

1. 通过计算月球绕地球公转的向心加速度 ($\omega^2 r$ (m/s^2)), 验证万有引力平方反比定律. 月球绕地球公转周期 $T = 27.3$ 天, 月球绕地球公转的轨道半径 $r = 3.8 \times 10^8 m$

$$a = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

$$= 2.69 \times 10^{-3} m/s^2$$

已知 $g = 9.8 m/s^2$

$$r = 60R$$

$$a = \frac{g}{3600}$$

验证: $a = k \frac{M}{r^2}$

$$g = k \frac{M}{R^2}$$

$$\frac{a}{g} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{1}{3600}$$

2. 用海森堡不确定关系估算原子核内传递强相互作用粒子的质量, 已知原子核半径约 $10^{-15} m$.

海森堡不确定原理: $\Delta t \cdot \Delta E = \frac{h}{4\pi}$

质能方程: $\Delta E = \Delta mc^2$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$$

$$m = \frac{h}{\Delta x \times c \times 4\pi}$$

$$= 1.76 \times 10^{-28} kg$$

3. 借助热运动破坏 $200 kJ/mol$ 强度的化学键需要多高的环境温度, 借助光的话需要波长多少的光子?

假设 $1 mol$ 键

$$E = 200 \times 10^3 J$$

$$E = RT$$

$$T = \frac{E}{R}$$

$$= 24055.81 K$$

$$E = \frac{N_A h c}{\lambda}$$

$$\lambda = 598.3 nm$$

4. 生命蛋白质组中的酸性氨基酸 (D, E) 和碱性氨基酸 (K, R, H) 应该处于电荷平衡的状态, 已知某物种蛋白质组的残基组成如下: A(7.2%), C(1.9%), D(4.5%), E(5.6%), F(4.6%), G(6.4%), H(2.6%), I(5.5%), K(5.0%), L(11.0%), M(2.9%), N(4.0%), P(5.3%), Q(3.9%), R(4.6%), S(7.7%), T(6.0%), V(6.3%), W(1.7%), Y(3.1%), 请估算该蛋白质组中组氨酸有多大几率处于带正电荷的状态?

$$\text{酸性氨基酸 } D, E \quad 4.5\% + 5.6\% = 10.1\%$$

$$\text{碱性氨基酸 } K, R \quad 5.0\% + 4.6\% = 9.6\%$$

其他氨基酸呈电中性, 正负电荷相等, 电荷平衡

$$\text{正电的 } H \text{ 占比 } 10.1\% - 9.6\% = 0.5\%$$

$$p = \frac{0.5\%}{2.6\%} = 19.23\%$$

5. 蛋白质的去折叠过程复合化学反应过渡态理论和 *Arrhenius* 方程. 该过程一般极为漫长, 以朊病毒蛋白(PrP^C , 克雅氏症, 疯牛病等的治病因子) 为例, 其去折叠过程平均需要 200 年的时间, 因此 PcP^C 在人类寿命范围内可以保持正常结构, 并不致病. 但 PrP^C 的家族性突变($E200K$) 可以使去折叠过程的过渡态势垒(E_a) 降低 1.0 kcal/mol , 请回答下面两个问题:

1. 该家族性突变将使 PrP^C 的去折叠速率提高多少倍? ($T = 37^\circ \text{C}$)
2. 如何解释带有该突变的家族具有巨大的患病风险?

已知 *Arrhenius* 方程:

$$k = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$$

$$R = 1.987 \text{ cal/mol} \cdot K$$

$$k_1 = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$$

$$k_2 = Ae^{-\frac{E_a-1}{RT}}$$

$$1. \quad = Ae^{-\frac{E_a}{RT}} \cdot e^{\frac{1}{RT}}$$

$$k_2 = 5.070k_1$$

提高 5.070 倍

2. 去折叠过程缩短为 40 年, 小于人类平均寿命, 提高了人类患病的风险

6. Na^+ , K^+ - ATP 酶在生命活动中有重要作用, 每消耗 $1 \text{ mol } ATP$, 逆化学梯度泵出 $3 \text{ mol } Na^+$ (需要消耗 5.56 kcal 自由能), 泵入 $2 \text{ mol } K^+$ (需消耗 3.77 kcal 自由能). 请计算正常体温 (37°C) 下红细胞膜上 Na^+ , K^+ - ATP 酶水解 $1 \text{ mol } ATP$ 产生的自由能. 并判断上述转运过程能否自发进行.

已知稳态时红细胞内 ATP 浓度为 1.5 mM , ADP 和 P_i 的浓度都是 0.3 mM

$$ATP \text{ 水解的 } \Delta G_0 = -7.3 \text{ kcal/mol}$$

$$\Delta G = \Delta G_0 + RT \ln \left(\frac{[ADP] \times [P_i]}{[ATP]} \right)$$

$$R = 1.987 \text{ cal/mol} \cdot K$$

$$\begin{aligned}\Delta G_1 &= 5.56 + 3.77 \text{ kcal/mol} \\ &= 9.33 \text{ kcal/mol}\end{aligned}$$

ATP 水解：

$$\begin{aligned}\Delta G_2 &= \Delta G_0 + RT \ln \left(\frac{[ADP] \times [Pi]}{[ATP]} \right) \\ &= -7.3 + 1.987 \times (273.15 + 37) \times \ln \left(\frac{0.3 \times 10^{-3} \times 0.3 \times 10^{-3}}{1.5 \times 10^{-3}} \right) \text{ kcal/mol} \\ &= -13.29 \text{ kcal/mol} \\ \Delta G &= \Delta G_1 + \Delta G_2 \\ &= -3.96 \text{ kcal/mol} < \\ &\text{可以自发进行}\end{aligned}$$

7. 已知葡萄酒中所含花青素在 546 nm 的摩尔消光系数

$\varepsilon = 2.5 \times 10^4 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{M}^{-1}$, 花青素分子量约为 300 Da, 葡萄酒稀释 100 倍后在 1 cm 的吸收池中吸光度 (A) 为 0.5, 根据 Lambert – Beer 定律计算 1000 mL 的葡萄酒中含多少花青素.

$$\begin{aligned}A &= \varepsilon \cdot c \cdot d \\ c &= 100 \times \frac{A}{\varepsilon \cdot d} \\ &= 2 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \\ m &= 300 \times 2 \times 10^{-3} \text{ g} \\ &= 0.6 \text{ g}\end{aligned}$$

8. 已知地球大气质量约为 5.3×10^{15} 吨, 期中氧气占 21%, 试估算地球的生物碳总量. 已知地球表面生物质越 5.5×10^{11} 吨, 试估算埋藏的有机碳的总量

$$\begin{aligned}m_{O_2} &= m_{atm} \times 21\% \\ &= 1.113 \times 10^{15} \text{ t} \\ \text{由光合作用: } 6O_2 &\sim C_6H_{12}O_6 \\ n_{O_2} &= n_C \\ m_C &= 4.17 \times 10^{14} \text{ t} \\ m_{埋} &= m_C - m_{表} \\ &= 4.1645 \times 10^{14} \text{ t}\end{aligned}$$

9. 计算 Menger 海绵维数

线度扩大 3 倍后舍去体心和六个面面心的 7 个小正方体

$$\begin{aligned}b &= 27 - 7 = 20 \\ D &= \frac{\log b}{\log a} = \log 3^{20} = 2.73\end{aligned}$$

10. 已知某物种蛋白质组的残基组成如下: $A(7.2\%)$, $C(1.9\%)$, $D(4.5\%)$, $E(5.6\%)$, $F(4.6\%)$, $G(6.4\%)$, $H(2.6\%)$, $I(5.5\%)$, $K(5.0\%)$, $L(11.0\%)$, $M(2.9\%)$, $N(4.0\%)$, $P(5.3\%)$, $Q(3.9\%)$, $R(4.6\%)$, $S(7.7\%)$, $T(6.0\%)$, $V(6.3\%)$, $W(1.7\%)$, $Y(3.1\%)$, 请计算

1. 该物种单个残基包含的信息量

$$\begin{aligned} I &= - \sum P_k \log_2 P_k \\ &= -(0.072 \times \log_2 0.072 + \cdots + 0.017 \log_2 0.017) \\ &= 4.188 \text{ bit} \end{aligned}$$

2. 一条由200个残基组成的蛋白质序列的信息量

$$I_{\text{总}} = 200I = 837.6 \text{ bit}$$