

Измерение магнитного поля Земли (3.1.3)

Стеценко Георгий, Б02-312

1 Цель работы

Исследование свойства постоянных неодимовых магнитов; измерение с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

2 Теоретические сведения

Используемые в работе постоянные магниты обладают двумя свойствами: магнитожесткостью и однородной намагниченностью. Это означает, что намагниченность в любой точке шарика будет одинакова вне зависимости от внешнего магнитного поля и положения точки в шарике. Тогда известно, что вне шарика индукция магнитного поля снаружи от шарика описывается следующей формулой:

$$\mathbf{B} = \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \quad (\text{ед. СГС}) \quad (1)$$

На магнитный диполь, помещённый в магнитное поле, действует некоторая равнодействующая сила и магнитный момент, равные соответственно:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\mathcal{M} = [\mathbf{m} \times \mathbf{B}] \quad (3)$$

Из (2) имеем выражение для силы притяжения двух одинаковых сонаправленных магнитов, разнесённых на расстояние h :

$$\mathbf{F} = 6 \frac{\mathbf{m}^2}{r^4} \quad (\text{ед. СГС}) \quad (4)$$

Кроме того, нам понадобится выражение для намагниченности (5) и остаточной индукцией материала магнита (6):

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}V \quad (5)$$

$$\mathbf{B}_r = 4\pi \mathbf{M} \quad (\text{ед. СГС}) \quad (6)$$

3 Методика измерений

В работе используются: неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

3.1 Определение магнитного момента

1-й способ. Величину магнитного момента \mathbf{m} двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу \mathbf{m} и определив максимальное расстояние r_{\max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести (см. рис. 1). при максимальном расстоянии сила тяжести шариков mg равна силе их магнитного притяжения. Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально, из (4) имеем:

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{mgr_{\max}^4}{6}} \quad (\text{ед. СГС}) \quad (7)$$

Будем подкладывать листы бумаги между шариками для точного изменения расстояния между полюсами шариков.

2-й способ Максимальную силу сцепления можно определить по весу магнитной цепочки, которую способен удержать самый верхний магнитный шарик. Если цепь состоит из одинаковых магнитных шариков (см. рис. 3), то при определённой длине она отрывается от верхнего шарика. При этом, учитывая, что сила притяжения убывает как $F \propto r^{-4}$, где r — расстояния между центрами шаров, для расчёта прочности цепочки достаточно учитывать силу взаимодействия верхнего шара с 3–4 ближайшими соседями. Сила сцепления двух одинаковых шаров радиусами R с магнитными моментами \mathbf{m} равна $F_0 = \frac{6\mathbf{m}^2}{(2R)^4} = \frac{3\mathbf{m}^2}{8R^4}$. Тогда в верхней точке:

$$F = F_0 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots \right) \approx 1.08F_0 \quad (8)$$

Таким образом, найдя максимальную массу цепочки, при которой она еще не разрывается, сможем оценить величину магнитного момента шарика.

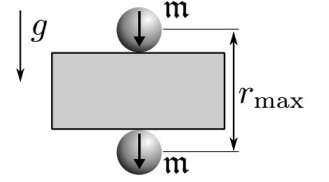


Рис. 1: Первый способ определения магнитного момента.

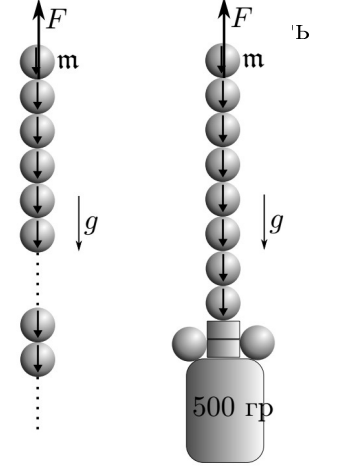


Рис. 2: Первый способ определения магнитного момента.

3.2 Определение горизонтальной составляющей магнитного поля

Магнитное поле Земли в настоящей работе измеряется по периоду крутильных колебаний «магнитной стрелки» вокруг вертикальной оси.

«Магнитная стрелка» образована сцепленными друг с другом n намагниченными шариками. С помощью Λ -образного подвеса стрелка подвешена в горизонтальном положении (см. рис. 3). Для крепления нити в работе используется штатив, изготовленный из немагнитного материала. Тогда для n шаров записав уравнение колебаний (9), найдём их период (11):

$$J_n \ddot{\theta} + \mathbf{m}_n B_{\parallel} \theta = 0 \quad (9)$$

$$J_n \approx \frac{1}{12} m_n l_n^2 = \frac{1}{12} (m \cdot n) (2R \cdot n)^2 = \frac{1}{3} n^3 \cdot m R^2 \quad (10)$$

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{J_n}{\mathbf{m}_n B_{\parallel}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{3\mathbf{m} B_{\parallel}}} \cdot n \quad (11)$$

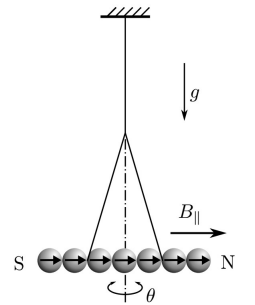


Рис. 3: Крутильный маятник

3.3 Определение вертикальной составляющей магнитного поля

Подвесим цепь из магнитов за центральную часть и будем уравнивать конструкцию так, чтобы она заняла горизонтальное положение.

$$\mathcal{M}_n = n\mathbf{m}B_{\perp} \quad (12)$$

4 Результаты измерений и обработка данных

Масса 30 шариков составила $30m = (25.03 \pm 0.01)$ g, $m = (0.8343 \pm 0.0004)$ g. Длина цепочки из 21 шарика (123.7 ± 0.1) mm, $r = (2.95 \pm 0.01)$ mm.

По 1 методу измерения **м**: Максимальное расстояние между полюсами шариков $r_{max} - 2r = (18.6 \pm 0.1)$ mm, тогда $r_{max} = (24.5 \pm 0.1)$ mm. Тогда согласно (7), **м** = (70.1 ± 0.6) ед. СГС, $\varepsilon(\mathbf{m}) = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \varepsilon(m)^2 + 4 \cdot \varepsilon(r_{max})^2} \approx 0.8\%$.

По 2 методу измерения **м**: Максимальная суммарная масса подвеса, при которой цепочка не разрывалась¹, составила (455.2 ± 0.1) g. Согласно (3), **м** = (91.4 ± 0.4) ед. СГС, $\varepsilon(\mathbf{m}) = \sqrt{4 \cdot \varepsilon(R)^2 + \frac{1}{4}\varepsilon F^2} \approx 0.4\%$.

Отметим, что оба метода неточны, так как делаются «с рук», и скорее всего дают несколько заниженные результаты. Тем не менее, в попытке приблизиться к истине примем для дальнейших вычислений **м** = (81 ± 10) ед. СГС (как среднее между двумя полученными значениями **м**).

Проведём измерения для определения горизонтальной компоненты магнитного поля. Измерения представлены в табл. 1.

Таблица 1: Результаты измерения периодов колебаний

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	20	15	10	10	10	5	5	5	5	5
$N\tau_1, s$	18.24	18.61	16.46	19.08	23.36	14.04	15.47	16.67	17.58	19.79
$N\tau_2, s$	18.34	18.94	16.51	19.22	23.25	14.01	15.09	17.08	17.24	19.43
$N\tau_3, s$	18.40	19.10	16.32	18.94	23.03	14.12	15.11	16.44	17.35	19.96
τ, s	0.916	1.259	1.643	1.908	2.321	2.811	3.045	3.346	3.478	3.945
$\sigma(\tau), s$	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020

По полученным данным построим график (4):

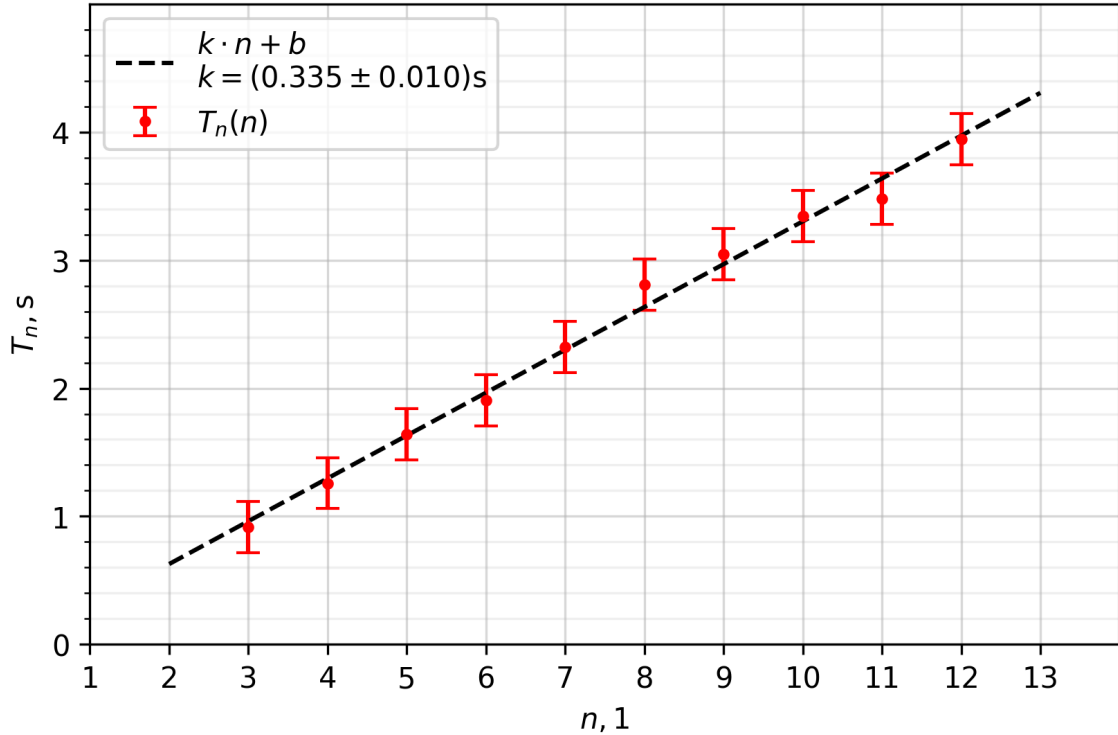


Рис. 4: График зависимости периода колебаний в поле от количества шариков

¹Часто оказывалась, что цепочка разрывалась не посередине. В практическом смысле это значит, что шарики неидеальны и имеют некоторые отклонения в своих параметрах.

Согласно (11), получаем:

$$B_{\parallel} = \frac{4\pi^2 m R^2}{3mk^2} = (105 \pm 13) \text{ mG} = (1.05 \pm 0.13) \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (13)$$

Теперь перейдём к вычислению наклона магнитного поля. Выберем 4 куса проволоки и найдём их параметры. Диаметр проволоки составил $d = 0.26 \text{ mm}$, плотность меди $\rho = 8.96 \text{ g/cm}^3$.

Таблица 2: Параметры проволочек

Образец	1	2	3	4
$L, \text{ cm}$	16.9	18.0	6.5	9.0
$m, \text{ mg}$	80.4	85.6	30.9	42.8

Тогда будем находить такие конфигурации подвеса проволок, при которых подвес будет ближе всего к горизонтальному положению. Знак «+» будет означать подвешивание против изначального крена, «-» – соответственно, в направлении крена.

$n, 1$	12	10	8	6	4
$l_{\text{подвес}}, R$	5	4	3	2	1
Конфигурация	+1+4	+1	+1+2-3	+1+2-4	+1+2-4
$\mathcal{M}, \text{ dyn} \cdot \text{ cm}$	178	93	117	71	36

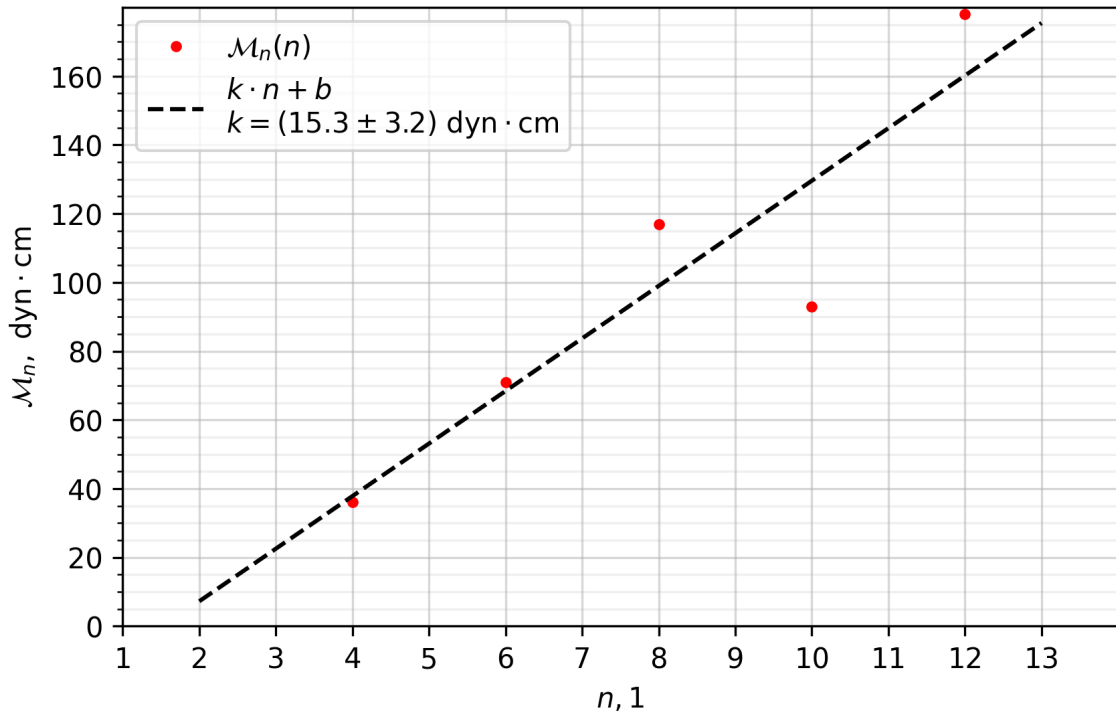


Рис. 5: График зависимости уравновешивающего момента от количества шариков

Погрешности на графике не приводятся, так как они несущественны по сравнению со статистическим разбросом. Согласно (12), найдем $B_{\perp} = (190 \pm 50) \text{ mG}$.

5 Обсуждение результатов

Обратившись к [1], найдём табличные значения магнитного поля в Москве и сравним с полученными результатами:

	$B_{ }, \mu\text{T}$	$B_{\perp}, \mu\text{T}$
Табличные данные	16.6	50.3
Эксперимент	(10.5 ± 1.3)	(19 ± 5)

Результат эксперимента можно описать как удовлетворительный – несмотря на попадание величин в порядок, расхождение с табличными данными кратное. Напомним, что заметное расхождение началось еще при различных методах измерения \mathfrak{m} . Как задача-оценка, в целом, эксперимент удался.

6 Выводы

Были проведены измерения магнитного момента идентичных магнитов и с помощью них измерена индукция магнитного поля Земли. Результат получился оценочный, но попадающий в порядок величины.

Источники

[1] **WMC** – http://www.geomag.bgs.ac.uk/data_service/models_compass/wmm_calc.html