数学建模

浙江大学数学系　谈之奕

tanzy@zju.edu.cn

浙江大学 ZheJiang University

基本数学模型

蛛网模型

需求

- 一种商品的需求（**demand**）是指消费者在一定时期内在各种可能的价格水平下，愿意并且能够购买的该商品的数量
  - 商品的价格、消费者的收入水平、相关商品的价格、消费者的偏好、消费者对该商品的价格预期
- 需求函数表示一种商品的需求量与该商品的价格之间的一一对应关系
  - $Q^d = f(P)$，$f(P)$ 为减函数　　　$P = f^{-1}(Q^d)$

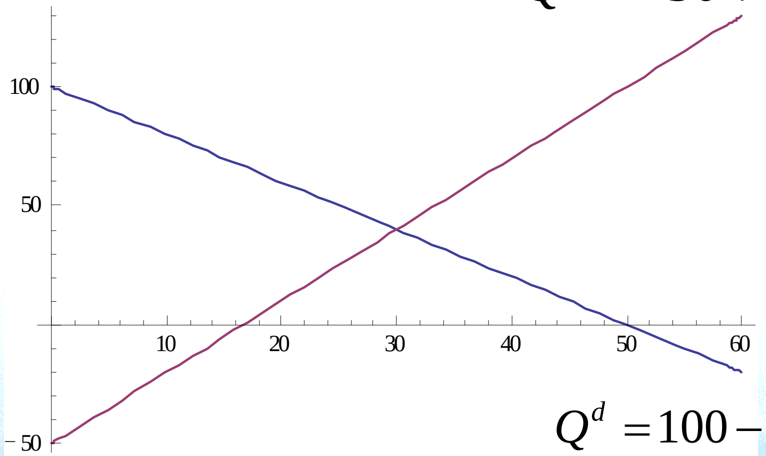
供给

- 一种商品的供给（**supply**）是指生产者在一定时期内在各种可能的价格水平下，愿意并且能够提供出售的该商品的数量
  - 商品的价格、生产的成本、相关商品的价格、生产的技术水平、生产者对未来的价格预期
- 供给函数表示一种商品的供给量与该商品的价格之间的一一对应关系
  - $Q^s = g(P)$，$g(P)$ 为增函数

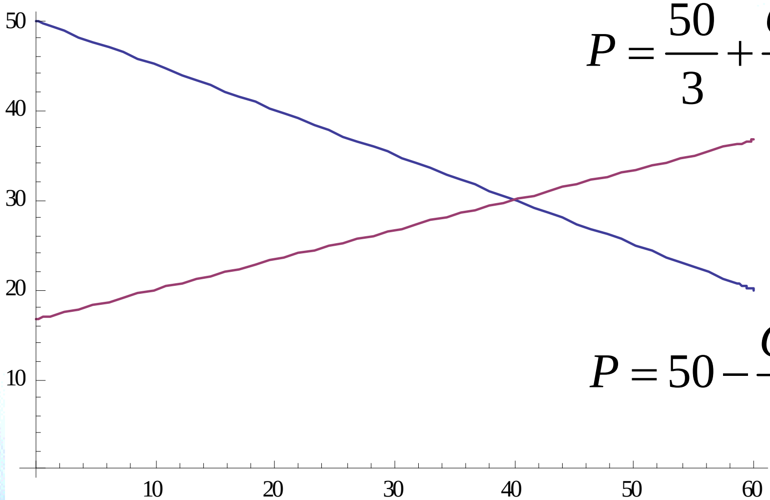
需求与供给

- 可反映需求与供给本质特征的最简单函数为线性函数

$$Q^s = -50 + 3P$$



$$Q^d = 100 - 2P$$



$$P = \frac{50}{3} + \frac{Q^s}{3}$$

$$P = 50 - \frac{Q^d}{2}$$

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

弹性

- 生产者的销售收入 $M = P \cdot Q^d$

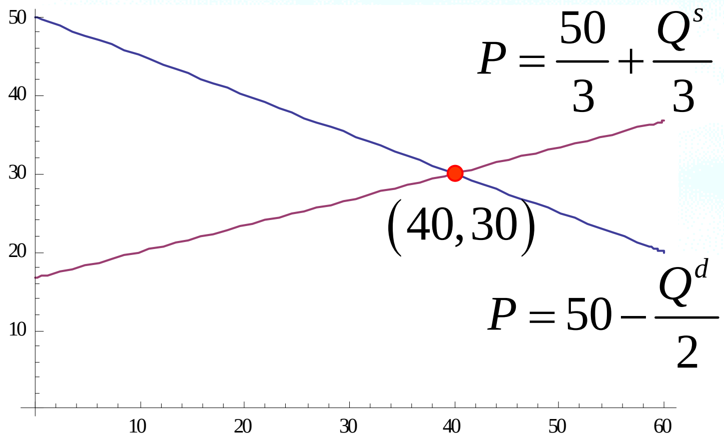
$$\frac{dM}{dP} = Q^d + P\frac{dQ^d}{dP} = Q^d\left(1 + \frac{P}{Q^d}\frac{dQ^d}{dP}\right) = Q^d\left(1 - e_d\right)$$

- 称 $e_d = -\frac{P}{Q^d}\frac{dQ^d}{dP}$ 为需求的价格弹性（**price elasticity of demand**），反映了商品需求量变动对于该商品价格变动的反应程度
  - $e_d > 1$，富有弹性，销售收入与商品价格反方向变动
  - $e_d < 1$，缺乏弹性，销售收入与商品价格同方向变动

均衡

数学建模

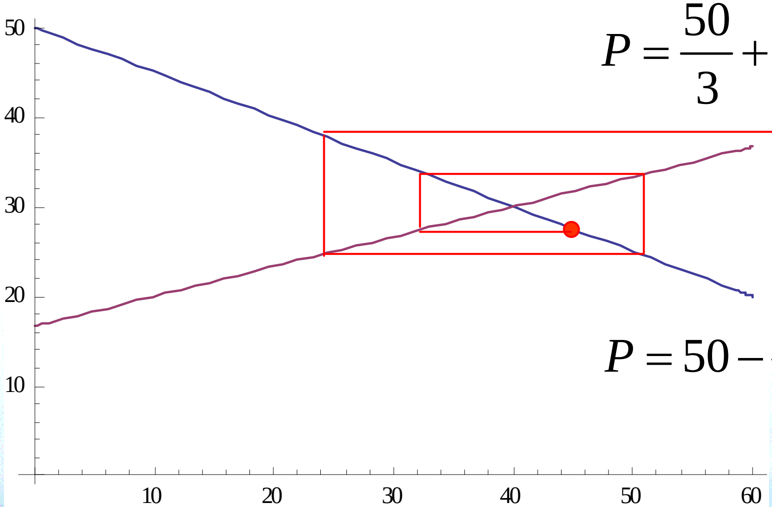
- 在经济学中，均衡（**equilibrium**）指有关变量在一定条件的相互作用下所达到的一种相对静止状态
- 一种商品的均衡价格是指该种商品的市场需求量和市场供给量相等时的价格。均衡价格水平下的相等的供求数量称为均衡数量
- 实际价格偏离均衡价格时，供给和需求的力量相互作用，最终会达到均衡



需求函数和供给函数的交点即为均衡点，均衡点的价格和供求量即为均衡价格和均衡数量

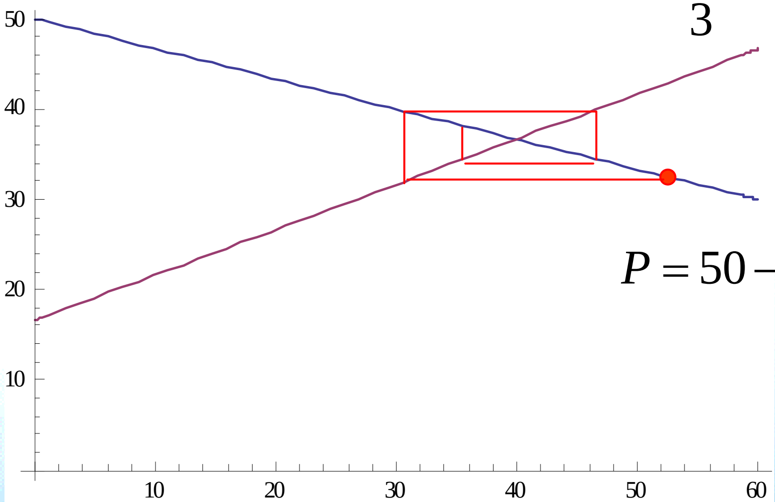
生产周期

- 对生产周期较长的商品，商品的供给量通常由前一生产周期的价格决定



$$P=\frac{50}{3}+\frac{Q^s}{3}$$

$$P=50-\frac{Q^d}{2}$$



$$P=\frac{50}{3}+\frac{Q^s}{2}$$

$$P=50-\frac{Q^d}{3}$$

浙江大学
ZheJiang University
数学建模

蛛网模型

- 蛛网模型（**cobweb model**）引进时间因素，通过对不同时期的需求量、供给量和价格之间的相互作用的考察，动态地分析生产周期较长的商品的产量和价格在偏离均衡后的波动过程及其结果
- 蛛网模型由美、意、荷三位经济学家**Henry Schultz**，**Umberto Ricci**和**Jan Tinbergen**独立地于**1930**年提出，现名称始见于英国经济学家**Nicholas Kaldor**于**1934**年发表的论文中

THE COBWEB THEOREM

SUMMARY

History of the cobweb theorem, 255.— Restatement of the theory of market price, 257.— Restatement of the theory of normal price, 261. — Summary of cobweb theorem: (1) continuous fluctuation, 263; (2) divergent fluctuation, 263; (3) Convergent fluctuation, 265.— Extension of the cobweb analysis: (1a) two-period lag in supply, continuous fluctuation, 266; (3b) three-period lag in supply, convergent fluctuation, 266.— Cycles revealed, 268.— Limitations of the theory, 272.— An illustrative case from actual data, 274.— Not all commodity cycles cobwebs, 277.— Equilibrium economics in the light of the cobweb theory, 278.

HISTORY OF THE "COBWEB THEOREM"

Regularly recurring cycles in the production and prices of particular commodities have been recognized by students of prices for more than fifty years.[1] Many economists have been disturbed by the apparent inconsistency between the persistence of these observed cycles and the tendency towards an equilibrium posited by economic theory. Descriptions of the mechanism of these self-perpetuating commodity cycles were well developed a decade or more ago, but despite

Mordecai Ezekiel,
The Cobweb Theorem,
***The Quarterly Journal of Economics*, 52, 255-280, 1938**

蛛网模型

- 记在时段 k 某种商品的数量为 x_k，价格为 y_k

$$y_k = h(x_k) \qquad x_{k+1} = g(y_k)$$

假设 $Q_t^d = Q_t^s$

- 在均衡点 $P_0(x_0, y_0)$ 附近用线性函数近似 h 和 g

$$y_k - y_0 = -\alpha(x_k - x_0) \qquad x_{k+1} - x_0 = \beta(y_k - y_0)$$

  - α 表示商品供应量减少一个单位时价格的上涨幅度
  - β 表示商品价格上涨一个单位时（下一周期）商品供应的增加量

蛛网模型

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- $y_k - y_0 = -\alpha(x_k - x_0)$

  $x_{k+1} - x_0 = \beta(y_k - y_0)$

  $\Rightarrow x_{k+1} - x_0 = -\alpha\beta(x_k - x_0)$

  $\Rightarrow x_{k+1} - x_0 = (-\alpha\beta)^k (x_1 - x_0)$

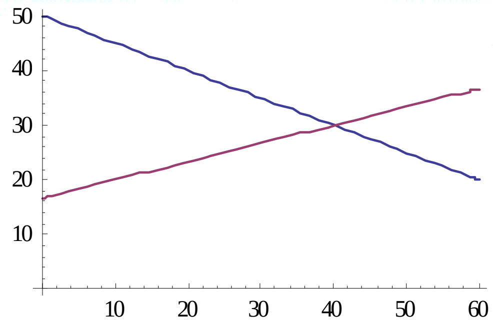
  - 当$\alpha\beta < 1$时，$\lim\limits_{k\to\infty} x_k = x_0$
  - 当$\alpha\beta > 1$时，$\lim\limits_{k\to\infty} x_k = \infty$

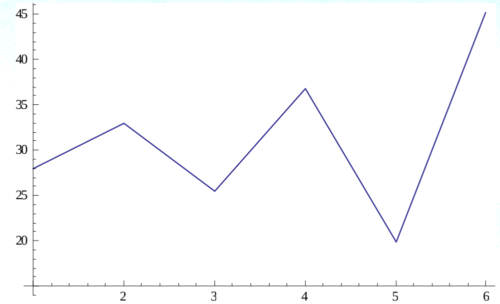
- 当一个均衡价格体系在受到干扰偏离均衡点时，若这个体系在市场机制的作用下能回到均衡点，则称这个均衡体系是稳定均衡，否则是不稳定均衡

蛛网模型

$$P=50-\frac{Q^d}{2}, P=\frac{50}{3}+\frac{Q^s}{3}$$

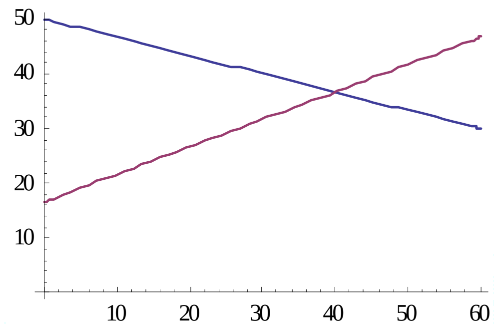
$$\alpha=\frac{1}{2}, \beta=3, \alpha\beta>1$$

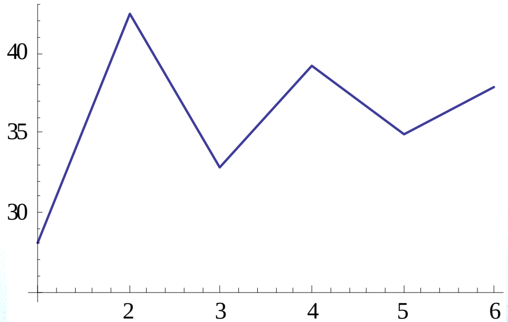




$$P=50-\frac{Q^d}{3}, P=\frac{50}{3}+\frac{Q^s}{2}$$

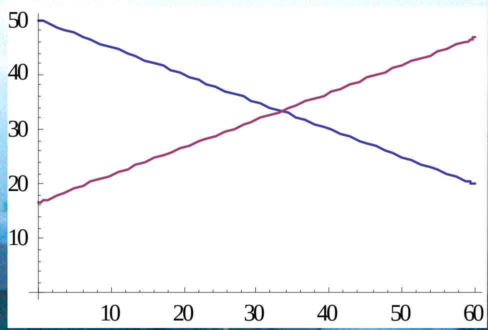
$$\alpha=\frac{1}{3}, \beta=2, \alpha\beta<1$$

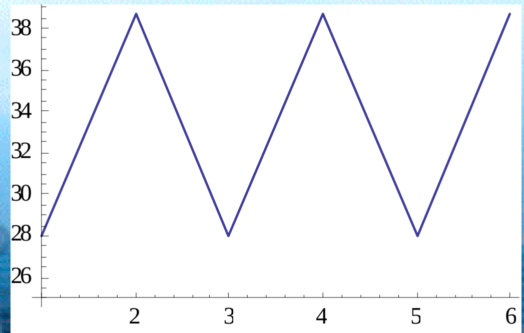




$$P=50-\frac{Q^d}{2}, P=\frac{50}{3}+\frac{Q^s}{2}$$

$$\alpha=\frac{1}{2}, \beta=2, \alpha\beta=1$$





模型改进

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 假设商品的供给量由前两个生产周期的价格决定

$$y_k = h(x_k) \quad x_{k+2} = g\left(y_{k+1}, y_k\right) \xrightarrow{\text{简化}} x_{k+2} = g\left(\frac{y_{k+1} + y_k}{2}\right)$$

$$y_k - y_0 = -\alpha(x_k - x_0)$$

$$x_{k+2} - x_0 = \beta\left(\frac{y_{k+1} + y_k}{2} - y_0\right)$$

$$\Rightarrow 2x_{k+2} + \alpha\beta x_{k+1} + \alpha\beta x_k = 2(1+\alpha\beta)x_0$$

差分方程

数学建模

- 二阶线性常系数齐次差分方程（**difference equation**）$x_{k+2}+a_1x_{k+1}+a_2x_k=0$
  - 特征方程 $\lambda^2+a_1\lambda+a_2=0$，$\lambda_1,\lambda_2$ 为特征方程的根
  - 若 $\lambda_1\neq\lambda_2$，通解为 $x_k=C_1\lambda_1^k+C_2\lambda_2^k$
  - 若 $\lambda_1=\lambda_2$，通解为 $x_k=C_1\lambda_1^k+C_2k\lambda_1^k$
  - 当且仅当 $|\lambda_1|<1,|\lambda_2|<1$ 时，$\lim_{k\to\infty}x_k=0$
- 线性常系数非齐次差分方程的通解为它的一个特解与对应齐次差分方程的通解之和

模型改进

$$2x_{k+2}+\alpha\beta x_{k+1}+\alpha\beta x_k=2(1+\alpha\beta)x_0$$

- $\lambda^2+\frac{\alpha\beta}{2}\lambda+\frac{\alpha\beta}{2}=0$

  $\lambda_1=\frac{-\alpha\beta+\sqrt{(\alpha\beta)^2-8\alpha\beta}}{4},\lambda_2=\frac{-\alpha\beta-\sqrt{(\alpha\beta)^2-8\alpha\beta}}{4}$

  - 当 $\alpha\beta\geq 8$ 时，$\lambda_2=\frac{-\alpha\beta-\sqrt{(\alpha\beta)^2-8\alpha\beta}}{4}\leq\frac{-\alpha\beta}{4}<-1$
  - 当 $\alpha\beta<8$ 时，$|\lambda_{1,2}|=\sqrt{\frac{\alpha\beta}{2}}$

- 稳定的条件为 $\alpha\beta<2$，比仅由前一个生产周期的价格决定时有所放宽

浙江大学
ZheJiang University

基本数学模型

利息理论

浙江大学
ZheJiang University
数学建模

金融

- 金融（**finance**）——资金融通
  - 涉及货币供给、银行与非银行信用、证券交易、商业保险以及以类似形式进行运作的所有交易行为的集合
- 金融工程（**financial engineering**）
  - **20**世纪**80**年代末出现的一门工程性新兴学科。它将工程思想引入金融领域，综合采用各种工程技术方法（主要有数学建模、数值计算、网络图解、仿真模拟等）设计、开发和实施新型金融产品，创造性地解决各种金融问题

——摘自《中国大百科全书》

1915年商务印书馆出版的《辞源》（正编）是中国第一部现代大型综合性的词典，在该书中首次出现了“金融”一词

利息

- 利息（**interest**）：借款人支付给贷款人的报酬
- 称原始投资（本金）（**initial principal**）$A(0)$经过时间 $t(t>0)$后的价值 $A(t)$为总量函数。总量函数在 $[t_1,t_2]$内的变化量 $I_{t_1,t_2}=A(t_2)-A(t_1)$称为期初货币量在时间 $[t_1,t_2]$内的利息
- 对 $n\in\mathbb{N}$，$I_n=A(n)-A(n-1)$为期初货币量在第 n 个时间段（计息期）内的利息

利率

数学建模

- 给定时间区间$[t_1,t_2]$内总量函数$A(t)$的变化量与期初货币量的比值i_{t_1,t_2}称为时间区间$[t_1,t_2]$内的利率（**interest rate**）
- 称**1**个货币单位的本金在t时刻的价值$a(t)$为累积函数

假设利率与本金大小无关

$$i_{t_1,t_2}=\frac{I_{t_1,t_2}}{A(t_1)}=\frac{A(t_2)-A(t_1)}{A(t_1)}=\frac{a(t_2)-a(t_1)}{a(t_1)}$$

单利

数学建模

- 若**1**个货币单位的本金经过任何一个单位计息期产生的利息为常数，则称对应的利息计算方式为单利（**simple interest**）方式
- $a(t)=1+it$，其中 i 为**1**个货币单位经过一个某种单位计息期产生的利息，称为单利率
- $a(s+t)-a(s)=a(t)-a(0)$

$$a'(s+t)=a'(s)+a'(t)$$

$$a'(t)=a(t)-1$$

函数方程

数学建模

- $\mathbb{R}$上满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 的唯一连续函数为 $f(x)=f(1)x$
  - 对任意 $m\in\mathbb{N}$，$f(mx)=mf(x)$
  - 对任意 $n\in\mathbb{N}$，$f\left(\frac{x}{n}\right)=\frac{1}{n}f(x)$
  - 对任意 $c\in\mathbb{Q}^{+}$，$f(cx)=cf(x)$
  - $f(0)=0$，$f(-x)=-f(x)$
  - 对任意 $c\in\mathbb{Q}^{-}$，$f(cx)=cf(x)$
  - 对任意 $c\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$，$f(cx)=cf(x)$

复利

数学建模

- 若**1**个货币单位的本金经过任何一个单位计息期产生的利率为常数，则称对应的利息计算方式为复利（**compound interest**）方式
  - 复合表示利息再投资后产生新利息
- $$\frac{a(s+t)-a(s)}{a(s)}=\frac{a(t)-a(0)}{a(0)}$$
  $$a(s+t)=a(s)\,a(t)$$

$$\boxed{i_{t_1,t_2}=\frac{a(t_2)-a(t_1)}{a(t_1)}}$$

- $\mathbb{R}$ 上满足 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 的唯一不恒等于零的连续函数为 $f(x)=f(1)^x$

复利

- $a(t)=(1+i)^t$，其中 i 为1个货币单位经过一个某种单位计息期产生的利息，称为复利率
- 单利的实际利率是逐渐下降的，几乎所有的金融业务都采用复利方式

$$i_n=\frac{a(n)-a(n-1)}{a(n-1)}=\frac{i}{1+i(n-1)}$$

金融机构人民币存贷款基准利率调整表

（2015年3月1日）

	单位：%
	调整后利率
一、城乡居民和单位存款	
（一）活期存款	0.35
（二）整存整取定期存款	
三个月	2.10
半年	2.30
一年	2.50
二年	3.10
三年	3.75
二、各项贷款	
一年以内（含一年）	5.35
一至五年（含五年）	5.75
五年以上	5.90

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

名义利率

- 金融机构公布的存贷款利率一般为以年利率形式出现的名义利率（**nominal rate**）
- 若名义利率为 $i^{(m)}$，每年计息 m 次，则单位计息期内的利率为 $\frac{i^{m}}{m}$，年实利率 i 满足 $1+i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}$

存款期限	名义利率	年计息数	单位计息期利率	年实利率
3个月	**2.85**	**4**	**0.7125**	**2.8806**
2年	**4.10**	**0.5**	**8.2**	**4.01923**

名义利率

- $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}$ 当 $x>0$ 时为严格单调递增函数，且 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{i}{x}\right)^{x}=e^{i}$
- 若对不同的年计息次数 x，名义利率 $i^{(x)}$ 相同， 则对 $x<y$，

$$\left(1+\frac{i^{(x)}}{x}\right)^{x}<\left(1+\frac{i^{(y)}}{y}\right)^{y}$$

m	0.5%	3%	10%
0.2	0.4951	2.835	8.447
0.5	0.4988	2.956	9.545
1	0.5000	3.000	10.000
2	0.5006	3.023	10.250
4	0.5009	3.034	10.381
365	0.5012	3.045	10.516
∞	0.5013	3.045	10.517

连续复利

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- 若年计息次数趋于无限，则年实利率为名义利率的指数函数
- 金融机构可通过对不同期限的存款设定不同的名义利率以鼓励长期存款

$$\left(1+\frac{0.0285}{4}\right)^2=1.0143<1.01525=1+\frac{0.0305}{2}$$

$$(1+0.0410\times2)(1+0.0465\times3)=1.23294$$

$$<1.255=1+0.051\times5$$

金融机构人民币存贷款
基准利率调整表

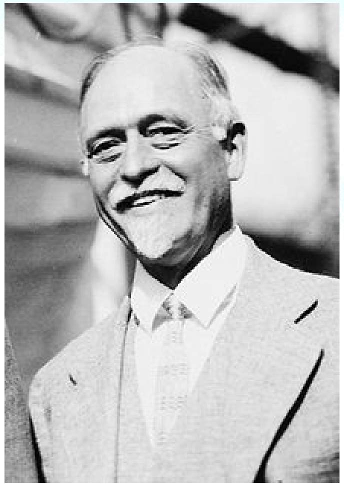
单位：%

	调整后利率
一、城乡居民和单位存款	
（一）活期存款	0.40
（二）整存整取定期存款	
三个月	2.85
半　年	3.05
一　年	3.25
二　年	4.10
三　年	4.65
五　年	5.10
二、各项贷款	
六个月	5.85
一　年	6.31
一至三年	6.40
三至五年	6.65
五年以上	6.80
三、个人住房公积金贷款	
五年以下（含五年）	4.20
五年以上	4.70

浙江大学
ZheJiang University
数学建模

时间价值

- 由于利息的存在，货币具有时间价值，不同时刻的货币量无法直接比较大小
  - 这里货币的时间价值主要体现利息的效用，不考虑通货膨胀的影响
- 不同时刻的货币量可调整到某一个共同日期，称为比较日



Irving Fisher
（1867－1947）
美国经济学家

贴现

- 计息期内的利息收入与期末货币量的比值称为在该时期内的贴现率（**discount rate**）
- 若每个计息期内的贴现率相同，则称该贴现模式为复贴现模式，此时可定义贴现因子 $v=\frac{1}{1+i}$ ，其中 i 为复利率
- **1**个货币单位本金在第 t 个计息期末的终值（**accumulation value**）为 $(1+i)^t$，第 t 个计息期末**1**个货币单位在**0** 时刻的现值（**present value**）为 v^t

投资效益

- 比较以下三年期投资项目的效率
  - 初始投入10万元，第1年底投入5万元，第2年底收入10万元，第3年底收入8万元
  - 初始投入5万元，第1年底投入10万元，第2年底收入9万元，第3年底收入9万元

时间流程图

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

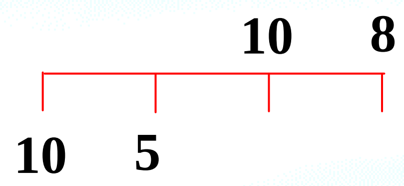
内部收益率

- 内部收益率（**internal rate of return，IRR**）是使得投资净现值为**0**时的利率，可用于反映投资的效率
- 记 C_t 为第 t 个计息期末的投入，$t=0,\cdots,n$，这里 C_t 可以为正数、负数或零，则内部收益率 i_{irr} 为以下方程的根

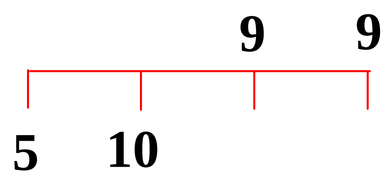
$$\sum_{t=0}^{n} C_t \frac{1}{(1+i_{irr})^t} = 0$$

内部收益率

$$10+5\frac{1}{1+i_{irr}}-10\frac{1}{(1+i_{irr})^2}-8\frac{1}{(1+i_{irr})^3}=0$$

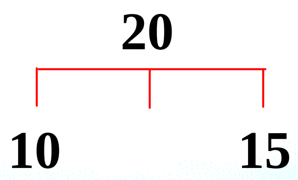


$$i_{irr}\approx 0.09025$$

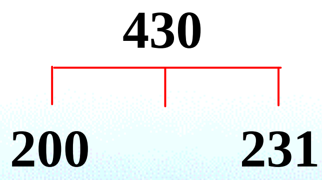


$$i_{irr}\approx 0.10464$$

$$i_{irr}\approx 0.04413$$



$$i_{irr}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$$



$$i_{irr}=0.1$$

$$i_{irr}=0.05$$

IRR的唯一性

数学建模

- （充分条件一）存在整数 k，使得

$$C_t \le 0, t = 0,1,\cdots,k, C_t \ge 0, t = k+1,\cdots,n$$

  - **Descarte**符号法则：将多项式按降幂排列，多项式的正根数不超过系数变号的次数（不考虑系数为**0**的项）

- （充分条件二）存在 $i > -1$，且

$$\sum_{t=0}^{n} C_t (1+i)^{n-t} = 0,$$

$$\sum_{t=0}^{k} C_t (1+i)^{k-t} > 0, 0 \le k \le n-1$$

René Descartes

（1596－1650）

法国哲学家、数学家、物理学家

年金

- 以相等的时间间隔进行的一系列收付款行为，称为年金（**annuity**）
  - 第一次收付款发生的时间：期末年金、期初年金、递延年金
  - 付款周期和计息周期是否相同：基本年金、广义年金
  - 每次收付款金额：等量变化年金、比例变化年金
- 养老保险、分期付款等都是年金的典型实例

年金算例

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

- n 期期末年金，付款周期为计息周期的 $k(k\mid n)$ 倍，首次付款**1**个货币单位，每次增加 r 个货币单位，计算其现值与终值

$$PV = v^k + (1+r)v^{2k} + \cdots + \left(1 + r \times \left(\frac{n}{k} - 1\right)\right)v^n$$

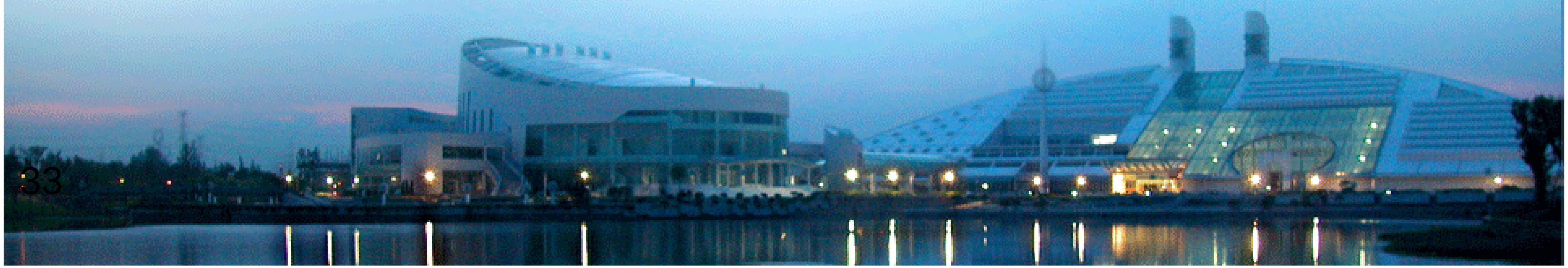
$$AV = P(1+i)^n$$

$$n = 360, k = 12, r = 0.1$$

$$i = 0.003$$

$$PV = 39.4072$$

$$AV = 115.854$$



按揭

浙江大学 ZheJiang University
数学建模

- **按揭**（**mortgage**）特指住房抵押贷款，是**分期偿还**（**amortization**）的典型实例
  - 等额本息还款法
  - 等额本金还款法

以个人贷款10000元计算的月还款情况表

执行日期2012年7月6日　　单位（元）

贷款年限	住房公积金贷款 年利率%	住房公积金贷款 等额本息月还款额	住房公积金贷款 等额本金首月还款额	商业银行贷款 年利率%	商业银行贷款 等额本息月还款额	商业银行贷款 等额本金首月还款额
1	4.00	-	-	6.00	-	-
2	4.00	434.25	450.00	6.15	443.88	467.92
3	4.00	295.24	311.11	6.15	304.90	329.03
4	4.00	225.79	241.67	6.40	236.69	261.67
5	4.00	184.17	200.00	6.40	195.19	220.00
6	4.50	158.74	176.39	6.55	168.34	193.47
7	4.50	139.00	156.55	6.55	148.74	173.63
8	4.50	124.23	141.67	6.55	134.11	158.75
9	4.50	112.78	130.09	6.55	122.80	147.18
10	4.50	103.64	120.83	6.55	113.80	137.92

按揭

- 贷款总额为 P_0，按月计息，月利率为 i，贷款期为 N 月
  - 采用等额本息还款法，每月还款额均为 y
  - 记 P_k 为第 k 月末的应还贷款额，则

$$P_k = P_{k-1}(1+i) - y, k = 1, \cdots, N$$

$$P_N = 0$$

$$y = \frac{(1+i)^N P_0 i}{(1+i)^N - 1}$$

$$P_N = P_0(1+i)^N - y(1+(1+i)+\cdots+(1+i)^{N-1})$$

按揭

浙江大学
ZheJiang University
数学建模

个人贷款

• 本计算器提供等额本息、等额本金两种个人贷款还款方式的计算参考。在贷款期限方面，支 [详细]

贷款金额 1000000 元

贷款期限 30 年 0 月 (共360期)

还款方式 等额本息 等额本金

贷款利率 6.55 %

计算 重置

计算结果

期次	偿还本息(元)	偿还利息(元)	偿还本金(元)	剩余本金(元)
1	6353.60	5458.33	895.27	999104.73
2	6353.60	5453.45	900.15	998204.58
3	6353.60	5448.53	905.07	997299.52
4	6353.60	5443.59	910.01	996389.51
5	6353.60	5438.63	914.97	995474.54
6	6353.60	5433.63	919.97	994554.57
7	6353.60	5428.61	924.99	993629.59
8	6353.60	5423.56	930.04	992699.55
9	6353.60	5418.49	935.11	991764.43
10	6353.60	5413.38	940.22	990824.22
11	6353.60	5408.75	945.35	989878.87

累计支付利息 1287295.48 元

累计还款总额 2287295.48 元

个人贷款

• 本计算器提供等额本息、等额本金两种个人贷款还款方式的计算参考。在贷款期限方面，支 [详细]

贷款金额 1000000 元

贷款期限 30 年 0 月 (共360期)

还款方式 等额本息 等额本金

贷款利率 6.55 %

计算 重置

计算结果

期次	偿还本息(元)	偿还利息(元)	偿还本金(元)	剩余本金(元)
1	8236.11	5458.33	2777.78	997222.22
2	8220.95	5443.17	2777.78	994444.44
3	8205.79	5428.01	2777.78	991666.67
4	8190.63	5412.85	2777.78	988888.89
5	8175.46	5397.69	2777.78	986111.11
6	8160.30	5382.52	2777.78	983333.33
7	8145.14	5367.36	2777.78	980555.56
8	8129.98	5352.20	2777.78	977777.78
9	8114.81	5337.04	2777.78	975000.00
10	8099.65	5321.88	2777.78	972222.22
11	8084.49	5306.71	2777.78	969444.44

累计支付利息 985229.17 元

累计还款总额 1985229.17 元

按揭

浙江大学 ZheJiang University

数学建模

等额本息还款法

贷款类别：商业贷款

计算方式：
- 根据面积、单价计算
- 根据贷款总额计算

贷款总额：100 万元

按揭年数：30年（360期）

利　　率：15年8月26日基准利率

开始计算　重新计算

计算结果：

房款总额：略 元　　贷款总额：1000000 元

还款总额：1965694.41 元　　支付利息款：965694.41 元

首期付款：0 元　　贷款月数：360(月)

月均还款：5460.26(元) 元

等额本金还款法

贷款类别：商业贷款

计算方式：
- 根据面积、单价计算
- 根据贷款总额计算

贷款总额：100 万元

按揭年数：30年（360期）

利　　率：12年07月06日利率下限(85折)

开始计算　重新计算

计算结果：

房款总额：略 元　　贷款总额：1000000 元

还款总额：1837444.79 元　　支付利息款：837444.79 元

首期付款：0 元　　贷款月数：360(月)

月还金额：
1月,7417.36(元)
2月,7404.47(元)
3月,7391.59(元)
4月,7378.7(元)
5月,7365.81(元)
元

357月,2829.33(元)
358月,2816.44(元)
359月,2803.55(元)
360月,2790.67(元)

按揭

- 采用等额本金还款法，第 k 月末的贷款本金 $Q_k=\left(1-\dfrac{k}{N}\right)P_0$，记第 k 月还款额为 y_k ，则

$$y_k=\frac{P_0}{N}+iQ_{k-1},k=1,\cdots,N$$

等额本金和全部已产生利息

- 等额本金还款法总还款额少于等额本息还款法。由于货币具有时间价值，不能断言前者更经济

谢　谢