数学建模

浙江大学数学系　谈之奕

tanzy@zju.edu.cn

数学建模概论

数学应用

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

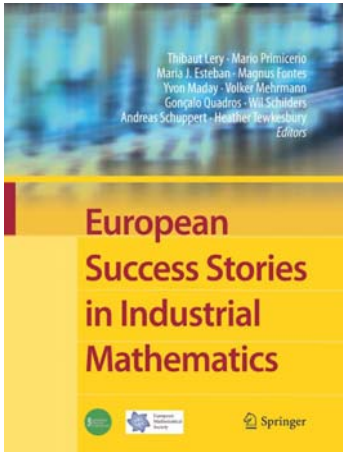
- 数学在科学、技术和社会中的作用

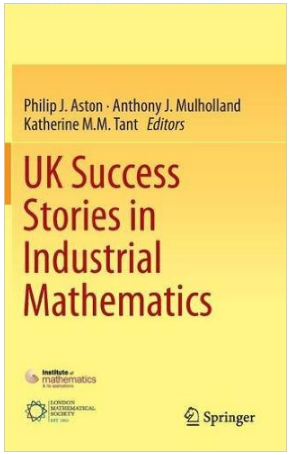
万有引力定律

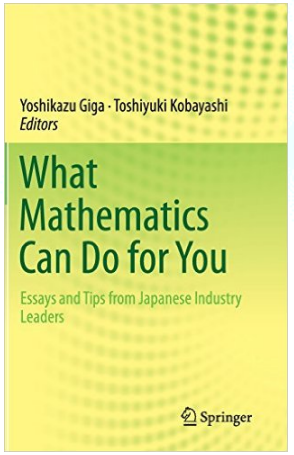
基因测序

选举理论

计算机　大数据







Lery, T., Primicerio, M., Esteban, M. J., Fontes, M., Maday, Y., Mehrmann, V., Quadros, G., Schilders, W., Schuppert, A., Tewkesbury, H., (Eds.) *European success stories in industrial mathematics*. Springer, 2011.

Aston, P. J., Mulholland, A. J., Tant, K. M. M. (Eds.). *UK success stories in industrial mathematics*. Springer, 2016.

Giga, Y., Kobayashi, T., (Eds.). *What Mathematics Can Do for You*. Springer, 2013.

数学应用

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- “数学用不上”?
  - 太专业、太抽象
  - 不理解、不信任
  - 脱离实际、排斥合作
  - 无能为力、无从入手

任. 正如著名数学家 G. B. Dantzig 说的：“对于几乎从来未接触过应用方面的问题，只有纯粹数学背景的人来说，要他懂得如何用数学术语表述一个现实世界的问题，差不多是不可能的. 解决现实问题就更难了.” 后来中国的实践也证明，纯粹数学家大

——转引自《华罗庚的数学生涯》

秘密共享

- 秘密共享规定：一保险柜内存有秘密文件，相关5人中有3人及以上在场才能打开
- 保险柜上安装多把锁，每人拥有部分锁的钥匙
- 在保险柜上安装10把锁，每把锁配发3把钥匙，每人手中有6把锁的钥匙
  - 任取3列，必有任何锁的钥匙
  - 任取2列，必缺一把锁的钥匙

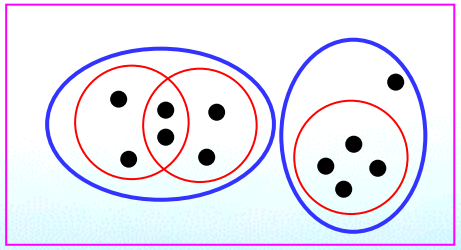
	A	B	C	D	E	
1			√	√	√	AB
2		√		√	√	AC
3		√	√		√	AD
4		√	√	√		AE
5	√			√	√	BC
6	√		√		√	BD
7	√		√	√		BE
8	√	√			√	CD
9	√	√		√		CE
10	√	√	√			DE

秘密共享

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- “少数”与“多数”
  - 设相关人共有 $2n+1$ 个，任意 n 个组成的“少数”团体不能打开保险柜，任意 $n+1$ 个组成的“多数”团体可以打开保险柜
  - 两个不同的“少数”团体联合可成为多数团体
  - 任一“少数”团体和不属该团体的任一人联合可成为多数团体
- 保险柜上至少需要 $\binom{2n+1}{n}$ 把锁　　$\binom{11}{5}=462$
  - 任一“少数”团体至少有一把锁不能打开
  - 任意两个“少数”团体打不开的锁各不相同
- 每个人至少需要 $\binom{2n}{n}$ 把钥匙　　$\binom{10}{5}=252$
  - 每个人需拥有他所不属于的所有“少数”团体所打不开的锁的钥匙



Example 1-11 Eleven scientists are working on a secret project. They wish to lock up the documents in a cabinet such that the cabinet can be opened if and only if six or more of the scientists are present. What is the smallest number of locks needed? What is the smallest number of keys to the locks each scientist must carry? To answer

Liu, C.L. *Introduction to Combinatorial Mathematics*. McGraw-Hill, 1968.

秘密共享

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- **Shamir秘密共享机制**
  - 一保险柜的开启密码为整数 X，规定当且仅当相关的 n 个人中有 k 个或以上在场方可开启
  - 随机选择 $k-1$ 个整数 $x_1, x_2, \cdots, x_{k-1}$ 和 n 个互不相同的整数 $c_1, c_2, \cdots, c_n$。计算

$$b_i = f(c_i) = X + c_i x_1 + c_i^2 x_2 + \cdots + c_i^{k-1} x_{k-1}, \ i = 1, \cdots, n$$

  - 将数 c_i 和 b_i 告知第 i 人

Adi Shamir（1952- ）
以色列密码学家
2002年图灵奖得主
2008年以色列奖得主
RSA密码体制发明人之一

Shamir A. How to share a secret. *Communications of the ACM*, 1979, 22(11): 612-613.

秘密共享

- 由若干 c_i 与 b_i 值求 X
  - 若有 k 人在场，线性方程组有唯一解
    - 系数矩阵为 $\begin{pmatrix} 1 & c_1 & c_1^2 & \cdots & c_1^{k-1} \\ 1 & c_2 & c_2^2 & \cdots & c_2^{k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & c_{k-1} & c_{k-1}^2 & \cdots & c_{k-1}^{k-1} \\ 1 & c_k & c_k^2 & \cdots & c_k^{k-1} \end{pmatrix}$

Vandermonde行列式

$$\prod_{1\le i<j\le n}(c_j - c_i) \neq 0$$

  - 若在场人数小于 k，系数矩阵行数小于列数，线性方程组有无穷多组解，无法得到 X 值

$$b_i = X + c_i x_1 + c_i^{\,2} x_2 + \cdots + c_i^{\,k-1} x_{k-1},\ i = 1, 2, \cdots n$$

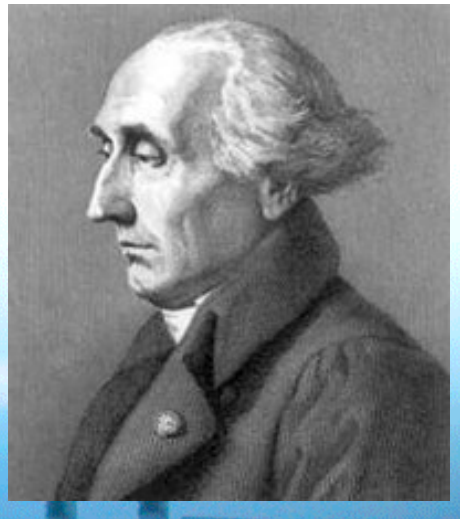
秘密共享

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 若 $k-1$ 次多项式 $f(c)=X+x_1c+x_2c^2+\cdots+x_{k-1}c^{k-1}$ 经过点 $(c_i, f(c_i)), i=1,2,\cdots,k$，则 $f(c)=\sum_{i=1}^{k} f(c_i)\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k}\frac{c-c_j}{c_i-c_j}$
  - $X=f(0)=\sum_{i=1}^{k} f(c_i)\prod_{j\neq i}\frac{c_j}{c_j-c_i}$
  - 计算在有限域 $\mathbb{Z}_p$ 内进行

Lagrange插值



Joseph-Louis Lagrange
（1736-1813）
法国数学家、物理学家

范德蒙其实是一个土生土长的法国人，从他的姓名上看不太出来。1770年11月他正好35岁，在巴黎法国科学院[2]宣读了一篇论文，随后他又在该科学院宣读了三篇文章（1771年他入选该科学院）。这四篇论文就是他的全部数学成果。他的主要兴趣好像是音乐，《科学传记辞典》中记载："据说，当时，音乐家认为范德蒙是一名数学家，而数学家又认为他是一名音乐家。"

范德蒙因以他的名字命名的行列式而广为人知（我将在后面介绍行列式），然而行列式实际上并没有在他的论文中出现，把这功劳归于他似乎是一个误解。总之，范德蒙是一个古怪又有点儿神秘色彩的人物，就

——摘自《代数的历史——人类对未知量的不舍追踪 》

NIM

- **NIM游戏**
  - 现有 n 堆硬币，每堆有一定数量的硬币
  - 甲、乙两人轮流取硬币，甲先取。每次只能从其中一堆中取，每次取至少一枚
  - 取到最后一枚硬币的一方获胜

	甲	乙	甲	乙	甲	乙	甲	乙
2	2	2	2	2	2	2	1	0
12	12	6	6	6	1	1	1	1
13	13	13	7	0	0	0	0	0
21	3	3	3	3	3	0	0	0

Bouton CL. Nim, a game with a complete mathematical theory. *Annals of Mathematics*, 3: 35-39, 1901.

NIM

- 安全与不安全
  - 将每堆硬币数表示为二进制。若它们每一位上数字之和为**0**，则当前局势为安全的，否则为不安全
  - 若当前局势安全，对任意取法，局势变为不安全
    - 在某堆硬币中取，该堆硬币数的二进制表示中至少有一位数字有变化
  - 若当前局势不安全，存在一种取法，局势变为安全
    - 按自左至右的顺序确定第一个数字之和不为**0**的位，寻找该位数字为**1**的堆，从该堆中取走若干枚使得局势变为安全

若当前至少有两堆硬币，则当前取的一方不可能取胜

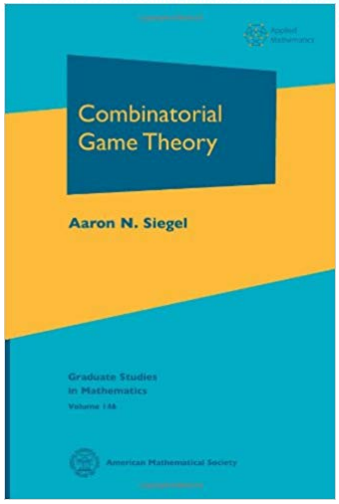
	乙胜			甲胜		
	1		2	2	1	
	1		2	1	1	
2	10		2	10		
12	1100		12	1100		
13	1101		13	1101		
21	10101		3	11		
	10110			0000		

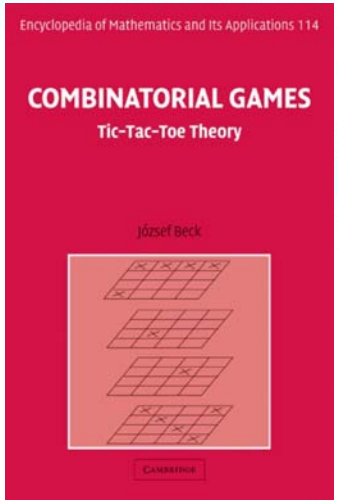
NIM

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 必胜策略
  - 若初始局势为不安全的，先手方存在必胜策略
  - 若初始局势为安全的，后手方存在必胜策略
- **NIM** k
  - 每次只能从不超过 k 堆中取，每次取至少一枚，取到最后一枚硬币的一方获胜





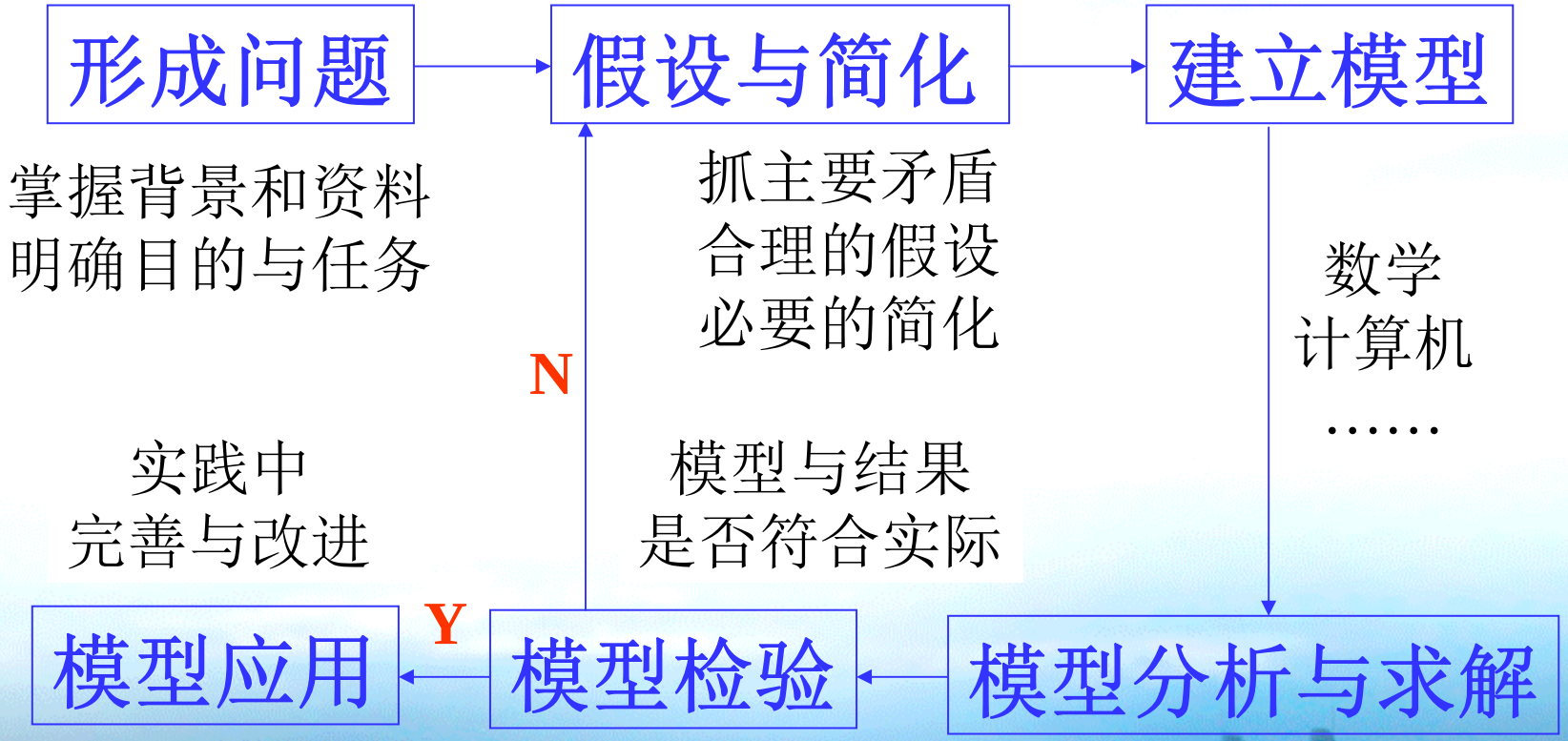
Siegel AN. Combinatorial Game Theory. *American Mathematical Society*, 2013

Beck J, Beck J. Combinatorial Games: Tic-tac-toe Theory. *Cambridge University Press*, 2008.

数学模型

- 数学模型是实际问题与数学理论之间的桥梁
  - 模型是对于现实世界的事物、现象、过程和系统的简化描述，或其部分属性的模仿
  - 数学模型（**Mathematical Model**）是针对现实世界的特定对象，为了特定目的，根据特有的内在规律，做出一些必要的简化假设，选用适当的数学工具，得到的一种数学结构
- 建立数学模型的过程，即为数学建模（**Mathematical Modeling**）

数学建模的主要步骤


形成问题
假设与简化
建立模型
掌握背景和资料
明确目的与任务
抓主要矛盾
合理的假设
必要的简化
数学
计算机
……
N
实践中
完善与改进
模型与结果
是否符合实际
Y
模型应用
模型检验
模型分析与求解

数学应用

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

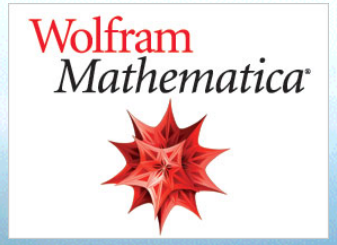
- 数学建模所需的能力
  - 通过交流和查阅文献，归纳、抽象问题的能力
  - 用数学表述、分析与求解问题的能力
  - 使用计算机和数学软件等工具的能力
  - 用语言和文字描述成果，推广应用模型的能力
- 应用数学研究的特点
  - 以实际效果为衡量标准，重视理论指导作用
  - 充分利用已有成果，创造性地为我所用
  - 允许“不严格”，避免不正确
  - 多学科协作，团队攻关

数学基础

- 数学基础（微积分、线性代数、概率论与数理统计、微分方程）
- 微分方程
  - 增长、扩散、竞争
  - 偏微分方程模型
  - 简单控制问题
- 运筹学
  - 连续优化
  - 离散优化、图论
  - 博弈与决策
- 数值计算、反问题
- 随机数学模型
  - 随机过程
  - 排队论、库存论
- 工程技术和经济社会中的数据分析与预测
- 综合评价与社会科学中的数学方法
- 计算机应用
  - 启发式算法
  - 模拟与仿真

数学软件

- 程序设计语言
- 综合性数学软件
  - **Mathematica**
  - **Matlab**
  - **Maple**
- 专业性数学软件
  - 统计
    - **R**
    - **SAS**
    - **SPSS**
  - 优化
    - **LINGO**
    - **CPLEX**

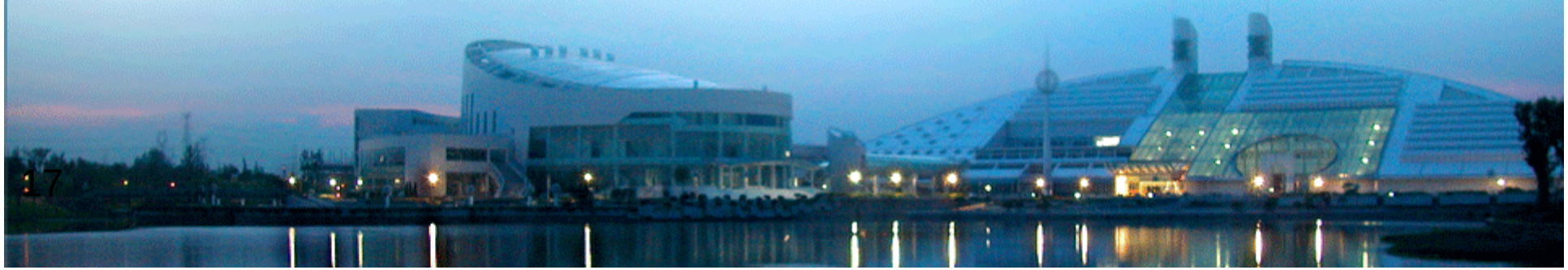


课程概况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 课程目的与任务
  - 讲授经典数学模型和应用数学方法
  - 介绍数学应用前沿成果，展现数学魅力
  - 培养应用数学知识解决实际问题的能力，加深对数学的理解
  - 通过研究性学习，开展初步科研训练与实践，提升创新能力，提高综合素质
- 学习重点与课程特点
  - 数学知识拾遗补缺，经典模型学习借鉴
  - 科研训练全过程，创新思维初体验
    - 提出问题、发展问题、思考问题、解决问题
  - 数学建模不属单一学科，课程综合性强而连贯性弱；不局限某一学科的数学建模
  - 难立竿见影、不包治百病、忌急功近利、勿依赖他人



课程概况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 改革探索
  - 内容、实践、评估
- 课堂讲授内容
  - 数学建模概述
  - 基本数学模型
  - 运筹与统计
  - 数学应用专题
- 课程作业和课外实践
  - 模型讨论、专题研究
  - 研究实践、课程论文
- 课程资料
  - 浙大云盘
- 期末笔试：开卷考试
  - “爱课程”网站 **http://www.icourses.cn/coursestatic/course_6795.html**
- **Email：tanzy@zju.edu.cn**

数模学习

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 数学建模创新中的问题
  - 无法跳出文献窠臼，亦步亦趋
  - 不顾实际情况，缺乏有效评估，生搬硬套已有方法
  - 能学会、能模仿，不能创造、发展
  - 回避问题本质、难点所在，满足于外围、常规、表面
- 参与数学建模学习和实践的建议
  - 不忘初心、积极投入、立足自身、有所作为
  - 脚踏实地、循序渐进、重视基础、结合专业
  - 加强学习、注重实践、增强能力、提升素养

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 目的
  - 了解研究现状
  - 熟悉现有方法
  - 寻求创新思路
- 种类
  - 教材专著
  - 期刊论文
  - 学位论文
  - 百科文萃
- 问题
  - 来源的权威性、完整性、时效性欠缺
    - 详细阅读引言、厘清发展脉络
    - 引证文献与被引文献双向检索
  - 参考文献依赖症
    - 脱离问题、照搬文献
    - 缺乏鉴别、盲目采信
    - 既未继承、也无创新
  - 文献引证不规范
    - 照抄文献原文、原图
    - 引而不注、回避关键文献

学位 期刊

双向检索

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 教材、专著
  - 大学数字图书馆国际合作计划
    http://www.cadal.zju.edu.cn

  - **Springer出版社电子书（2005年后出版）**
    https://link.springer.com/

SpringerLink

- 百科
  - **Encyclopedia Britannica Online**
  - **Wolfram MathWorld**
  - **Wikipedia**

ENCYCLOPÆDIA Britannica Online ACADEMIC EDITION

Wolfram MathWorld™ the web's most extensive mathematics resource

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 搜索引擎
  - **Google学术搜索（http://scholar.google**
- 文摘和评论数据库
  - **Web of Science（http://webofknowledge.com/）**
  - **MathSciNet（https://mathscinet.ams.org/）**

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 期刊全文数据库
  - **Springer（http://link.springer.com/）**
  - **ELSEVIER（http://www.sciencedirect.com/）**
  - **Wiley（http://onlinelibrary.wiley.com/）**
  - **Taylor & Francis（https://www.tandfonline.com/）**
  - **World Scientific（https://www.worldscientific.com/）**
  - **JSTOR（http://www.jstor.org/）**

文献查阅

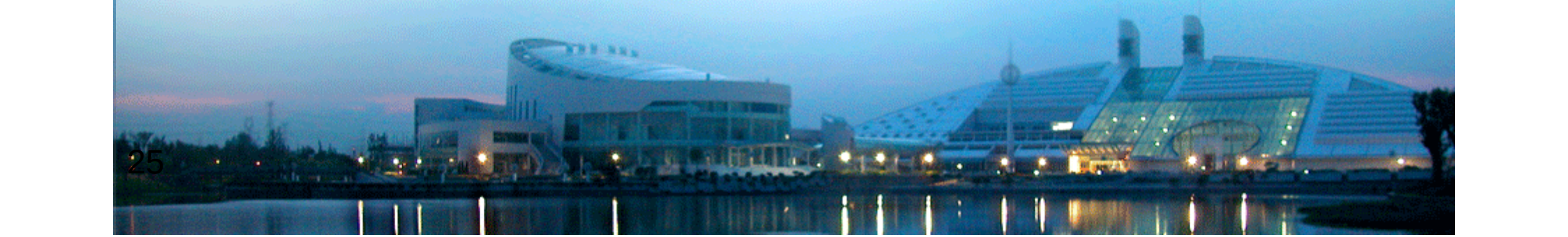
- 学会主办期刊
  - **IEEE（The Institute of Electrical and Electronics Engineers）（http://ieeexplore.ieee.org）**
  - **ACM（Association for Computing Machinery）（http://dl.acm.org/）**
  - **SIAM（The Society for Industrial and Applied Mathematics）（http://epubs.siam.org/）**
  - **INFORMS（ The Institute for Operations Research and the Management Sciences）（http://informsjournals.highwire.org/）**

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 大学出版社主办期刊
  - **Cambridge Journals（http://journals.cambridge.org）**
  - **Oxford Journals（https://academic.oup.com/journals/）**
  - **Project EUCLID（https://projecteuclid.org/）**



数学应用

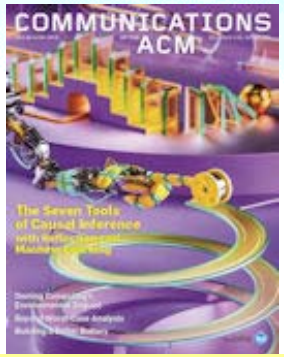
浙江大学 ZheJiang University

数学建模

[Notices of the America Mathematical Society]

[The American Mathematical Monthly]

[SIAM Review]

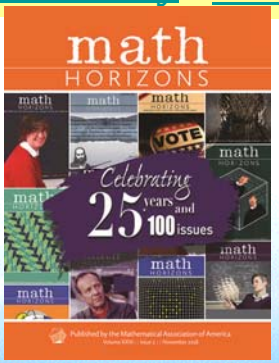


[Communications of the ACM]

[Operations Research]

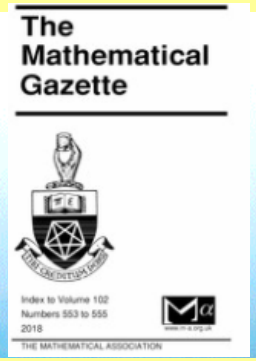
[The College Mathematics Journal]

[Mathematics Magazine]



[Math Horizons]

[The Mathematical Intelligencer]



[The Mathematical Gazette]

文献标注

- 参考文献（**Reference**）中列出的文献均应在正文中相应之处引用标注
  - **“对该问题，给出了A算法 [10]”（或“算法 [10]”）**
  - **“对该问题，给出了A算法(Zhang和Li, 2010)”**

    ((Zhang等, 2010)， (Zhang and Li, 2010)， (Zhang et al., 2010))
- 不需引用或标注的内容
  - 一般学习用教材与参考资料，不需作为参考文献。正文中引用文献中特定内容者除外
  - 常识性内容和通用性方法不需引用与标注。正文中大量引述文献中特定语句者除外

文献标注

- 文献标注的界别
  - “我们列出下面的微分方程”
    - 若该微分方程与文献中方程完全或实质相同，此处应引用该文献，并且文中不能用“我们”
    - 若该微分方程由作者根据实际问题自主给出，此处不需引用微分方程的教材，或包含其他微分方程建模的论文
    - 若该微分方程由作者根据文献中给出的相近问题的微分方程，结合实际问题给出，应在下文中指出该文献，并说明两者的联系和区别

文献标注

- 文献选择：优先选择直接文献、经典文献、权威期刊文献
  - **“Zhang和Li给出了该问题的XX算法”**
    - 此处应引用**Zhang**和**Li**的原文。若确实无法找到原文的题名信息，引用指出**Zhang**和**Li**结果的文献，并注明**“参见[10]”**
  - **“XX算法是求解此问题的有效算法”**
    - 此处可引用若干**XX**算法的经典文献，如提出**XX**算法的文献、综述，专述**XX**算法的教材等。如有前两类文献，一般不引用**XX**算法求解其他问题的文献
  - **“十多年来，对该问题已有大量的研究”**
    - 此处可引用对该问题研究的首篇论文，和若干有影响的论文、近年论文若干篇

文献查阅

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

Darts and hoopla board design

在引用文章中搜索

A statistician plays darts
RJ Tibshirani, A Price, J Taylor - Journal of the Royal Statistical ..., 2011 - Wiley Online Library
Summary. Darts is enjoyed both as a pub game and as a professional competitive activity. Yet most players aim for the highest scoring region of the board, regardless of their level of skill. By modelling a dart throw as a two-dimensional Gaussian random variable, we show
被引用次数：11 相关文章 所有 22 个版本 引用 保存

Enumeration of words by the sum of differences between adjacent letters
T Mansour - Discrete Mathematics and Theoretical Computer ..., 2009 - search.proquest.com
Abstract We consider the sum $ u $ of differences between adjacent letters of a word of $ n $

Darts and hoopla board design
SA Curtis - Information Processing Letters, 2004 - Elsevier
Dartboard design can be seen as an instance of the travelling salesman problem with maximum costs. This paper presents a simple yet optimal greedy algorithm to arrange numbers on both circular dartboards and linear hoopla boards. As a result, it identifies a
被引用次数：14 相关文章 所有 6 个版本 引用 保存

[PDF] Dartboard arrangements

引用

复制并粘贴一种已设定格式的引用方法，或利用其中一个链接导入到参考书目管理软件中。

GB/T 7714 Curtis S A. Darts and hoopla board design[J]. Information Processing Letters, 2004, 92(1): 53-56.

Google 学术搜索

Dartboard design

找到约 5,650 条结果 （用时0.07秒）

您是不是要找： *Dart Board* design

小提示： 只搜索**中文(简体)**结果，可在 学术搜索设置. 指定搜索语言

A combinatorial optimization problem arising in dartboard design
HA Eiselt, G Laporte - Journal of the Operational Research Society, 1991 - JSTOR
In this paper, the problem of optimally locating the numbers around a dartboard is investigated. The objective considered is risk maximization. Under different assumptions, the problem can be formulated as a travelling salesman problem, as a quadratic assignment
被引用次数：52 相关文章 所有 5 个版本 引用 保存 更多

Darts and hoopla board design
SA Curtis - Information Processing Letters, 2004 - Elsevier
... Abstract. Dartboard design can be seen as an instance of the travelling salesman problem with maximum costs. ... J. Combin., 8 (2) (2001), p. R4. [4]. HA Eiselt, G. Laporte. A combinatorial optimization problem arising in dartboard design. J. Oper. Res. Soc., 42 (2) (1991), pp. ...
被引用次数：14 相关文章 所有 6 个版本 引用 保存

Quadratic assignment problem and its relevance to the real world: a survey
RK Bhati, A Rasool - International Journal of Computer ..., 2014 - search.proquest.com
... the popular applications of QAP are hospital layout[19], backboard wiring problem[20], campus planning model[21], economic problems[22], decision framework[23], archaeology[24], statistical analysis[25], reaction chemistry[26], numerical analysis[27] and dartboard design[28 ...
被引用次数：7 相关文章 所有 5 个版本 引用 保存

文献查阅

Let $\mathcal{A}$ be the set of all permutations of $\{1, 2, \ldots, n\}$ and write

$$D_p(A) = \sum_{j=1}^{n} |i_j - i_{j+1}|^p,$$

where $A = (i_1, i_2, \ldots, i_n) \in \mathcal{A}$ and $i_{n+1} = i_1$. The problems may be given more generally as

$$L_p: \qquad \text{Find } \widehat{A} \in \mathcal{A} \text{ such that } D_p(\widehat{A}) = \max_{A \in \mathcal{A}} D_p(A).$$

For $p = 1$ and $p = 2$, the problem seems to have been discussed first by Selkirk [5]. He makes a number of assertions, all of which are correct but none of which are proved. The concentration of effort by the later writers suggests that the proofs are not as easy to obtain as Selkirk seems to imply. Eiselt and Laporte [2] formulate L_1 and L_2 in the context of a maximum-cost travelling salesman problem, and solve them using a branch-and-bound algorithm. They only consider the case $n = 20$. Everson and Bassom [3] give a direct solution of L_1, but do not consider L_2.

References

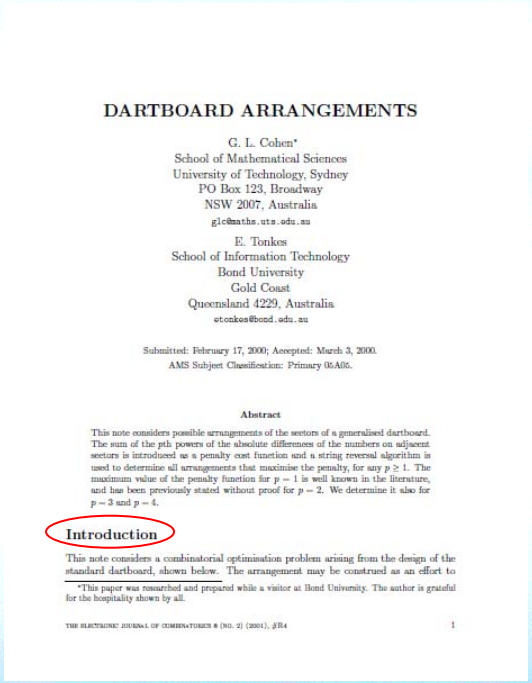
[1] K. S. Brown, "The dartboard sequence", downloaded from the website http://www.seanet.com/~ksbrown/kmath025.htm (posted February 1996).

[2] H. A. Eiselt and G. Laporte, "A combinatorial optimization problem arising in dartboard design", *J. Op. Res. Soc.*, **42** (1991), 113–118.

[3] P. J. Everson and A. P. Bassom, "Optimal arrangements for a dartboard", *Math. Spectrum*, **27** (1994/5), 32–34.

[4] M. A. M. Lynch, "Designing a dartboard — an application of graph modelling", *Teaching Math. and Its Appl.*, **16** (1997), 51–54.

[5] K. Selkirk, "Re-designing the dartboard", *Math. Gaz.*, **60** (1976), 171–178.



DARTBOARD ARRANGEMENTS

G. L. Cohen*
School of Mathematical Sciences
University of Technology, Sydney
PO Box 123, Broadway
NSW 2007, Australia
glc@maths.uts.edu.au

E. Tonkes
School of Information Technology
Bond University
Gold Coast
Queensland 4229, Australia
etonkes@bond.edu.au

Submitted: February 17, 2000; Accepted: March 3, 2000.
AMS Subject Classification: Primary 05A05.

Abstract

This note considers possible arrangements of the sectors of a generalised dartboard. The sum of the pth powers of the absolute differences of the numbers on adjacent sectors is introduced as a penalty cost function and a string reversal algorithm is used to determine all arrangements that maximise the penalty, for any $p \geq 1$. The maximum value of the penalty function for $p = 1$ is well known in the literature, and has been previously stated without proof for $p = 2$. We determine it also for $p = 3$ and $p = 4$.

Introduction

This note considers a combinatorial optimisation problem arising from the design of the standard dartboard, shown below. The arrangement may be construed as an effort to

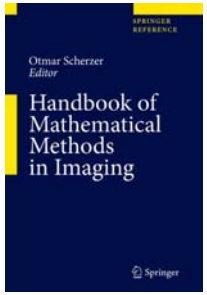
*This paper was researched and prepared while a visitor at Bond University. The author is grateful for the hospitality shown by all.

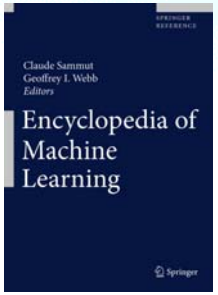
文献综述

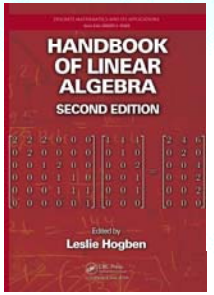
浙江大学 ZheJiang University

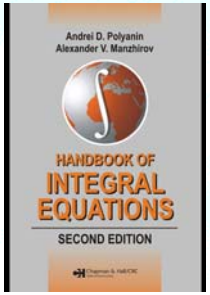
数学建模

- **Handbook**
- **Encyclopedia**
- **Survey, Review, Tutorial**









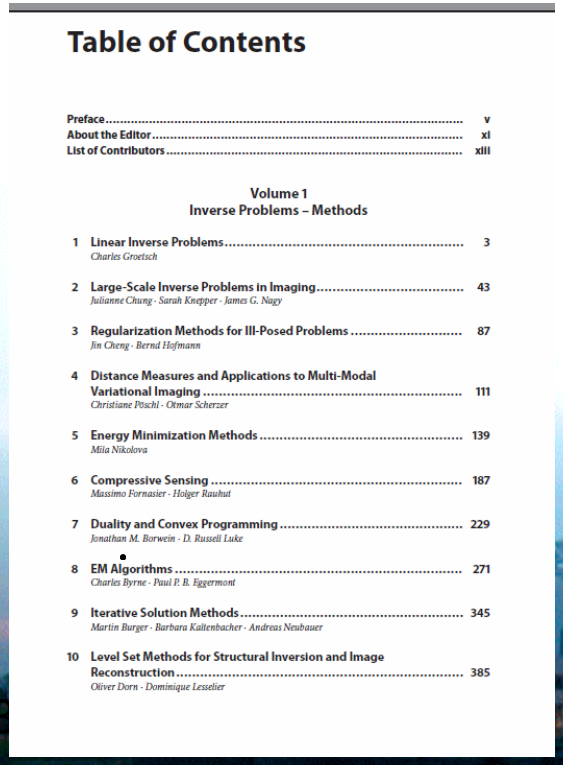


Table of Contents

180 C Clustering

Clustering

Clustering is a type of ▸unsupervised learning in which the goal is to partition a set of ▸examples into groups called clusters. Intuitively, the examples within a cluster are more similar to each other than to examples from other clusters. In order to measure the similarity between examples, clustering algorithms use various distortion or ▸distance measures. There are two major types clustering approaches: generative and discriminative. The former assumes a parametric form of the data and tries to find the model parameters that maximize the probability that the data was generated by the chosen model. The latter represents graph-theoretic approaches that compute a similarity matrix defined over the input data.

Cross References

▸Categorical Data Clustering
▸Cluster Editing
▸Cluster Ensembles
▸Clustering from Data Streams
▸Constrained Clustering
▸Consensus Clustering
▸Correlation Clustering
▸Cross-Language Document Clustering
▸Density-Based Clustering
▸Dirichlet Process
▸Document Clustering
▸Evolutionary Clustering
▸Graph Clustering
▸*k*-Means Clustering
▸*k*-Medoids Clustering
▸Model-Based Clustering
▸Partitional Clustering
▸Projective Clustering
▸Sublinear Clustering

Clustering Aggregation

▸Consensus Clustering

Clustering Ensembles

▸Consensus Clustering

Clustering from Data Streams

JOÃO GAMA
University of Porto, Porto, Portugal

Definition

▸*Clustering* is the process of grouping objects into different groups, such that the common properties of data in each subset is high, and between different subsets is low. The data stream clustering problem is defined as *to maintain a consistent good clustering of the sequence observed so far, using a small amount of memory and time.* The issues are imposed by the continuous arriving data points, and the need to analyze them in real time. These characteristics require incremental clustering, maintaining cluster structures that evolve over time. Moreover, the data stream may evolve over time and new clusters might appear, others disappear reflecting the dynamics of the stream.

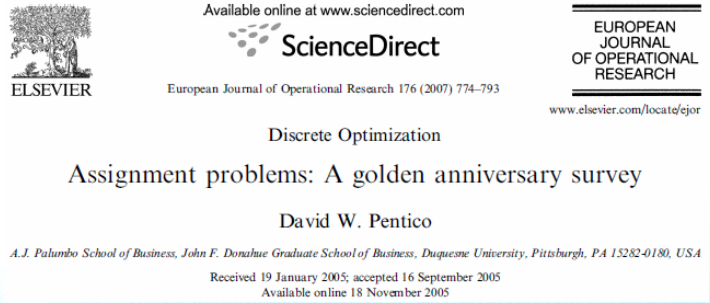
Main Techniques

Major clustering approaches in data stream cluster analysis include:

- *Partitioning* algorithms: construct a partition of a set of objects into *k* clusters, that minimize some objective function (e.g., the sum of squares distances to the centroid representative). Examples include *k*-means (Farnstrom, Lewis, & Elkan, 2000), and *k*-medoids (Guha, Meyerson, Mishra, Motwani, & O'Callaghan, 2003)
- *Microclustering* algorithms: divide the clustering process into two phases, where the first phase is online and summarizes the data stream in local models (microclusters) and the second phase generates a global cluster model from the microclusters. Examples of these algorithms include BIRCH (Zhang, Ramakrishnan, & Livny, 1996) and CluStream (Aggarwal, Han, Wang, & Yu, 2003)

Basic Concepts

A powerful idea in clustering from data streams is the concept of *cluster feature, CF*. A cluster feature, or *microcluster*, is a compact representation of a set of points. A CF structure is a triple (N, LS, SS), used to store the sufficient statistics of a set of points.



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com
ScienceDirect
European Journal of Operational Research 176 (2007) 774–793

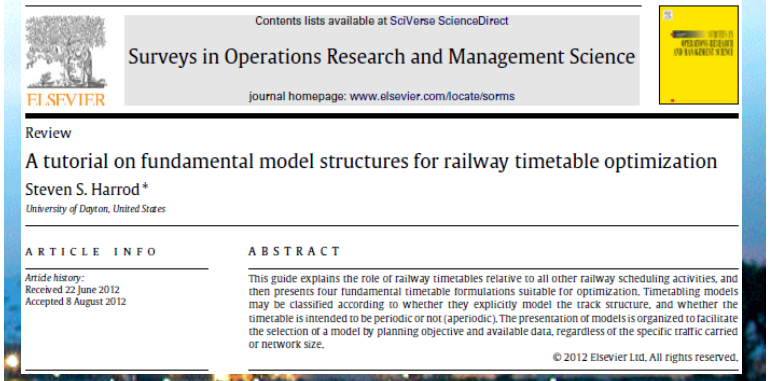
EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH
www.elsevier.com/locate/ejor

Discrete Optimization

Assignment problems: A golden anniversary survey

David W. Pentico
A.J. Palumbo School of Business, John F. Donahue Graduate School of Business, Duquesne University, Pittsburgh, PA 15282-0180, USA

Received 19 January 2005; accepted 16 September 2005
Available online 18 November 2005



ELSEVIER

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect
Surveys in Operations Research and Management Science
journal homepage: www.elsevier.com/locate/sorms

Review

A tutorial on fundamental model structures for railway timetable optimization

Steven S. Harrod *
University of Dayton, United States

ARTICLE INFO

Article history:
Received 22 June 2012
Accepted 8 August 2012

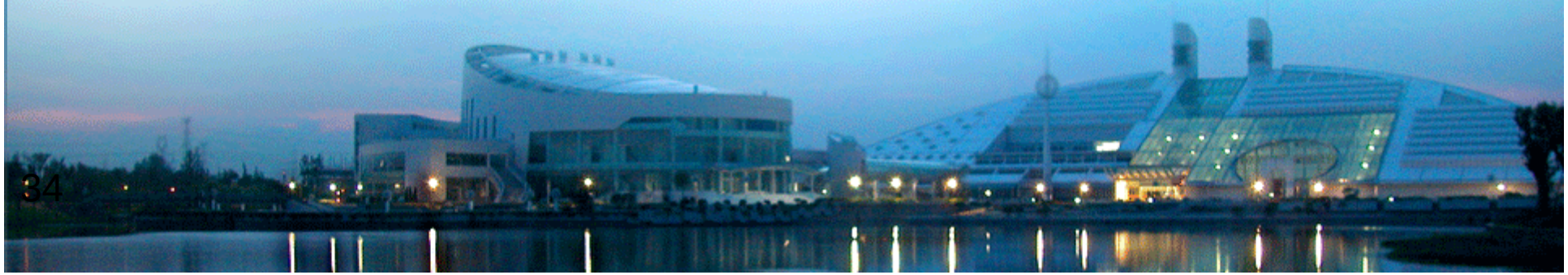
ABSTRACT

This guide explains the role of railway timetables relative to all other railway scheduling activities, and then presents four fundamental timetable formulations suitable for optimization. Timetabling models may be classified according to whether they explicitly model the track structure, and whether the timetable is intended to be periodic or not (aperiodic). The presentation of models is organized to facilitate the selection of a model by planning objective and available data, regardless of the specific traffic carried or network size.

数学建模竞赛

数学建模竞赛

- 竞赛目的
  - 提高学生建立数学模型和运用计算机技术解决实际问题的综合能力
  - 激励学生学习数学的积极性，鼓励广大学生踊跃参加课外科技活动
  - 开拓知识面，培养创造精神及合作意识
  - 推动大学数学教学体系、教学内容和方法的改革
- 竞赛形式
  - 三人一队、三至四天、通讯竞赛

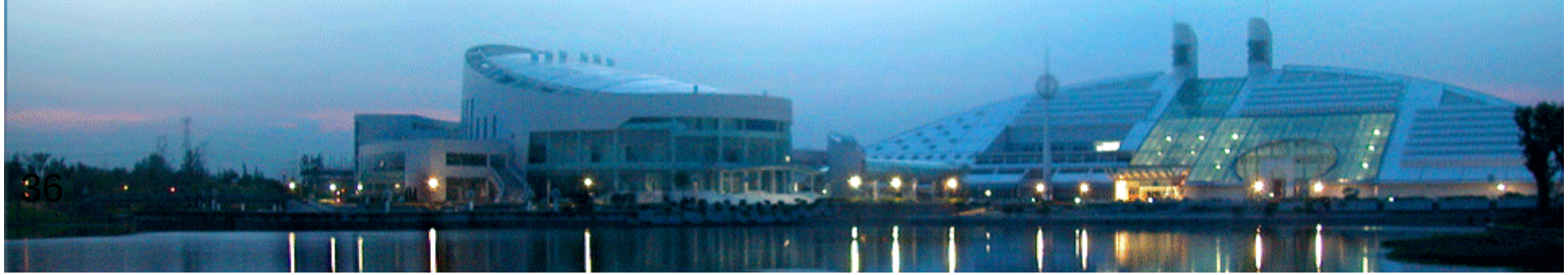


数学建模竞赛

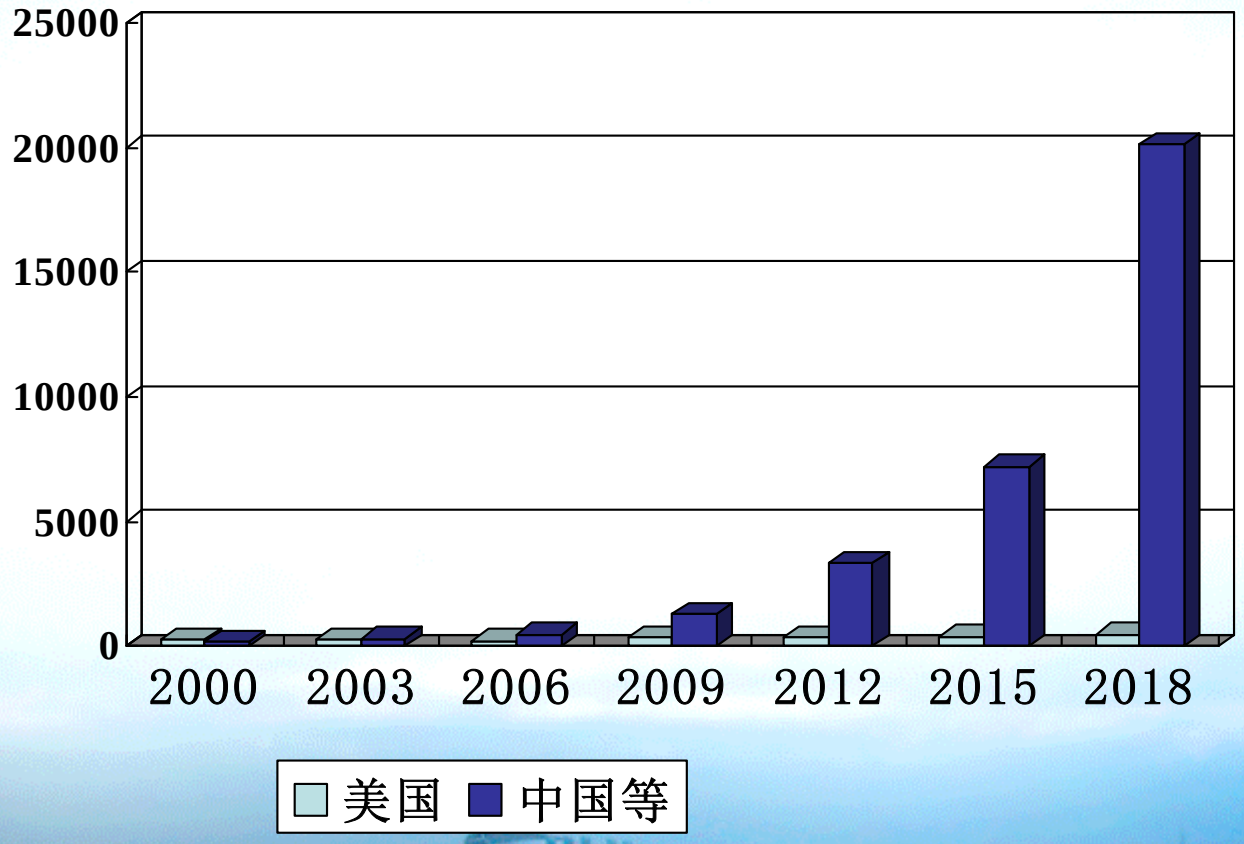
- 竞赛内容
  - 题目一般来源于工程技术和管理科学等方面经过适当简化加工的实际问题，不要求参赛者预先掌握深入的专门知识
  - 参赛者应根据题目要求，完成一篇包括模型的假设、建立和求解、计算方法的设计和计算机实现、结果的分析和检验、模型的改进等方面的论文（即答卷）
  - 评奖以假设的合理性、建模的创造性、结果的正确性和文字表述的清晰程度为主要标准

美国数模竞赛

- **The Mathematical Contest in Modeling（MCM）**
  The Interdisciplinary Contest in Modeling（ICM）
- 主办单位与主要协办单位
  - **COMAP（Consortium for Mathematics and Its Applications）（http://www.comap.com/）**
  - **INFORMS、SIAM、MAA（The Mathematical Association of America）**
- 创办于**1985**年， **2019**年有**25370**支队伍参加
- 每年一月下旬或二月上旬举行，赛期四天，参赛队可从竞赛网站上公布的六道试题中任选一题



参赛队伍构成



MCM参加队数（2000，2003年数据含ICM参赛队）

近20年来，美国参赛队从300支增加到500支，中国参赛队从200支增加到20000支

竞赛试题

- 试题类型
  - **MCM Problem A (continuous)**
  - **MCM Problem B (discrete)**
  - **MCM Problem C (data insights)**
  - **ICM Problem D (operations research/network science)**
  - **ICM Problem E (environmental science)**
  - **ICM Problem F (policy)**

竞赛试题

- 部分历年试题
  - **The Stunt Person**
  - **Tollbooths**
  - **Organ Transplant: The Kidney Exchange Problem**
  - **The Sweet Spot**
  - **Snowboard Course**
  - **The Leaves of a Tree**

设奖情况

- **COMAP奖学金（ International COMAP Scholarship Award ）**
  - 四支参赛队每支获得**10000**美元的奖励
  - **2019**年获得**COMAP**奖学金的队伍
    - **Richard Montgomery High School**
    - 上海交通大学
    - 中央财经大学
    - **Duke University**

设奖情况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 学会冠名奖
  - 美国运筹与管理学会（INFORMS）：ABCDEF各一个
  - 美国工业与应用数学学会（SIAM）：AB各一个
  - 美国数学协会（MAA）：ABC中两个
  - 美国统计学会（ASA）：C中一个
  - 美国数学会（AMS）：ABC各一个

设奖情况

奖项	中译名	数目或比例	
		2018	2019
参赛总队数		20602	25370
Outstanding Winners	特等奖	33	36
Finalists	特等奖提名	45	43
Meritorious Winners	一等奖	9.76%	7.09%
Honorable Mention	二等奖	36.15%	15.34%

国内高校获奖情况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

	获特等奖次数	获冠名奖次数
浙江大学	10次	7次
上海交通大学	20次	6次
清华大学	13次	4次
西安交通大学	5次	3次
电子科技大学	9次	2次
北京大学	8次	1次
东南大学	5次	2次
重庆大学	5次	2次
国防科学技术大学	5次	1次
南京大学	5次	1次

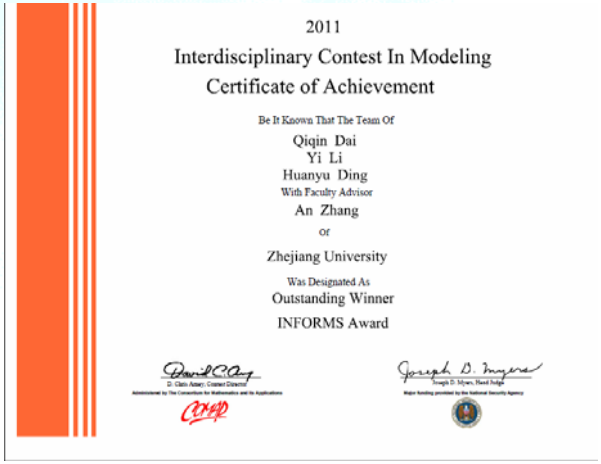
浙江大学历次获奖

1999(I)	沈权，杨振羽，何晓飞
2003(I)	胡煜霄，周恩露、华诤
2010	岳作功，阳宇光，赵聪
2011(I)	戴奇骏，李懿，丁寰宇
2012(S)	傅诚，朱丹亭，赵航琪
2013	朱常友，白伟成，杨文青
2015	陈凡，李锡涵，安毅宁
2017(I)	谢挺，林政江，殷叶航

浙江大学参赛情况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模


2011

Interdisciplinary Contest In Modeling

Certificate of Achievement

Be It Known That The Team Of

Qiqin Dai
Yi Li
Huanyu Ding

With Faculty Advisor

An Zhang

or

Zhejiang University

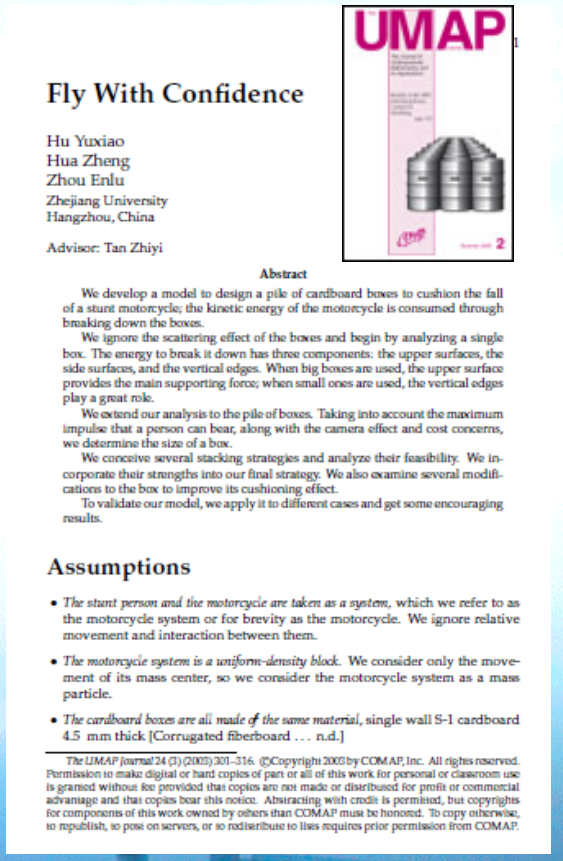
Was Designated As

Outstanding Winner

INFORMS Award

COMAP颁发的
2011年度特等奖奖状

INFORMS协会颁发的
2003年度INFORMS奖奖牌


UMAP

Fly With Confidence

Hu Yuxiao
Hua Zheng
Zhou Enlu
Zhejiang University
Hangzhou, China

Advisor: Tan Zhiyi

Abstract

We develop a model to design a pile of cardboard boxes to cushion the fall of a stunt motorcycle; the kinetic energy of the motorcycle is consumed through breaking down the boxes.

We ignore the scattering effect of the boxes and begin by analyzing a single box. The energy to break it down has three components: the upper surfaces, the side surfaces, and the vertical edges. When big boxes are used, the upper surface provides the main supporting force; when small ones are used, the vertical edges play a great role.

We extend our analysis to the pile of boxes. Taking into account the maximum impulse that a person can bear, along with the camera effect and cost concerns, we determine the size of a box.

We conceive several stacking strategies and analyze their feasibility. We incorporate their strengths into our final strategy. We also examine several modifications to the box to improve its cushioning effect.

To validate our model, we apply it to different cases and get some encouraging results.

Assumptions

- *The stunt person and the motorcycle are taken as a system*, which we refer to as the motorcycle system or for brevity as the motorcycle. We ignore relative movement and interaction between them.
- *The motorcycle system is a uniform-density block.* We consider only the movement of its mass center, so we consider the motorcycle system as a mass particle.
- *The cardboard boxes are all made of the same material*, single wall S-1 cardboard 4.5 mm thick [Corrugated fiberboard . . . n.d.]

The UMAP Journal 24 (3) (2003) 301–316.

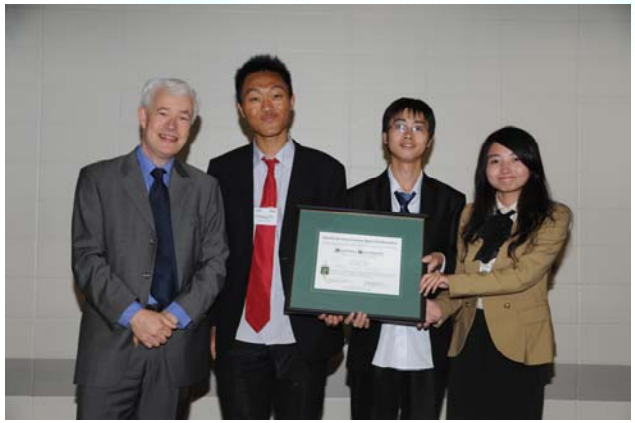
2003年度特等奖兼INFORMS奖论文刊登在
COMAP会刊The UMAP Journal上
（Undergraduate Mathematics and Its Applications）

浙江大学参赛情况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

SIAM协会颁发的
2012年度SIAM奖奖牌



时任SIAM主席的
Lloyd Nick Trefethen
教授为浙江大学
获SIAM奖学生颁奖

Wednesday, July 11, 2012

10:30 AM—12:30 PM	SIAM/MCM Award winners presentations (2011, 2012)
4:00 PM—6:00 PM	SIAM Student Paper Prize winners presentations (2011, 2012)

全国数模竞赛

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 全国大学生数学建模竞赛
  China/Contemporary Undergraduate Mathematical Contest in Modeling （CUMCM）
  （ http://www.mcm.edu.cn ）
- 主办单位
  - 中国工业与应用数学学会
  - 教育部高等教育司（原）
- 创办于**1992**年，**2018**年全国及部分海外高校有**1449**所院校、 **42128**个队 、**12**万名本专科学生参赛
- 每年九月的第二个周末举行，赛期三天，参赛队可从竞赛网站上公布的三道试题中任选一题

创新意识
团队精神
重在参与
公平竞争

全国数模竞赛

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 设奖情况
  - 全国一等奖每题100队，全国二等奖每题400队
  - 2018年（本科组）评出“高教社杯”1队，MATLAB创新奖1队。全国一等奖291队、二等奖1193队，全国一、二等奖分别占0.75%和3.09%。另设省一、二、三等奖若干

- CUMCM2019
  - 高压油管的压力控制
  - “同心协力”策略研究
  - 机场的出租车问题

浙江大学参赛情况

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

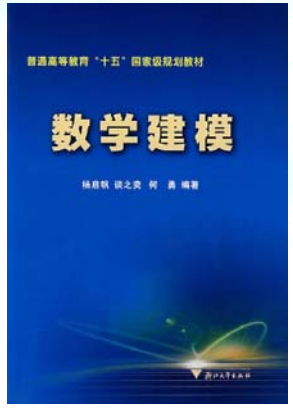
- 浙江大学每年参赛25队
  - 2010年浙江大学学生马宇斌、莫璐怡、杨琦获得本科组“高教社杯”
  - 2017年浙江大学方天庆、黄璐哲、帅青获得本科组“MATLAB创新奖”

浙江大学数模活动

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 浙江大学自1982年起开设数学建模课程，是国内最早的高校之一。2003年，数学建模课程被评为首批国家精品课程；2016年获批为国家级精品资源共享课
- 1999年，浙江大学拨款100万元建设全国高校首个数学建模学生课外实践基地

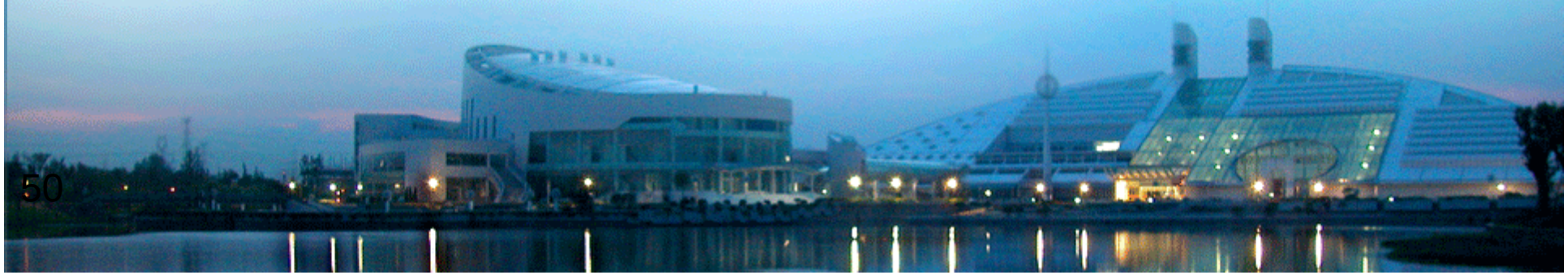


浙江大学数模活动

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 本科生院教务处主管全校各类本科生学科竞赛，浙江大学数学建模实践基地对我校数学建模实践与竞赛活动提供指导
  - 承办每年一度的浙江大学大学生数学建模竞赛，竞赛在每年5月举行，形式和内容基本参照全国数模竞赛，2019年全校共有117队参赛
  - 组织、指导浙江大学学生参加全国数模竞赛和美国数模竞赛
  - 数学建模课程与教材建设

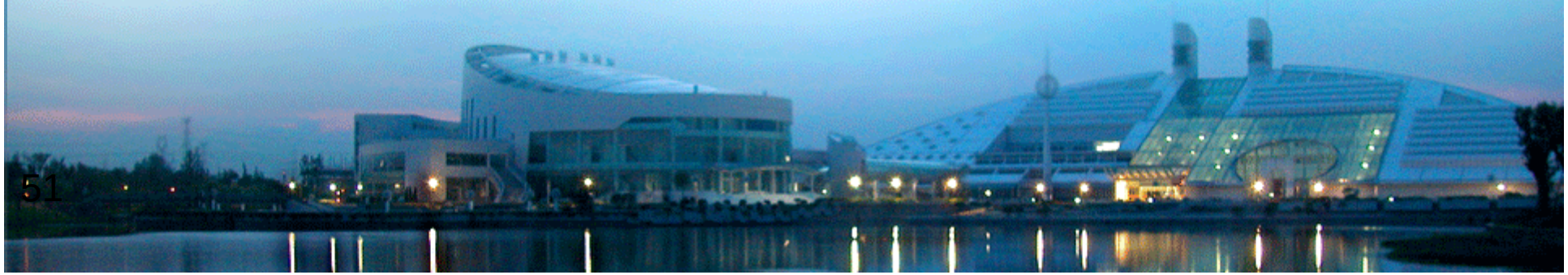


浙江大学数模活动

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 数学建模课程
  - 竺可桢学院荣誉课程
    - **061R0200，3学分，64学时，春夏学期开设**
  - 工程教育高级班课程
    - **06186290，4.5学分，80学时，秋冬学期开设**
  - 通识核心课程
    - **3学分，64学时，春夏学期开设**



浙江大学数模活动

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 竞赛项目认定
  - 全国大学生数学建模竞赛是纳入 **2017**年中国高等教育学会中国高校创新人才培养暨学科竞赛评估的**19**项竞赛之一，是浙江省大学生科技竞赛委员会认定的**36**项大学生科技竞赛之一
  - 全国大学生数学建模竞赛和美国大学生数学建模竞赛是浙江大学**A**类国家级本科生学科竞赛，每年各有不超过**6**名一等奖获得者具有免试推荐研究生资格

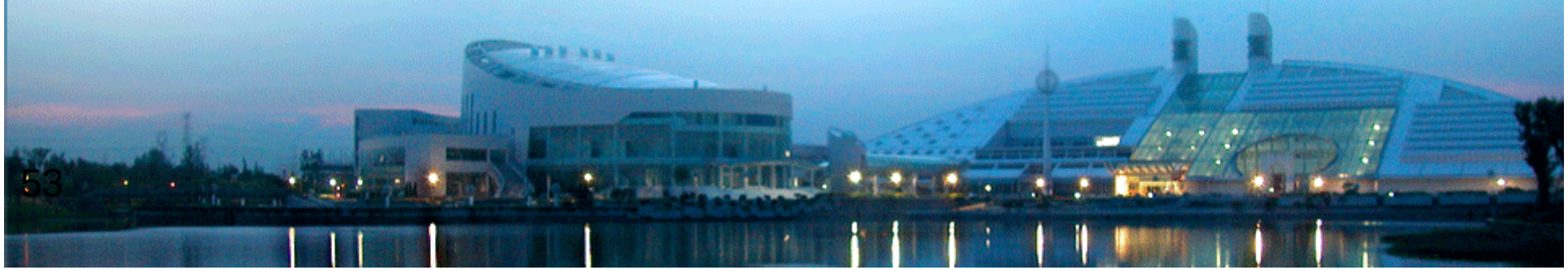
获奖学生

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 美国NSF CAREER Award获得者

赖利峰	2001年美赛一等奖	Department of Electrical and Computer Engineering, Worcester Polytechnic Institute
周恩露	2003年美赛特等奖 2004年美赛一等奖	H. Milton School of Industrial & Systems Engineering, Georgia Institute of Technology
李长志	2003年美赛二等奖	Department of Electrical & Computer Engineering, Texas Tech University
汪琳薇	2004年美赛二等奖 2003年全国一等奖	Computational Biomedicine Laboratory Rochester Institute of Technology
黎　娜	2006年美赛一等奖 2005年全国二等奖	School of Engineering and Applied Sciences, Harvard University



浙江大学数模基地网站

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 网站网址 http://www.math.zju.edu.cn/mmb
- 网站栏目
  - 新闻动态
  - 基地概况：基地历程、指导教师、数模活动、文件章程
  - 数模竞赛
    - 全国数模竞赛、美国数模竞赛、浙大数模竞赛
    - 竞赛概况、设奖情况、竞赛试题
  - 参赛获奖：获奖概况、参赛学生、往届学长（科教英才、竺奖学子）、优秀论文
  - 数模资源：文献资料

数学建模网络资源

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 全国大学生数学建模竞赛组委会
  - http://www.mcm.edu.cn/
- 中国大学生在线数学建模专题（全国大学生数学建模竞赛组委会合作网站）
  - http://special.univs.cn/service/jianmo/index.shtml
- 美国大学生数学建模竞赛主办方**COMAP**网站及竞赛网站
  - https://www.comap.com/
- 浙大学生开发的微信公众号
  - 浙大数学建模


浙江大学
ZheJiang University
谢　谢