

Лабораторная работа № 4.3.6
Саморепродукция

Илья Прамский

Апрель 2024

Введение

Цель работы: Изучение явления саморепродукции и применение его к измерению параметров периодических структур.

В работе используются: лазер, кассета с сетками, мира, короткофокусная линза с микрометрическим винтом, экран, линейка.

1 Теоретическая часть

При дифракции на предмете с периодической структурой наблюдается интересное явление: на некотором расстоянии от предмета вдоль направления распространения волны появляется изображение, которое потом периодически повторяется — репродуцируется.

Этот эффект имеет простое физическое объяснение. Если на пути распространения плоской волны в плоскости $z = 0$ расположить транспарант (например, изображение предмета на фотоплёнке или стеклянной пластинке) с функцией пропускания, отличной от константы, то на выходе из него в плоскости $z = 0+$ волна уже перестанет быть плоской. Если при этом функция пропускания транспаранта — периодическая функция координат, периодической функцией будет и комплексная амплитуда волны на выходе из транспаранта, т. е. в плоскости $z = 0+$. Периодическому распределению комплексной амплитуды в плоскости $z = 0+$ будет соответствовать дискретный набор плоских волн с кратными пространственными частотами. При этом оказывается, что существуют плоскости (при $z > 0$), где все плоские волны имеют те же самые фазовые соотношения, что и в плоскости $z = 0+$.

Легко видеть, что в плоскости наблюдения $z_0 = \frac{2d_2}{\lambda}$ разность фазовых набегов оказывается кратной 2π для любых гармоник, входящих в состав суперпозиции, т. е. совпадают фазовые соотношения между колебаниями, которые создаются всеми плоскими волнами, входящими в состав суперпозиции (4) в предметной плоскости $z = 0+$ и в плоскости изображения $z_1 = \frac{2d_2}{\lambda}$. Поэтому в результате интерференции этих волн мы получаем изображение, тождественное исходному периодическому объекту. Описанное явление называется эффектом саморепродукции. Световая волна сама (без каких-либо линз или зеркал) создает изображение исходного объекта. Все сказанное справедливо и для любого расстояния z_N , кратного z_1 :

$$z_N = \frac{2 \cdot d^2}{\lambda} \cdot N \quad (1)$$

На опыте, вследствие ограниченности поперечного сечения светового пучка лазера, наблюдаются только несколько репродуцированных изображений решетки. Поясним этот эффект с помощью рис. 1.

На нем изображены только три продифрагировавших луча соответственно нулевого ($n = 0$) и \pm первого порядка ($n = \pm 1$). Там, где эти лучи перекрываются, образуется интерференционная картина с периодом, как раз равным периоду решетки d . Спроектировав картину с помощью линзы на экран, мы увидим изображения синусоидальной решетки с плавным переходом от максимумов к минимумам. Для того чтобы наблюдать более тонкие детали, необходимо, чтобы в плоскости наблюдения перекрывались лучи более высоких дифракционных порядков. На

краях, где перекрываются только два луча ($n = 0$ и $n = +1$ или $n = 0$ и $n = -1$), также образуется интерференционная картина с периодом d , но менее контрастная.

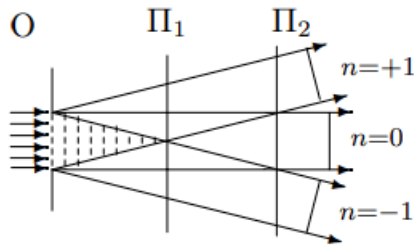


Рис. 1 — Принципиальная схема дифракции на сетке. Между сеткой 0 и плоскостью Π_1 наблюдаются репродуцированные изображения сетки

2 Экспериментальная установка

Хорошим приближением к плоской волне в нашем эксперименте является излучение лазера. Луч лазера падает перпендикулярно на периодический объект О, установленный в плоскости P_0 (рис. 2).

За плоскостью P_0 (в плоскостях P_1-P_N) периодически по z возникают изображения объекта, которые с помощью линзы Л можно поочерёдно проецировать на экран, установленный в плоскости Э. Если убрать линзу, то на экране наблюдается картина дифракции луча лазера на периодическом объекте.

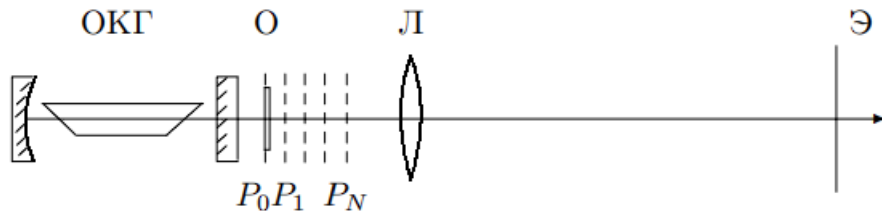


Рис. 2 — Схема установки: ОКГ - гелий-неоновый лазер, 0 - двумерная решётка, P_N - плоскости, где наблюдаются репродуцированные изображения, Л - короткофокусная линза, Э - экран для наблюдения изображения объекта

Экран устанавливается достаточно далеко от объекта, так что продифрагировавшие лучи, соответствующие различным порядкам дифракции ($\sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{d}$), разделяются.

Измерив расстояние между дифракционными максимумами и расстояние от объекта до экрана, мы определим $\sin \varphi_n$ и d .

В нашей работе в качестве периодических объектов применяется мира — набор различным образом ориентированных одномерных решеток разного периода (рис. 4), а также двумерная

решетка-сетка. Сетку можно рассматривать как две взаимно перпендикулярные решетки. Узкий пучок монохроматического света, пройдя через первую решетку с вертикальными штрихами, должен дать совокупность максимумов, расположенных вдоль горизонтальной линии.

Световой пучок, соответствующий каждому максимуму, проходя через вторую решетку, распадается на новую совокупность пучков, дающих максимумы вдоль вертикальной линии. В результате главные максимумы возникают тогда, когда одновременно выполняются условия

$$d \sin \varphi_x = n_x \lambda, d \sin \varphi_y = n_y \lambda \quad (2)$$

где n_x и n_y — два целых числа, характеризующих порядки дифракционных максимумов, φ_x и φ_y — направления на главные дифракционные максимумы в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно (рис. 3). Максимумы показаны кружками, размеры которых характеризуют интенсивность.

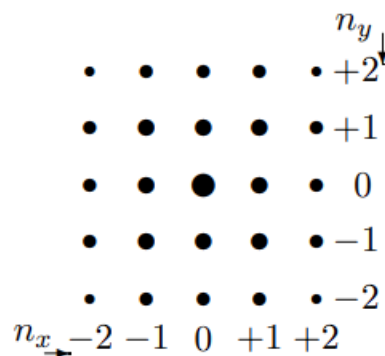


Рис. 3 — Спектр решётки

3 Ход работы

Определение периода решёток по их пространственному спектру

Для начала установим вблизи лазера кассету с двумерными решётками(сетками). Затем для каждой из сеток(в нашем случае их было 5), измерим расстояние x между двумя соседними дифракционными максимумами на экране. Также измерим расстояние L от кассеты до экрана. Оно получилось равным 1345 ± 1 мм. Длина волны зелёного лазера $\lambda = 530$ нм. Зная x и L , вычислим период решётки по формуле (2), считая $\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{x}{L}$. X - расстояние между максимумами $\sigma_X = 1$ мм, m - количество промежутков между этими максимумами.

№ сетки	X , мм	m	x , мм	$d_{\text{сп}}$, мкм	σ_d , мкм
1	184	5	36,8	19,4	0,1
2	196	8	24,1	29,1	0,2
3	202	17	11,9	60,0	0,3
4	110	18	6,1	117	1
5	120	26	4,6	154	1

Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью линзы

Теперь установим короткофокусную линзу на небольшом расстоянии от лазера, между ней и лазером установим кассету с сетками, настроим систему так, чтобы было видно резкое изображение проволоочки (т.е. непериодического объекта). Определим размеры D клеток на экране для всех сеток, для которых это возможно. Также измерим расстояния от линзы до сетки (a) и до экрана (b). $a = 44 \pm 1$ мм, $b = 1310 \pm 1$ мм. По этим измерениям по формуле $d_{\text{л}} = \frac{Da}{b}$ рассчитаем периоды сеток.

№ сетки	D, мм	σ_D , мм	$d_{\text{л}}$, мкм	$\sigma_{d_{\text{л}}}$, мкм
3	1,67	0,08	56	3
4	3,29	0,14	110	5
5	4,33	0,17	146	7

Исследование эффекта саморепродукции с помощью сеток

Далее получим на экране геометрическое изображение сетки. Затем, перемещая линзу с помощью микровинта, определим по нониусной шкале координаты z_N плоскостей саморепродукции, соответствующих чёткому изображению сетки на экране. По полученным данным построим графики зависимости $z_N = f(N)$, при помощи которых по наклону прямых рассчитаем периоды сеток $d_{\text{реп}}$ по формуле (1).

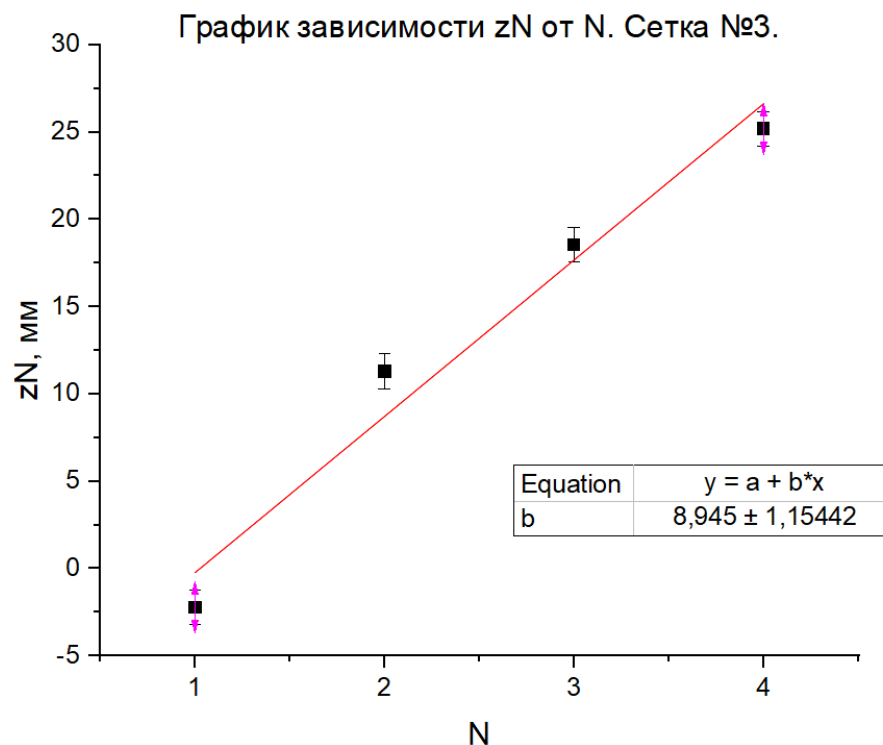


График зависимости zN от N . Сетка №4.
(погрешности настолько малы, что их не видно)

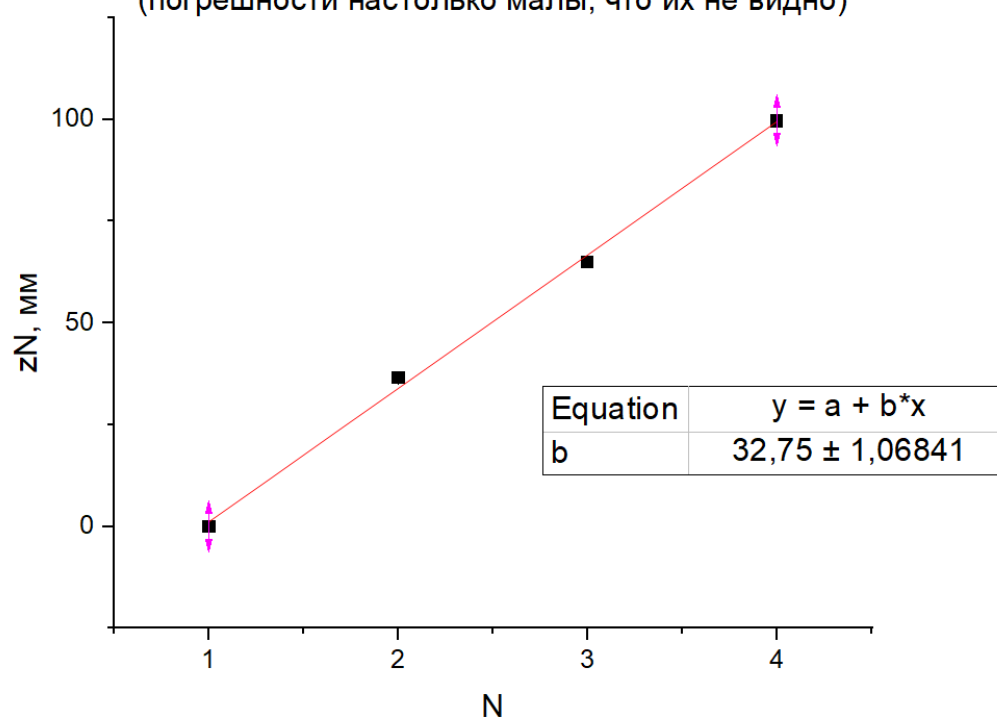
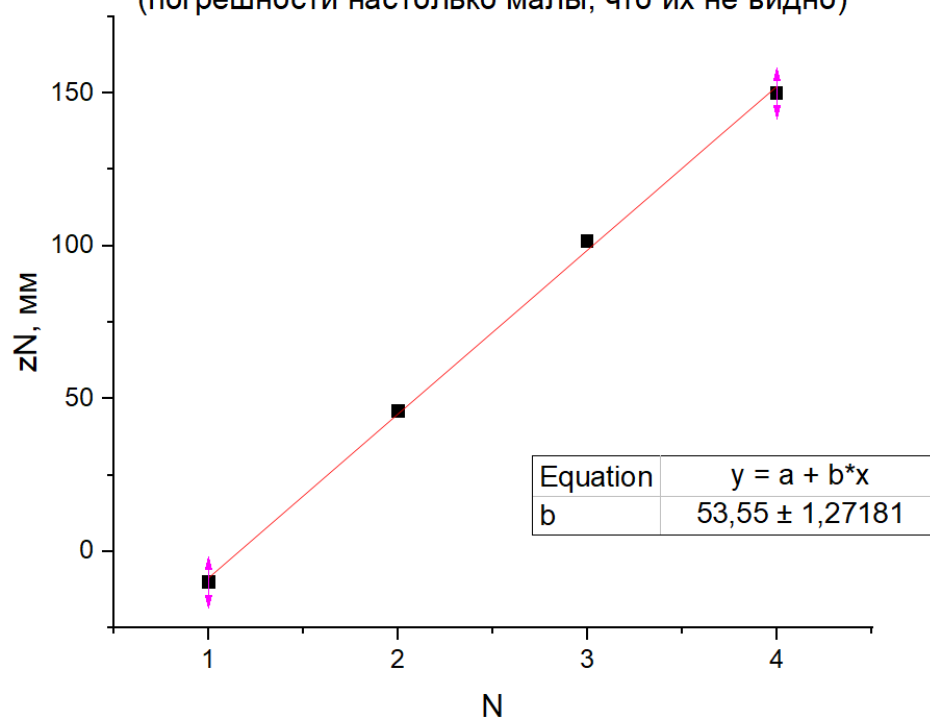


График зависимости zN от N . Сетка №5.
(погрешности настолько малы, что их не видно)



№ сетки	$d_{\text{реп}}$, МКМ	$\sigma_{d_{\text{реп}}}$, МКМ
3	49	3
4	93	2
5	119	1

Далее приведём полную таблицу получившихся разными способами периодов решётки.

№ сетки	$d_{\text{сп}}$, МКМ	$\sigma_{d_{\text{сп}}}$, МКМ	$d_{\text{л}}$, МКМ	$\sigma_{d_{\text{л}}}$, МКМ	$d_{\text{реп}}$, МКМ	$\sigma_{d_{\text{реп}}}$, МКМ
1	19,4	0,1	-			
2	29,1	0,2	-			
3	60,0	0,3	56	3	49	3
4	117	1	110	5	93	2
5	154	1	146	7	119	1

Из таблицы видно, что первые 2 способа наиболее приближены друг к другу по значению, результат 3 способа при этом тоже находится достаточно близко к первым двум. Самым точным получился 1 способ(т.к. помимо того, что вышла маленькая погрешность, он также позволил определить период у первых двух сеток).

Исследование решёток миры

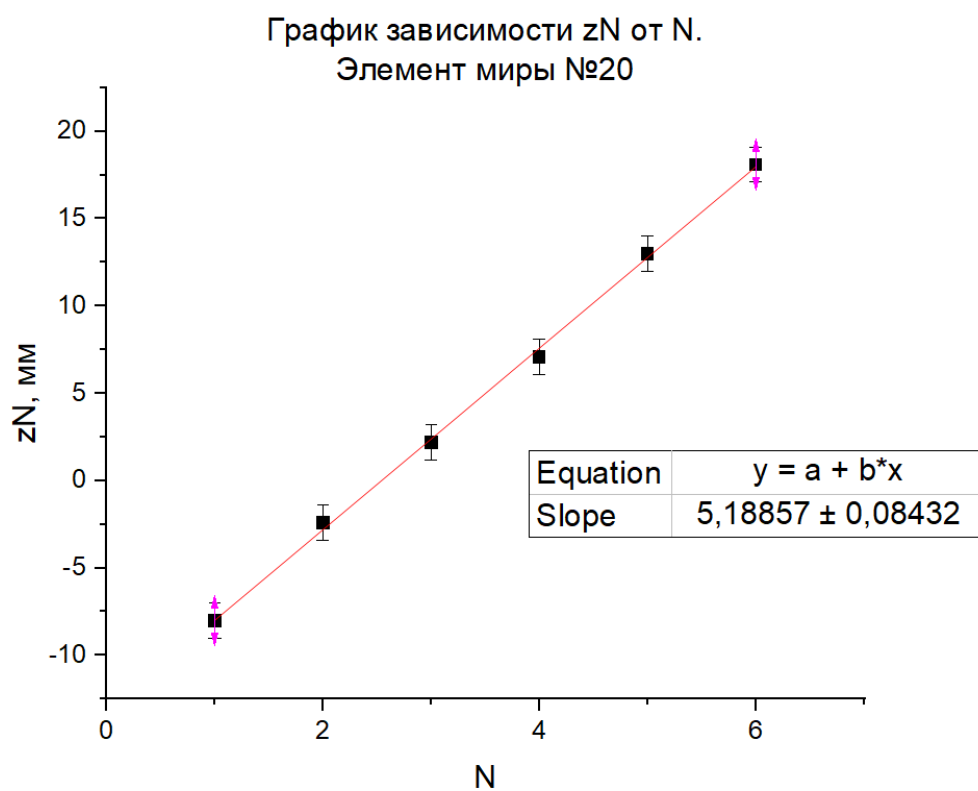
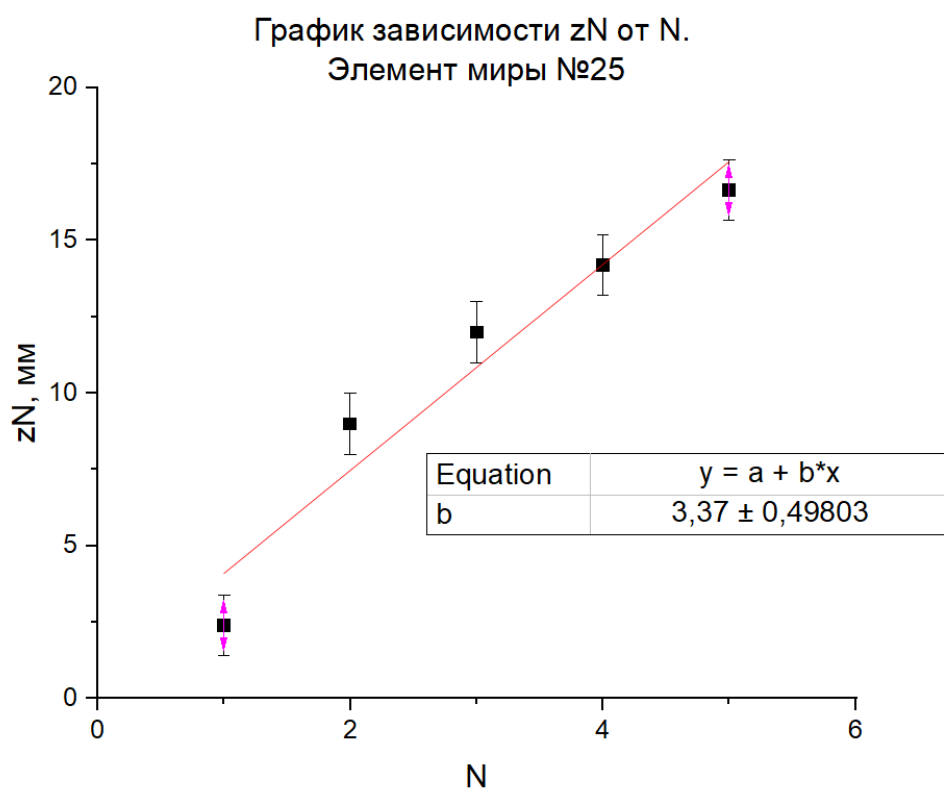
Теперь установим миру на место кассеты. Вычисления будут произведены для элементов миры под номером 20 и 25.

Измерим период миры теми же способами, что использовались до этого. Расстояние от линзы до миры $a = 87 \pm 1$ мм. Расстояние от линзы до экрана $b = 1260 \pm 1$ мм. Соответственно расстояние от миры до экрана равно $L = 1347 \pm 1$ мм.

Определим по нониусной шкале координату плоскости, соответствующей изображению миры на экране по законам геометрической оптики(нет рассеяния, чёткая картина). $z_{25} = -10,4 \pm 0,1$ мм, $z_{20} = -14,0 \pm 0,1$ мм. На этих координатах, вычислив значение D , получим значение $d_{\text{л}}$.

Также построим график зависимости $z_N = f(N)$, где z_N - координаты на нониусной шкале плоскостей саморепродукции.

И в конце, убрав линзу и вычислив расстояние между максимумами, определим $d_{\text{сп}}$.



Полученные результаты приведены в таблице.

№ элемента миры	$d_{\text{сп}}, \text{ мкм}$	$\sigma_{d_{\text{сп}}}, \text{ мкм}$	$d_{\text{л}}, \text{ мкм}$	$\sigma_{d_{\text{л}}}, \text{ мкм}$	$d_{\text{реп}}, \text{ мкм}$	$\sigma_{d_{\text{реп}}}, \text{ мкм}$
25	38,76	0,18	40,1	0,2	29,9	0,8
20	51,7	0,2	53,5	0,3	37,2	0,4

4 Вывод

В ходе данной работы было изучено явления саморепродукции. Также данное явление было использовано для измерения параметров периодических структур. Так, в процессе работы был измерен период решётки тремя различными способами, одним из которых и было применение саморепродукции. В результате этих измерений было получено, что значения, измеренные разными способами, находятся достаточно близко друг к другу (результаты были приведены в таблице), что говорит о работе данного метода по измерению параметров периодических структур. Это также было продемонстрировано на работе с решётками миры.