$

$\equiv (\neg B \vee Z) \wedge (\neg B \vee X)$

step	Reason
1. $\neg M \vee \neg X \vee A \vee Y$	premise
2. $\neg Y$	premise
3. $\neg Z \vee M$	premise
4. $\neg B \vee Z$	premise
5. $\neg B \vee X$	premise
6. B	premise
7. X	Resolution 5, 6
8. Z	Resolution 4, 6
9. M	Resolution 3, 8
10. $\neg X \vee A \vee Y$	Resolution 1, 9
11. $A \vee Y$	Resolution 7, 10
12. $\therefore A$	Resolution 2, 11

* سوال دوم)

$(\neg A \vee B) \rightarrow M$

$M \rightarrow (X \vee Y)$

$\neg X \wedge \neg Z$

$\neg Z \rightarrow \neg Y$

$\therefore A$

step	Reason
1. $\neg X \wedge \neg Z$	premise
2. $\neg X$	simplification 1
3. $\neg Z$	simplification 1
4. $\neg Z \rightarrow \neg Y$	premise
5. $\neg Y$	modus ponens 3, 4
6. $\neg X \wedge \neg Y$	conjunctive 2, 5
7. $\neg(X \vee Y)$	De Morgan 6
8. $M \rightarrow (X \vee Y)$	premise
9. $\neg M$	modus Tollens 7, 8
10. $(\neg A \vee B) \rightarrow M$	premise
11. $\neg(\neg A \vee B)$	modus Tollens 9, 10
12. $A \wedge \neg B$	De Morgan 11
13. $\therefore A$	simplification 12

(1)

$$\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccccc} y_1 & & y_2 & & \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ 1-x_1 \\ \\ \\ \\ \end{array} &
\begin{bmatrix}
-2 & \cancel{3} & 2 & \cancel{6} & \cancel{0} \\
0 & \cancel{-3} & -3 & \cancel{-2} & \cancel{0} \\
\cancel{-9} & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{-9} \\
\cancel{-9} & \cancel{2} & \cancel{1} & \cancel{5} & \cancel{-8} \\
\cancel{-1} & \cancel{-4} & \cancel{-5} & \cancel{-3} & \cancel{0}
\end{bmatrix}
\end{array}$$

* <u>سوال سوم</u>) برای ماتریس بدون LP

← بررسی غلبه:

1) استراتژی $\underline{1}$ سطری به 3 غلبه دارد.

2) استراتژی $\underline{1}$ سطری به 4 غلبه دارد.

3) استراتژی 2 سطری به 5 غلبه دارد.

4) استراتژی 1 ستونی به 5 غلبه دارد

5) استراتژی 3 ستونی به 2 غلبه دارد

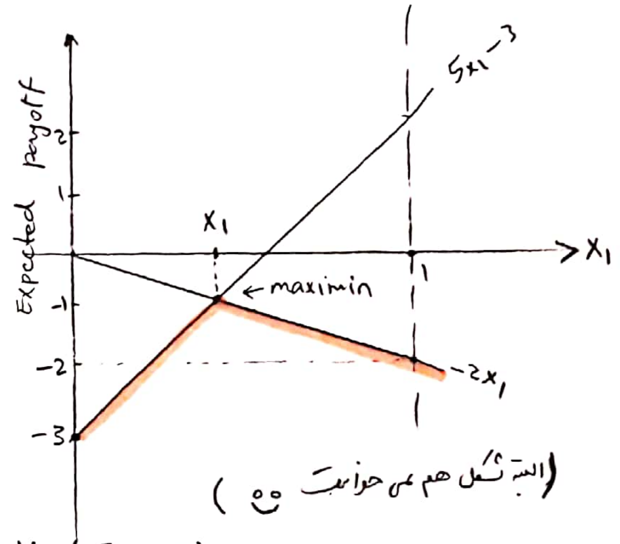
6) استراتژی 3 ستونی به 4 غلبه دارد.

← نقطه‌ی زینی نداریم: $(maximin = -2) \neq (minimax = 0)$

← روش گرافیکی (چون 2×2 است اوکیه): توزیع احتمال‌های سطری: $\{x_1, 1-x_1\}$

توزیع احتمال‌های ستونی: $\{y_1, y_2\}$

(y_1, y_2)	Expected payoff
$(1, 0)$	$-2x_1 + 0\times(1-x_1) = -2x_1$
$(0, 1)$	$2x_1 - 3(1-x_1) = 5x_1-3$



$$-2x_1 = 5x_1 - 3 \longrightarrow \boxed{x_1 = \frac{3}{7}}$$

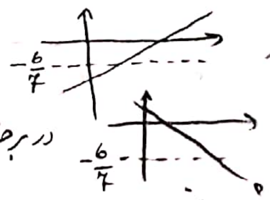
$$\boxed{\text{game value} = \frac{-6}{7}}$$

(البته شکل هم می‌خواست :))

Expected payoff for player 1 $= y_1(-2x_1) + y_2(5x_1-3)$

$$y_1(-2x_1)+y_2(5x_1-3) \begin{cases} \leq \frac{-6}{7} & \text{for } 0 \leq x_1 \leq 1 \\ = \frac{-6}{7} & \text{for } x_1 = \frac{3}{7} \end{cases}$$

چون y_1 و y_2 عدد هستند پس سمت چپ معادله‌ی یک خط را داریم یک خط افقی؟ زیرا اگر شیب خط مثبت باشد



در برخی نقاط مقدار امید ریاضی payoff از $\frac{-6}{7}$ بیشتر

می‌شود. اگر منفی باشد هم

در برخی نقاط، امید ریاضی payoff از $\frac{-6}{7}$ بیشتر میره.

پس فقط می‌تواند یک خط افقی باشد. یعنی:

$$x_1 = 0 \Longrightarrow y_2(-3) = \frac{-6}{7} \Rightarrow \boxed{y_2 = \frac{2}{7}} \xrightarrow[\text{می‌دانیم: } y_1+y_2=1]{} \boxed{y_1 = \frac{5}{7}}$$

لذا توزیع احتمال‌ها به فرم $\{x_1 = \frac{3}{7},\ x_2 = \frac{4}{7},\ y_1 = \frac{5}{7},\ y_2 = \frac{2}{7}\}$ اگر هردو بازیکن به پیشنهاد game theory پایبند باشند، بازیکن اول در درازمدت و بازی در راندهای متعدد، $\frac{6}{7}$ به بازیکن دوم می‌پردازد؛ ولی اگر هرکدام از این پیشنهاد تخطی کنند متضرر می‌شوند.

* سوال چهارم) 36-puzzle

Configure :

C1: {1, 16, 19, 21, 26}

C2: {5, 22, 25, 28}

C3: {8, 14, 17}

الف) اگر قرار باشد از هر configure به تنهایی استفاده کنیم DB چه اندازه‌ای دارد؟

* کانفیگ اول (C1) :

باید از 36 کاشی، 6 کاشی را انتخاب کنیم و این 5 کاشی + خانه خالی را در آن ها بچینیم. (تمام حالات را می‌خواهیم) بعد باید از پازل مرتب شده شروع کنیم و عقب‌گرد کنیم تا به هر یک از این استقرارها برسیم و هر بار هزینه واقعی رسیدن به آن‌ها را محاسبه می‌کنیم و در DB ذخیره می‌کنیم.

$\binom{36}{6} \times 6!$ = اندازه‌ی DB با کانفیگ C1

* کانفیگ دوم (C2) : $\binom{36}{5} \times 5!$ = با کانفیگ دوم، اندازه‌ی DB

* کانفیگ سوم (C3) : $\binom{36}{4} \times 4!$ = " " سوم، " "

ب) چطور 3 کانفیگ را باهم در نظر بگیریم؟ می‌توان در هر موضع بین این سه، MAX گرفت.

ج) تعداد پترن زمانی که 3 کانفیگ را در نظر بگیریم؟ $\binom{36}{13} \times 13!$ باید 12 کاشی که در سه کانفیگ فوق داریم را در نظر بگیریم در هر موضع + یک خانه خالی. پس چیدمان این 13 کاشی مهم است.

اگر بخواهیم هم می‌توانیم از سه دیتابیس قبلی استفاده کنیم یعنی تعداد پترن ها جمع سه قسمت بخش (الف)

* سوال پنجم)

$$F = (\overset{u_1}{\neg u} \vee \overset{u_2}{\neg p}) \wedge (\overset{u_3}{a} \vee \overset{u_2}{\neg p} \vee \overset{u_4}{q}) \wedge (\overset{u_3}{\neg a} \vee \overset{u_1}{u}) \wedge (\overset{u_2}{p} \vee \overset{u_4}{\neg q} \vee \overset{u_1}{u})$$

۱) نظیر هر اتم یک متغیر جدید به اسم u_i گرفتیم.

2) 2SAT را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} Q' = \; & \neg(u_1 \wedge u_2) \wedge \neg(u_3 \wedge u_2) \\ & \wedge \neg(u_4 \wedge u_2) \wedge \neg(\neg u_3 \wedge \neg u_4) \wedge \neg(\neg u_3 \wedge u_2) \wedge \neg(\neg u_4 \wedge u_2) \\ & \wedge \neg(u_3 \wedge \neg u_1) \wedge \neg(u_2 \wedge u_4) \wedge \neg(u_1 \wedge u_4) \wedge \neg(\neg u_2 \wedge \neg u_1) \\ & \wedge \neg(\neg u_2 \wedge u_4) \wedge \neg(\neg u_1 \wedge u_4) \\ = \; & (\neg u_1 \vee \neg u_2) \wedge (\neg u_3 \vee \neg u_2) \wedge (\neg u_4 \vee \neg u_2) \wedge (u_3 \vee u_4) \wedge (u_3 \vee \neg u_2) \\ & \wedge (u_4 \vee \neg u_2) \wedge (\neg u_3 \vee u_1) \wedge (\neg u_2 \vee \neg u_4) \wedge (\neg u_1 \vee \neg u_4) \wedge (u_2 \vee u_1) \\ & \wedge (u_2 \vee \neg u_4) \wedge (u_1 \vee \neg u_4) \end{aligned}$$

* جمله ارضاپذیر است اگر $u_1 = 1$ و $u_3 = 1$ و $u_2 = u_4 = 0$.

پس فرم تبدیل شده به Horn فرمول F عبارت است از:

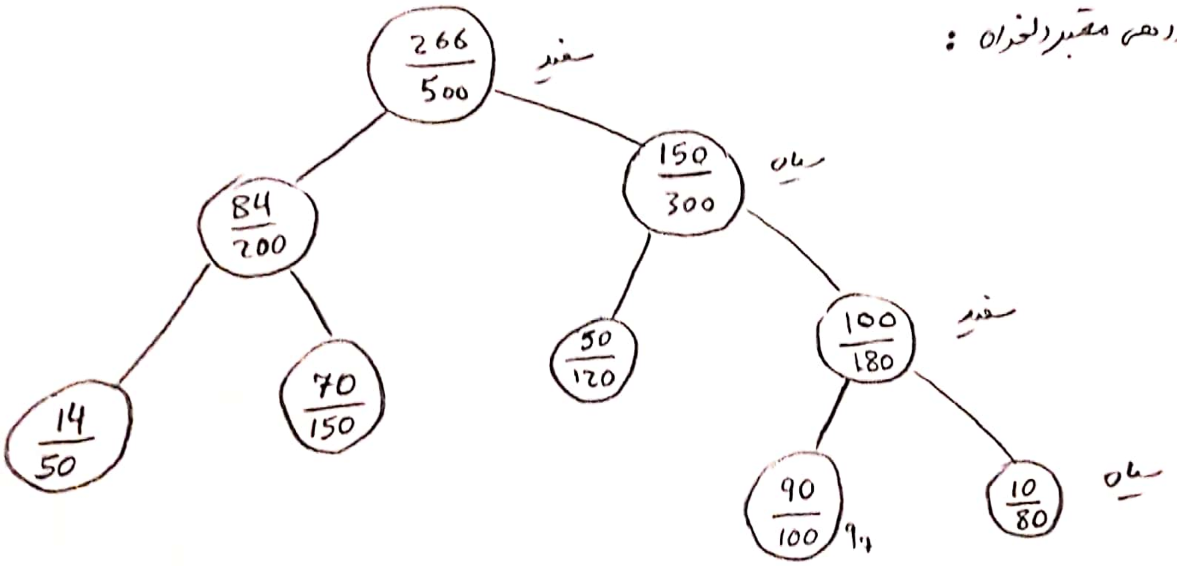
$$F_{-horn} = (u \vee \neg p) \wedge (\neg a \vee \neg p \vee q) \wedge (a \vee \neg u) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg u)$$

---

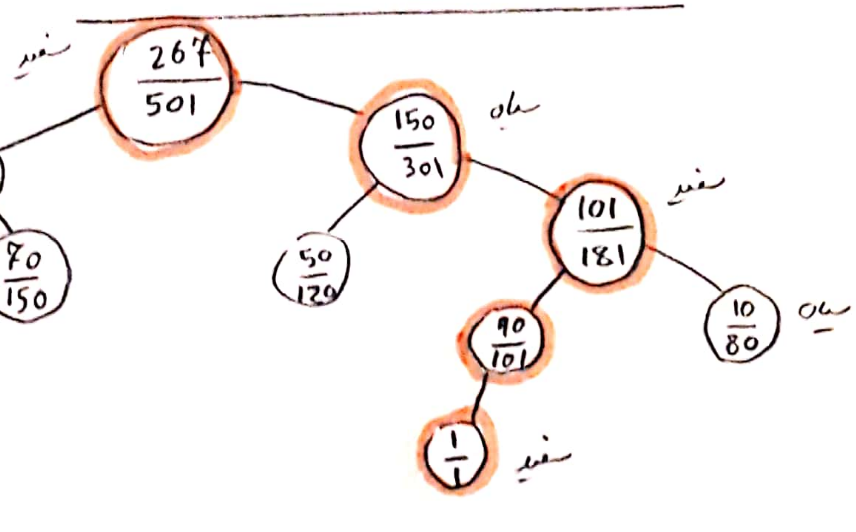
* سوال ششم) آخرین حرکت ← سفید و اول ← سیاه

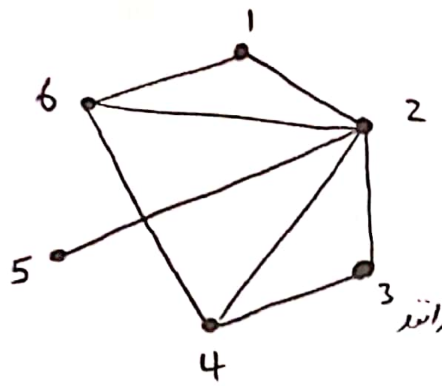
کسری که در ریشه ← برد سفید از 500 بازی

← الف) مقداردهی دلخواه:



ب)





* سوال هفتم)

به ازای هر راس یک متغیر x_i می‌گیریم.

به ازای هر دو راس v و w که یال vw در گراف ورودی نیست، یک کلاوز $\neg w \vee \neg v$ اضافه می‌کنیم و یعنی v و w نمی‌توانند در زیرگراف مطلوب باشند.

و بابت هر راس v یک کلاوز v اضافه می‌کنیم تا با ارضاشدن آن، بزرگترین زیرگراف کامل پیدا شود.

پس در نهایت داریم:

$$\underbrace{\begin{aligned}&(\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_5) \\ &\wedge (\neg x_3 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_6) \\ &\wedge (\neg x_4 \vee \neg x_5) \\ &\wedge (\neg x_5 \vee \neg x_6)\end{aligned}}_{\text{hard}}$$

$$\underbrace{\wedge\, x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6}_{\text{soft}}$$

در مورد نمونه ورودی سوال: زیرگراف $(2, 4, 6)$ جواب است. یعنی نمونه partial MAX-SAT فوق را $(x_1 = x_3 = x_5 = \text{False}$ و $x_2 = x_4 = x_6 = \text{True})$ ارضا می‌کند.