

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

# Отчёт о выполнении лабораторной работы

## 3.1.1

Соболевский Федор Александрович  
Б05-111

Октябрь 2022

# 1 Аннотация

В данной работе был исследован магнитомер – прибор для измерения величины и направления магнитного поля. С помощью магнитометра была измерена горизонтальная составляющая магнитного поля Земли. По результатам измерений величины электрического тока в установке двумя независимыми способами с использованием полученной величины магнитного поля Земли установлено количественное соотношение между единицами электрического тока в системах СИ и СГС.

## 2 Теоретические сведения

### 2.1 Общие сведения о магнитометре

Магнитометр – прибор для магнитных измерений, например: компас, теодолит, веберметр и пр. С помощью магнитометров измеряют намагниченность ферромагнетиков, напряжённость магнитных полей, исследуют магнитные аномалии. Разработаны магнитометры различных конструкций: магнитостатические, электромагнитные, магнитодинамические, индукционные, резонансные. Эталонные магнитометры позволяют измерять горизонтальную и вертикальную составляющие напряжённости магнитного поля Земли с точностью  $10^{-6}$  Э.

В данной работе помощью электромагнитного магнитометра измеряется горизонтальная составляющая земного магнитного поля и абсолютным образом определяется сила тока по его магнитному действию.

### 2.2 Экспериментальная установка

Магнитометр (рис. 1) состоит из нескольких последовательно соединённых круговых витков К, расположенных вертикально. В центре кольца К радиусом  $R$  на тонкой неупругой вертикальной нити подвешена короткая магнитная стрелка С. Жёстко связанная со стрелкой крыльчатка погружена в масло и служит для демпфирования колебаний.

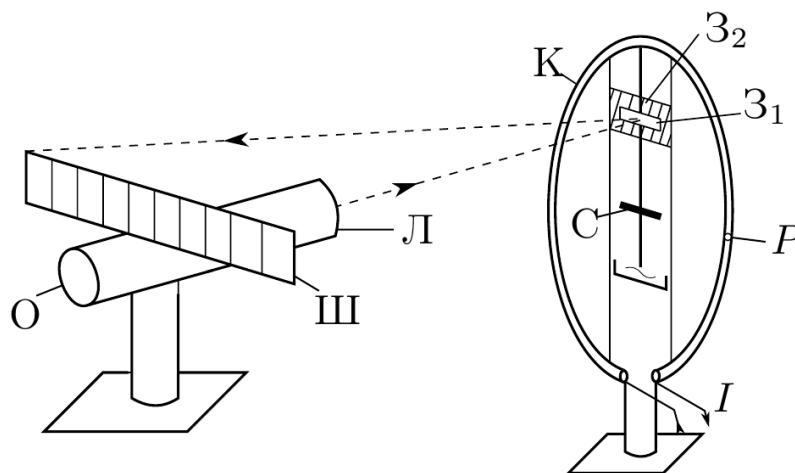


Рис. 1: Схема устройства магнитометра

В отсутствие других магнитных полей стрелка располагается по направлению горизонтальной составляющей земного магнитного поля  $B_0$ , т. е. лежит в плоскости магнитного меридиана.

Прибор настраивают с помощью световых зайчиков, отражённых от двух зеркал:  $З_1$ , прикреплённого к стрелке (подвижный зайчик), и  $З_2$ , расположенного в плоскости кольца К и жёстко связанного с ним (неподвижный зайчик). Оба зеркала освещаются одним и тем же

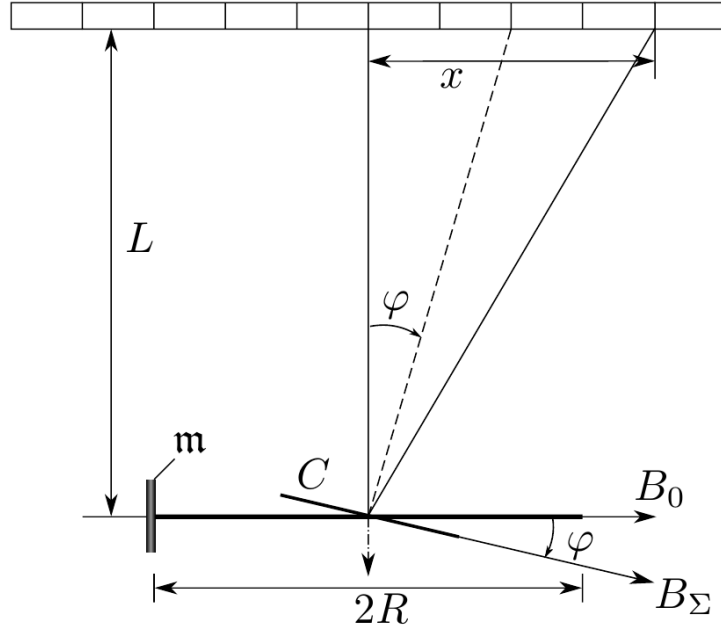


Рис. 2: Схема измерения угла отклонения магнитной стрелки

осветителем О. Вращением кольца вокруг вертикальной оси можно совместить оба зайчика. При этом плоскость витков совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

При появлении дополнительного горизонтального магнитного поля  $B_{\perp}$  стрелка С установится по равнодействующей обоих полей  $B_{\Sigma}$  (см. рис. 2). В нашей установке дополнительное поле может быть создано либо малым ферромагнитным стержнем, расположенным на кольце на его горизонтальном диаметре ( $B_1$ ), либо током, проходящим по кольцу ( $B_2$ ). В обоих случаях дополнительное поле можно считать однородным, так как размеры стрелки много меньше радиуса кольца. Поле намагниченного стержня вдали от него может быть приближённо вычислено как поле точечного диполя:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( 3 \frac{(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right),$$

где  $\mathbf{m}$  – магнитный момент стержня,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор, проведённый из центра диполя в точку наблюдения. На оси, перпендикулярной стержню, имеем

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m}}{R^3}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус кольца. Магнитное поле в центре кольца с током  $I$  по закону Био и Савара равно

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R} N. \quad (2)$$

Здесь  $N$  – число витков в кольце,  $I$  – сила тока в единицах СИ (амперах).

Измерив угол отклонения стрелки  $\varphi$ , можно связать поля  $B_0$  и  $B_{\perp}$  ( $B_1$  или  $B_2$ ):

$$B_{\perp} = B_0 \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (3)$$

## 2.3 Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для определения горизонтальной составляющей земного магнитного поля  $B_0$  тонкий короткий намагниченный стержень устанавливается в отверстие Р на горизонтальном диаметре кольца (см. рис. 1). Измерив тангенс угла отклонения стрелки

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{2L}, \quad (4)$$

можно с помощью уравнений (1), (3) и (4) рассчитать поле  $B_0$ , если исключить величину  $\mathbf{m}$  – магнитный момент стержня. Для исключения магнитного момента предлагается измерить период крутильных колебаний стержня в поле Земли. Подвешенный горизонтально за середину на тонкой длинной нити стержень в положении равновесия установится по полю Земли (упругость нити пренебрежимо мала). Если ось стержня отклонить в горизонтальной плоскости от направления  $B_0$  на малый угол  $\alpha$ , то под действием возвращающего механического момента

$$M_{\text{мех}} = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}| = mB_0 \sin \alpha \approx mB_0 \alpha$$

стержень с моментом инерции  $J$  в соответствии с уравнением гармонических крутильных колебаний

$$J\ddot{\alpha} + mB_0\alpha = 0$$

будет совершать крутильные колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mB_0}}. \quad (5)$$

Момент инерции цилиндрического стержня относительно оси вращения

$$J = m \left( \frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right) = \frac{ml^2}{12} \left[ 1 + 3 \left( \frac{r}{l} \right)^2 \right], \quad (6)$$

где  $m$  – масса стержня,  $l$  – длина, а  $r$  – его радиус. Таким образом, рассчитав момент инерции  $J$  и измерив тангенс угла отклонения стрелки  $\varphi_1$  и период малых крутильных колебаний стержня  $T$ , можно с помощью формул (1), (3), (4) и (5) определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли:

$$B_0 = \frac{2\pi}{TR} \sqrt{\frac{\mu_0 J L}{2\pi R x_1}} \quad [\text{ед. СИ}]. \quad (7)$$

## 2.4 Определение электродинамической постоянной

Ток в цепи кольца можно измерить двумя независимыми способами: по магнитному действию тока на стрелку магнитометра и по заряду, протекающему через цепь в единицу времени. Первый способ измерения соответствует тому, как эталон тока определён в системе СИ, а второй – в гауссовой системе (СГС). По отношению результатов этих измерений можно определить электродинамическую постоянную  $c$ .

Пропуская некоторый ток через витки магнитометра, измерим тангенс угла отклонения стрелки ( $\operatorname{tg} \varphi_2 = x_2/2L$ ), и по формулам (2) и (3) рассчитаем силу тока:

$$I = \frac{2B_0 R}{\mu_0 N} \operatorname{tg} \varphi_2 \quad [\text{ед. СИ}]. \quad (8)$$

Величина  $A = 2B_0 R/(\mu_0 N)$  является постоянной прибора в данном месте земной поверхности (точнее, в данном месте комнаты – с учётом многочисленных сторонних источников магнитного поля).

Тот же ток можно измерить абсолютным образом по прошедшему в единицу времени заряду, что соответствует определению эталона тока в гауссовой системе (СГС). Если разрядить конденсатор известной ёмкости  $C$ , заряженный до напряжения  $U$ , через витки, то через них протечёт заряд  $q = CU$  (рис. 3). Если  $\nu$  раз в секунду последовательно заряжать конденсатор от источника и разряжать через витки, то через них за секунду протечёт заряд  $CU\nu$ . Средний ток, прошедший через витки, равен при этом

$$I = CU\nu \quad [\text{абс. ед.}]. \quad (9)$$

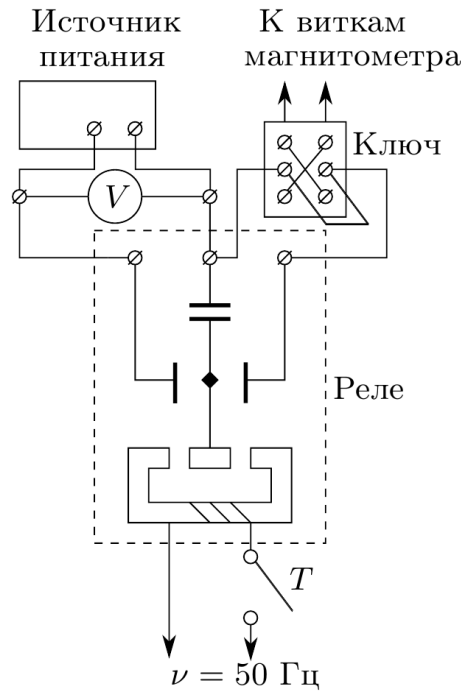


Рис. 3: Схема питания катушки магнитометра

Для вычисления абсолютного значения тока по (9) необходимо измерить напряжение  $U$  на конденсаторе известной ёмкости  $C$ . Напряжение необходимо выразить в единицах СГС (измерительные приборы, как правило, проградуированы в единицах СИ:  $1\text{В} \approx \frac{1}{300}$  ед. СГС). Ёмкость конденсатора  $C$  [см] должна быть выражена в сантиметрах ( $1\text{Ф} \approx 9 \cdot 10^{11}$  см).

По отношению численных значений одного и того же тока, выраженных в единицах СИ и СГС (гауссовой) по формулам (8) и (9) соответственно, можно определить значение электродинамической постоянной:

$$c = \frac{1}{10} \frac{I_{[\text{СГС}]}}{I_{[\text{СИ}]}}. \quad (10)$$

### 3 Оборудование и инструментальные погрешности

**В работе использовались:** магнитометр, осветитель со шкалой, источник питания, вольтметр, электромагнитный переключатель, конденсатор, намагниченный стержень, прибор для определения периода крутильных колебаний, секундомер, рулетка, штангенциркуль.

**Инструментальные погрешности:**

- Измерительная шкала:  $\Delta_x = 2$  мм;
- Рулетка:  $\Delta_L = 2$  см;

- Секундомер:  $\Delta_T = 0,01$  с;
- Штангенциркуль:  $\Delta_l = 0,1$  мм;
- Вольтметр:  $\Delta_U = 1$  В.

## 4 Результаты измерений и обработка экспериментальных данных

### 4.1 Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Параметры магнитометра:  $L = 1$  см,  $R = 20$  см,  $N = 44$  витка,  $C = 9 \cdot 10^5$  см  $\pm 2\%$ ,  $\nu = 50$  Гц. Параметры магнитного стержня:  $m = 5,900 \pm 0,001$  г,  $l = 4,00 \pm 0,01$  см,  $r = 0,245 \pm 0,010$  см.

Результаты измерений смещения подвижного зайчика  $x_{1\pm}$  при добавлении магнитного стержня представлены в таб. 1. Видно, что все измеренные значения совпадают в пределах инструментальной погрешности, поэтому полную погрешность измерения можно принять равной инструментальной.

№ измерения	1	2	3	4	5
$x_{1+}$ , см	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0
$x_{1-}$ , см	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0	-7,0

Таблица 1: Результаты измерения отклонения магнитометра с намагниченным стержнем

При измерении периода крутильных колебаний для достижения точности в более чем 1% проводить измерения нужно хотя бы в течении  $\approx 60$  с, т. е. более 1 минуты. Получаем 20 колебаний за  $131,2 \pm 0,1$  с, следовательно, период 1 колебания равен  $6,56 \pm 0,01$  с.

По формуле (6) вычисляем момент инерции стержня. Полученное значение:

$$J = (8,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-7} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

По формуле (7) вычисляем горизонтальную составляющую магнитного поля Земли. Полученное значение:

$$B_0 = 14,8 \pm 0,6 \text{ мкТл}.$$

### 4.2 Измерение электродинамической постоянной

Результаты измерений отклонения зайчика  $x_2$  при пропускании тока через цепь представлены в таб. 2. Все значения снова совпадают в пределах погрешности измерений.

№ измерения	1	2	3	4	5
$x_{2+}$ , см	9,0	9,0	9,0	9,0	9,0
$x_{2-}$ , см	-9,0	-9,0	-9,0	-9,0	-9,0

Таблица 2: Результаты измерений отклонения магнитометра при наличии тока в цепи

Напряжение на конденсаторе  $U = 89,0$  В. По формулам (8) и (9) рассчитано значение тока в цепи. Полученные значения:

$$I_{\text{СИ}} = (4,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \text{ мА}; \quad I_{\text{СГС}} = (1,34 \pm 0,03) \cdot 10^7 \text{ абс. ед.}$$

По формуле (10) вычислена электродинамическую постоянную:

$$c = 2,77 \pm 0,14 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

## 5 Обсуждение результатов и выводы

### Полученные значения

В данной работе была измерена горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, а также была определена электродинамическая постоянная.

Полученное значение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли:

$$B_0 = 14,8 \pm 0,6 \text{ мкТл}$$

соответствует табличному значению  $15,97 \text{ мкТл}$  в пределах удвоенного стандартного отклонения. Основной вклад в погрешность вносит определение смещения зайчика и параметров магнитного стержня. Ошибка измерений может быть связано с наличием сторонних источников магнитного поля в лаборатории: мобильных телефонов, компьютеров и других электроприборов.

Полученное значение электродинамической постоянной:

$$c = 2,77 \pm 0,14 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

также соответствует табличному значению  $2,99 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$  в пределах двух стандартных отклонений. Небольшое отклонение может быть вызвано наводкой от токов в цепи или особенностями экспериментальной установки, а также наличием сторонних источников магнитного поля. Основной вклад в погрешность вносит определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли при расчёте тока по определению системы СИ и определение отклонения зайчика.

### Выводы

Опыт показал, что магнитное поле Земли имеет достаточную силу, чтобы производить видимое воздействие на достаточно точные магнитометры и другие приборы, измеряющие косвенно или непосредственно магнитное поле. При минимизации количества сторонних источников поля можно достаточно точно измерить величину магнитной индукции поля Земли. Эксперимент с предложенной установкой позволил достаточно точно измерить горизонтальную составляющую данной величины, что говорит о применимости данной установки в качестве магнитометра. Экспериментально также удалось с достаточной точностью установить значение электродинамической постоянной, однако погрешность измерений слишком значительна, чтобы использовать полученное значение для точных вычислений в дальнейшем, поэтому предпочтительно использовать табличные значения.

Самый большой вклад в погрешность измерений внесла небольшая точность измерения угла отклонения магнитометра с помощью солнечных зайчиков и градуированной шкалы. Для повышения точности измерений можно использовать другие приборы для измерения углов, например, крутильные весы или стрелку с измерительной шкалой.