

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

Отчёт о выполнении лабораторной работы

3.2.1

Сдвиг фаз в цепи переменного тока

Соболевский Федор Александрович
Б05-111

Сентябрь 2022

1 Аннотация

В данной работе исследованы вынужденные колебания в цепи переменного тока, вызываемые меняющейся по гармоническому закону ЭДС. Измерен сдвиг фаз между вызывающей колебания ЭДС и колебаниями тока в цепи, а также зависимость величины сдвига от активного сопротивления в цепи, индуктивности и ёмкости.

2 Теоретические сведения

2.1 Расчёт сдвига фаз в цепи переменного тока

В цепи переменного тока, содержащей конденсаторы и/или катушки индуктивности, возникает сдвиг фаз между колебаниями тока в системе и вызывающей ЭДС. При подаче переменного тока на указанные элементы электрической цепи возникает реактивное сопротивление X , от величины которого и зависит сдвиг фаз. Выражение для сдвига фаз ψ имеет вид

$$\psi = 2 \operatorname{arctg} \frac{X}{R_{\Sigma}},$$

где R_{Σ} - суммарное активное сопротивление цепи.

В зависимости от состава цепи реактивное сопротивление в ней рассчитывается разными способами. В RC-цепи реактивное сопротивление определяется как

$$X_1 = 1/\omega C,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота, C - ёмкость конденсатора. Для RL выражение принимает вид

$$X_2 = \omega L,$$

где L - индуктивность катушки. В случае RL-цепи в активном сопротивлении цепи также необходимо учесть активное сопротивление катушки R_L .

В RLC-цепи сдвиг фаз зависит от соотношения частот генератора и частоты собственных колебаний контура. Сдвиг фаз равен $\psi = 0$ при резонансе контура и ЭДС. По формуле Томсона можно найти частоту резонанса:

$$\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}.$$

Комплексный импеданс RCL-цепочки:

$$Z = R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}.$$

Сдвиг фаз между током и напряжением получим, взяв аргумент Z :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = Q \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1}{\frac{\omega}{\omega_0}} = Q \frac{(1+x)^2 - 1}{1+x} \simeq 2xQ,$$

где $x = \Delta\omega/\omega_0 = \Delta\nu/\nu_0$. Измерив ширину $w = 2x$ графика $|\psi|(\nu/\nu_0)$ на высоте $\varphi = \pi/4$ ($\operatorname{tg} \varphi = 1$), можем непосредственно измерить добротность контура:

$$Q = \frac{1}{w}$$

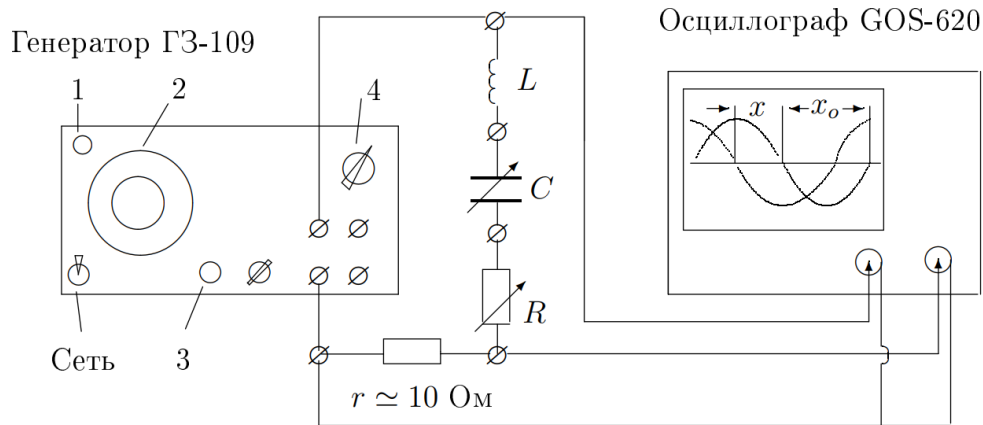


Рис. 1: Схема установки для исследования сдвига фаз между током и напряжением

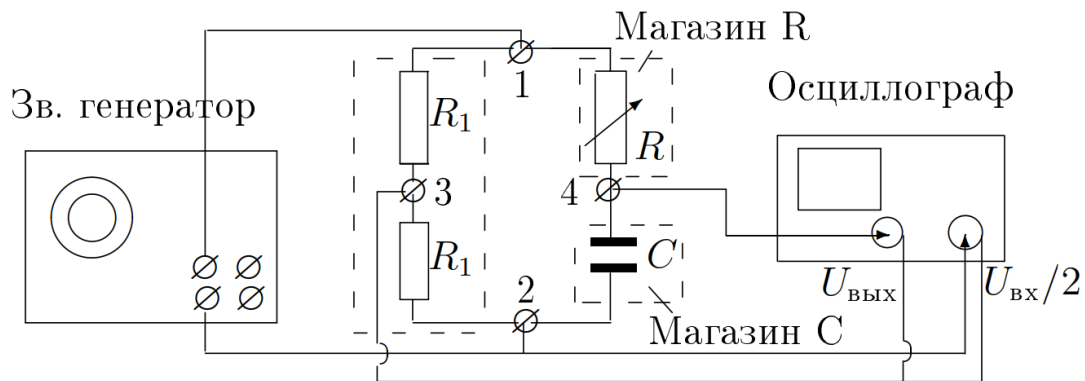


Рис. 2: Схема установки для исследования фазовращателя

2.2 Экспериментальная установка

На рис. 1 изображена схема RCL-цепи, используемой для измерения сдвига фаз между током и напряжением. В качестве источника синусоидального напряжения используется звуковой генератор. С сопротивления r снимается сигнал, пропорциональный току, со звукогенератора - пропорциональный напряжению. Оба сигнала подаются на универсальный осциллограф, имеющий два канала вертикального отклонения. При этом на экране ЭО видны две синусоиды, смещённые друг относительно друга на некоторое расстояние x , из которого и можно найти сдвиг фаз.

Для изменения фазы напряжения в работе был применён фазовращатель - прибор, позволяющий менять фазу напряжения в широких пределах ($0 < \psi < \pi$). Схема цепи с фазовращателем изображена на рис. 2. Она содержит два одинаковых резистора R_1 , магазин сопротивлений R и магазин ёмкостей C .

Выражение для сдвига фаз между входным и выходным напряжениями имеет вид

$$\psi = \arg \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = 2 \arctg \frac{1}{\omega RC}$$

где $U_{\text{вых}}$ и $U_{\text{вх}}$ - выходное и входное напряжения соответственно.

R , Ом	x	x_0	ψ	$\operatorname{ctg} \psi$	R_{Σ} , Ом	$R_{\Sigma}\omega C$	$\sigma_{\operatorname{ctg} \psi}$
0	0	19.0	0	-	43,2	0.14	-
500	13.0	19.0	2.1	0.65	543,2	1.71	0,23
1000	17.0	20.0	2.7	1.96	1043,4	3.28	0,20
1500	18.0	20.5	2.8	2.48	1543,4	4.85	0,02
2000	19.0	21.0	2.8	3.24	2043,4	6.42	0,01
2500	19.2	21.0	2.8	3.73	2543,4	7.99	0,07
3000	19.5	21.0	2.9	4.38	3043,4	9.56	0,08

Таблица 1: Результаты измерения сдвига фаз в RC-цепи

R , Ом	x	x_0	ψ	$\operatorname{ctg} \psi$	R_{Σ} , Ом	$R_{\Sigma}/(\omega L)$	$\sigma_{\operatorname{ctg} \psi}$
0	18	19	0	-	12,2	0.04	-
500	6	19	2.0	0.44	512,2	1.61	0,45
1000	3,5	19	2.6	1.53	1012,4	3.18	0,04
1500	2,5	19	2.7	2.28	1512,4	4.75	0,04
2000	2	19	2.8	2.91	2012,4	6.32	0,08
2500	1	19	2.9	3.95	2512,4	7.89	0,01
3000	0,5	19	3.0	5.99	3012,4	9.46	0,27

Таблица 2: Результаты измерения сдвига фаз в RL-цепи

3 Оборудование и инструментальные погрешности

В работе использовались: генератор звуковой частоты, двухканальный электронный осциллограф, магазин ёмкостей, магазин сопротивлений, эталонная катушка индуктивности, резисторы.

Относительные систематические погрешности всех измерительных приборов в силу их высокой точности примем равными $\delta = 0,01$.

4 Результаты измерений и обработка экспериментальных данных

Показания лабораторных приборов: $C = 0,5$ мкФ, $\nu = 1000$ Гц, $L = 50$ мГн, $r = 12,2$ Ом, $R_L = 31$ Ом.

4.1 Измерение сдвига фаз в RC- и RL-цепях

Реактивное сопротивление в RC-цепи $X_1 = 1/(2\pi\nu C) = 318 \pm 5$ Ом, в RL-цепи - $X_2 = 2\pi\nu L = 314 \pm 5$ Ом. Суммарное активное сопротивление в RC-цепи $R_{\Sigma} = R + r$, в RL-цепи - $R_{\Sigma} = R + r + R_L$. Результаты измерения сдвига фаз в данных цепях в зависимости от сопротивления магазина R представлены в таблицах 1 и 4 и на графиках 3 и 4.

4.2 Фазово-частотная характеристика RCL-цепи

Для значения сопротивления магазина $R = 0$ и $R = 100$ Ом были измерены сдвиги фаз при изменении частоты звукогенератора относительно резонансной. Резонансная частота $\nu_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 1007 \pm 14$ Гц. Результаты измерений в RCL-цепи представлены в таблице 3. По полученным данным построена фазово-частотная характеристика цепи, представленная на рис. 5.

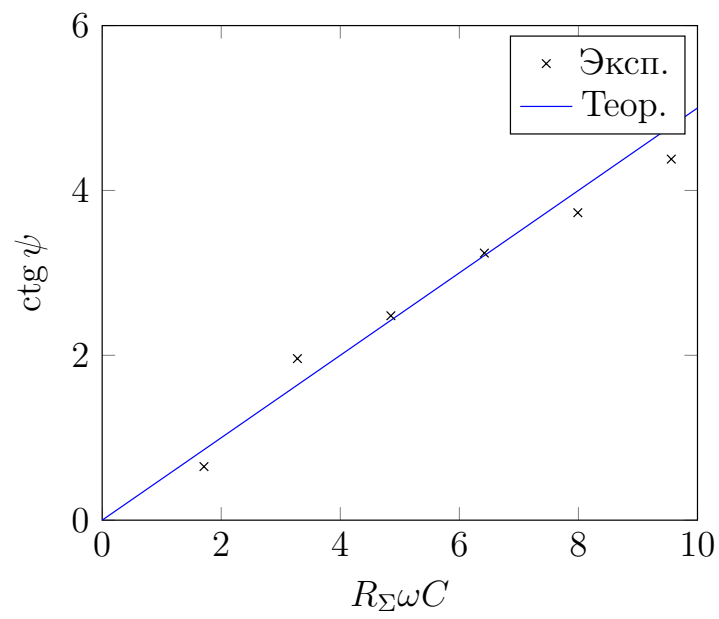


Рис. 3: График зависимости сдвига фаз от сопротивления в RC-цепи

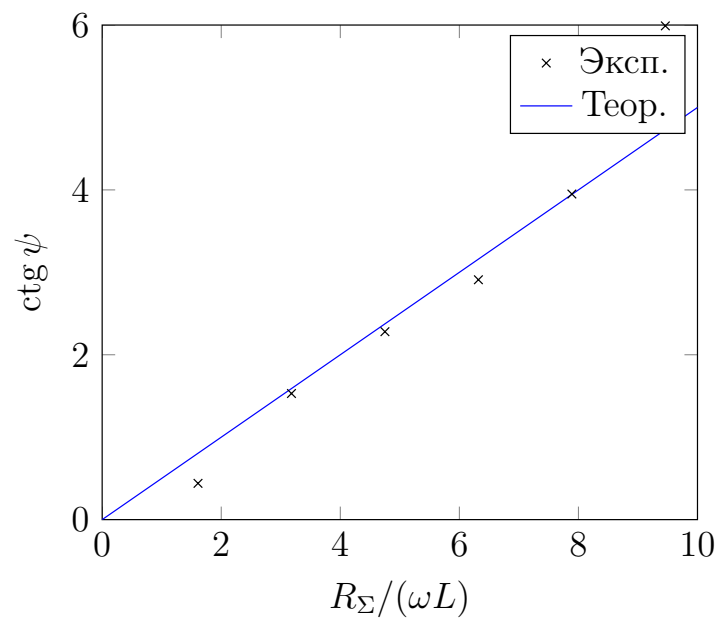


Рис. 4: График зависимости сдвига фаз от сопротивления в RL-цепи

$R, \text{ Ом}$	$\nu, \text{ Гц}$	x	x_0	ν/ν_0	$ \psi $
0	1020	0	4,9	1,013	0,000
	1000	0,4	4,9	0,993	0,256
	980	0,9	5,2	0,974	0,544
	960	1,2	5,2	0,954	0,725
	940	1,5	5,3	0,934	0,889
	930	1,7	5,4	0,924	0,989
	1040	0,8	4,9	1,033	0,513
	1060	1,1	4,9	1,053	0,705
	1080	1,3	4,7	1,073	0,869
	1100	1,5	4,8	1,093	0,982
	1120	1,6	4,5	1,113	1,117
100	1020	0	4,8	1,013	0,000
	1000	0,1	5,0	0,993	0,063
	980	0,2	5,2	0,974	0,121
	960	0,4	5,3	0,954	0,237
	940	0,5	5,3	0,934	0,296
	930	0,6	5,4	0,924	0,349
	1040	0,2	4,9	1,033	0,128
	1060	0,3	4,7	1,053	0,201
	1080	0,4	4,6	1,073	0,273
	1100	0,5	4,6	1,093	0,341
	1120	0,6	4,5	1,113	0,419

Таблица 3: Зависимость сдвига фаз от частоты в RCL-цепи

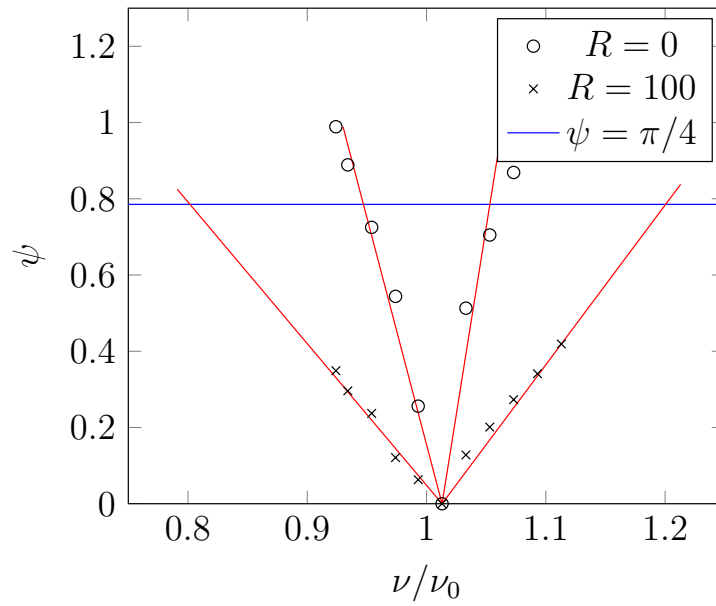


Рис. 5: Фазово-частотная характеристика RCL-цепи

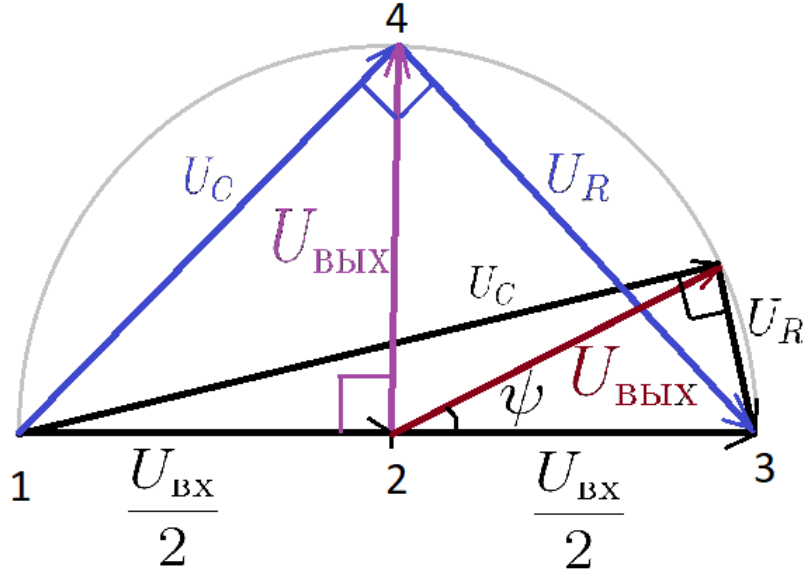


Рис. 6: Векторная диаграмма для фазовращателя

С помощью графика можно найти добротность цепи Q , измерив ширину кривой при сдвиге фаз $\psi = \pi/4$:

$$Q = \frac{\nu_0}{2\Delta\nu}$$

Также добротность можно рассчитать через параметры контура R_Σ , C и L :

$$Q = \frac{1}{R_\Sigma} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Результаты измерения добротности следующие:

- $R = 0$: $Q_0 = 7.7 \pm 0.6$, $Q_{\text{теор}, 0} = 7.3 \pm 0.3$
- $R = 100 \text{ Ом}$: $Q_{100} = 2.3 \pm 0.5$, $Q_{\text{теор}, 100} = 2.2 \pm 0.2$

Видно, что значения добротности совпадают с теоретическими в пределах погрешности измерений.

4.3 Измерения с помощью фазовращателя

Векторная диаграмма для фазовращателя представлена на рис. 6. На ней видно, что сдвиг фаз между входным и выходным напряжением равен $\pi/2$, когда реактивное и активное сопротивления X_C и R равны по модулю, т.е. R равно рассчитанному ранее $X_1 = 318 \text{ Ом}$. В ходе эксперимента было установлено, что сдвиг фаз $\psi = \pi/2$ достигается при сопротивлении магазина, равном 310 Ом , что близко к теоретическому значению.

5 Обсуждение результатов и выводы

В данной работе представилось возможным зафиксировать сдвиг фаз в цепи переменного тока. Зависимость данного сдвига в эксперименте совпала с теоретической в пределах требуемой точности измерений. Это позволяет утверждать, что теоретические закономерности выполняются

в лабораторных условиях с достаточной точностью при измерениях в диапазоне от 10 до 10^3 Ом.

Добротность исследованной RCL-цепи не превысила 10 при нулевом сопротивлении магазина, а при подключении дополнительного сопротивления и вовсе близка к единице. Это позволяет сделать вывод о том, что данная установка мало подходит для изучения собственных слабозатухающих колебаний в RCL-цепи, так как затухание колебаний в такой цепи будет слишком быстрым (меньше 1 секунды). Однако проведённый опыт показал, что полученные значения добротности установки достаточны для применимости использованной установки при исследовании вынужденных колебаний.