Лабораторная работа № 3.6.1
Спектральный анализ электрических сигналов

Меркулов Кирилл

13 сентября 2025 г.

Введение

В работе используются: генератор сигналов произвольной формы, цифровой осциллограф с функцией быстрого преобразования Фурье или цифровой USB-осциллограф, подключённый к персональному компьютеру.

Цель работы: изучить спектры сигналов различной формы и влияние параметров сигнала на вид соответствующих спектров; проверить справедливость соотношений неопределённостей; познакомиться с работой спектральных фильтров на примере RC-цепочки.

Ряд Фурье и спектральный анализ

Согласно теореме Фурье, любая периодическая функция может быть представлена в виде ряда (конечного или бесконечного) гармонических функций с кратными частотами — ряда Фурье. Одно из представлений ряда Фурье для функции с периодом T имеет вид

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \nu_n \cdot t) + B_n \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu_n \cdot t),$$

где $\nu_n = n \cdot \nu_0$, $\nu_0 = \frac{1}{T}$, $n = 1, 2, \ldots$ — частоты фурье-гармоник, A_n и B_n — коэффициенты разложения в ряд Фурье. Коэффициенты находятся как

$$A_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \nu_n \cdot t) dt,$$

$$B_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \nu_n \cdot t) dt.$$

На практике зачастую удобнее использовать эквивалентную форму записи ряда Фурье в «представлении амплитуд и фаз»:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \nu_n \cdot t + \varphi_n),$$

где по известной тригонометрической формуле амплитуда гармоники равна $a_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$, а фаза определяется соотношением $\tan(\varphi_n) = \frac{B_n}{A_n}$.

Отметим, что если функция f чётная, то $B_n \equiv 0$ ($\varphi_n \equiv 0$, разложение по косинусам), а если нечётная, то $A_n \equiv 0$ ($\varphi \equiv \frac{\pi}{2}$, разложение по синусам).

Совокупность всех частот ν_n и соответствующих им амплитуд a_n (а также фаз φ_n) часто называют спектром функции $f(t)$. Если речь идёт об изменяющемся во времени напряжении, то говорят о спектре электрического сигнала.

Спектральный анализ электрических сигналов играет важную роль в технике. Особенно важен он для линейных систем, подчиняющихся принципу суперпозиции. Если известно, как некоторая система реагирует на гармонический сигнал, с помощью разложения Фурье можно определить, как система будет реагировать на произвольную функцию $f(t)$.

Заметим, что спектр периодической функции дискретен (число гармоник счётно). Если функция не периодическая (но ограниченная во времени, например, отдельный «импульс»), её можно представить как предел периодической функции с очень большим периодом $T \to \infty$. Тогда частотное расстояние между соседними гармониками $\delta\nu = \frac{1}{T}$ стремится к нулю. Говорят, что спектр становится непрерывным. Разложение в ряд Фурье при этом переходит в интеграл Фурье.

Операцию, при которой функции f(t) ставится в соответствие её ряд (или интеграл) Фурье называют преобразованием Фурье. Это преобразование является взаимно-однозначным, а восстановление исходной функции по её спектру называется обратным преобразованием Фурье. Однако при спектральном анализе электрических сигналов, как правило, измеряются именно амплитуды $\mid a_n \mid$ (или интенсивности $\mid a_n \mid^2$) спектральных компонент, а информация об их фазах φ_n теряется. Это приводит к тому, что пропадает взаимно-однозначное соответствие между сигналом и спектром, и весьма разные сигналы могут иметь один и тот же амплитудный спектр (пример: амплитудная и фазовая модуляции).

Соотношения неопределённостей

Между сигналом как функцией времени f(t) и его спектром как функции частоты $a(\nu)$ имеется простая и универсальная взаимосвязь. А именно, если у сигнала f(t) есть какое характерное время Δt (например, период повторения, длительность импульса, время нарастания и т.п.), то в спектре $a(\nu)$ в том или ином вида будет наблюдаться характерный масштаб $\Delta\nu \sim \frac{1}{\Delta t}$ (расстояния между пиками, ширина спектра, ширина пиков и т.п.).

Соотношения вида

$$\Delta\nu \cdot \Delta t \sim 1$$

принято называть соотношениями неопределённостей. Конкретный вид соотношения неопределённостей зависит от обстоятельств, в которых оно применяется.

Методы спектрального анализа

Современные методы спектрального анализа электрических сигналов можно разделить на два типа: цифровые (математические) и аналоговые (физические).

Простейшим физическим анализатором частот является высокодобротный колебательный контур (RLC-цепочка). Такой контур, как известно, хорошо откликается на частоты, близкие к его резонансной, и почти не реагирует на частоты, находящиеся за пределами его узкой (т.к. контур высокодобротный) амплитудно-частотной характеристики. Подстраивая параметры контура и изменяя его резонансную частоту, можно «просканировать» весь частотный спектр поступающего на него сигнала. В современной лаборатории спектральные приборы, основанные на физических методах (как правило, довольно дорогостоящие), применяются для анализа высоких частот (сотни мегагерц и более).

Если же частота исследуемого сигнала не слишком велика (заведомо меньше тактовой частоты процессоров), современная цифровая техника позволяет проводить частотный анализ сигналов в реальном времени непосредственно по математическим формулам. Входящий сигнал при этом оцифровывается (дискретизуется) и, с помощью так называемого алгоритма «быстрого преобразования Фурье», осуществляется вычисление частот и амплитуд его гармоник.

Цифровой спектральный анализ имеет две отличительные особенности, о которых стоит упомянуть.

Во-первых, при цифровом анализе возникает частота дискретизации $\nu_{\text{дискр}}$, то есть частота, с которой считываются значения напряжения, подаваемого на входной канал анализатора. Ясно, что дискретизация не позволит исследовать спектр частот, превышающих частоту $\nu_{\text{дискр}}$, и исказит спектр вблизи неё. Поэтому надёжно получать спектр можно лишь на достаточно низких частотах $\nu \ll \nu_{\text{дискр}}$, когда влияние дискретности минимально (точнее, как следует из теоремы Котельникова, необходимо выполнение условия $\nu < \frac{\nu_{\text{дискр}}}{2}$).

Во-вторых, интервал времени Δt, в течение которого регистрируется сигнал, всегда ограничен. Для анализа сигнала вырезается его участок — «окно» $t \epsilon [t_0; t_0 + \Delta t]$. Такое преобразование Фурье часто называют «оконным». Из-за ограниченности размеров «окна» неизбежно возникают дополнительные искажения спектра (их можно назвать «краевыми эффектами»). Чтобы компенсировать эти искажения, значениям регистрируемой функции в пределах «окна» придают разный вес. В таком случае говорят об «оконной» (или «весовой») функции преобразования Фурье. На практике применяются различные оконные функции, каждая из которых обладает своими достоинствами и недостатками (одни уменьшают шумы, другие уменьшают ширину пиков и погрешность частоты, третьи погрешность измерения амплитуд и т.д.). В нашей работе используется окно Блэкмана.

Ход работы

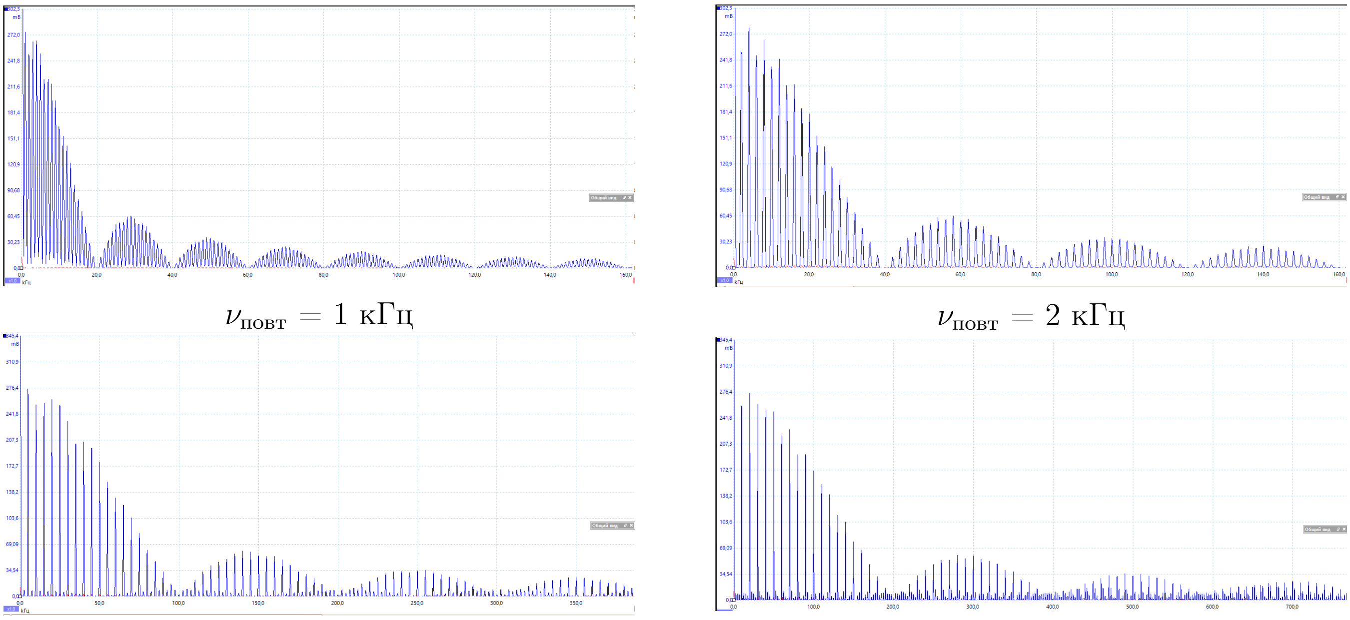
А. Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов и проверка соотношений неопределённости

1. Настраиваем генератор на прямоугольные импульсы с частотой повторения $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц (период $T = 1$ мс) и длительностью импульса $\tau = T/20 = 50$ мкс.

2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала.

а. Изменяем $\nu_{\text{повт}}$ при фиксированном $\tau = 50$ мкс и получаем:

Как видно из графиков, при увеличении частоты повторения сигнала увеличивается расстояние между компонентами спектра.



$\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц $\nu_{\text{повт}} = 2$ кГц

$\nu_{\text{повт}} = 5$ кГц $\nu_{\text{повт}} = 10$ кГц

Рис. 1: Спектры при различных частотах повторения

б. Изменяем τ при фиксированном $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц и получаем:

Как видно из графиков, при увеличении длительности сигнала уменьшается ширина спектра.

3. Измерим амплитуды a_n и частоты ν_n спектральных гармоник при фиксированных $\nu_{\text{повт}}$ и τ.

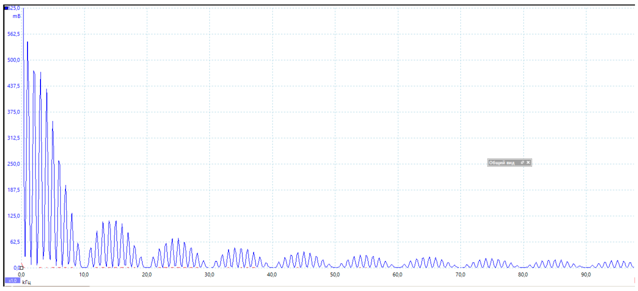
n гармоники	5	7	9	11	13	15	17	19
$\nu_n^{\text{эксп}}$, кГц	5,025	7,013	9,028	11,00	13,02	15,01	16,99	19,00
$\nu_n^{\text{теор}}$, кГц	5	7	9	11	13	15	17	19
$\lvert a_n\rvert^{\text{эксп}}$, мВ	252,3	219,7	192,3	155,1	112,0	77,17	42,46	12,79
$\lvert a_n/a_1\rvert_{\text{эксп}}$	0,913	0,795	0,696	0,561	0,405	0,279	0,154	0,046
$\lvert a_n/a_1\rvert_{\text{теор}}$	0,904	0,814	0,702	0,574	0,438	0,301	0,171	0,052

Таблица 1: Спектральные гармоники прямоугольного сигнала

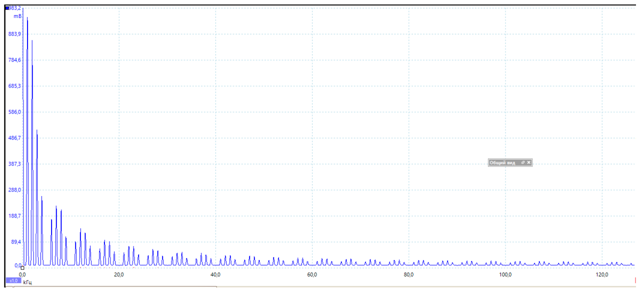
Здесь $a_1 = 276,3$ мВ.

$$\nu_n^{\text{теор}} = \frac{n}{T}, \quad |a_n|_{\text{теор}} = \frac{|\sin(\pi n \tau/T)|}{\pi n}$$

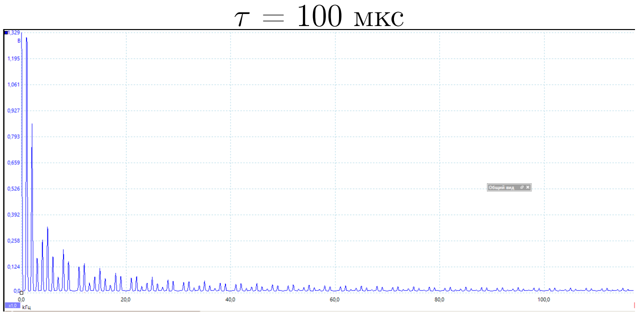
4. Зафиксируем период повторения прямоугольного сигнала $T = 1$ мс, $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц. Изменяя длительность импульса τ в диапазоне от $\tau = T/50$ до $\tau = T/5$, измерим полную ширину спектра сигнала $\Delta\nu$ — от центра спектра ($\nu = 0$) до гармоники с нулевой амплитудой $a_n \approx 0$ и установим зависимость между $\Delta\nu$ и τ.



τ = 100 мкс



τ = 200 мкс



τ = 300 мкс

Рис. 2: Спектры при различных длительностях импульса

τ, мкс	20	25	40	50	100	150	200
$\Delta\nu$, кГц	49,95	40,04	25,02	20,00	10,03	6,645	5,015
$1/\tau \cdot 10^3$, с$^{-1}$	50	40	25	20	10	6,67	5

Таблица 2: Исследование зависимости $\Delta\nu$ и τ

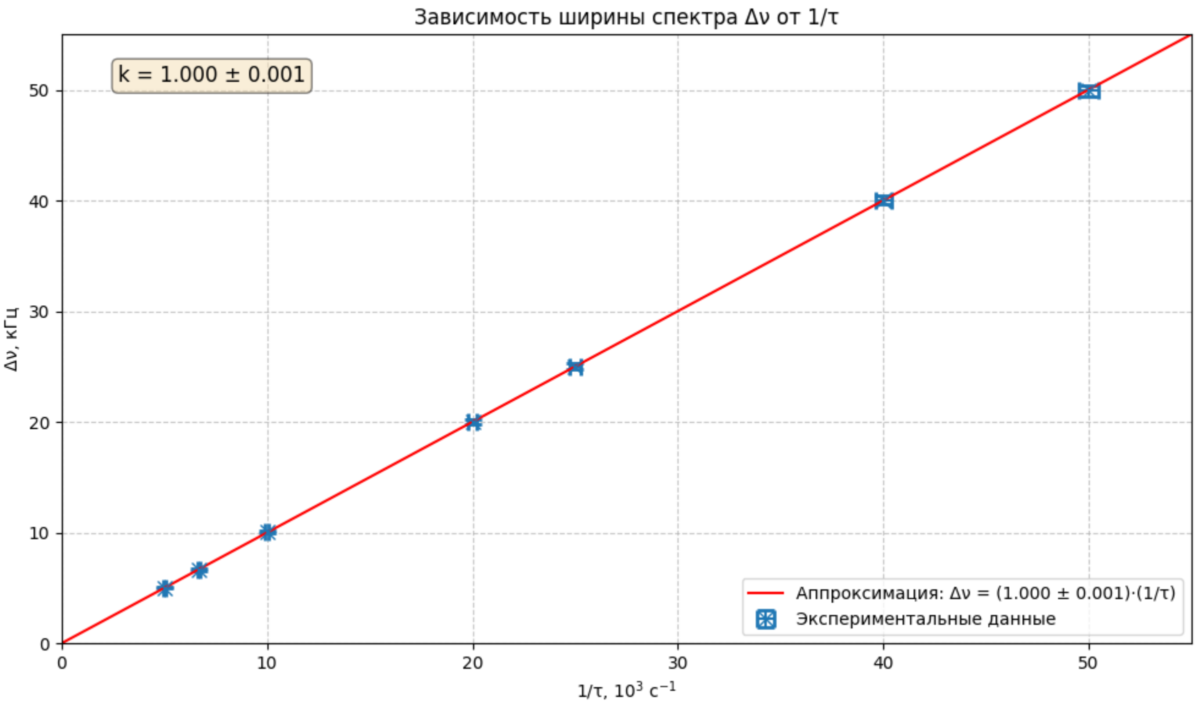


Рис. 3: Зависимость $\Delta\nu$ от $1/\tau$

Построим график $\Delta\nu\left(\frac{1}{\tau}\right)$. Используя МНК, получим $k = 0.994 \pm 0,002$, откуда с хорошей точностью можем заключить, что $\Delta\nu\frac{1}{\tau} = 1$, что экспериментально доказывает соотношение неопределённостей.

5. Зафиксируем длительность импульса прямоугольного сигнала $\tau = 100$ мкс. Изменяя период повторения T в диапазоне от 2τ до 50τ измерим расстояния $\delta\nu = \nu_{n+1} - \nu_n$ между соседними гармониками спектра.

ν, кГц	2	1	0,5	0,25	0,1
$\delta\nu$, кГц	2,013	1,022	0,488	0,247	0,099

Таблица 3: Зависимость $\delta\nu$ от $1/T$

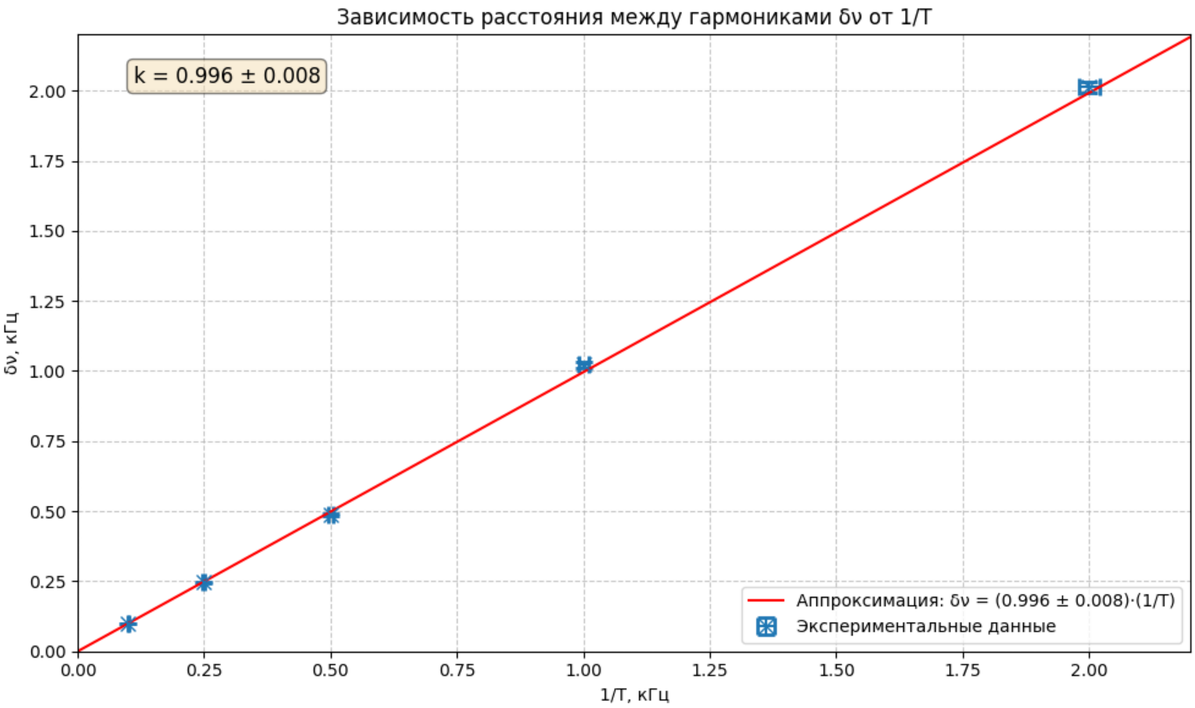


Рис. 4: Зависимость $\delta\nu$ от $1/T$

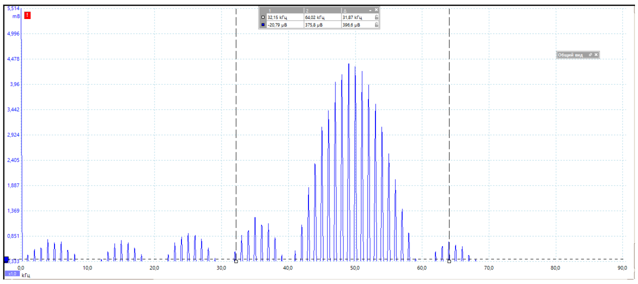
Построим график $\delta\nu\left(\frac{1}{T}\right)$. Используя МНК, получим $k = 0.996 \pm 0,013$, что экспериментально доказывает соотношение неопределённостей. График приведён на рис.13.

Б. Наблюдение спектра периодической последовательности цугов

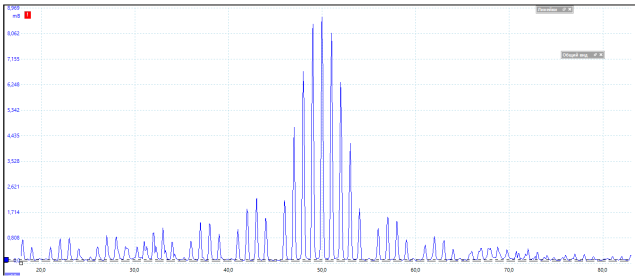
1. Настраиваем генератор на периодичные импульсы синусоидальной формы (цугов) с несущей частотой $\nu_0 = 50$ кГц, частотой повторения $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц, число периодов синусоиды в одном импульсе $N = 5$ (что соответствует длительности импульса $\tau = N/\nu_o = 100$ мкс).

2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала.

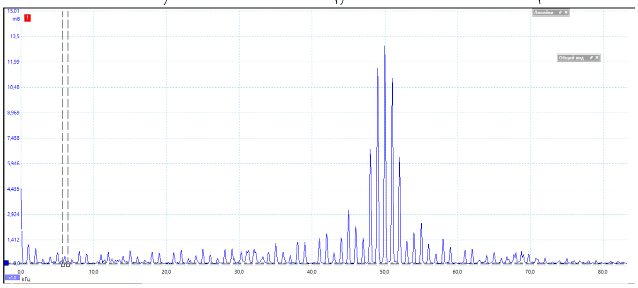
а. Изменяем N при фиксированных $\nu_0 = 50$ кГц и $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц:



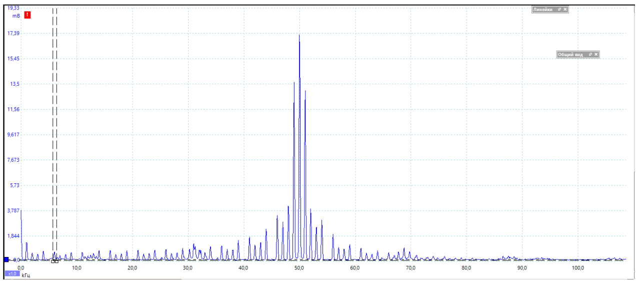
N=5, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 10$ кГц



N=10, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 5$ кГц



N=15, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu \approx 3$ кГц



N=20, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu \approx 2.5$ кГц

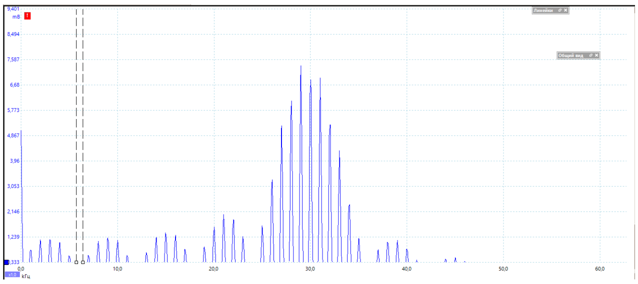
Рис. 5: Спектры цугов при различном количестве периодов

Соотношение неопределённостей:

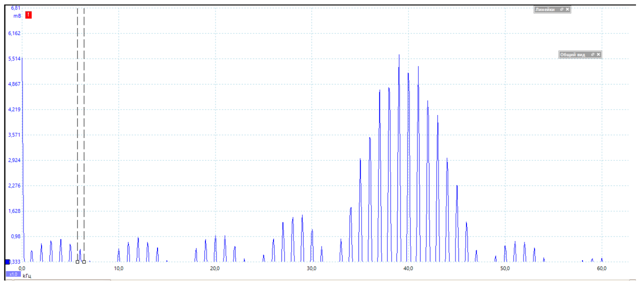
$$\Delta\nu \cdot \tau = 10 \cdot 10^3 \cdot \frac{5}{50 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^3 \cdot \frac{10}{50 \cdot 10^3} = 2.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{20}{50 \cdot 10^3} \approx 3 \cdot 10^3 \cdot \frac{15}{50 \cdot 10^3} \approx 1$$

Видим, что спектр остаётся симметричным относительно одной и той же точки, однако "сжимается"к ней при увеличении N.

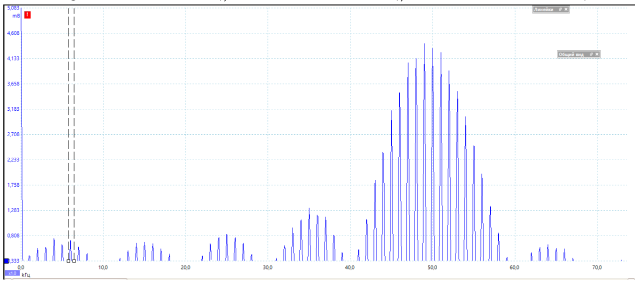
б. Изменяем ν_0 при фиксированных N = 5 и $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц:



$\nu_0 = 30$ кГц, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 6$ кГц



$\nu_0 = 40$ кГц, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 8$ кГц



$\nu_0 = 50$ кГц, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 10$ кГц

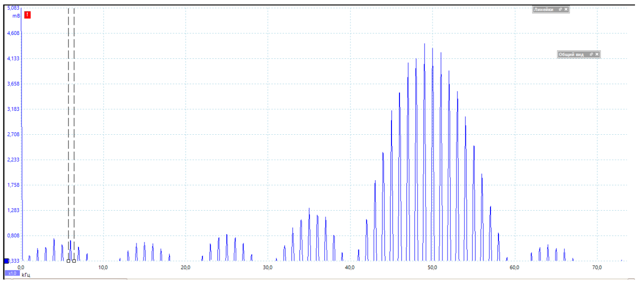
Рис. 6: Спектры цугов при различных несущих частотах

Соотношение неопределённостей:

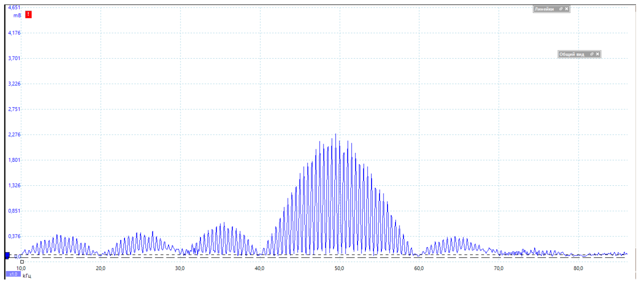
$$\Delta\nu \cdot \tau = 6 \cdot 10^3 \cdot \frac{5}{30 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^3 \cdot \frac{5}{40 \cdot 10^3} = 10 \cdot 10^3 \cdot \frac{5}{50 \cdot 10^3} = 1$$

Видим, что в этом случае спектр не меняет свою форму, однако его центр смещается в соответсвии с изменением частоты несущей.

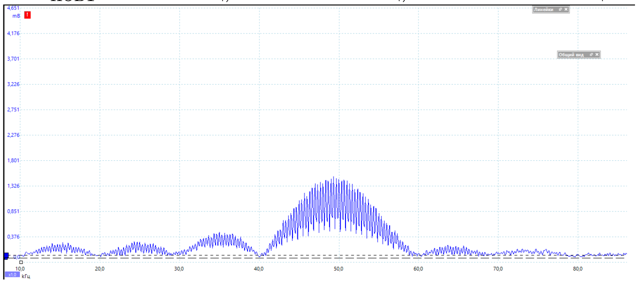
в. Изменяем $\nu_{\text{повт}}$ при фиксированных N $= 5$ и $\nu_0 = 50$ кГц:



$\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц, $\delta\nu = 1$ кГц, $\Delta\nu = 10$ кГц



$\nu_{\text{повт}} = 0.5$ кГц, $\delta\nu = 0.5$ кГц, $\Delta\nu = 10$ кГц



$\nu_{\text{повт}} = 0.25$ кГц, $\delta\nu = 0.25$ кГц, $\Delta\nu = 10$ кГц

Рис. 7: Спектры цугов при различных частотах повторения

Видно, что соотношение неопределённости выполняется:

$$\frac{\delta\nu}{\nu_{\text{повт}}} = \frac{1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = \frac{0.5 \cdot 10^3}{0.5 \cdot 10^3} = \frac{0.25 \cdot 10^3}{0.25 \cdot 10^3} = 1$$

Также видно, что при стремлении частоты повторения к нулю, стремится к нулю и расстояние между компонентами спектра.

Г. Наблюдение спектра амплитудно-модулированного сигнала

1. Настраиваем генератор в режим модулированного по амплитуде синусоидального сигнала с несущей частотой $\nu_0 = 50$ кГц, частотой модуляции $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц и глубиной модуляции $m = 0.5$.

2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала. Из графика получим $A_{max} = 3.057$ мВ и $A_{min} = 1.027$ мВ и убедимся в справедливости соотношения

$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} = \frac{2.03}{4.084} \approx 0.5$$

Поскольку мы установили глубину модуляции на $0,5$, а из теории у нас получилась $0,497$, то мы видим, что формула верна.

3. Изменяя на генераторе глубину модуляции m в диапазоне от 10 % до 100 %, измерим отношение амплитуд боковой и основной спектральных линий $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$. Построим график зависимости $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$ от m и проверим, совпадает ли результат с теоретическим.

m, %	10	20	30	40	50	80	100
$a_{\text{бок}}$, мВ	27,76	57,03	82,4	109,7	140,9	222,9	279,5
$a_{\text{осн}} = 566{,}3$ мВ							
$a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$	0,049	0,101	0,145	0,194	0,249	0,394	0,494

Таблица 4. Исследование зависимости $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$ от m.

Построим график $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}}(m)$. Используя МНК, получим $k = 0.516x \pm 0,00007$, что подтверждает $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}} = \frac{m}{2}$, т.е. совпадает с теоретическим предсказанием. График приведён на рис.8.

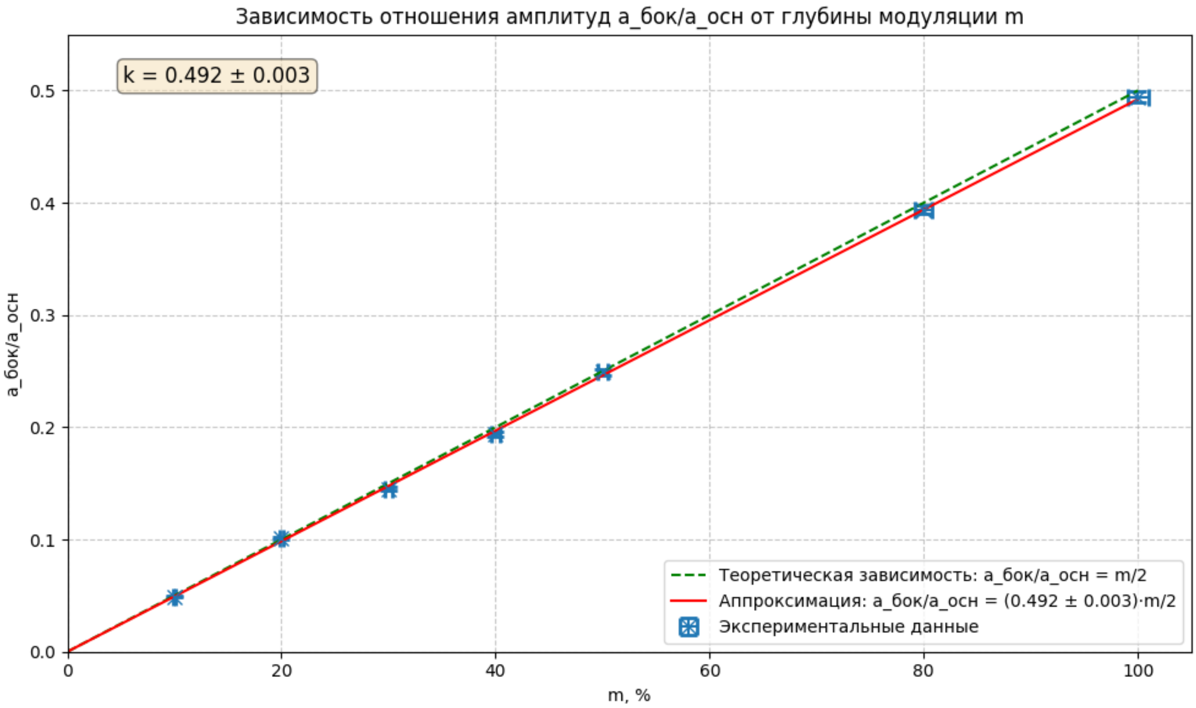
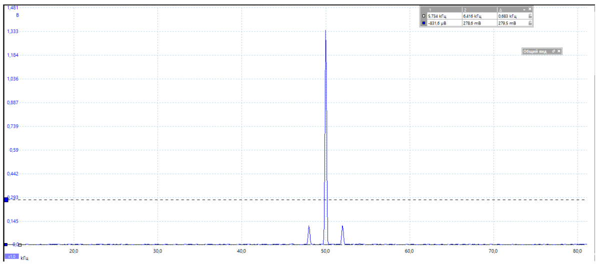


Рис. 8: Зависимость отношения амплитуд $a_{бок}/a_{осн}$ от глубины модуляции m

Д. Наблюдение спектра сигнала, модулированного по фазе

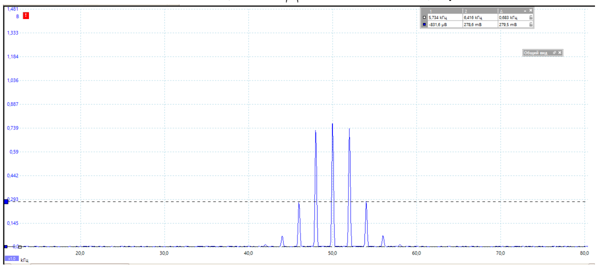
1. Настраиваем генератор в режим модулированного по фазе синусоидального сигнала с несущей частотой $\nu_0 = 50$ кГц, частотой модуляции $\nu_{мод} = 2$ кГц и максимальным отклонением $\varphi = 10$.

2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала.

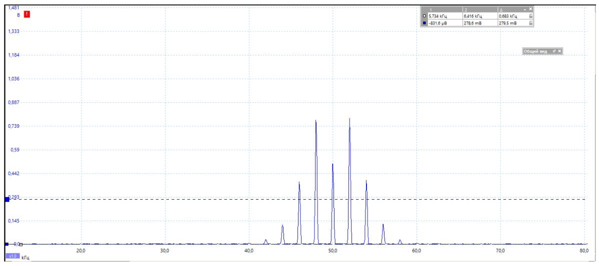


$\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц, $\varphi = 10$

$\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 3$ кГц, $\varphi = 10$

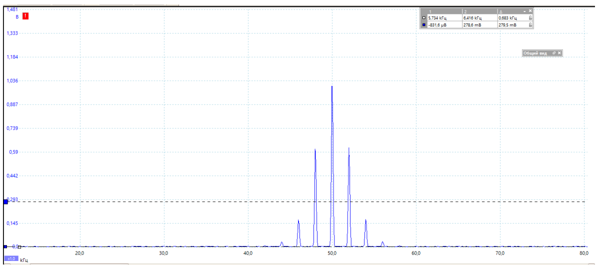


$\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц, $\varphi = 80$



$\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц, $\varphi = 100$

Рис. 9: Спектры фазо-модулированных сигналов



$\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц, $\varphi = 60$

Рис. 10: Спектр фазо-модулированного сигнала

E. Исследование RC-фильтра низких частот

1. Для RC-цепочки с параметрами R и C характерное время определяется выражением

$$\tau_{RC} = R \cdot C.$$

В эксперименте использовался прямоугольный сигнал с периодом повторения

$$T = 300\ \mu\text{с}.$$

2. Собираем схему согласно методическим указаниям. На вход RC-цепочки подаём последовательность прямоугольных импульсов с периодом T и длительностью $\tau = T/20$. С помощью осциллографа регистрируем спектр сигнала до и после фильтра.

3. Для каждой гармоники измеряем амплитуды исходного ($a_n^{(0)}$) и фильтрованного ($a_n^{(f)}$) сигналов. Рассчитываем коэффициенты фильтрации по формуле:

$$K_n = \frac{a_n^{(f)}}{a_n^{(0)}},$$

а также их погрешности

$$\Delta K_n = K_n \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta a_n^{(f)}}{a_n^{(f)}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_n^{(0)}}{a_n^{(0)}}\right)^2}.$$

n	$a_n^{(0)}$, усл. ед.	$a_n^{(f)}$, усл. ед.	$\frac{a_n^{(0)}}{a_n^{(f)}}$	$K_n^{\text{эксп}}$	ΔK_n
1	63.18	62.98	1.003	0.997	0.014
2	69.51	69.31	1.003	0.997	0.014
3	62.30	61.92	1.006	0.994	0.014
4	58.49	58.93	0.992	1.008	0.014
5	54.74	54.01	1.013	0.987	0.014
6	45.94	45.74	1.004	0.996	0.014
7	43.30	43.10	1.005	0.995	0.014
8	39.61	38.97	1.016	0.984	0.014
9	34.68	34.13	1.016	0.984	0.014

Таблица 4: Амплитуды гармоник и коэффициенты фильтрации

4. Строим график зависимости коэффициента фильтрации $K(\nu)$ от частоты.

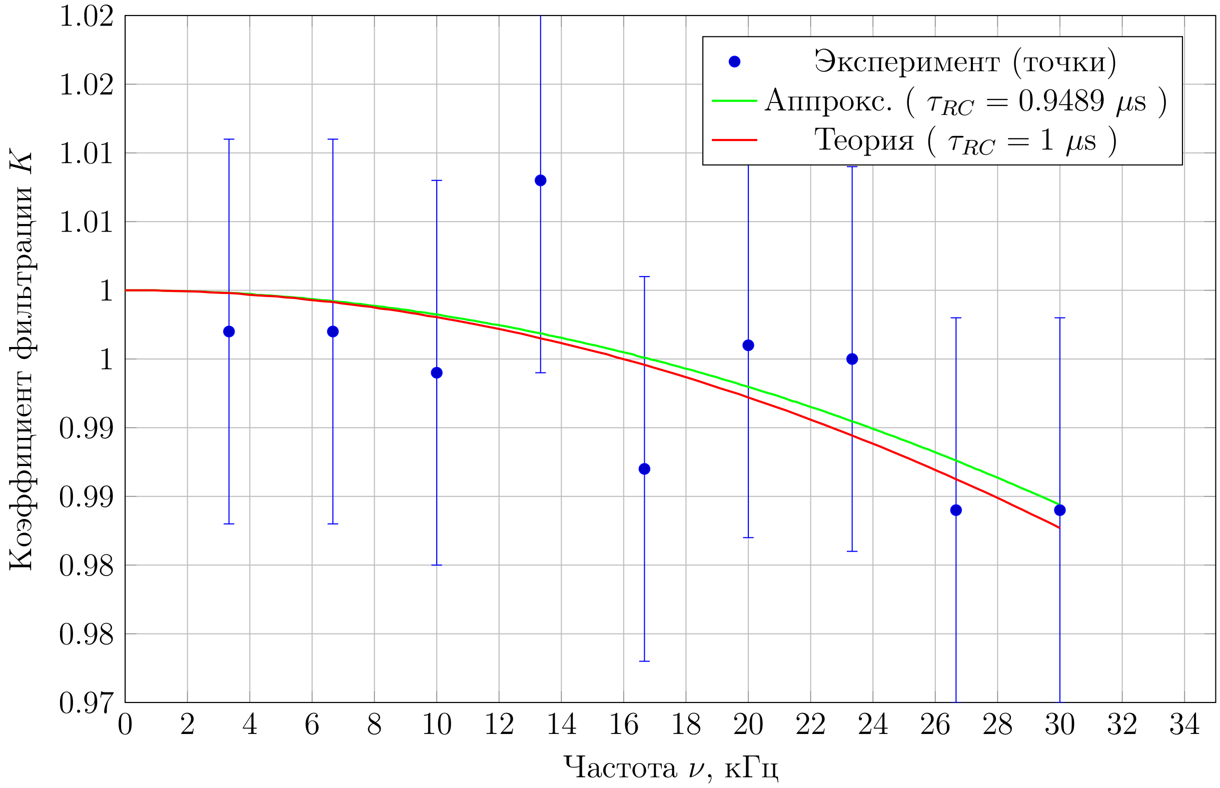


Рис. 11: Зависимость коэффициента фильтрации $K(\nu)$: экспериментальные данные, аппроксимация и теоретическая кривая

5. Подбор параметра аппроксимационной кривой — пошагово.

(a) Модель аппроксимации (одно-параметрическая):

$$K(\nu;\tau) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\nu\tau)^2}}.$$

Здесь частота ν дана в килогерцах (кГц) в таблице; при подстановке в численные выражения использовали перевод в герцы: $\nu[\text{Гц}] = \nu[\text{кГц}] \times 10^3$.

(b) Критерий качества аппроксимации (взвешенный МНК, критерий χ^2):

$$\chi^2(\tau) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{K_i^{(\text{exp})} - K(\nu_i;\tau)}{\Delta K_i} \right)^2,$$

где $N = 9$ — число гармоник, ΔK_i — погрешности (в нашем случае все равны 0.014).

(c) Численный поиск минимума $\chi^2(\tau)$:

- Выполнен численный поиск (по сетке с последующим уточнением) в диапазоне $\tau \in [0, 5]$ μs.
- Минимум найден при

$$\tau_{RC}^{(\text{best})} = 0.948925\ \mu\text{s}.$$

(d) Подстановка найденного τ и расчёт вкладов в χ^2. Ниже указаны по каждой точке: ν (кГц), ν (Гц), $K^{(\text{exp})}$, ΔK, $K(\nu;\tau_{\text{best}})$, невязка $r_i = K^{(\text{exp})} - K(\nu;\tau_{\text{best}})$ и вклад в χ^2:

ν (кГц)	ν (Гц)	$K^{(\text{exp})}$	ΔK	$K(\nu;\tau)$	r_i	$(r_i/\Delta K)^2$
3.333	3333	0.997	0.014	0.999803	-0.002803	0.040074
6.667	6667	0.997	0.014	0.999211	-0.002211	0.024939
10.000	10000	0.994	0.014	0.998227	-0.004227	0.091173
13.333	13333	1.008	0.014	0.996855	+0.011145	0.633710
16.667	16667	0.987	0.014	0.995099	-0.008099	0.334642
20.000	20000	0.996	0.014	0.992965	+0.003035	0.046990
23.333	23333	0.995	0.014	0.990461	+0.004539	0.105098
26.667	26667	0.984	0.014	0.987595	-0.003595	0.065934
30.000	30000	0.984	0.014	0.984377	-0.000377	0.000725

Сумма вкладов даёт

$$\chi^2_{\min} = \sum_{i=1}^{9} (r_i/\Delta K_i)^2 = 1.3433.$$

Число степеней свободы при подгонке одного параметра: dof $= N - 1 = 8$. Соответственно

$$\chi^2_{\text{red}} = \frac{\chi^2_{\min}}{\text{dof}} \approx 0.168.$$

(e) Оценка погрешности параметра τ:

i. Асимметричная оценка (по условию $\Delta\chi^2 = 1$ для одного параметра) получена путем поиска значений τ справа и слева от минимума, при которых $\chi^2(\tau) = \chi^2_{\min} + 1$. Это даёт:

$$\tau_{RC} = 0.948925\ \mu\text{s}, \qquad \tau_{\text{low}} = 0.609476\ \mu\text{s}, \qquad \tau_{\text{high}} = 1.200461\ \mu\text{s}.$$

Отсюда асимметричная погрешность:

$$\tau_{RC} = 0.948925^{+0.251536}_{-0.339449}\ \mu\text{s}.$$

ii. Симметричная приближённая оценка (по кривизне χ^2 в минимуме): аппроксимируем $\chi^2(\tau) \approx \chi^2_{\min} + \frac{1}{2}(\tau - \tau_{\min})^2 \cdot \chi''(\tau_{\min})$ и получаем оценку стандартного отклонения

$$\sigma_\tau \approx \sqrt{\frac{2}{\chi''(\tau_{\min})}} \approx 0.2818\ \mu\text{s}.$$

(Эта оценка даёт близкий порядковый масштаб ошибки; в нашем случае она симметрична и составляет примерно 0.282 μs.)

6. Вывод. По экспериментальным точкам методом взвешенного МНК получена аппроксимация вида

$$K_{\text{аппр}}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\nu\tau_{RC})^2}},$$

с параметром

$$\tau_{RC}^{\text{эксп}} = 0.948925\,^{+0.2515}_{-0.3394}\ \mu\text{s}$$

(симметричная оценка $\sigma_\tau \approx 0.2818\ \mu$s). Аппроксимационная кривая нанесена на рис. 11 и хорошо согласуется с экспериментальными точками в пределах измеренных погрешностей.

Вывод

В данной работе мы изучили понятие спектра и спектрального анализа, а также исследовали спектральный состав периодических электрических сигналов.

А именно, мы посмотрели на прямоугольные импульсы, цуги гармонических колебаний, а также гармонические сигналы, модулированные по амплитуде. Кроме того, нами был экспериментально проверен частный случай выполнения соотношения неопределённости.