

بسم الله الرحمن الرحيم

تکلیف سری دوم  
درس هوش مصنوعی

تاریخ تحویل: ۸ آذر

دکتر فلسفین

پاییز ۹۹

### لطفاً پیش از حل سوالات به موارد زیر دقت شود:

- تکلیف شامل ۷ سوال تئوری و ۱ سوال عملی می باشد که در آن باید با توجه به شماره‌ی دانشجویی خود به مدل سازی و حل دو مسئله در قالب CSP و با استفاده از ابزارهای نامبرده در صورت سوال اقدام نمایید.
- پس از تصحیح و ازریابی کدها ممکن از شما درخواست شود در یک جلسه‌ی اسکایپی در رابطه با کد توضیح دهید. لذا لازم است به تمام قسمت‌های کد خود مسلط باشید.
- پاسخ سوالات تئوری را به فرمت pdf آماده و به همراه فایل کدهای خود فشرده کرده و در سامانه در بخش مربوط به تکلیف اول آپلود نمایید.
- در تحویل تکلیف به زمان مجاز تعیین شده در سامانه برای آپلود پاسخ‌ها دقت فرمایید. پس از این زمان به هیچ طریقی تکلیف دریافت نشده و مورد بررسی قرار نمی گیرند.
- پاسخ تکالیف خود را حتما در سامانه آپلود کنید و از ارسال فایل پاسخ به ایمیل یا تلگرام اکیدا خودداری نمایید.
- در صورت وجود یا بروز هرگونه ابهام در سولات می‌توانید از طریق ایمیل زیر با TA درس در ارتباط باشید.

[arashmarioriyad@gmail.com](mailto:arashmarioriyad@gmail.com)

## سوال اول

فرض کنید شما مسئول برنامه‌ریزی کلاس‌های علوم کامپیوتر هستید که در روزهای شنبه، یکشنبه و دوشنبه برگزار می‌شوند. ۵ کلاس در این روزها برگزار خواهد شد و ۳ استاد در این کلاس‌ها درس خواهند داد. شما با این واقعیت محدود شده‌اید که هر استاد در هر زمان مشخص می‌تواند در یک کلاس تدریس کند و محدودیت‌های زیر نیز برقرار می‌باشند:

کلاس‌ها عبارتند از:

- کلاس ۱ - مبانی کامپیوتر از ساعت ۸ الی ۹
- کلاس ۲ - هوش مصنوعی از ساعت ۸:۳۰ الی ۹:۳۰
- کلاس ۳ - پردازش زبان طبیعی از ساعت ۹ الی ۱۰
- کلاس ۴ - بینایی ماشین از ساعت ۹ الی ۱۰
- کلاس ۵ - یادگیری ماشین از ساعت ۹:۳۰ الی ۱۰:۳۰

اساتید عبارتند از:

- استاد A که می‌تواند کلاس‌های ۳ و ۴ را تدریس کند.
- استاد B که می‌تواند کلاس‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ را تدریس کند.
- استاد C که می‌تواند همه‌ی کلاس‌ها را تدریس کند.

الف) این مسئله را در قالب یک مسئله‌ی ارضای محدودیت به گونه‌ای فرمول‌بندی کنید که برای هر کلاس یک متغیر وجود داشته باشد و دامنه و محدودیت‌های آنها را نیز ذکر کنید.

ب) گراف محدودیت این مسئله‌ی ارضای محدودیت را رسم کنید.

پ) دامنه‌ی متغیرها را بعد از اعمال سازگاری arc روی این گراف نشان دهید. (بعد از حذف کردن محدودیت‌های یکانی)

ت) یک راه حل برای این CSP ارائه دهید.

ث) مسئله‌ی CSP شما باید تقریباً ساختار درخت گونه داشته باشد. به صورت مختصر توضیح دهید که چرا ترجیح می‌دهیم مسائل CSP با ساختار درخت را حل کنیم؟

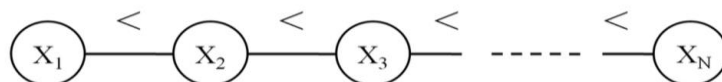
ج) تحقیق کنید که برای تبدیل این گونه مسائل با ساختار نیمه درخت به درخت چه روش استاندارد وجود دارد.

چ) ابزار MiniZinc یک نرم‌افزار رایگان و متن‌باز برای توصیف مسائل ارضای محدودیت می‌باشد. پس از آنکه مسئله در بستر این ابزار توصیف شد، MiniZinc آن را در اختیار حل‌کننده‌های (solvers) که به آن‌ها متصل است قرار می‌دهد و پس از حل شدن، جواب آن در اختیار کاربر قرار می‌گیرد. این ابزار را می‌تونید به صورت رایگان از طریق آدرس [minizinc.org](http://minizinc.org) بارگیری کرده و مستندات مربوط به آن را مطالعه کنید. همچنین مثال‌های بسیار زیادی برای حل مسائل

CSP روی GitHub موجود است که می‌توان برای درک بهتر این ابزار به آن‌ها رجوع کرد. (برای مثال می‌توانید تعدادی مثال معروف از کار با این ابزار را در آدرس [github.com/MiniZinc/minizinc-examples](https://github.com/MiniZinc/minizinc-examples) مشاهده کنید. در این بخش شما لازم است ابتدا مسئله‌ی مطرح شده در این سوال را در بستر این ابزار پیاده‌سازی کنید و سپس جواب به دست آمده را با پاسخ خود مقایسه نمایید. همچنین شما باید یک فایل با پسوند mzn که در بردارنده‌ی توصیف این مسئله است به عنوان بخشی از پاسخ آپلود نمایید.

## سوال دوم

به زنجیره‌ی زیر توجه کنید. این زنجیره‌ی CSP دارای  $N$  متغیر و دامنه‌ی هر متغیر  $x_i$  مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, M\}$  است و محدودیت بین نودهای مجاور به این گونه است که  $x_i < x_{i+1}$



برای حالتی که  $M = N = 10$  به سوالات زیر پاسخ دهید:

(آ) CSP چند مقدار دهی ارضا کننده دارد؟

(ب) دامنه  $x_1$  وقتی که بخواهیم آن را نسبت به  $x_2$  Arc-Consistent کنیم، چیست؟

(پ) وقتی که  $x_2$  نسبت به  $x_3$  و  $x_3$  نسبت به  $x_4$  Arc-Consistent باشند، برای برقرار کردن Arc-Consistency  $x_1$  نسبت به  $x_2$  چه باید کرد؟

(ت) وقتی که  $x_i$  نسبت به  $x_{i+1}$  به صورت Arc-Consistent باشد ( $2 \leq i \leq N - 1$ )، برای برقراری Arc-Consistency  $x_1$  نسبت به  $x_2$  دامنه‌ی  $x_1$  چه تغییری باید بکند؟

(ث) حداقل تعداد یالی که توسط الگوریتم AC-3 برای برقراری Arc-Consistency مورد پردازش قرار می‌گیرد، چه تعدادی است؟

(ج) تصور کنید که می‌خواهید یک چنین زنجیره‌ای بسازید که یا همه مقادیر باید صعودی باشد یا اینکه همه مقادیر باید نزولی باشند. مثلاً با  $N = M = 3$  دو راه حل داریم  $\{1, 2, 3\}$  و  $\{3, 1, 2\}$ . توضیح دهید چگونه می‌توانیم این قید را مدل کنیم. پاسختان باید حاوی محدودیت‌ها و خلاصه‌ای از عبارات و متغیرها و شرط‌ها باشد.

### سوال سوم)

مسئله Cryptarithmic Puzzle زیر را در نظر بگیرید. الگوریتم backtracking را با هیورستیک های MVR و LCV به صورت دستی برای آن انجام دهید و در هر مرحله متغیری که برای مقداردهی انتخاب میکنید، مقادیر دامنه متغیرهای دیگر بعد از مقداردهی آن و این که بازگشت به عقب نیاز هست یا نه را شرح دهید. (در صورتی که درخت/گراف مورد نظر ابعاد بزرگی دارد، رسم و بررسی قسمت کوچکی از آن کافی است).

راهنمایی: جواب این مسئله به صورت  $[O=0, M=1, Y=2, E=5, N=6, D=7, R=8, S=9]$  می باشد. ( توجه کنید که در این نوع مسائل هر رقم به یک حرف و هر حرف به یک رقم نسبت داده می شود و هیچ عددی با رقم صفر شروع نمی شود. مثلا عدد ۲۳ وجود ندارد).

$$\begin{array}{r} SEND \\ + MORE \\ \hline MONEY \end{array}$$

### سوال چهارم)

مسئله ای ارضای محدودیت زیر یک مسئله ی ساده شده ی سودوکو در یک ماتریس  $4 \times 4$  است. هدف پر کردن هر خانه از این جدول با اعداد ۱ تا ۴ است به طوری که هیچ عددی روی یک سطر یا ستون یکسان تکرار نشود. برای سادگی بیشتر بعضی از خانه های جدول پر شده اند ولی بقیه ی خانه ها با حروف انگلیسی نام گذاری شده اند. این حروف متغیرهای این مسئله ی ارضای محدودیت هستند. با فرض این که شما یک عامل هستید که الگوریتم های ارضای محدودیت را اجرا می کنید، به سوالات زیر پاسخ دهید.

۲	A	۳	B
۴	C	۱	۲
۱	D	E	F
۳	G	۴	۱

الف) دامنه و محدودیت متغیرها را به دست آورید.

ب) با توجه به نمونه ی سودوکو و قسمت الف، جدول زیر را کامل کنید. (بعضی مقادیر به عنوان راهنمایی از قبل وارد شده اند)

متغیر	A	B	C	D	E	F	G
مقادیر باقیمانده	۱،۴			۲،۳،۴			
دارای محدودیت	۴			۵			
با # متغیر دیگر							

پ) با استفاده از هیوریستیک MRV متغیری‌هایی که مسئله‌ی جست‌وجوی ارضای محدودیت در مرحله‌ی بعد انتخاب می‌کند را مشخص کنید.

ت) اگر از هیوریستیک درجه استفاده کنیم چه متغیری(هایی) انتخاب می‌شود؟

ث) فرض کنید از مقادیر مجاز زیر شروع و از بررسی پیش‌رو (forward checking) استفاده کنیم تا محدودیت‌ها را انتشار دهیم. در هر زمان، انتشار فقط یک محدودیت را در یک سطر جداگانه به صورت منظم نشان دهید تا وقتی که محدودیت دیگری نتواند انتشار پیدا کند. یک مثال در سطر سوم آورده شده است. ممکن است به همه‌ی سطرها‌ی خالی نیاز پیدا نکنید.

انتشار محدودیت	A	B	C	D	E	F	G
مقادیر ممکن	۱،۴	۴	۳	۲،۳،۴	۲	۳،۴	۲
محدودیت بین: A و B	۱	۴	۳	۲،۳،۴	۲	۳،۴	۲
محدودیت بین:							
محدودیت بین:							
محدودیت بین:							

### سوال پنجم)

مربع جادویی یک ماتریس  $n \times n$  می‌باشد که درون آن اعداد ۱ تا  $n^2$  به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که مجموع اعداد هر سطر، ستون و دو قطر آن عدد ثابتی می‌باشد.

برای مثل شکل زیر یک مربع جادویی با ابعاد  $5 \times 5$  را نشان می‌دهد:

1	15	24	8	17
23	7	16	5	14
20	4	13	22	6
12	21	10	19	3
9	18	2	11	25

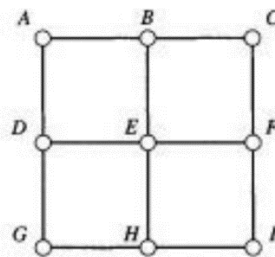
الف) فرمولی برای آن مجموع ثابت بر حسب  $n$  بیابید.

ب) این مسئله را در قالب یک CSP مدل نمایید.

---

### سوال ششم)

یک تجزیه درختی با عرض درختی کمینه برای شبکه زیر معرفی کنید. درباره‌ی عرض درختی یک گرید  $m * n$  چه می‌توان گفت؟



---

### سوال هفتم)

مسئله‌ی رنگ‌آمیزی گراف کامل  $K_4$  را با ۳ رنگ در نظر بگیرید:

الف) با ذکر دلیل مشخص نمایید که آیا این مسئله Arc-Consistent یا Path-Consistent یا 4-Consistent است؟ اگر هیچ یک نبود، آیا می‌توان آن را با اضافه کردن تنها یک محدودیت باینری به یک مسئله‌ی 4-Consistent تبدیل کرد؟

حال به طور کلی فرض کنید که  $R$  یک مسئله‌ی سه رنگ‌آمیزی گراف باشد:

ب) درباره‌ی چگونگی برقرار کردن اثر 2-Consistent و 4-Consistent روی  $R$  توضیح دهید.

---

### سوال هشتم)

در این سوال قصد داریم به حل مسائل معروفی از دنیای علوم کامپیوتر با استفاده از مدل‌سازی در بستر CSP و ابزارهای برنامه‌نویسی معروف در این زمینه بپردازیم. بدین ترتیب که هر دانشجو باید با توجه به جدول شماره‌ی ۱ و شماره‌ی دانشجویی خود، دو مسئله‌ی معروف را با استفاده از ابزارهای مشخص شده در جدول مدل‌سازی و حل نماید.

ابزارها/مسائل	MiniZinc یا OR-Tools	Choco	Jacop
<b>Magic Square</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9526193</li> <li>• 9531663</li> <li>• 9626903</li> <li>• 9629373</li> <li>• 9631983</li> <li>• 9636533</li> <li>• 9727013</li> <li>• 9733313</li> <li>• 9737483</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9529053</li> <li>• 9633003</li> <li>• 9530463</li> <li>• 9635973</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9624923</li> <li>• 9701173</li> <li>• 9626633</li> <li>• 9725113</li> </ul>
<b>Orthogonal Latin Square</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9528403</li> <li>• 9624193</li> <li>• 9627163</li> <li>• 9629743</li> <li>• 9632463</li> <li>• 9637353</li> <li>• 9727783</li> <li>• 9734943</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9627993</li> <li>• 9728043</li> <li>• 9629163</li> <li>• 9731843</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9630513</li> <li>• 9735123</li> <li>• 9631243</li> <li>• 9735653</li> </ul>
<b>Graph K-Coloring</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9529053</li> <li>• 9624923</li> <li>• 9627993</li> <li>• 9630513</li> <li>• 9633003</li> <li>• 9701173</li> <li>• 9728043</li> <li>• 9735123</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9526193</li> <li>• 9631983</li> <li>• 9737483</li> <li>• 9629743</li> <li>• 9734943</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9531663</li> <li>• 9636533</li> <li>• 9528403</li> <li>• 9632463</li> </ul>
<b>N-Queen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9530463</li> <li>• 9626633</li> <li>• 9629163</li> <li>• 9631243</li> <li>• 9635973</li> <li>• 9725113</li> <li>• 9731843</li> <li>• 9735653</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9626903</li> <li>• 9727013</li> <li>• 9624193</li> <li>• 9637353</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 9629373</li> <li>• 9733313</li> <li>• 9627163</li> <li>• 9727783</li> </ul>

جدول-۱



جهت آشنایی و استفاده از هر یک از ابزارهای مورد اشاره در جدول فوق می‌توانید از لینک‌های موجود در جدول شماره‌ی ۲ بهره ببرید.

نام ابزار	لینک
MiniZinc	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="http://www.minizinc.org">www.minizinc.org</a></li> </ul>
OR-Tools	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="https://developers.google.com/optimization/cp/cp_solver">https://developers.google.com/optimization/cp/cp_solver</a></li> </ul>
Choco	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="https://choco-solver.org/">https://choco-solver.org/</a></li> </ul>
Jacop	<ul style="list-style-type: none"> <li><a href="http://www.lth.se/jacop/">http://www.lth.se/jacop/</a></li> <li><a href="https://github.com/radsz/jacop">https://github.com/radsz/jacop</a></li> </ul>

جدول-۲

جهت آشنایی با هر یک از مسئله‌های مورد اشاره در جدول ۱ نیز می‌توانید به جدول شماره‌ی ۳ رجوع نمایید.

نام مسئله	تعریف مسئله
Magic Square	<ul style="list-style-type: none"> <li>ورودی: عدد طبیعی <math>n</math></li> <li>خروجی: جدول <math>n * n</math> که در خانه‌های آن اعداد ۱ الی <math>n^2</math> به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که جمع اعداد هر سطر، هر ستون و دو قطر جدول یک عدد ثابت می‌باشد.</li> </ul>
Orthogonal Latin Square	<p>مسئله‌ی Latin Square از درجه‌ی <math>n</math> به صورت زیر تعریف می‌شود:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ورودی: عدد طبیعی <math>n</math></li> <li>خروجی: یک جدول <math>n * n</math> که در هر خانه‌ی آن یکی از اعداد ۱ تا <math>n</math> به گونه‌ای قرار گرفته‌است که در هیچ سطر و ستونی عدد تکراری وجود ندارد.</li> </ul> <p>حال فرض کنید که <math>A</math> و <math>B</math> دو Latin Square با درجه‌ی <math>n</math> باشند و عنصر سطر <math>i</math>ام و ستون <math>j</math>ام از <math>A</math> و <math>B</math> را به ترتیب با <math>a_{ij}</math> و <math>b_{ij}</math> نشان دهیم. در این صورت <math>A</math> و <math>B</math> با هم Orthogonal از درجه‌ی <math>n^2</math> محسوب می‌شوند اگر زوج مرتب‌های <math>(a_{ij}, b_{ij})</math> تمایز باشند. (در شکل شماره‌ی ۱ یک Orthogonal Latin Square را می‌توانید مشاهده نمایید).</p> <p>بنابراین مسئله‌ی Orthogonal Latin Square به صورت زیر تعریف می‌شود:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ورودی: عدد طبیعی <math>n</math></li> <li>خروجی: یک جدول <math>n * n</math> که هر عنصر آن یک زوج مرتب متمایز به صورت <math>(a_{ij}, b_{ij})</math> است به گونه‌ای که عنصر اول زوج مرتب‌ها (<math>a</math>ها) و عنصر دوم زوج مرتب‌ها (<math>b</math>ها) خود جداگانه تشکیل Latin Square از مرتبه‌ی <math>n</math> دهند.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• ورودی: یک گراف ساده، بدون جهت، بدون وزن - عدد طبیعی <math>k</math></li> <li>• خروجی: تصمیم‌گیری در مورد آنکه آیا می‌توان رئوس گراف را به گونه‌ای با استفاده از <math>k</math> رنگ، رنگ‌آمیزی کرد که هیچ دو رأس مجاوری هم‌رنگ نباشند یا خیر.</li> </ul>	Graph K-Coloring
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ورودی: عدد طبیعی <math>n</math></li> <li>• خروجی: یک صفحه‌ی شطرنج <math>n \times n</math> که روی آن تعداد <math>n</math> وزیر به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که هیچ دو وزیری یک دیگر را تهدید نمی‌کنند.</li> </ul>	N-Queen

جدول-۳

$$\begin{bmatrix} (3, 2) & (2, 3) & (1, 1) \\ (2, 1) & (1, 2) & (3, 3) \\ (1, 3) & (3, 1) & (2, 2) \end{bmatrix}$$

شکل-۱: مثالی از یک Orthogonal Latin Square

فرمت ورودی و خروجی نمونه‌های هر مسئله نیز در جدول شماره‌ی ۴ مشخص شده‌است.

نام مسئله	فرمت ورودی	فرمت خروجی
Magic Square	ورودی تنها شامل عدد طبیعی $n$ می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی ابعاد مربع جادویی است و از کاربر دریافت می‌شود.	خروجی نمایشی از مربع جادویی می‌باشد. بدین صورت که خروجی شما باید $n$ سطر داشته باشد و در هر سطر $n$ عدد که با space از یکدیگر جدا شده‌اند، چاپ شود به گونه‌ای که شرایط مسئله‌ی مربع جادویی برقرار شده‌باشد.
Orthogonal Latin Square	ورودی تنها شامل عدد طبیعی $n$ می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی ابعاد مربع لاتین Orthogonal است و از کاربر دریافت می‌شود.	خروجی نمایشی از مربع لاتین Orthogonal است. بدین صورت که خروجی شما باید $n$ سطر داشته باشد و در هر سطر $2n$ عدد که با space از یکدیگر جدا شده‌اند، چاپ شود به گونه‌ای که شرایط مسئله‌ی مربع لاتین Orthogonal برقرار شده‌باشد. (در واقع هر سطر شامل $n$ زوج مرتب است. لذا $2n$ عدد چاپ شده توسط شما از سمت چپ دوتا دوتا به عنوان زوج مرتب‌ها در نظر گرفته می‌شود.)

<p>ورودی برای این مسئله از فایل خوانده می‌شود. خط اول ورودی شامل ۳ عدد می‌باشد که به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تعداد رئوس، تعداد یال‌ها و عدد طبیعی <math>K</math> (برای رنگ‌آمیزی) می‌باشد. خط‌های بعدی (به تعداد یال‌ها) ابتدا شامل کاراکتر <math>e</math> است که معرف یال می‌باشد (به این کاراکتر توجهی نشود) و سپس دو عدد ظاهر می‌شود که در واقع شماره‌ی رئوس دو سر یال مربوطه هستند (شماره‌ی رئوس از ۱ آغاز می‌شود).</p> <p>دو فایل ورودی نمونه برای این مسئله به نام‌های:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>graph-coloring-4.txt</li> <li>graph-coloring-6.txt</li> </ul> <p>در کنار فایل سوالات قرار گرفته‌است و خروجی متناظر آن‌ها ۱ می‌باشد (یعنی <math>K</math> رنگ‌آمیزی برای گراف‌ها امکان‌پذیر است)</p>	<p>Graph K-Coloring</p>
<p>ورودی تنها شامل عدد طبیعی <math>n</math> می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی ابعاد صفحه‌ی شطرنج است و از کاربر دریافت می‌شود.</p>	<p>N-Queen</p>
<p>خروجی شامل <math>n</math> خط (به تعداد وزیرها) می‌باشد. هر خط شامل دو عدد بین اعداد ۱ الی <math>n</math> است که مختصات هر وزیر را در صفحه‌ی شطرنج نشان می‌دهد.</p>	

جدول-۴

در رابطه با این سوال لطفاً به موارد زیر توجه نمایید:

- منظور از Minizinc یا OR-Tools در ستون اول ابزارها در جدول شماره‌ی ۱ آن است که برای مدل‌سازی و حل مسئله‌ی خود می‌توانید از یکی از دو ابزار نام‌برده شده به دلخواه استفاده نمایید. اما توجه داشته‌باشید که استفاده از ابزار OR-Tools مشمول نمره‌ی بیشتری می‌شود.
- اگر اجرای صحیح کد شما نیازمند توجه به نکاتی می‌باشد، حتماً در قالب یک فایل pdf موارد لازم را توضیح دهید.
- در مواردی که لازم است ورودی را از فایل بخوانید، کد خود را به گونه‌ای بنویسید که با دریافت نام یا مسیر فایل ورودی، آن فایل را بخواند و الگوریتم را اجرا نماید.
- کد شما روی تعدادی نمونه بررسی شده و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. نمره‌دهی در این بخش بر اساس خروجی‌ها و کیفیت کد ارسال شده می‌باشد.
- به هر کد شما حداکثر ۱ دقیقه فرصت داده می‌شود تا جواب نهایی خود را ارائه دهد.

- در صورتی که کد شما دچار خطا شود یا به هر دلیلی به صورت کامل اجرا نشود، نمره‌ای به این بخش تعلق نمی‌گیرد.

**موفق باشید**