МОСКОВСКОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Управление и моделирование систем»

Предмет «Формализованные модели и методы решения аналитических задач»

Домашняя работа №3 на тему «Лексикографические методы оптимизации. Метод последовательных уступок»

Ф.И.О. студента: Васильев А.В.
Группа БКБО-01-13
Шифр студента 130097
Курс 4
Подпись студента ____________

Ф.И.О. преподавателя Серов В.А.
Подпись преподавателя ____________
Дата__________

Москва, 2016 г.

Встречаются случаи, когда пользователь готов на некоторое снижение величин более важных критериев, чтобы повысить величину менее важных. В таких ситуациях можно воспользоваться методом уступок. Идею этого метода можно изложить следующим образом.

Метод последовательных уступок. Согласно этому методу локальные критерии предварительно ранжируются по важности. Затем ищется наилучшее решение по наиболее важному критерию. На следующем шаге ищется решение наилучшее по следующему по важности критерию, причем допускается потеря в значении первого критерия не более чем на некоторую обусловленную величину, т.е. делается уступка по первому критерию. На третьем шаге оптимизируется решение по третьему критерию, при заданных уступках по первому и второму и т.д., пока не будет рассмотрен последний по важности критерий. При решении многокритериальных задач методом последовательных уступок вначале нужно определить важность частных критериев, т.е. расположить частные критерии в порядке убывания важности. Таким образом, главным считается критерий F_1 , менее важным $F_2, \ldots , F_m$. Минимизируется первый по важности критерий и определяется его наименьшее значение $F_{1\ min}$. Затем назначается величина допустимого снижения уступки δ критерия F_1 и ищется наименьшее значение критерия F_2 при условии, что значение F1 должно быть не больше, чем $F_{1\ min}+\delta$. Снова назначается уступка δ, но уже по второму критерию, которая вместе с первой используется при нахождении условного минимума F_3 и т.д. Наконец, минимизируется последний по важности критерий F_m при условии, что значения каждого критерия δ_i из m-1 предыдущих должны быть не больше соответствующей величины $F_{i\ min}+\delta_i$.Получаемое в итоге решение считается оптимальным.

Алгоритм.

1) Ранжирование функций по важности

$$F_1(X) \succ F_2(X) \succ \cdots \succ F_m(X)$$

2) Назначаются величины уступок $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_{m-1}$

$$f_1(X) \to \max, X \in D => f_1^* = f_1(X^{*1})$$

3) Назначается уступка δ_1 по $f_1(X)$

$$f_2(X) \to max, X \in D_2 => f_2^* = f_2(X^{*2})$$

$$D_2\colon\begin{cases} X \in D \\ f_1(X) \geq f_1^* - \delta_1 \end{cases}$$

4) Назначается уступка δ_2 по $f_2(X)$

$$f_3(X) \to max, X \in D_3 => f_3^* = f_3(X^{*3})$$

$$D_3\colon\begin{cases} X \in D \\ f_1(X) \geq f_1^* - \delta_1 \\ f_2(X) \geq f_2^* - \delta_2 \end{cases}$$

m) Назначается уступка δ_m по $f_m(X)$

$$f_m(X) \to max, X \in D_m => \ f_m^* = f_m(X^{*m})$$

$$D_m: \begin{cases} X \in D \\ f_1(X) \geq f_1^* - \delta_1 \\ f_2(X) \geq f_2^* - \delta_2 \\ .. \\ f_{m-1}(X) \geq f_{m-1}^* - \delta_{m-1} \end{cases}$$

Полученное решение X^{*m}*считается оптимальным.*

Задание

Вариант 5.

Решить задачу многокритериальной оптимизации методом последовательных уступок.

$$f_1(X) = x_1 + x_2 \to max$$
$$f_2(X) = \ -3x_1 + x_2 \to max$$
$$f_3(X) = x_1 - 3x_2 \to max$$

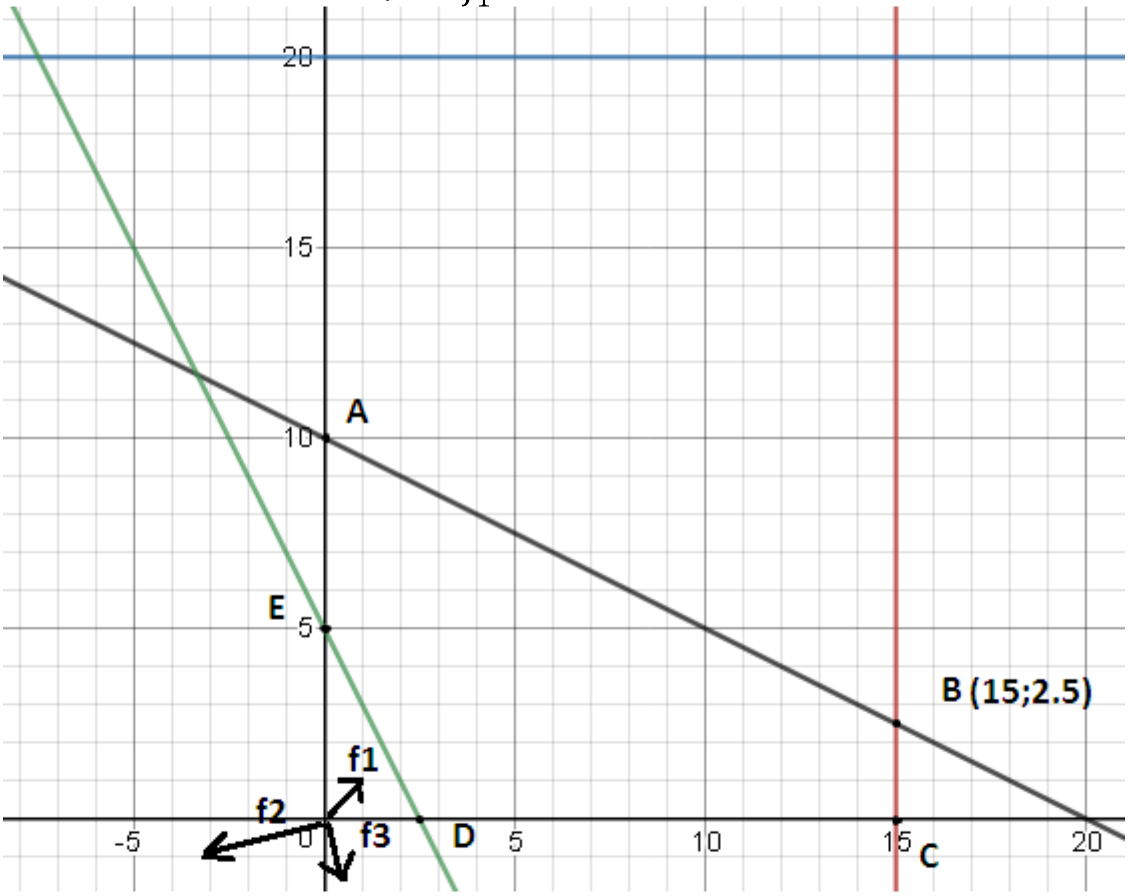
При ограничениях

$$D: \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 15 \\ 0 \leq x_2 \leq 20 \end{cases}$$

$$f_1(X) \succ f_2(X) \succ f_3(X)$$
$$\delta_1 = 2; \ \delta_2 = 1; \ \delta_3 = 15.$$

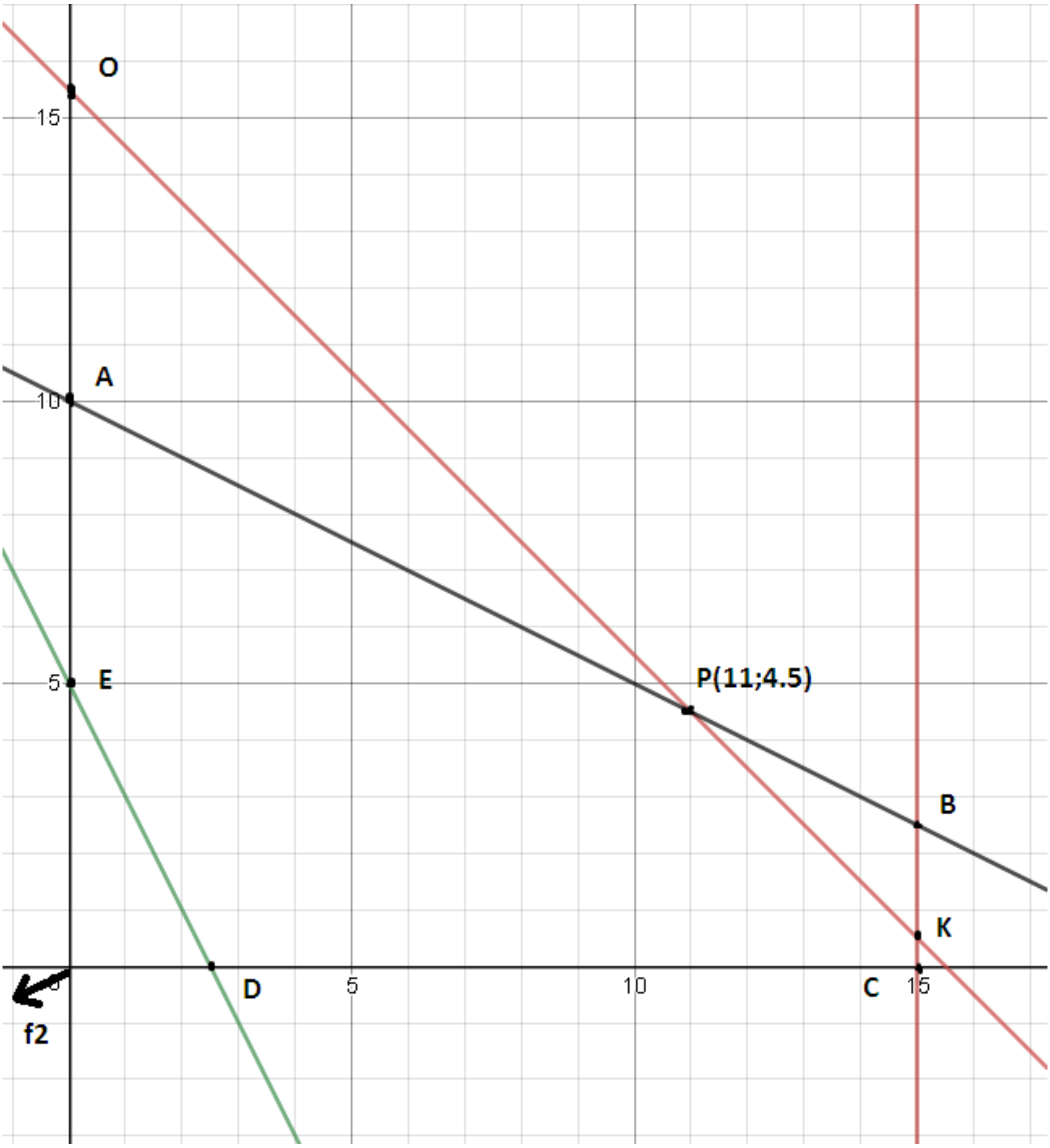
Решение

1. $f_1(X) \to max, X \in D$ $\begin{cases} \text{т.} B(15; 2.5) = X^{*1} \\ f_1^* = 17.5 \end{cases}$



2. $f_2(X) \to max, X \in D_2 \begin{cases} \text{т.} P(11; 4.5) = X^{*2} \\ f_2^* = -28.5 \end{cases}$

$$D_2 : \begin{cases} X \in D \\ f_1(X) \geq 17.5 - 2 \geq 15.5 \end{cases}$$



$$f_3(X) \to max, X \in D_3 \; => \begin{cases} \text{т.} \, M(11.25; 4.25) = X^{*3} \\ f_3^* = \; -1.5 \end{cases}$$

3.

$$D_3: \begin{cases} X \in D \\ f_1(X) \leq 15.5 \\ f_2(X) \leq -28.5 - 1 \leq -29.5 \end{cases}$$

Ответ: $X^* = [11.25 \,, \; 4.25\,]^T -$ Оптимальное решение задачи

$$f_1 = 16; f_2 = -29.5; f_3 = -1.5$$