

Лабораторная работа 1.1.8:  
Измерение ускорения свободного падения при помощи  
падения сферического магнита

Иванов Артём, Б05-409

22 мая 2025 г.

## 1 Цель работы:

Определить ускорение свободного падения посредством прямых измерений ускорения падающего тела.

## 2 Оборудование:

Вертикальная труба с намотанными катушками; шарообразные неодимовые магниты; линейка; блок регистрации сигнала (микроконтроллер с АЦП), соединённый с цифровым осциллографом.

## 3 Теоретические сведения

В данной работе ускорение свободного падения  $g$  определяется при помощи измерения времени падения металлического шарика в поле тяжести Земли.

Рассмотрим падение шарика из его начального положения, когда он удерживается электромагнитом. Направим ось  $y$  вертикально вниз, а начало отсчёта  $v_0 = 0$  совместим с положением самой верхней катушки. Пусть  $v_0$  – скорость шарика в центре самой верхней катушки. Для равноускоренного движения шарика справедливо выражение:

$$y = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \quad (1)$$

Выражение (1) можно записать для пяти моментов времени  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ), соответствующих пролёту шарика через соответствующую катушку:

$$nl = v_0 t_n + \frac{gt_n^2}{2} \quad (2)$$

Перепишем выражение (2) в виде:

$$\frac{nl}{t_n} = v_0 + \frac{gt_n}{2} \quad (3)$$

Проводя измерения времён  $t_n$  при свободном падении шарика и используя выражение (3), можно построить график зависимости величины  $nl/t_n$  от  $t_n$  и определить ускорение свободного падения из углового коэффициента данной зависимости.

### Влияние сопротивления воздуха

При падении с малыми скоростями можно применить известную формулу Стокса:

$$F = 6\pi\mu r v \quad (4)$$

где  $r$  — радиус шара,  $\mu$  — вязкость воздуха (при нормальном давлении и комнатной температуре  $\mu \approx 1,85 \cdot 10^{-5}$  Па · с). При больших скоростях обтекание шарика становится турбулентным и теория Стокса неприменима. Сила оказывается пропорциональна квадрату скорости и площади поперечного сечения шарика:

$$F = C \cdot \pi r^2 \rho v^2 \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха ( $\rho \approx 1,2$  кг/м<sup>3</sup>),  $C$  — константа, зависящая от формы тела, которая для может быть установлена только экспериментально. Для шара известно экспериментальное значение  $C \approx 0,2$ . Заметим, что формула (5) имеет прозрачный физический смысл: величина  $C \cdot \pi r^2 \rho v^2$  — это количество импульса, которое сообщали бы в секунду молекулы воздуха шарiku при неупругом ударе о него (убедитесь в том самостоятельно).

Критерием выбора между двумя моделями служит так называемое число Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho v r}{\mu} \quad (6)$$

## 4 Результаты измерений и обработка данных

Диаметр шара  $d = (30.0 \pm 0.1)$  мм

Масса шара  $m = (107.3 \pm 0.1)$  г

Расстояние между датчиками  $l = (40.0 \pm 0.1)$  см

В Таблице 1 приведены результаты измерений с помощью датчика с АЦП.

В Таблице 2 приведены результаты измерений с помощью курсоров на осциллографе.

На Рис.1 изображен поиск времен с помощью курсоров

Заметим, что значения полученные курсорами не сильно отличаются от значений с помощью АЦП, однако значения с помощью АЦП значения получаются с большей точностью. Поэтому будем использовать значения полученные с помощью АЦП.

Построим графики  $nl/t_n(t_n)$  для каждого №, по угловым коэффициентам определим  $g$  и усредним.

На Графиках представлены все зависимости.

Методом МНК для линейной регрессии определим угловые коэффициенты и свободные члены.

Уравнение регрессии:  $\frac{nl}{t_n}(t_n) = b + k \cdot t_n$ .

Занесем полученные данные в Таблицу 4. Также в эту же таблицу занесем данные для максимальных значений чисел Рейнольдса для каждого опыта.

Если максимальное число Рейнольдса  $Re_{\max} < 1000$ , то на протяжении всего опыта обтекание воздухом ламинарное.

$$Re_{\max} = \frac{v_{\max} \rho r}{\mu}$$

где

$$v_{\max} \approx v = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{l}{t_5 - t_4}$$

Из Таблицы 4 видно, что число  $Re_{\max} > 1000$ , это значит, что на части пути обтекание ламинарное, а на части турбулентное.

Рассчитаем силу сопротивления по формулам, для  $v_{\max}$  и занесем данные в Таблицу 5.

По сравнению с  $2k$  все  $a_{\text{л}}$  и  $a_{\text{т}}$  пренебрежимо малы ( $< 1\%$ ).

Усредним все полученные  $k$ , рассчитаем  $g_{\text{ср}}$  и найдем среднеквадратичное отклонение как статистическую погрешность.

$$g = 2k_{\text{ср}} = 2 \cdot 505.5 \text{ см/с}^2 = 10.11 \text{ м/с}^2$$

$$\epsilon_g = \epsilon_k = \frac{\sigma_k}{k_{\text{ср}}} = \frac{8.3}{505.5} = 1.6\%$$

$$\sigma_g = 1.6\% \cdot g = 0.16 \text{ м/с}^2$$

$$\underline{g = 10.11 \pm 0.16 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \varepsilon = 1.6\%}$$

## 5 Вывод

Нам удалось успешно измерить ускорение свободного падения с хорошей точностью (погрешность порядка 1.6%), причем полученное значение с учетом погрешности попадает в табличное.

## 6 Графики и таблицы

№	$t_1$ , мс	$t_2$ , мс	$t_3$ , мс	$t_4$ , мс	$t_5$ , мс
1	118.48	207.21	283.01	349.94	410,37
2	118.81	207.16	282.86	349.71	410,13
3	117.42	207.09	283.42	350.72	410,74
4	117.22	207.40	285.36	347.70	408,66
5	117.13	206.98	283.56	351.56	412,09
6	117.00	207.15	285.07	348.07	409,29
7	117.67	207.09	283.21	350.45	410,82
8	117.22	207.40	285.36	347.77	408,81
9	117.02	206.97	283.90	346.46	407,54
10	117.22	207.32	284.54	347.95	409,36

Таблица 1: Таблица измерений времени с помощью АЦП.

№	$t_1$ , мс	$t_2$ , мс	$t_3$ , мс	$t_4$ , мс	$t_5$ , мс
1	117	208	286	349	410
2	119	207	286	348	408
3	117	210	288	351	412
4	118	208	288	351	413
5	119	209	290	353	414
6	117	207	287	349	409
7	118	208	284	347	409
8	118	207	283	347	412
9	119	208	285	349	411
10	118	207	283	346	410

Таблица 2: Таблица измерений времени с помощью курсоров.

№	$l/t_1$ , см/с	$2l/t_2$ , см/с	$3l/t_3$ , см/с	$4l/t_4$ , см/с	$5l/t_5$ , см/с
1	337.6	386.1	424.0	457.2	487.4
2	336.7	386.2	424.2	457.5	487.7
3	340.7	386.3	423.4	456.2	486.9
4	341.2	385.7	420.5	460.2	489.4
5	341.5	386.5	423.2	455.1	485.3
6	341.9	386.2	420.9	459.7	488.7
7	339.9	386.3	423.7	456.6	486.8
8	341.2	385.7	420.5	460.1	489.2
9	341.8	386.5	422.7	461.8	490.7
10	341.2	385.9	421.7	459.8	488,6

Таблица 3: Таблица перерасчитанных значений времени с помощью АЦП.

№	$b, \text{см/с}$	$k, \text{см/с}^2$	$t_5 - t_4, \text{с}$	$v_{\text{max}}, \text{см/с}$	$Re_{\text{max}}$
1	278.5	510	60.43	662	6440
2	277.3	516	60.42	662	6441
3	282.7	496	60,02	666	6484
4	279.5	512	60.96	656	6384
5	289.5	481	60.53	661	6429
6	281.6	505	61.22	653	6357
7	281.9	499	60.37	663	6447
8	279.7	511	61.04	655	6376
9	280.0	517	61.08	655	6372
10	280.7	508	61.41	651	6338

Таблица 4: Таблица расчетов параметров графиков по МНК и чисел  $Re$  для каждого опыта.

№	$v_{\text{max}}, \text{см/с}$	$F_{\text{л}}, \text{мН}$	$a_{\text{л}}, \text{мм/с}^2$	$F_{\text{т}}, \text{мН}$	$a_{\text{т}}, \text{м/с}^2$
1	661	0.034	0.317	7.42	0.07
2	662	0.034	0.317	7.43	0.07
3	666	0.035	0.317	7.53	0.07
4	656	0.034	0.317	7.30	0.07
5	661	0.034	0.317	7.40	0.07
6	653	0.034	0.317	7.24	0.07
7	663	0.034	0.317	7.44	0.07
8	655	0.034	0.317	7.28	0.07
9	655	0.034	0.317	7.27	0.07
10	651	0.034	0.317	7.19	0.07

Таблица 5: Таблица сил сопротивления и ускорений торможения.

График 1: Зависимость  $\frac{nl}{t_n}$  от  $t_n$ , для опытов №1, 3]

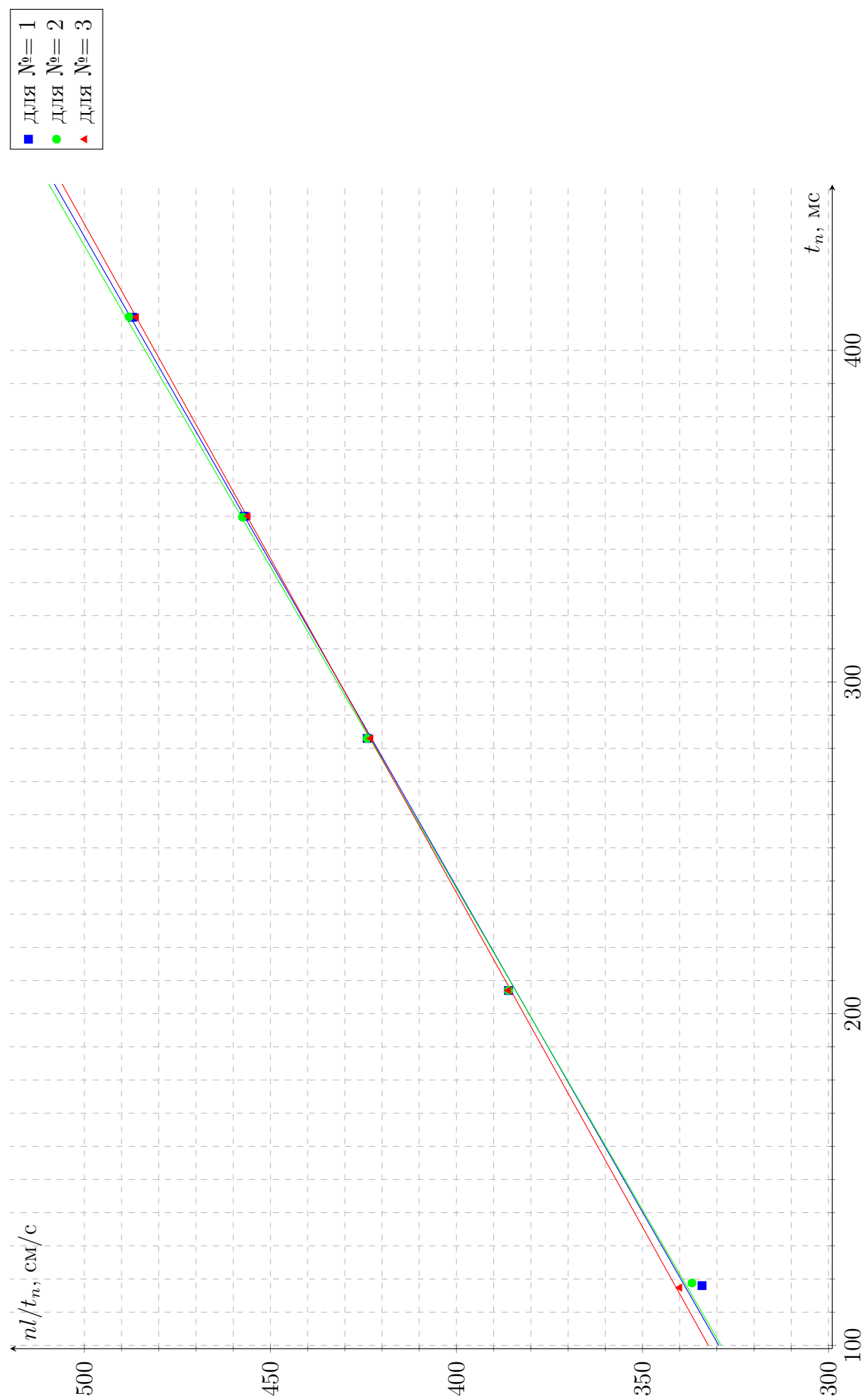


График 2: Зависимость  $\frac{nl}{t_n}$ , для опытов №[4, 6]

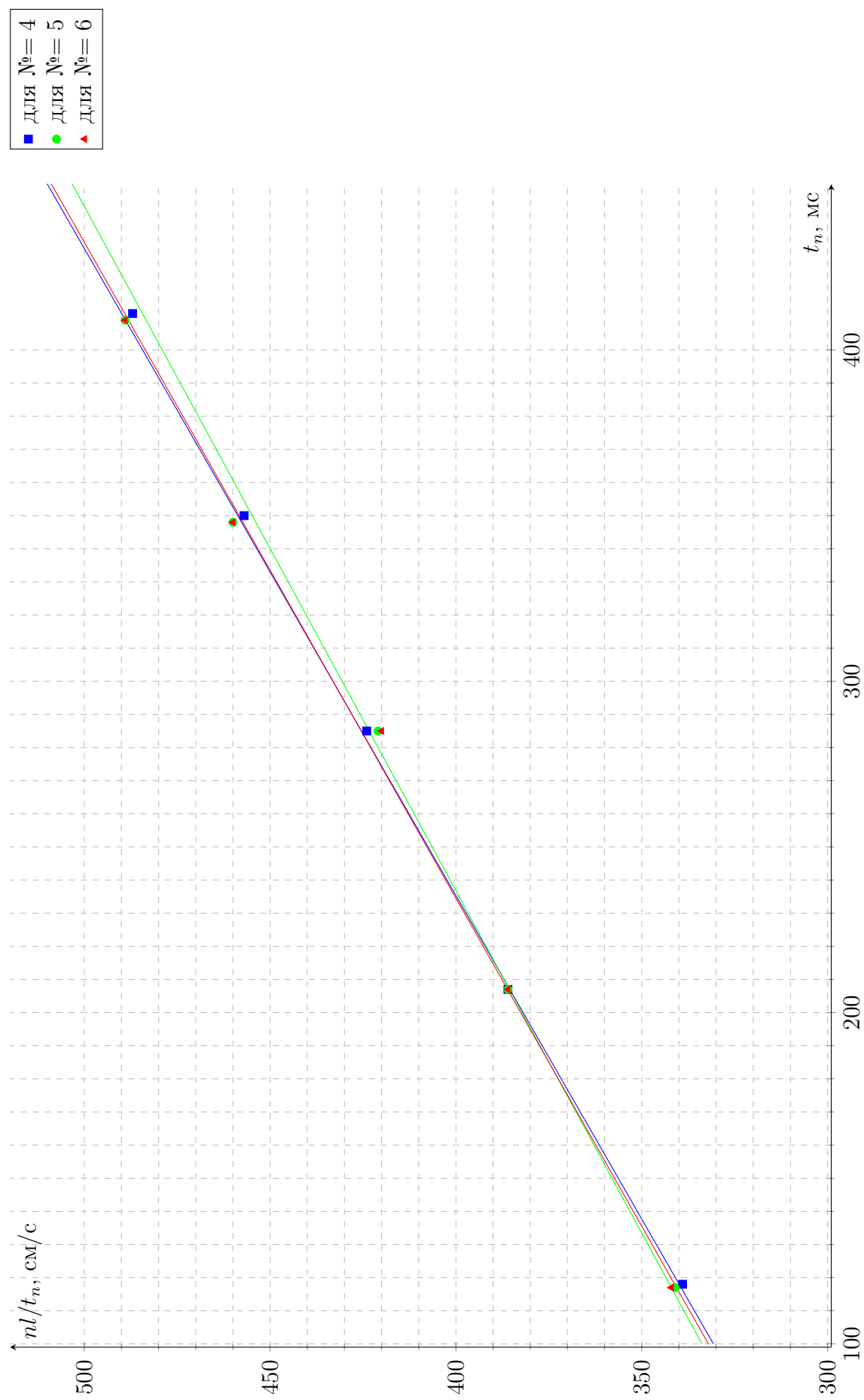




График 3: Зависимость  $\frac{nl}{t_n}(t_n)$ , для опытов №[7, 10]

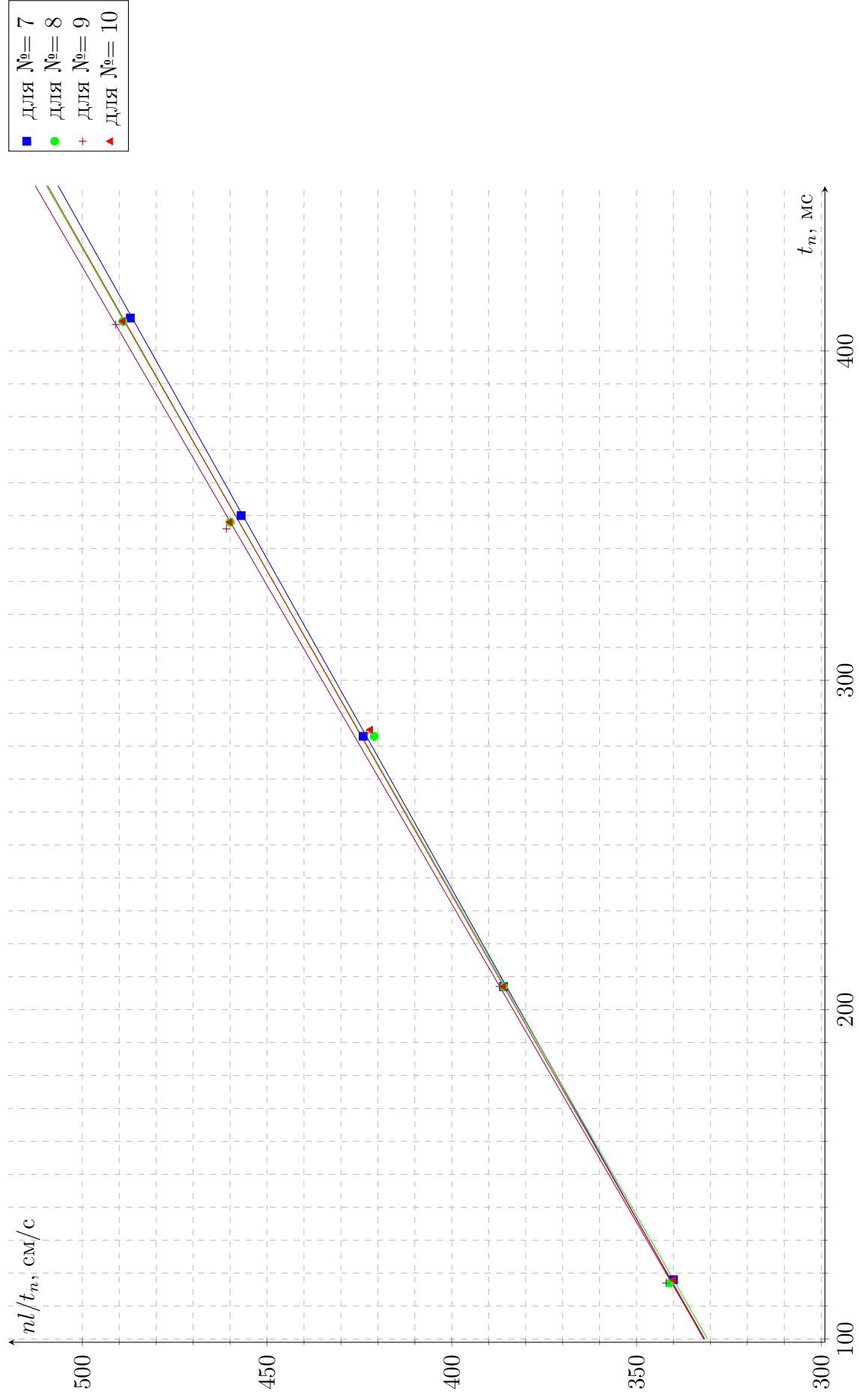


Рис. 1: Поиск  $t_n$  с помощью курсоров на осциллографе.

