



۱. در درس، رابطه ترکیب تبدیل فوریه سیگنال‌های زمان گسسته، (۵-۸) کتاب، به روش حد سری فوریه به دست آمد.

(الف) برقراری معادله ترکیب رابا جاگذاری $X(e^{j\omega})$ از رابطه تحلیل، (۵-۹) کتاب، در آن نشان دهید.

(ب) $\hat{x}[n]$ را طبق رابطه (۵-۱۵) کتاب تعریف می‌کنیم. اگر انرژی سیگنال $e[n] \triangleq x[n] - \hat{x}[n]$ برابر E باشد، ثابت

$$\lim_{W \rightarrow \pi} E = 0 \quad \text{کنید:}$$

و در نتیجه برای کلیه مقادیر n : $x[n] = \hat{x}[n]$

۲. تبدیل فوریه سیگنال‌های زمان گسسته زیر را، در صورت امکان، با استفاده از خواص تبدیل فوریه، بیابید:

$$\text{a) } x_1[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-3]$$

$$\text{c) } x_3[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cos(4n)u(n)$$

$$\text{b) } x_2[n] = \begin{cases} 2, & |n| \leq 2 \\ 3, & 3 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{d) } x_4[n] = (1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{3}\right)) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{e) } x_5[n] = \begin{cases} 2, & n = -1, 1 \\ 1, & n = 0 \\ -1, & n = 2, 4 \end{cases}, x_5[3] = 0, \text{ and } x_5[n] \text{ is periodic with } N = 6.$$

۳. سیگنال زمانی متناظر با طیف‌های زیر را، در صورت امکان، با استفاده از خواص تبدیل فوریه، بدست آورید:

$$\text{a) } X_1(e^{j\omega}) = 2\cos^2\omega + 4\sin^2 3\omega$$

$$\text{b) } X_2(e^{j\omega}) = \frac{1 - \frac{e^{-j\omega}}{3}}{1 - \frac{e^{-j\omega}}{4} - \frac{e^{-j2\omega}}{8}}$$

$$\text{d) } X_4(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}} \left(\sin\frac{5\omega}{2} \right) / \left(\sin\frac{\omega}{2} \right)$$

$$\text{c) } X_3(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \delta(\omega - k\pi/2)$$

۴. اگر $x[n]$ سیگنال متناوب با دوره تناوب N و ضرایب سری فوریه a_k باشد، با استفاده از خواص تبدیل فوریه، ضرایب سری فوریه سیگنال‌های زیر را بدست آورید:

$$a) y_1[n] = x^*[-n]$$

$$b) y_3[n] = (-1)^n x[n], \quad N \text{ odd}$$

$$c) y_2[n] = x[n] - x^*[n - \frac{N}{2}], \quad N \text{ even}$$

۵. - (الف) برقراری رابطه (۷۰-۵) کتاب درسی را با استفاده از رابطه (۹۵-۳) نشان دهید.

(ب) مراحل رسیدن از رابطه (۷۰-۵) به رابطه (۷۱-۵) را، با استفاده از خاصیت دوگانی، بطور کامل بیان کنید.

(پ) ضرائب سری فوری $x(t) = (\sin \frac{5t}{4}) / (\sin \frac{t}{4})$ را با استفاده از خاصیت دوگانی تعیین کنید.

۶. (الف) برقراری خاصیت کانولوشن، رابطه (۴۸-۵)، را نشان دهید.

(ب) سیگنال $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - 6k]$ ورودی یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h[n] = (1/3)^{|n|}$ است. ضرائب سری فوری خروجی را تعیین کنید.

۷. در سوال ۲ فوق و صرفاً (در صورت امکان) بر اساس نمایش زمانی $x_2[n]$ (بدون استفاده از $X_2(e^{j\omega})$ ، مقادیر خواسته شده در زیر را بدست آورید:

$$a) X_2(e^{j0})$$

$$b) \nless X_2(e^{j\omega})$$

$$c) \int_{-\pi}^{+\pi} X_2(e^{j\omega}) d\omega \quad d) \int_{-\pi}^{+\pi} |dX_2(e^{j\omega}) / d\omega|^2 d\omega \quad e) F^{-1} \{ \text{Re} \{ X_2(e^{j\omega}) \} \}$$

۸-۱۰. سوال های ۲۸، ۳۱ و ۴۰ از فصل پنجم کتاب درسی (اوپنهایم-ویراست ۲)