研究性问题 1

- 排名汇总问题
  - $N_n=\{1,2,\cdots,n\}$为 n 个对象的集合，N_n 上的一一映射称为对象的一种排名， n 个对象的所有可能排名全体记为 S_n ，$S^0=\bigcup_{n=1}^{\infty}S_n$
  - 若 $\Sigma=\{\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_k\}\subseteq S_n$，对象 j 在 Σ 下的得分为

$$b_\Sigma(j)=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\sigma_i(j),\ j=1,2,\cdots,n$$

  - 得分的导出排名 σ_Σ^b 满足若 $b_\Sigma(j)<b_\Sigma(l)$，则 $\sigma_\Sigma(j)<\sigma_\Sigma(l)$
  - 排名 σ 与排名集 Σ 的距离 $d(\sigma,\Sigma)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}|\sigma(j)-\sigma_i(j)|$
  - 排名集 Σ 的最优排名 σ_Σ^* 满足 $d(\sigma_\Sigma^*,\Sigma)=\min_{\sigma\in S_n}d(\sigma,\Sigma)$
  - 求得分导出排名的最坏性能

$$r^b=\max_{\Sigma\subseteq S^0}\frac{d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)}{d(\sigma_\Sigma^*,\Sigma)}$$

研究性问题 1

- 实例
  - $n=5, k=3$，$\Sigma=\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3\}$，$\sigma_1=\sigma_2=(1,3,5,2,4), \sigma_3(1,3,2,5,4)$
  - $b_\Sigma=(1,3,4,3,4)$，$\sigma_\Sigma^b=(1,2,4,3,5)$，$d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)=14$
  - $d(\sigma_1,\Sigma)=6$，$r^b=\max\limits_{\Sigma\subseteq S^0}\dfrac{d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)}{d(\sigma_\Sigma^*,\Sigma)}\geq\dfrac{d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)}{d(\sigma_\Sigma^*,\Sigma)}\geq\dfrac{d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)}{d(\sigma_1,\Sigma)}\geq\dfrac{7}{3}$
- 现有结论 $\dfrac{7}{3}\leq r^b\leq 4$
- 待研究问题
  - 改进 r^b 的上界或下界
  - 对给定的 n，给出 $r_n^b=\max\limits_{\Sigma\subseteq S_n}\dfrac{d(\sigma_\Sigma^b,\Sigma)}{d(\sigma_\Sigma^*,\Sigma)}$ 的参数上界


浙江大学
ZheJiang University
谢 谢