

# 系统生物学作业

生信 2001 张子栋 2020317210101

正自身调节对于响应时间有怎样的影响? 用以下线性方程的模型:

$$\frac{dX}{dt} = \beta + \beta_1 X - \alpha X$$

式中,  $\beta_1 < \alpha$ 。解释其中的每一项, 并求解响应时间。在什么时候这种设计是生物学上有用的? 当  $\beta_1 > \alpha$  时又会怎样?

解:

- $\beta$  是蛋白 X 在其他转录因子作用下的生成速率。
- $\beta_1 X$  是蛋白 X 受其自身激活作用下的生成速率, 与 X 的浓度成正比。
- $-\alpha X$  是蛋白 X 的降解速率, 与 X 的浓度成正比。

令:

$$\frac{dX}{dt} = \beta + \beta_1 X - \alpha X = 0$$

解得稳态浓度:

$$X_{\text{steady state}} = \frac{\beta}{\alpha - \beta_1}$$

X 浓度随时间变化函数为:

$$X(t) = \frac{\beta}{\alpha - \beta_1} \left( 1 - e^{(\beta_1 - \alpha)t} \right)$$

根据上式, 解得响应时间:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\alpha - \beta_1}$$

当  $\beta_1 < \alpha$  时, 系统是稳定的。在这种情况下, 正反馈对 X 的影响小于负反馈对 X 的影响。因此, 当 X 偏离其平衡点时, 负反馈会使 X 回到平衡点。这种设计在生物学上是有用的, 因为它可以帮助生物体维持内部环境的稳定性。

当  $\beta_1 > \alpha$  时, 系统是不稳定的。在这种情况下, 正反馈对 X 的影响大于负反馈对 X 的影响。因此, 当 X 偏离其平衡点时, 正反馈会使 X 进一步偏离平衡点。