سوال سوم) ESS ؟

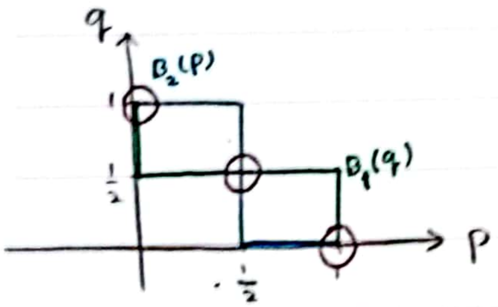
		q X	$1-q$ Y
p	X	1,1	0,2
$1-p$	Y	2,0	-1,-1

توجه: این بازی متقارن هست پس بررسی یک بازیکن کافیست.

* گام اول (یافتن تعادل نش‌های آمیخته):

$$u_1(p,q) = pq + 0 + 2(1-p)q - (1-p)(1-q)$$
$$= -1 + p + 3q - 2pq = -1 + 3q + p(1-2q)$$

$$B_1(q) = \begin{cases} 0 & q > \frac{1}{2} \\ 1 & q < \frac{1}{2} \\ [0,1] & q = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{بنابر تقارن}} B_2(p) = \begin{cases} 0 & p > \frac{1}{2} \\ 1 & p < \frac{1}{2} \\ [0,1] & p = \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$NE = \left\{ ((0,1),(1,0)),\ ((1,0),(0,1)),\ ((\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}),(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2})) \right\}$$

از مجموعه فوق فقط تعادل نش متقارن نقطه $\left((\frac{1}{2},\frac{1}{2}),(\frac{1}{2},\frac{1}{2})\right) = \alpha^*$ هست.

* گام دوم: بررسی شرط دوم: $u(\alpha^*,\beta) > u(\beta,\beta)$

$$\forall \beta \in B(\alpha^*),\ \beta \neq \alpha^*$$

		$\frac{1}{2}$ X	$\frac{1}{2}$ Y
p	X	1,1	0,2
$1-p$	Y	2,0	-1,-1

$$u_1(\beta,\alpha^*) = \frac{1}{2}\times 1 \times p + 0 + \frac{1}{2}\times 2 \times (1-p) - 1 \times (1-p) \times \frac{1}{2}$$
$$\beta = (p, 1-p)$$
$$= \frac{1}{2} \longrightarrow \text{مستقل از } p \text{ هست}$$

شرط به صورت زیر تغییر می کند:

$$\forall \beta = (p, 1-p),\ p \in [0,1] - \{\tfrac{1}{2}\} \qquad u(\alpha^*,\beta) > u(\beta,\beta)$$

FACTIS NOTEBOOK

پایان‌ترم نظریه بازی‌ها	مریم سعیدی‌مهر ۹۴۲۳۹۲۰۱۳

		p	$1-p$
		1	2
p	1	1,1	0,2
$1-p$	2	2,0	-1,-1

$$u(\beta,\beta) = p^2 + 0 + 2(1-p)p - (1-p)^2$$
$$= -2p^2 + 4p - 1$$

$$u(\alpha^*,\beta) = p\times 1\times \tfrac{1}{2} + 0 + 2\times(p)\times\tfrac{1}{2} - 1\times(1-p)\times\tfrac{1}{2}$$
$$= 2p - \tfrac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u(\alpha^*,\beta) > u(\beta,\beta) \quad \text{for all} \quad p\in[0,1]-\{\tfrac{1}{2}\}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2p - \tfrac{1}{2} > -2p^2 + 4p - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2p^2 - 2p + \tfrac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow 2\left(p-\tfrac{1}{2}\right)^2 > 0$$

تا معادله‌ی فوق به ازای $\forall p \in [0,1]-\{\tfrac{1}{2}\}$ برقرار هست.

در نتیجه، $\left((\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}),(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2})\right)$ یک ESS <u>هست</u>.