



Московский Физико-Технический Институт

Отчет по эксперименту

---

**4.3.4.**  
**Преобразование Фурье в оптике**

---

Выполнила:  
Малиновская София

Группа:  
Б05-102

# Цель работы

Исследовать преобразование Фурье в оптике: определить периоды решеток и ширину щели по их спектру и явление мультиплицирования.

## В работе используются

Гелий-неоновый лазер с длиной волны  $\lambda = 6328 \cdot 10^{-10}$  м, кассета с набором сеток разного периода, щель с микрометрическим винтом, линзы, экран, линейка.

## Теоретическая сводка

Сложное волновое поле во многих случаях удобно анализировать, разлагая его на простейшие составляющие, в частности представляя его в виде разложения по плоским волнам. При этом оказывается, что если мы рассматриваем поле, полученное после прохождения плоской монохроматической волны через предмет с функцией пропускания  $\tau(x)$ , то разложение по плоским волнам соответствует преобразованию Фурье от этой функции. Если за предметом поставить линзу, то каждая плоская волна сфокусируется в свою точку в задней фокальной плоскости линзы. Таким образом, картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы, даёт нам представление о спектре плоских волн падающего на линзу волнового поля. Поэтому можно утверждать, что с помощью линзы в оптике осуществляется пространственное преобразование Фурье.

Если мы установим в задней фокальной плоскости линзы решетку, то будем наблюдать явление мультипликации. При этом вместо изображения одиночного предмета мы будем наблюдать эквидистантный набор изображений таких предметов. Для этого необходимо, чтобы период решетки был заметно меньше ширины спектра. Поменяв местами сетку и щель, можно исследовать влияние размера щели на изображение сетки.

## Ход работы

**Определение ширины щели** сначала определим ширину щели следующим способом: на экране  $\Theta$  получим изображение щели  $D$ , освещаемой параллельным пучком света, излучаемого лазером, с помощью линзы  $L_1$ . Схема этой установки изображена на рис. 1. Будем измерять размер изображения щели  $D_1$  в зависимости от ширины щели  $D$ . Результаты занесены в таблицу 1, по ним построим график, изображенный на рис. 2.

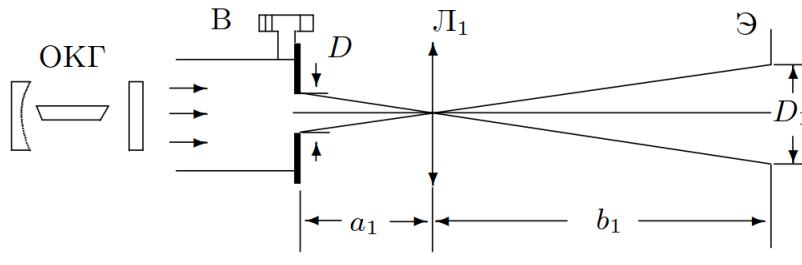


Рис. 1: Схема установки для определения ширины щели по увеличенному изображению

Прежде всего, определим начало отсчета по открытию щели:  $D_0 = 0.70$  мм. Будем считать это положение щели нулем и отсчитывать ширину от него. Погрешность измерения  $D_1$  составляет 1 мм,  $D = 0.01$  мм.

Таблица 1: Зависимость размера изображения щели от ее ширины

$D$ , мм	$D_1$ , мм
0	0
0.05	2
0.10	3
0.15	4
0.20	5
0.25	6
0.30	7
0.35	8
0.40	9
0.45	10
0.50	12
0.60	15
0.70	17

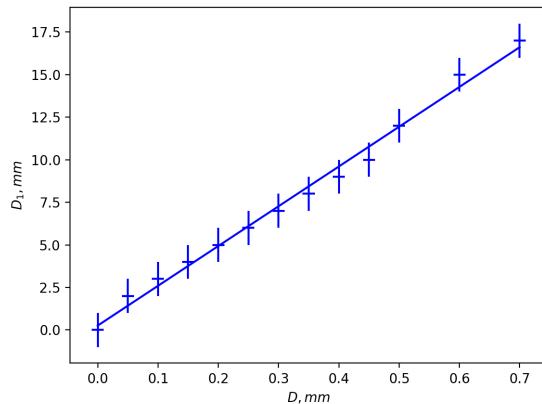


Рис. 2: Зависимость размера изображения от ширины щели

Из графика найдем  $\Gamma = 23.4 \pm 2.0$ .

Размер изображения щели также можно найти по следующей формуле

$$\Gamma = \frac{D_1}{D} = \frac{b_1}{a_1},$$

где  $D$  — ширина щели,  $D_1$  — размер изображения щели,  $a_1$  — расстояние от щели до линзы,  $b_1$  — расстояние от линзы до экрана.

Измерив значения  $a_1 = 4.5 \pm 0.5$  см,  $b_1 = 127.0 \pm 2.0$  см, вычислим величину  $\Gamma = 28.0 \pm 4.5$ . Этот метод является менее точным из-за большой погрешности измерения расстояния, но в пределах погрешности измеренные величины совпадают.

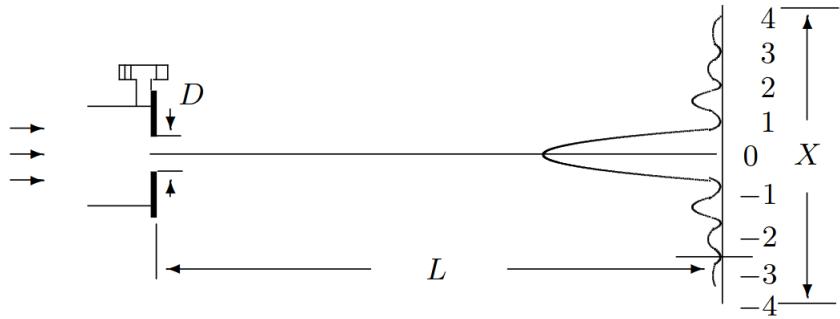


Рис. 3: Схема установки для определения ширины щели по ее спектру

Теперь определим ширину щели вторым способом: по ее спектру. Для этого соберем установку согласно схеме, представленной на рис. 3, которая отличается от предыдущей лишь отсутствием линзы. Будем проводить измерения ширины спектра в зависимости от ширины щели. Для этого измерим расстояние  $X$  между минимумами, удаленными от центра, и порядковый номер соответствующего минимума  $m$ . По формуле (1) рассчитаем величину  $D_c$  — ширину щели. Результаты измерений представлены в таблице 2. Расстояние от лазера до экрана составляет  $L = 132 \pm 1$  см.

$$\Delta X = \frac{X}{2m} = \frac{\lambda}{D_c} L \quad (1)$$

Таблица 2: Зависимость ширины спектра от ширины линзы

$D$ , мм	$m$	$X$ , мм	$D_c$
0.05	3	78	0.06
0.10	6	65	0.11
0.15	9	75	0.15
0.20	12	72	0.20
0.25	13	71	0.27
0.30	14	62	0.30
0.35	17	60	0.37

Построим на одном графике зависимости  $D_{\text{л}}$  от  $D$  и  $D_c = \frac{a_1}{b_1} D_1$  от  $D$ . Этот график представлен на рис. 4.

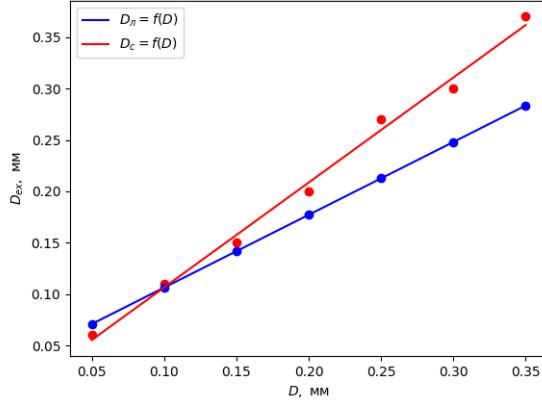


Рис. 4: Зависимость измеренной ширины щели от фактической

Первый способ является менее точным, поскольку  $\Gamma$  измерена лишь с большой погрешностью. Этим объясняется то, что зависимости на рис. 4 имеют разный наклон.

**Определение периода решеток** поставим кассету с решетками вплотную к выходному окну лазера и измерим для каждой сетки расстояние  $X$  между  $m$ -тыми максимумами и сам номер максимума  $m$ . Также рассчитаем период решетки по формуле (2). Результаты занесены в таблицу 3.

$$\Delta X = \frac{X}{2m} = \frac{\lambda}{d_c} L \quad (2)$$

Таблица 3: Измерение периода решеток по спектру на удаленном экране

номер сетки	$X, \text{мм}$	$m$	$d_c, \text{мкм}$
1, низ	145	2	$11.5 \pm 0.1$
1, верх	145	2	$11.5 \pm 0.1$
2, низ	147	5	$28.4 \pm 0.2$
2, верх	147	5	$28.4 \pm 0.2$
3, низ	72	5	$58.0 \pm 0.1$
3, верх	72	5	$58.0 \pm 0.1$

Можно утверждать, что верхние и нижние сетки для каждого номера одинаковы, так как дают одинаковый спектр. Далее будут проводится измерения лишь для верхних сеток. Теперь проведем измерения периода решеток другим способом. Для этого соберем схему, представленную на рис. 5. Здесь линза  $L_2$  совершает прямое преобразование Фурье, а линза  $L_3$  дает на экране увеличенное изображение спектра. Проведем измерения, аналогичные предыдущим, а также рассчитаем период решетки по формуле (3) и занесем занесем в таблицу 4.

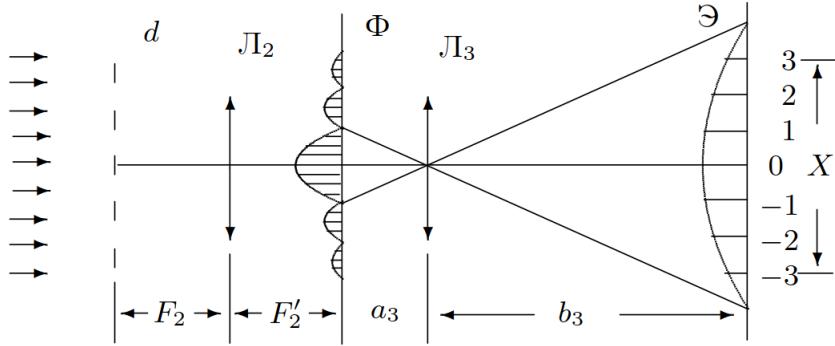


Рис. 5: Схема установки для определения периода решетки по увеличенному изображению спектра

$$\Delta X = \frac{X}{\Gamma_3} = \frac{\lambda}{d_{\text{л}}} F_2 \quad (3)$$

Здесь  $F_2 = 11$  см — фокусное расстояние линзы,  $\Gamma_3 = 3.5 \pm 0.5$  — увеличение линзы  $L_3$ ,  $\Delta X$  — расстояние между максимумом.

Таблица 4: Измерение периода решеток по увеличенному изображению спектра

номер сетки	$X$ , мм	$m$	$d_{\text{л}}$ , мкм
1	341	1	$11.1 \pm 2.2$
2	257	2	$29.5 \pm 3.1$
3	180	3	$63.3 \pm 4.4$

**Мультилицирование** соберем схему согласно рис. 6. Для этого снова поставим щель вплотную к окну лазера и найдем на экране резкое изображение щели с помощью линзы  $L_2$ . Затем расположим в фокальной плоскости линзы  $L_2$  кассету с решетками. Подберем ширину щели так, чтобы на экране можно было наблюдать мультилицированное изображение для всех сеток. Снимем зависимость расстояния между удаленными изображениями  $Y$  и числа промежутков между изображениями  $K$  от номера сетки. Рассчитаем величину  $\Delta y = \Delta Y / \Gamma_2$ , где  $\Gamma_2 = 10.4$  и  $\Delta Y = Y / K$ . Результаты представлены в таблице 5.

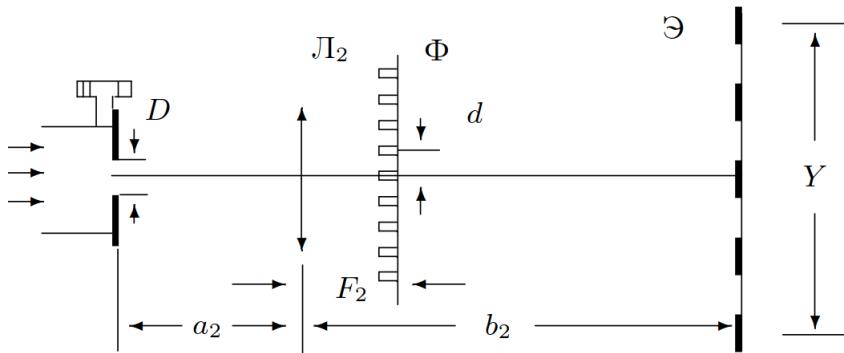


Рис. 6: Схема установки для изучения мультилицирования

Таблица 5: Зависимость расстояния между удаленными изображениями от числе промежутков при мультилиплицировании

номер сетки	$Y$ , мм	$K$	$\Delta Y$ , мм	$\Delta y$ , мм
1	119	2	59.5	5.7
2	118	5	23.6	2.3
3	70	6	11.7	1.3

Построим график зависимости  $\Delta y$  от  $1/d_c$ . Он изображен на рис. 7. Эта зависимость должны быть линейной, поскольку

$$\frac{\lambda}{\Delta y} F_2 = d_c \quad (4)$$

Это соотношение вытекает из того, что «фиктивная» решетка, изображение которой мы будто бы видим на экране, расположена в фокусе линзы, значит

$$\frac{\Delta y}{F_2} = \frac{\Omega}{k} = \frac{2\pi/d_c}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{d_c}$$

Из графика получаем коэффициент наклона  $k = 0.0637$  мм<sup>2</sup>, в то время как теоретическое значение составляет  $\lambda F_2 = 0.0696$  мм<sup>2</sup>. При этом зависимость действительно линейна.

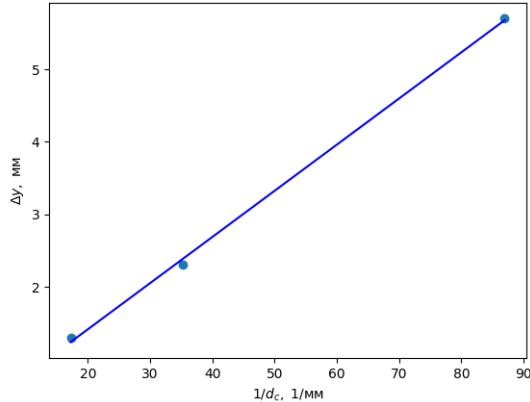


Рис. 7: Зависимость  $\Delta y$  от  $1/d_c$

**Влияние щелевой диафрагмы на изображение сетки** поставим сетку вплотную к окну лазера и с помощью линзы получим четкое изображение сетки на экране. Затем поставим в фокальную плоскость линзы щель и пронаблюдаем, что получится при горизонтальной, вертикальной ориентации щели, а также при расположении щели под углом 45° к горизонту. Полученные изображения представлены на рис. 8 Картинам для горизонтальной и вертикальной отличаются только ориентацией полос, в то время как картина для щели повернутой под 45° к горизонту отличается еще и периодом. Это связано с тем, что при повороте на 45° расстояние между максимумами, пропускаемыми щелью, возрастает, а значит период дифракционной картины должен убывать, так как можно считать, что линза совершает преобразование Фурье, образ которого имеет тем меньший период, чем больше период прообраза.

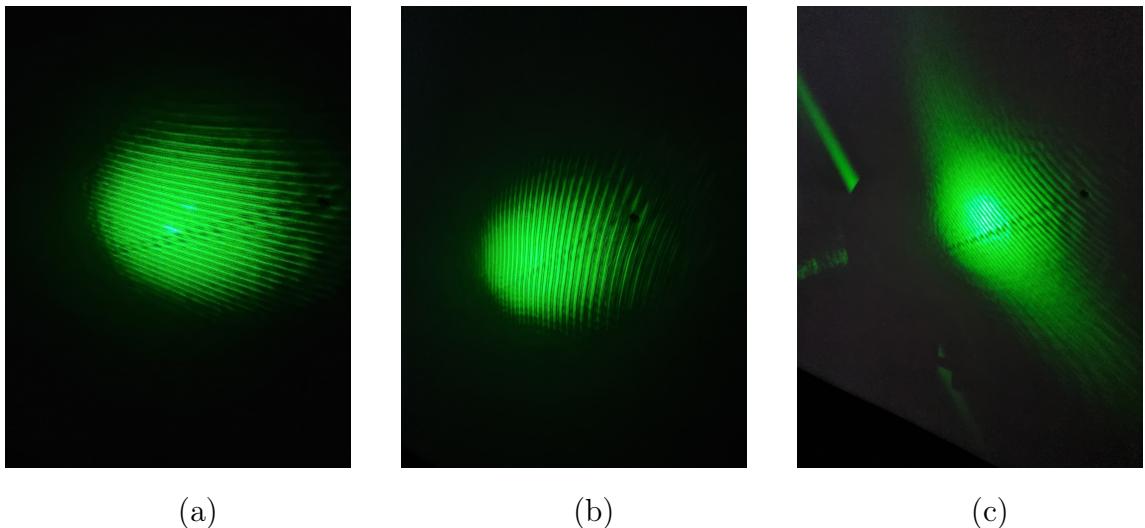


Рис. 8: (а) — вертикально ориентированная щель (б) — горизонтально ориентированная щель (с) — щель, ориентированная под  $45^\circ$  к горизонту

## Вывод

В работе измерялась ширина щели несколькими способами: по увеличенному изображению и по ее спектру. Результаты этих измерений представлены на рис. 4. Зависимость, полученная каждым из способов является линейной, но различаются коэффициенты наклона соответствующих прямых, равные соответственно 1.02 и 0.71 для измерений по спектру и увеличенному изображению. Теоретически, коэффициент наклона данной прямой должен быть равен 1, поскольку это зависимость ширины измеренной ширины щели от реальной ширины щели. Наибольшую погрешность в результат вносят неточности измерения длин и увеличения линзы.

Также несколькими способами были измерены периоды решеток

- при измерении периода решеток по спектру на удаленном экране получены значения  $d_1 = 11.5 \pm 0.1$  мкм,  $d_2 = 28.4 \pm 0.2$  мкм,  $d_3 = 58.0 \pm 0.1$  мкм.
- при измерении периода решеток по увеличенному изображению спектра получены значения  $d_1 = 11.1 \pm 2.2$  мкм,  $d_2 = 29.5 \pm 3.1$  мкм,  $d_3 = 63.3 \pm 4.4$  мкм.

Различие в полученных значениях в основном объясняется неточностью измерения расстояний, и как следствие неточностью измерения увеличения линзы.

Было проделано мультилипликация изображения линзы и проверена зависимость (4). Экспериментально полученная зависимость, представленная на рис. 7, является линейной с коэффициентом  $k = 0.0637$  мм<sup>2</sup>, в то время как теоретическое значение составляет  $\lambda F_2 = 0.0696$  мм<sup>2</sup>. Можем считать, что теоретическая зависимость подтверждена, поскольку зависимость на рис. 7 построена всего по 3 точкам, а потому может быть достаточно неточной. Также на результат влияет неточность измерения длин, а значит и  $\Delta y$ , как и во всех прочих частях эксперимента.