

# Туннелирование миллиметровых радиоволн (4.6.2)

Стеценко Георгий, Б02-312

## 1 Аннотация

**Цель работы:** Экспериментальное исследование эффекта проникновения электромагнитных волн — туннелирования — через воздушный зазор между диэлектрическими призмами при полном внутреннем отражении на границе диэлектрик-воздух, а также моделирование интерферометра Майкельсона с использованием этого эффекта и измерение длины волны излучения и показателя преломления фторопласта для радиоволн миллиметрового диапазона.

**Оборудование и материалы:** генератор СВЧ-колебаний с рупорной антенной; приемная рупорная антенна и волновод; детектор; микроамперметр; металлические зеркала; две призмы и плоскопараллельная пластина из фторопласта; микрометрические винты.

## 2 Теоретические сведения

Плоские ЭМ-волны, являющиеся решением волнового уравнения, обычно записывают в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)} \quad (1)$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор с вещественными компонентами. Тем не менее, волновое уравнение допускает комплекснозначные компоненты  $k_x, k_y, k_z$ . Рассмотрим следующую волну:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{\pm \kappa z} e^{i(x \cdot k_x + y \cdot k_y - \omega t + \phi)} \quad (2)$$

Данное уравнение описывает бегущую вдоль ОХУ волну, экспоненциально убывающую (нарастающую) вдоль  $z$ . Волны, в которых волновой вектор комплекснозначный, называются **неоднородными**.

Мы знаем, что при попадании на границу раздела сред с показателями преломления  $n_1, n_2$  амплитуды падающей, преломленной и отраженной волн подчиняются формулам Френеля. Ясно, что формулы работают при  $\sin \theta_1 \leq n_1/n_2$ , где  $\theta_1$  — угол падения. В противном случае происходит так называемое полное внутреннее отражение.

Пусть на границу раздела  $z = 0$  из более плотной среды ( $z < 0$ ) падает плоская волна и испытывает полное внутреннее отражение. Пусть волны в области  $z < 0$  однородны, тогда для выполнения граничных условий необходимо ввести неоднородную волну в области  $z > 0$ . Тогда:

$$k_2 = k_1 \cdot \frac{n_2}{n_1}, \quad k_{2x} = k_{1x} = k_1 \cdot \sin \theta_1, \quad k_{2y} = k_{1y} = 0$$

$$k_{2x}^2 + k_{2y}^2 + k_{2z}^2 = k_2^2 \implies k_{2z} = \pm i \sqrt{k_{2x}^2 - k_2^2} = \pm i k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}}$$

Введём тогда  $\kappa := k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}}$ . Выбирая знак «-» (иначе бы волна неограниченно возрастала по амплитуде), получаем частный случай (2) — уравнения неоднородной волны. Введём обозначение  $\Lambda = \frac{1}{2\kappa}$ , тогда с учётом  $I \propto E^2$ , где  $I$  — интенсивность волны, получим:

$$I \propto \exp(-2\kappa z) = \exp(-z/\Lambda) \quad (3)$$

где  $\Lambda$  приобретает смысл характерной **длины затухания**.

При достижении неоднородной волной на расстоянии  $h$  от первого раздела сред второго раздела с таким же диэлектриком, волна распространяется внутрь как плоская однородная с интенсивностью, равной  $I_t = I_0 \exp(-h/\Lambda)$ , где  $I_0$  – изначальная интенсивность падающей волны. Таким образом, наблюдается эффект **туннелирования** через воздушный зазор. Отметим, что согласно закону сохранения энергии:

$$I_t + I_r = I = 0 \implies R + T = 1 \quad (4)$$

где  $R, T$  – коэффициенты отражения и прозрачности соответственно.

### 3 Экспериментальная установка

Схема установки по изучению туннелирования радиоволн приведена на рис. 1. Источником радиоволн является высокочастотный генератор Г4-115, излучающий их с помощью рупорной антенны  $A_1$  в пространство. Электрический вектор волны, бегущей вдоль волновода и излучаемый антенной, перпендику- лярна широкой стенке волновода. На пути радиоволн устанавливаются две одинаковые прямые призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  с почти прямоугольным равнобедренным треугольником в основании. Уменьшение угла при вершине треугольника на  $16^\circ$  сделано для устранения обратных отражений. Призмы изготовлены из фторопласта. Узкие грани призм ограничивают воздушную прослойку, ширина которой может изменяться с помощью микрометрических винтов  $M_1$  и  $M_2$ .

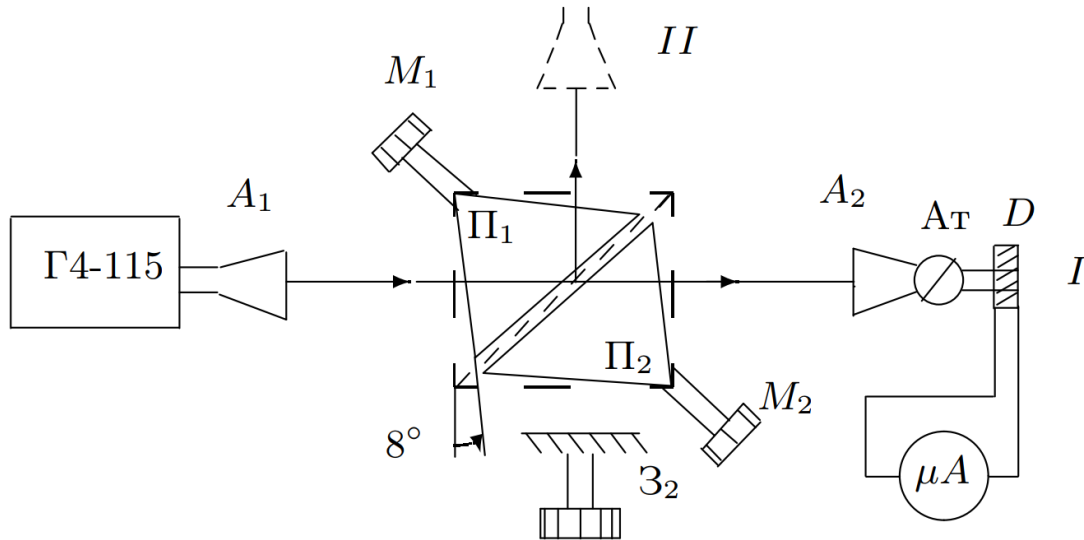


Рис. 1: Схема установки

Вторая рупорная антенна  $A_2$  служит приёмником радиоволн. Попадая в антенну  $A_2$ , электромагнитная волна распространяется далее по волноводу, аналогичному волноводу генератора. Детектор  $D$ , расположенный в волноводу, подсоединяется к микроамперметру. Ток детектора пропорционален интенсивности принимаемого антенной электромагнитного излучения:

$$\mathcal{J} \propto I$$

Аттенюатор  $At$  позволяет ослаблять сигнал. В положении I антенна  $A_2$  принимает сигнал, прошедший воздушный промежуток, в положении II – сигнал, отражённый от воздушного промежутка.

Небольшая реконструкция схемы позволяет смоделировать интерферометр Майкельсона (рис. 2). Воздушный зазор между призмами здесь используется в качестве делителя волны; зеркало  $\mathcal{Z}_1$  установлено неподвижно, зеркало  $\mathcal{Z}_2$  может перемещаться с помощью микрометрического винта  $M$ .

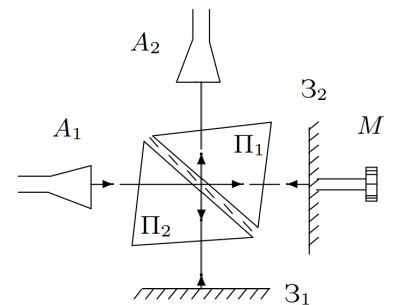


Рис. 2: Схема интерферометра Майкельсона

## 4 Методика измерений и результаты

### 4.1 Часть 1. Коэффициенты прозрачности и отражения.

Настроим генератор на максимальную выходную мощность. Настройка выполнена на частоту  $f = 36.00$  GHz. Юстировкой установки добьёмся максимального отклика амперметра на сигнал.

При выполнении работы были замечены три особенности установки. Во-первых, имеется существенный люфт при повороте правого микрометрического винта. Мы будем его компенсировать монотонностью изменения ширины воздушного промежутка между призмами.

Во-вторых, плоскости призм не остаются строго параллельными. Это видно на начальном этапе работы, когда воздушный промежуток лишь начинает появляться – призмы некоторое время продолжают соприкасаться соответствующими углами. Кроме того, это вызывает некоторый рост тока микроамперметра, поэтому регулировка аттенюатора происходила в момент, когда ток максимален. При этом выставлено значение  $\mathcal{J}_{\max} = 10.0 \mu\text{A}$ . Рост тока из-за непараллельности при этом составил  $\Delta\mathcal{J} = 0.4 \mu\text{A}$ .

В-третьих, генерация происходит с непостоянной мощностью – при наблюдении показаний без изменения параметров установки были зафиксированы колебания до  $\Delta\mathcal{J}_{\text{osc}} = 0.3 \mu\text{A}$ .

Таким образом, примем оценку погрешности измерения тока за  $\sigma(\mathcal{J}) = \sqrt{0.4^2 + 0.3^2} \mu\text{A} \approx 0.5 \mu\text{A}$ .

Снимем по отдельности (по одинаковым точкам) зависимость тока приёмника при тунеллировании и отражении, результаты представлены в *таблице. 1*.

Таблица 1: Экспериментальные данные: зависимость тока  $I_t$  и  $I_r$  от смещения  $\Delta x$ .

$I_t, \mu\text{A}$	$I_r, \mu\text{A}$	$x, \text{mm}$	$\Delta x, \text{mm}$
10.0	0.1	6.45	0.00
9.3	0.8	6.90	0.45
8.7	1.3	7.08	0.63
7.8	2.1	7.41	0.96
7.3	2.6	7.54	1.09
6.8	3.1	7.74	1.29
6.3	3.5	7.86	1.41
5.6	3.9	8.04	1.59
4.9	4.3	8.22	1.77
4.3	4.9	8.41	1.96
3.9	5.3	8.55	2.10
3.4	5.8	8.76	2.31
2.9	6.2	8.97	2.52
2.4	6.7	9.25	2.80
1.9	7.1	9.53	3.08
1.5	7.9	10.14	3.69
1.0	9.0	11.34	4.89

По полученным данным построим графики зависимостей, а так же их предполагаемую линеаризацию (согласно (3)). Результаты представлены на *рис. 3 и 4*.

Видно, что сумма  $R + T$  несущественно выходит за  $1\sigma$ -границу 100% ( $\sqrt{5^2 + 5^2}\% \approx 7.1\%$ ), что означает что условие  $R + T = 1$  можно считать выполненным. Пересечение зависимостей происходит при  $R = T \approx 0.5$ , при этом  $\Lambda_{\text{intersect}} = (1.87 \pm 0.17) \text{mm}$ .

На втором графике видно, что в случае интенсивности в отраженном излучении, линеаризация плохо справляется с задачей. Удовлетворительные результаты получаются в пропущенном излучении – угол наклона при этом соответствует  $\Lambda_{\text{descent}} = (2.14 \pm 0.14) \text{mm}$ .

Тогда примем значение  $\Lambda$  за  $(2.00 \pm 0.22) \text{mm}$  (усреднение среднего, сложение квадратов отклонений).

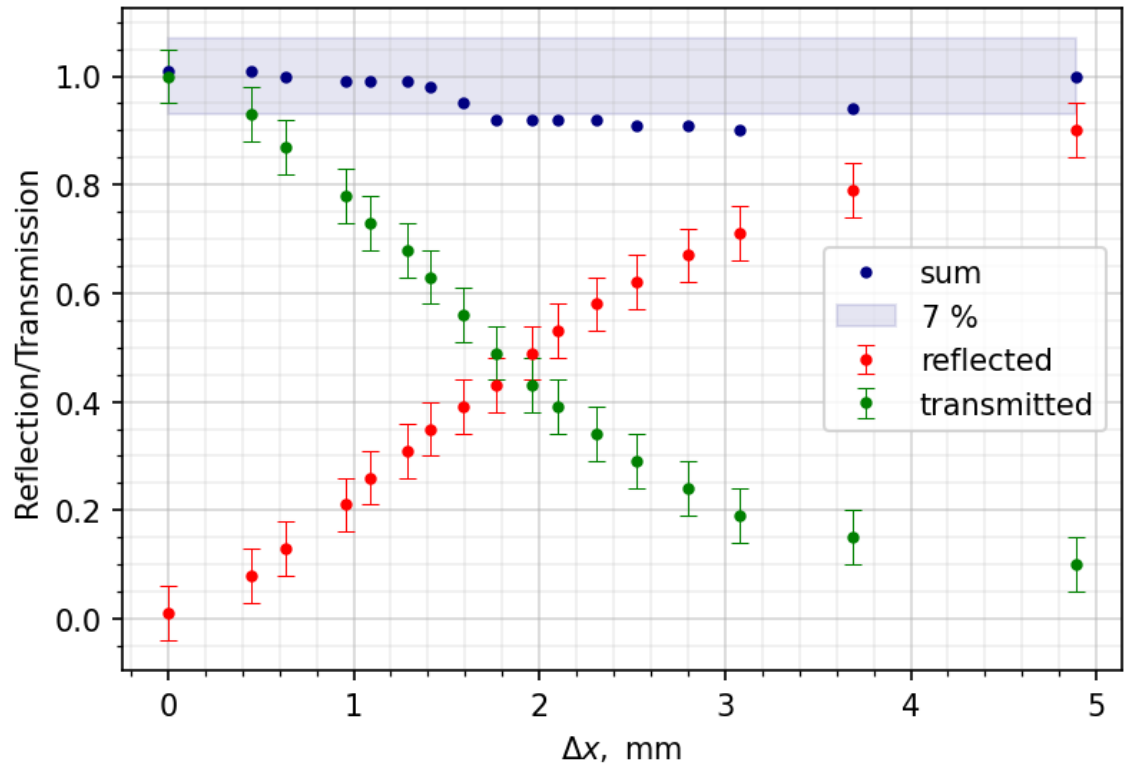


Рис. 3: График зависимости коэффициентов прозрачности и отражения от величины зазора

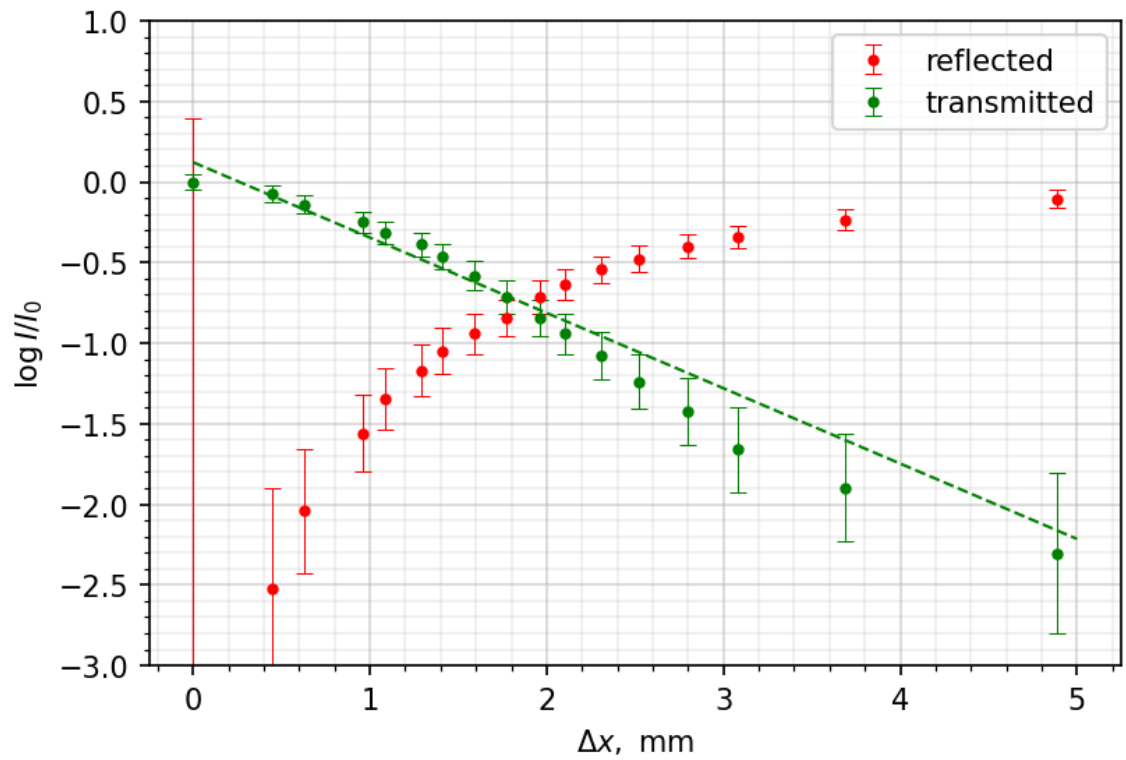


Рис. 4: Предполагаемая линейаризация зависимости

Модифицируем определения  $\kappa, \Lambda$  из теоретической части:

$$\Lambda = \frac{\lambda_{\text{возд}}}{4\pi\sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}}$$

Несмотря на большую погрешность  $\Lambda$ , близость  $n \sin \varphi$  к единице позволяет достаточно точно оценить  $n \sin \varphi$ :

$$n \sin \varphi = \sqrt{\left(\frac{\lambda_{\text{возд}}}{4\pi\Lambda}\right)^2 + 1} \approx 1.053, \quad \varepsilon(n \sin \varphi) \approx 1.2\%$$

В таком случае куда больший вклад в погрешность  $n$  даст неточность определения угла. Оценим  $\sigma\varphi = 5^\circ$ . Тогда  $n = (1.48 \pm 0.12)$ .

## 4.2 Интерферометр Майкельсона

Настроим установку согласно *рис. 2*, кроме того так, чтобы  $R = T \approx 0.5$ . Снимем зависимость интенсивности в отражённом излучении от сдвига подвижного зеркала. Результат – на *рис. 5*.

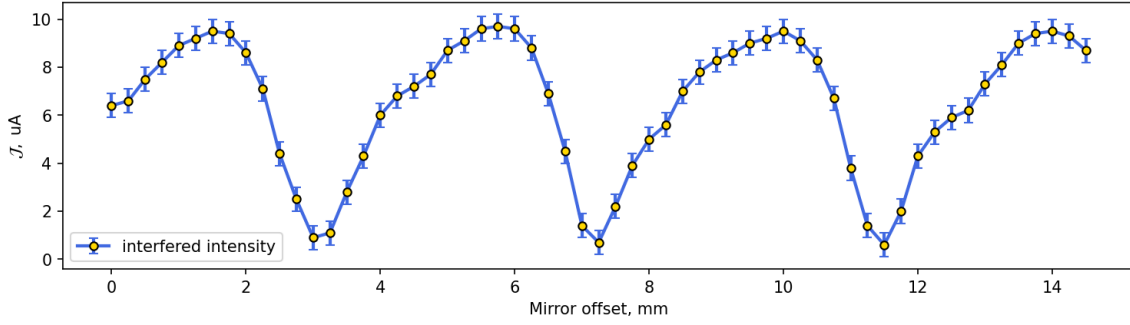


Рис. 5: Зависимость измеренной интенсивности от сдвига зеркала

Синусоидальная зависимость здесь, конечно, не выполнена, но очевиден повторяющийся профиль функции. Попробуем провести анализ следующим образом: разделить данные на 3 «периода» и найти такой сдвиг данных, при которых площадь под максимальной разницей интерполированных по точкам функций была бы минимальна. Оптимальное решение составляет  $\Delta x_{\text{opt}} = (4.20 \pm 0.09)$  mm. Погрешность оценим по изменению оптимизируемой величины так, как будто вся область расширена на одну стандартную ошибку. Иллюстрация – на *рис. 6*.

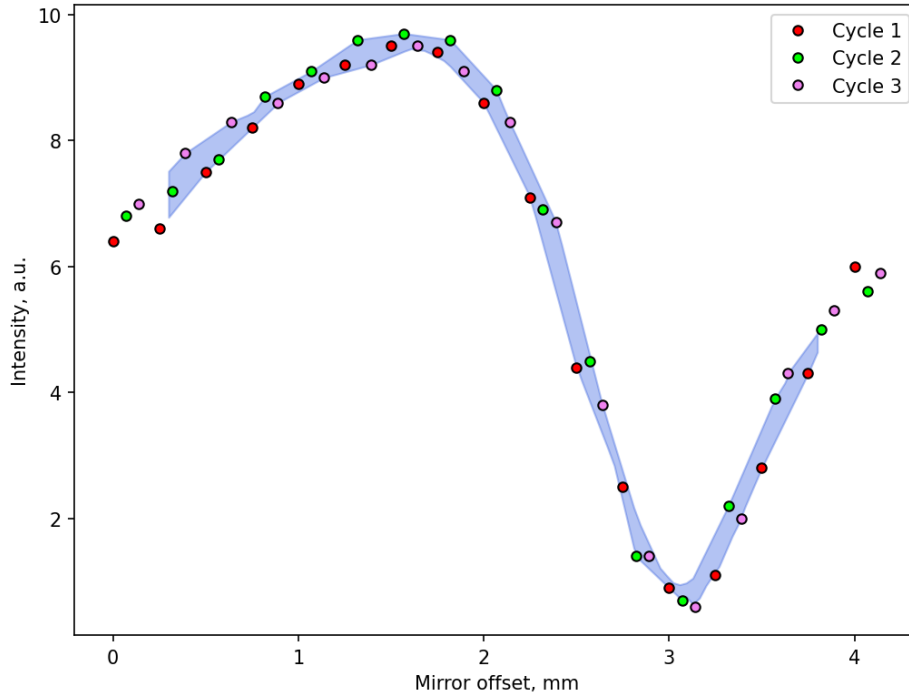


Рис. 6: Оптимизация и нахождение периода

То есть длина волны в воздухе составляет  $\lambda = 2 \cdot \Delta x_{\text{opt}} = (8.40 \pm 0.18)$  mm, при этом от генератора ожидается  $\lambda_{\text{ген}} = 8.33$  mm – отличное совпадение.

Зная приблизительное значение показателя преломления  $n \sim 1.5$  и толщины пластины  $h = (6.2 \pm 0.1)$  mm, понимаем, что изменения порядка интерференции не происходит:  $(h(n - 1)) < \lambda/2$ .

Тогда трижды будем ставить и убирать неподвижное зеркало и смотреть, на какое расстояние нужно сдвинуть подвижное, чтобы вернуться к максимуму интенсивности. Результаты – в *таблице 2*.

Таблица 2: Результаты интерферометрии

$l_1$ , mm	$l_2$ , mm	$\Delta l$ , mm
1.76	3.17	1.41
10.30	11.64	1.34
6.00	7.30	1.30

Таким образом,  $\Delta l = (1.35 \pm 0.5)$  mm. Получим тогда  $n = \Delta l \cdot 2/h + 1 \approx (1.435 \pm 0.15)$ .

## 5 Обсуждение результатов и выводы

В ходе работы были выполнены две части. Во-первых, были получены зависимости коэффициента пропускания и отражения при тунеллировании излучения при ПВО, проверено утверждение  $R+T = 1$ . Тем не менее, одна из зависимостей неудовлетворительно описывается теорией. Причиной тому может быть дифракция на толстых металлических креплениях призм. Из имеющихся данных была найдена длина затухания неоднородной волны в зазоре, и, соответственно, коэффициент преломления  $n = (1.48 \pm 0.12)$ .

Во-вторых, с помощью тунеллирования была проведена интерферометрия Майкельсона. Хорошо совпала совпадение длина волны, полученная интерферометрией, и полученная с показаний генератора. Также было получено значение коэффициента преломления  $n = (1.42 \pm 0.02)$ .

В ГОСТ 10007-80 указано, что диэлектрическая проницаемость фторопласта-4 не зависит от частоты и составляет  $(2.0 \pm 0.1)$ , что соответствует  $n = (1.41 \pm 0.4)$ . Таким образом, полученные результаты согласуются со справочными данными.