

بسمه تعالی  
آزمون میانترم درس هوش مصنوعی (۳۹۹۱)  
زمان: ۱۵۰ دقیقه

سلام

وقت شما بخیر

امیدوارم در صحت و سلامت کامل باشید. تقاضا می‌کنم هنگام پاسخگویی به سؤالات، موازین اخلاقی را مدنظر قرار دهید، تا خدای ناکرده کاری که موجب تضییع حقوق دوستان شما است صورت نگیرد. من به سهم خودم حداکثر تلاشم را برای برگزار کردن یک امتحان عادلانه کرده‌ام و خواهم کرد. لذا، احیاناً اگر حین تصحیح با مورد مشکوکی مواجه شوم، از شما توضیح خواهم خواست. اما رعایت موازین اخلاقی بدون همکاری شما، و صرفاً با بگیر و ببند من، عملاً ناممکن است. بر این اساس، تقاضا دارم عبارت زیر را ابتدای برگه جواب و قبل از پرسش اول بنویسید و امضا کنید:

اخلاقاً متعهد می‌شوم که در طول این امتحان، از فرد دیگری کمک نگیرم و مشورت نکنم. هیچ کمک و راهنمایی‌ای نیز به دیگران ارائه نخواهم داد.

متشکرم

### مسئله اول

یک دنباله باینری با طول هفت که در حقیقت یک candidate solution برای نمونه SAT زیر است در اختیار شما قرار گرفته است. (سمت چپ‌ترین بیت نظیر  $x_1$  خواهد بود). الف. ارزش این جواب چند است؟ چرا؟ (مسئله را بیشینه‌سازی مدنظر قرار دهید). ب. تحت همسایگی 1-flip این جواب چند همسایه دارد؟ ج. یکی از این همسایه‌ها را معرفی کنید، و احتمال رفتن به آن همسایه در دمای 10 را در بستر Simulated Annealing به دست آورید.

$$\begin{aligned} & (x_4 \vee x_2 \vee x_7) \wedge (x_2 \vee \neg x_5 \vee x_6) \wedge (x_7 \vee x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_7 \vee x_4 \vee \neg x_1) \wedge \\ & (x_5 \vee \neg x_7 \vee x_6) \wedge (x_4 \vee \neg x_6 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_1) \wedge (x_7 \vee x_5 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (x_7 \vee x_2 \vee \neg x_6) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_5 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_7) \wedge (x_2 \vee \neg x_7 \vee \neg x_1) \wedge \\ & (x_4 \vee \neg x_6 \vee x_7) \wedge (x_2 \vee x_7 \vee \neg x_6) \end{aligned}$$

### مسئله دوم

یک نمونه از مسئله ۳-رنگ‌آمیزی در اختیار هریک از شما قرار گرفته است: هشت ناحیه که باید با سه رنگ بنحوی رنگ‌آمیزی شوند که نواحی مجاور هم‌رنگ نشوند. الف. گراف پریمال (یعنی همان constraint graph) نظیر نمونه را ترسیم کنید. ب. یک cycle cutset با اندازه کوچکتر یا مساوی ۳ برای این گراف معرفی کنید. ج. اگر قرار باشد با بهره‌گیری از این cycle cutset، این نمونه را حل کنیم، آنگاه چند نمونه درختی باید حل شود؟ د. یکی از این نمونه‌های درختی را به شکل دقیق معرفی کنید. (حل آن لازم نیست).

### مسئله سوم

یک نمونه CSP برای شما توصیف شده است. اگر قرار باشد این نمونه را با روش hidden transformation به یک نمونه CSP باینری تبدیل کنیم، به چه تعداد قید باینری احتیاج خواهیم داشت؟ چرا؟ با جزئیات توضیح دهید.

### مسئله چهارم

یک نمونه CSP به هریک از شما اختصاص یافته است. با بهره‌گیری از روش dual transformation، نمونه داده‌شده از مسئله CSP را به یک نمونه CSP با قيود باینری تبدیل کنید. نوشتن چهار قید (از قيود باینری‌ای که حاصل می‌شوند) کافی است.

### مسئله پنجم

یک قید در اختیار شما قرار گرفته که تعدادی متغیر باینری  $x_i$  در آن مشارکت می‌کنند. (منظور از لفظ  $\text{mod}$  همان پیمانه است. مثلاً ۱۳ به پیمانه ۹ برابر با ۴ است، یا ۲۵ به پیمانه ۸ برابر با ۱ است.) الف. اگر قرار باشد این قید را با بهره‌گیری از روش Direct Encoding به یک نمونه SAT تبدیل کنیم، آنگاه به چه تعداد کلاوز نیاز خواهیم داشت؟ ب. طول هریک از این کلاوزها چند است؟ ج. حداقل سه‌تا از این کلاوزها را معرفی کنید. (تذکر: چون متغیرها خودشان باینری هستند، لازم نیست که برای هرکدام، یک متغیر باینری در نظر بگیرید و سپس قیود  $\text{at most one}$  و  $\text{at least one}$  را لحاظ کنید. می‌توان مستقیماً با خود  $x_i$  ها کار کرد.)

### مسئله ششم

یک گراف ساده مانند  $G = (V, E)$  برای هریک از شما توصیف شده است. اندازه مجموعه رئوس آن (یعنی  $V$ )، اندازه مجموعه یال‌های آن (یعنی  $E$ )، و همچنین دنباله درجات گراف در اختیار شما قرار گرفته است. دنباله درجات یک گراف، در واقع یک دنباله غیرصعودی است که هر مؤلفه از آن، درجه یکی از رئوس گراف است. نیز، برای هریک از شما یک عدد  $k$  معین شده و شما باید مسئله  $k$ -رنگ‌آمیزی را برای گراف نظیر خود مدنظر قرار دهید. دقت کنید که این نمونه عیناً همانند نمونه رنگ‌آمیزی نقشه استرالیا است که کتاب معرفی کرده، با این تفاوت که اینجا تعداد رنگ‌ها بجای سه‌تا،  $k$  تا است. اما دیگر چیزها عیناً همانند نمونه کتاب است. مثلاً قیود همگی نامساوی ( $\neq$ ) هستند، که حضورشان موجب می‌شود رئوس مجاور هم‌رنگ نشوند.

الف. اگر قرار باشد کلاً از تبدیل به SAT با رویکرد مشروح در جلسه هشتم، که برای هر رأس، تعداد متغیرهای باینری برابر با  $\lceil \log_2(k) \rceil$  بود، برای حل این نمونه استفاده شود، آنگاه کلاوزهای ما دارای چه طولی هستند؟ به شکل دقیق و با بیان مثال توضیح دهید.

ب. اگر قرار باشد نمونه CSP نظیر مسئله  $k$ -رنگ‌آمیزی گراف  $G$  را  $\text{strongly } k\text{-consistent}$  کنیم، باید چند قید به این نمونه اضافه کنیم؟ توضیح دهید.

ج. اگر قرار باشد نمونه CSP نظیر مسئله  $k$ -رنگ‌آمیزی گراف  $G$  را  $\text{strongly } (k+1)\text{-consistent}$  کنیم، باید چند قید به این نمونه اضافه کنیم؟ توضیح دهید.