← سوال اول)

← الف) اجرای forward chaining :

$T \rightarrow R$ ✓

$\boxed{P \wedge Q \rightarrow R}$

$\boxed{S \wedge A \wedge C \rightarrow P}$

$A \rightarrow B$ ✓

$\boxed{D \wedge F \rightarrow C}$

$B \wedge D \rightarrow T$ ✓

$A \wedge D \wedge T \rightarrow E$ ✓

$E \wedge B \rightarrow S$ ✓

$\boxed{F \rightarrow Q}$

A ✓

D ✓
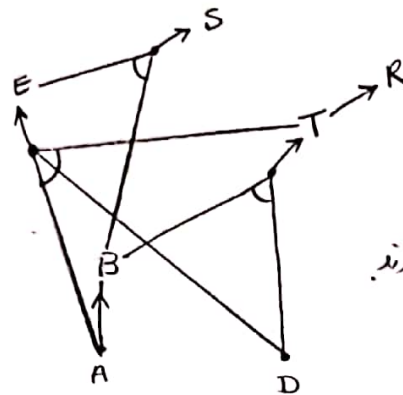
در طی روند میگراف AND-OR بوجود می‌آید.

و از گراف پیداست که اتم‌های $\boxed{" F , C , Q , P "}$ باتوجه به پایگاه دانش داده شده، استنتاج نمی‌شوند.

← ب) اگر فقط $\boxed{F}$ را به KB اضافه کنم میتوانم تمام اتم‌ها را استنتاج کنم؟ گراف AND - OR کامل با حضور F به صورت زیر است :
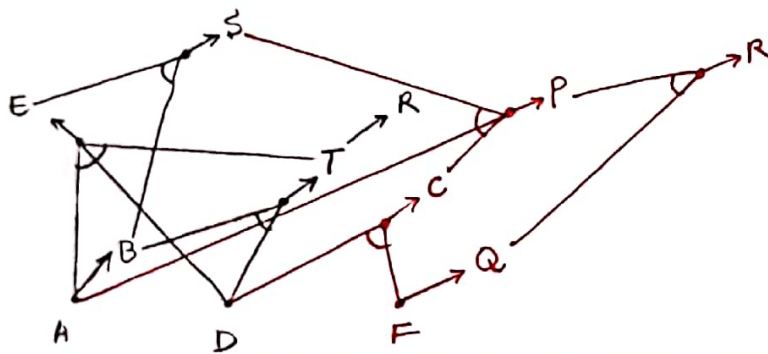
← سوال دوم)

$$P$$
$$\vee \vee T$$
$$\neg P \vee U$$
$$R \vee \neg Q$$
$$V \rightarrow W$$
$$P \rightarrow Q$$
$$S \rightarrow (U \vee T)$$
$$(P \wedge R) \rightarrow S$$
$$\overline{\therefore \quad S}$$

$\xrightarrow{\text{CNF}}$

1	P	Premise
2	$\vee \vee T$	premise
3	$\neg P \vee U$	premise
4	$R \vee \neg Q$	premise
5	$\neg V \vee W$	premise
6	$\neg P \vee Q$	premise
7	$\neg S \vee U \vee T$	premise
8	$\neg P \vee \neg R \vee S$	premise
9	$\neg P \vee \neg Q \vee S$	Resolution using 4,8
10	$\neg P \vee S$	Resolution using 6,9
11	$\therefore \quad S$	Resolution using 1,10

Step	Reason
1. $E \wedge R \to B$	premise
2. $\neg E \vee \neg R \vee B$	De Morgan using (1)
3. $E \to R \vee P \vee L$	premise
4. $\neg E \vee R \vee P \vee L$	equivalence of (3)
5. $\neg E \vee B \vee P \vee L$	resolution using (2),(4)
6. $K \to B$	premise
7. $\neg K \vee B$	equivalence of (6)
8. $\neg (L \wedge B)$	premise
9. $\neg L \vee \neg B$	De Morgan using (8)
10. $\neg K \vee \neg L$	resolution using (7),(9)
11. $P \to \neg K$	premise
12. $\neg P \vee \neg K$	equivalence of (11)
13. $\neg K \vee \neg E \vee B \vee L$	resolution using (5),(12)
14. $\neg K \vee \neg E \vee B$	resolution using (10),(13)
15. $\neg K \vee \neg E \vee \neg L$	resolution using (9),(14)
16. $\neg L \vee \neg (K \wedge E)$	De Morgan using (15)
17. $\therefore L \to \neg (K \wedge E)$	equivalence of (16)

Step	Reason
1. $E \to R \vee P \vee L$	premise
2. $\neg E \vee R \vee P \vee L$	equivalence of (1)
3. $P \to \neg K$	premise
4. $\neg P \vee \neg K$	equivalence of (3)
5. $\neg E \vee R \vee L \vee \neg K$	resolution using (2),(4)
6. $\neg (L \wedge B)$	premise
7. $\neg L \vee \neg B$	De Morgan using (6)
8. $\neg K \vee \neg E \vee \neg B \vee R$	resolution using (5),(7)
9. $K \to B$	premise
10. $\neg K \vee B$	equivalence of (9)
11. $\neg K \vee \neg E \vee R$	resolution using (8),(10)
12. $\neg (K \wedge E) \vee R$	De Morgan using (11)
13. $\therefore (K \wedge E) \to R$	equivalence of (12)

$\{ K = P = E = B = R = \text{True} \quad , L = \text{False} \} \Rightarrow$

$(\text{True} \equiv KB)$ يكون بحيث ((($L \vee P) \to \neg K) \equiv F$) يكون هذا في :

$KB \not\models ((L \vee P) \to \neg K)$ ∎

$\{ K = P = E = B = R = L = \text{False} \} \Rightarrow KB \equiv \text{True} , (E \wedge P) \equiv \text{False} \quad E \wedge P \leftarrow$

$\Rightarrow$ إذا $\quad KB \not\models (E \wedge P)$ ∎

(2)

Step	Reason
1. $A \rightarrow B \land C$	premise
2. A	premise
3. $B \land C$	modus ponens using (1),(2)
4. $\therefore B$	Simplification using (3) 🔳

(أ :

، B

$\{A = B = C = D = E = True , F = False\} \Rightarrow KB \equiv True , F \equiv False$ ∴ F

$\therefore$ F

$\omega \Rightarrow \boxed{KB \not\models F}$ 🔳

Step	Reason
1. $A \rightarrow B \land C$	premise
2. A	premise
3. $B \land C$	modus ponens using (1),(2)
4. C	Simplification using (3)
5. $\therefore C \lor E$	addition using (4) 🔳

∴ $C \lor E$

(ب :

∴ $A \lor R$

$\{B = C = K = True , A = M = R = False\} \Rightarrow KB \equiv True , A \lor R \equiv False$

$\omega \Rightarrow KB \not\models (A \lor R)$ 🔳

∴ $A \lor B$

Step	Reason
1. $K \land \neg M$	premise
2. K	simplification using (1)
3. $\neg C \rightarrow \neg K$	premise
4. C	modus tollens using (2),(3)
5. $C \rightarrow A \lor B$	premise
6. $\therefore A \lor B$	modus ponens using (4),(5) 🔳

∴ $A \lor K$

Step	Reason
1. $K \land \neg M$	premise
2. K	simplification using (1)
3. $\therefore K \lor A$	addition using (2) ⬛

True ← نبدأ بفرض أن $KB \Rightarrow True$ لكن لو جاءت المعادلة $KB \land \neg(True) \equiv False$ حسب قوانين

حسب أن $KB \land False \equiv False$ يعني أن نفترض أن $KB \Rightarrow True$

إذن ، $KB \models True$ 🔳 (3)

- Smoke → Smoke ، توتولوژی او ارضا پذیر است : Smoke → Smoke ≡ ¬Smoke ∨ Smoke ≡ True

- Smoke → Fire : ارضا پذیر است ولی توتولوژی نیست

Smoke	Fire	Smoke → Fire
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

توتولوژی نیست ← ۰

- (Smoke → fire) → (¬Smoke → ¬fire) : ارضا پذیر است ولی توتولوژی نیست.

Smoke	Fire	Smoke → fire	¬Smoke → ¬fire	کل رابطه
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

توتولوژی نیست ← ۰

- Smoke ∨ Fire ∨ ¬Fire : توتولوژی است و ارضا پذیر است.

Smoke ∨ fire ∨ ¬fire ≡ Smoke ∨ True ≡ True

- ((Smoke ∧ Heat) → fire) ↔ ((Smoke → fire) ∨ (Heat → fire)) : توتولوژی است، ارضا پذیر است.

برای ساده‌تر کردن هر کلمه را برمیداریم :

$((S \wedge H) \to F) \leftrightarrow ((S \to F) \vee (H \to F))$ (1)

شرکت پذیری وجابه‌جایی ∨

سمت راست : $((S \to F) \vee (H \to F)) \equiv ((¬S \vee F) \vee (¬H \vee F)) \equiv (¬S \vee ¬H \vee F)$

دمورگان ↑

$\equiv (¬(S \wedge H) \vee F) \equiv ((S \wedge H) \to F)$ (2)

طبق رابطهٔ (1) و (2) داریم :

$((S \wedge H) \to F) \leftrightarrow ((S \wedge H) \to F)$

البته اثبات در همین جا تمام میشود زیرا دو سمت است که طرف چپ با طرف راست معادل است ولی باز هم ساده‌تر میکنیم :

برای ساده‌تر فرض میکنیم $(S \wedge H) \to F \equiv A$

$\Rightarrow ((S \wedge H) \to F) \leftrightarrow ((S \wedge H) \to F) \equiv A \leftrightarrow A \equiv (A \to A) \wedge (A \to A) = A \to A$

$\equiv ¬A \vee A \equiv True$ ∎

- (Smoke → fire) → ((Smoke ∧ Heat) → fire) : توتولوژی است و ارضا پذیر است.

برای ساده‌تر کردن دو اول هرکدام را برداشتیم :

$(S \to F) \to ((S \wedge H) \to F) \equiv (¬S \vee F) \to (¬(S \wedge H) \vee F) \equiv (¬S \vee F) \to (¬S \vee ¬H \vee F)$

دمورگان ↑

$\equiv ¬(¬S \vee F) \vee (¬S \vee ¬H \vee F) \equiv (S \wedge ¬F) \vee (¬S \vee ¬H \vee F) \equiv ((S \wedge ¬F) \vee ¬S) \vee (¬H \vee F)$

شرکت پذیری ↑

$\equiv ((S \vee ¬S) \wedge (¬F \vee ¬S)) \vee (¬H \vee F) \equiv ¬F \vee ¬S \vee ¬H \vee F \equiv (¬F \vee F) \vee ¬H \vee ¬S$

شرکت پذیری ↑

$\equiv True \vee ¬H \vee ¬S \equiv True$ ∎

...

ا (سوال هفتم، تمام)

• Big $\lor$ Dumb $\lor$ (Big $\to$ Dumb) : توتولوژی است، اثبات کنید.

یک مثال دیگر از اثبات یک عبارت با استفاده از قواعد استنتاج

$B \lor D \lor (B \to D) \equiv B \lor D \lor (\neg B \lor D)$

$\equiv (B \lor \neg B) \lor D \equiv \text{True} \lor D \equiv \text{True}$ ∎

• $(A \land B) \lor (\neg C) \lor (\neg A \land C) \to (\neg A \lor B \lor \neg C)$: توتولوژی است، اثبات کنید.

$(A \land B) \lor (\neg C) \lor (\neg A \land C) \to (\neg A \lor B \lor \neg C) \equiv (A \land B) \lor (\neg C \lor \neg A) \to (\neg A \lor B \lor \neg C)$

$\equiv (((A \land B) \lor \neg A) \lor \neg C) \to (\neg A \lor B \lor \neg C) \equiv (B \lor \neg A \lor \neg C) \to (B \lor \neg A \lor \neg C)$

توزیع ↑

$\equiv \text{new} \to \text{new} \equiv \neg\text{new} \lor \text{new} \equiv \text{True}$ ∎

↑

new $\equiv B \lor \neg A \lor \neg C$

سوال هشتم (۲۰ نمره)

$P \land Q$
$P \to (R \land Q)$
$R \to (S \lor T)$
$\neg S$
∴ T

← الف)

	Step	Reason
1.	$P \land Q$	premise
2.	P	Simplification using (1)
3.	$P \to (R \land Q)$	premise
4.	$R \land Q$	modus ponens using (2),(3)
5.	R	Simplification using (4)
6.	$R \to (S \lor T)$	premise
7.	$S \lor T$	modus ponens using (5),(6)
8.	$\neg S$	premise
9. ∴	T	Disjunctive Syllogism using (7),(8) ∎

$P \to (Q \to R)$
$P \lor S$
$T \to Q$
$\neg S$
∴ $\neg R \to \neg T$

← ب)

	step	Reason
1.	$P \lor S$	premise
2.	$\neg S$	premise
3.	P	Disjunctive syllogism using (1),(2)
4.	$P \to (Q \to R)$	premise
5.	$Q \to R$	modus ponens using (3),(4)
6.	$T \to Q$	premise
7.	$T \to R$	Hypothetical syllogism using (5),(6)
8.	$\neg T \lor R$	equivalence of (7)
9. ∴	$\neg R \to \neg T$	equivalence of (8) ∎

(5)

$P \lor Q$
$\neg P \lor R$
$\neg R$
─────
$\therefore \neg Q$

$\{Q = True, \ P = R = false\} \Rightarrow KB \equiv True, \ \neg Q \equiv False$

نتیجه $(KB \Rightarrow \alpha) \equiv False$، و $KB \nvDash \alpha$ یعنی استلال فوق نامعتبر است.

────────

$P \leftrightarrow Q$
$Q \rightarrow R$
$R \lor \neg S$
$\neg S \rightarrow Q$
─────
$\therefore S$

$\{S = false, \ Q = P = R = True\} \Rightarrow KB \equiv True, \ \alpha \equiv false$

نتیجه $(KB \rightarrow \alpha) \equiv false$ است، و $KB \nvDash \alpha$ یعنی استلال روبرو نامعتبر است.

────────

P
$R \rightarrow R$
$P \rightarrow (Q \lor \neg R)$
$\neg Q \lor \neg S$
─────
$\therefore S$

$\{P = R = Q = True, \ S = false\} \Rightarrow KB \equiv True,$
$\alpha \equiv False$

نتیجه $(KB \rightarrow \alpha) \equiv false$ یعنی استلال روبرو نامعتبر است. $KB \nvDash \alpha$

────────

P
$P \rightarrow ((q \lor r) \land \neg(q \land r))$
$P \rightarrow ((s \lor t) \land \neg(s \land t))$
$s \rightarrow q$
$\neg r \rightarrow t$
$t \rightarrow s$

CNF $\Longrightarrow$

step		Reason
1.	P	premise
2.	$\neg p \lor q \lor r$	premise
3.	$\neg p \lor \neg q \lor \neg r$	premise
4.	$\neg p \lor s \lor t$	premise
5.	$\neg p \lor \neg s \lor \neg t$	premise
6.	$\neg s \lor q$	premise
7.	$r \lor t$	premise
8.	$\neg t \lor s$	premise
9.	$\neg q \lor \neg r$	resolution (1)(3)
10.	$s \lor t$	resolution (1),(4)
11.	$\neg s \lor \neg t$	resolution (1),(5)
12.	$\neg t$	resolution (8),(11)
13.	s	resolution (10),(12)
14.	q	resolution (6),(13)
15.	$\neg r$	resolution (9),(14)
16.	t	resolution (7),(15)
17.	$\square$	resolution (12),(16)

← 17. $\square$ نتیجه: مجموعه رسم و نتیجه خود SAT نیست (یعنی)

unsatisfiable . اضافه می شود.

(6)

→ 1) $[\alpha \wedge \beta \models \gamma] \Rightarrow [\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma]$:

$((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \to ((\alpha \to \gamma) \vee (\beta \to \gamma)) \equiv \neg(\neg(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma) \vee (\neg \alpha \vee \gamma \vee \neg \beta \vee \gamma)$

$\overset{\uparrow}{\equiv} (\alpha \wedge \beta \wedge \neg \gamma) \vee (\neg \alpha \vee \neg \beta \vee \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta \wedge \neg \gamma) \vee \neg(\alpha \wedge \beta \wedge \neg \gamma)$

De Morgan

$\equiv$ True ∎ $\overset{\underline{\hspace{2cm}}}{\text{عبارة صحيحة}}$

De Morgan

→ 2) $[\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma] \Rightarrow [(\alpha \wedge \beta) \models \gamma]$:

$((\alpha \to \gamma) \vee (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \equiv ((\neg \alpha \vee \gamma) \vee (\neg \beta \vee \gamma)) \to ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma)$

$\overset{\uparrow}{\equiv} (\neg(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma) \to ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \to ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma)$

$\overset{\uparrow}{\underset{\text{دستور}}{}}$

$\equiv \neg((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \vee ((\alpha \wedge \beta) \to \gamma) \equiv$ True ∎ $\overset{\underline{\hspace{2cm}}}{\text{عبارة صحيحة}}$

→ 3) $[(\alpha \wedge \beta) \models \gamma] \Rightarrow [\alpha \models \gamma] \wedge [\beta \models \gamma]$:

$\{\alpha = \gamma = \text{False} , \beta = \text{True}\} \Rightarrow [\alpha \wedge \beta \models \gamma] \equiv \text{True} \equiv \text{KB}$

$[\alpha \models \gamma] \wedge [\beta \models \gamma] = \text{False} \equiv$ Conclusion

$\Rightarrow$ KB $\not\models$ Conclusion ∎ $\overset{\underline{\hspace{2cm}}}{\text{عبارة خاطئة}}$

→ 4) $[\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma] \Rightarrow [\alpha \vee \beta \models \gamma]$:

$\{\alpha = \text{True} , \beta = \gamma = \text{False}\} \Rightarrow [\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma] \equiv \text{KB} \equiv \text{True}$

$[\alpha \vee \beta \models \gamma] \equiv$ Conclusion $\equiv$ False

$\Rightarrow$ KB $\not\models$ conclusion ∎ $\overset{\underline{\hspace{2cm}}}{\text{عبارة خاطئة}}$

← (رسم)

$(((((A \to B) \wedge C) \leftrightarrow D) \vee E) \leftrightarrow F)$

صفحة : $(1 + 2^2 + 3 + 1 + 2^2 + 3 + 2^4 = \boxed{32})$ عدد أوراق الشجرة أي أنه لدينا 32 جدول وجود.

$(A \wedge B) \vee (B \times C)$ (ب ←
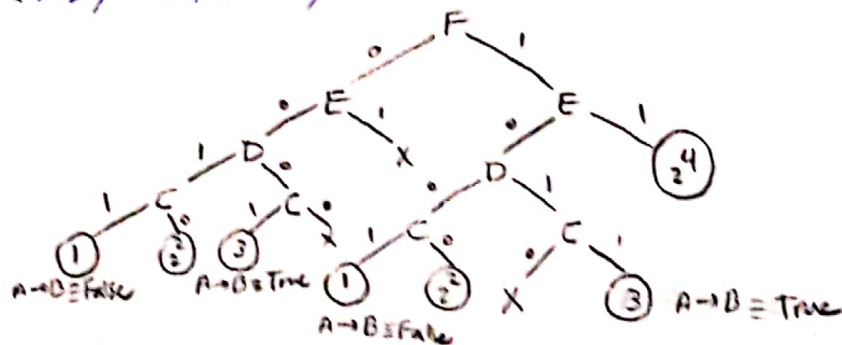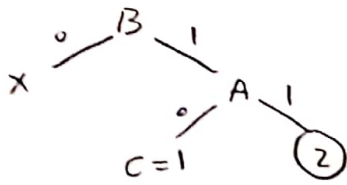
در مجموع سه مدل برای این گزاره داریم :

$A = 1$, $B = 1$, $C = 0$ *

$A = 1$, $B = 1$, $C = 1$ *

$A = 0$, $B = 1$, $C = 1$ *

$(A \wedge B) \vee (B \wedge C) \equiv B \wedge (A \vee C)$

$(A \leftrightarrow B \leftrightarrow C)$ (2. ←
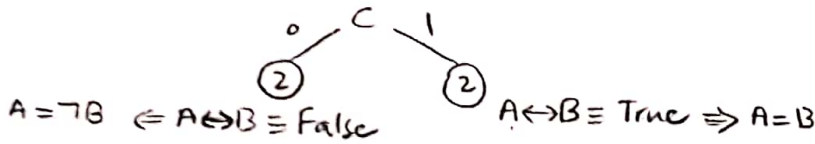
در مجموع چهار مدل برای این گزاره داریم :

$C = 1$, $A = B = 0$ *

$C = 1$, $A = B = 1$ *

$A = \neg B \ \Leftarrow A \leftrightarrow B \equiv False$ $A \leftrightarrow B \equiv True \Rightarrow A = B$

$C = 0$, $A = 0$, $B = 1$ *

$C = 0$, $A = 1$, $B = 0$ *

(8)

Scanned with CamScanner