



۱ - درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با استدلال (خلاصه) یا مثال نقض مشخص کنید:

- (a) رابطه $h_{\tau}(t) = h(t - \tau)$ در یک سیستم LTI تقریبی است.
- (b) در سیستم وارون پذیر، خروجی‌های متناظر با دو ورودی متمایز در هیچ لحظه زمانی برابر نیستند.
- (c) سیگنال خروجی یک سیستم LTI (پایدار) با ورودی سیگنال متناوب، متناوب است.
- (d) $x(t)$ سیگنال متناوب با فرکانس اصلی $\omega_0 > 0$ و ورودی یک سیستم LTI (پایدار) با پاسخ ضربه $h(t)$ است. اگر فرکانس اصلی $y(t)$ ، خروجی سیستم، را $\omega'_0 > 0$ بنامیم، رابطه $\omega'_0 < \omega_0$ را می‌توان با انتخاب مناسب $h(t)$ را برقرار کرد.
- (e) سیستم LTI با پاسخ ضربه $h[n]$ متناوب ناپایدار است.
- (f) اگر سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ ضربه $h_1[n]$ پایدار باشد، سیستم دارای پاسخ ضربه $h_2[n] = 2^n h_1[n]$ نیز الزاما پایدار است.
- (g) سیستم معادل بهم پیوستن موازی یا سری دو سیستم زمان پیوسته پایدار (نه الزاما LTI) می‌تواند ناپایدار باشد.
- (h) انرژی پاسخ ضربه یک سیستم زمان گسسته پایدار محدود است.

۲- در سیستم نشان داده شده در شکل زیر با ورودی و پاسخ ضربه مشخص شده، ضریب A را طوری تعیین کنید که $y[1] = -4$ باشد.

$$x[n] = A \sin \frac{\pi n}{2}, \quad h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos \frac{\pi n}{2} u[n]$$

$$x[n] \rightarrow \boxed{h[n]} \rightarrow y[n]$$

۳- سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = \begin{cases} 4(1 - |t|), & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$ و ورودی $x(t) = \begin{cases} 2, & -2 \leq t \leq 0 \\ -2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{سایر} \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم.

(الف) بدون محاسبه کامل انتگرال کانولوشن، مشخص کنید:

- (a) $y(t)$ ، سیگنال خروجی، در کدام بازه (ها) دقیقا برابر صفر است؟ (b) $y(t)$ در کدام t (ها) حداکثر است؟ (پ) با محاسبه کامل انتگرال کانولوشن، $y(t)$ را بدست آورید تا درستی پاسخ‌ها در بند (الف) تایید شود.

۴- دو سیستم S_1 و S_2 با توصیف‌های ورودی-خروجی زیر را در نظر می‌گیریم و پاسخ‌های آن‌ها به ورودی $\delta[n]$ را، به ترتیب، $g_1[n]$ و $g_2[n]$ می‌نامیم:

$$S_1: y[n] = [x[n] + x[n-1]]^2$$

$$S_2: y[n] = \text{Max}[x[n], x[n-1]]$$

(الف) $g_1[n]$ و $g_2[n]$ را بدست آورید.

(ب) $y_1[n]$ و $y_2[n]$ ، خروجی‌های متناظر با ورودی $x[n] = u[n]$ در دو سیستم را حساب کنید.

(پ) نتایج بند (ب) را با توجه به محاسبات بند (الف) توجیه کنید.

۵- شرط لازم و کافی روی $h[n]$ ، پاسخ ضربه یک سیستم LTI، را تعیین کنید به نحوی که برای کلیه زوج های ورودی-خروجی:

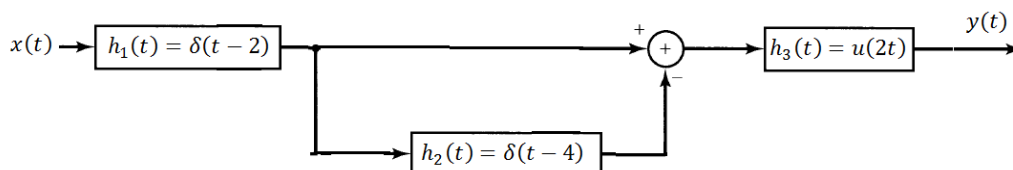
$$|y[n]|_{\max} \leq |x[n]|_{\max}$$

۶- در یک سیستم (زمان گسسته) LTI پایدار می توان با دانش پاسخ ضربه، پاسخ به هر ورودی کران دار را محاسبه کرد.

(الف) اگر سیستم را گسسته زمان و ورودی را $x[n] = 1, \forall n$ در نظر بگیریم، سیگنال خروجی را بر حسب پاسخ ضربه، $h[n]$ ، به دست آورید.

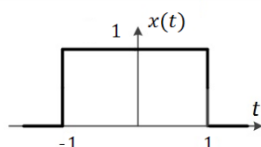
(ب) اگر $x(t)$ را متناوب با پریود T در نظر بگیریم و بخواهیم $y(t)$ ، سیگنال خروجی، تنها مولفه مستقیم، DC، سیگنال ورودی باشد، $h(t)$ مناسب کدام است؟ آیا پاسخ یکتا است؟

۷- پاسخ ضربه معادل (کلی) اتصال سه سیستم با پاسخ ضربه های نشان داده شده در زیر را بدست آورید و رسم کنید.



(ب) $x(t)$ ورودی سیستم، سیگنال نشان داده شده در شکل زیر است،

$y(t)$ خروجی سیستم را بدست آورده و با دقت کافی رسم نمایید.



۸- رابطه ورودی-خروجی یک سیستم در زیر داده شده است:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

(الف) نشان دهید سیستم LTI است.

(ب) پاسخ ضربه سیستم را به دست آورید.

(پ) آیا سیستم پایدار و علی است؟ چرا؟

(ت) بند های (الف) تا (پ) را برای رابطه ورودی-خروجی زیر بررسی و پاسخگویی کنید:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

۹- با استفاده از $\delta(t) \triangleq \frac{du(t)}{dt}$ ، نشان دهید:

$$\delta(t^2 - 1) = \frac{1}{2} \delta(t + 1) + \frac{1}{2} \delta(t - 1)$$

۱۰- ۱۳ کتاب درسی، فصل دوم، مساله های شماره ۱۹، ۲۸ (بندهای c و d)، ۴۳ (b و c) و ۴۷

توجه: هرچند بررسی و حل دیگر مسائل فصل دوم کتاب مفید و آموزنده است، پیشنهاد می شود شماره های ۱۰، ۱۶، ۲۱ (a و d)، ۲۲ (b و c)، ۲۳، ۲۸ و ۵۸ را حل کنید ولی تحویل آن ها لازم نیست.

