

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/281150885>

Controladores PID e Neural Aplicados a uma Planta Ball and Beam

Conference Paper · September 2005

CITATIONS

0

READS

498

4 authors, including:



[André Laurindo Maitelli](#)

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

129 PUBLICATIONS 182 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



[Adriaio Duarte Neto](#)

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

98 PUBLICATIONS 470 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Automação da Medição [View project](#)



Use of neural networks in the oil and gas industry [View project](#)

CONTROLADORES PID E NEURAL APLICADOS A UMA PLANTA *BALL AND BEAM*

Stella Neves Duarte Lisboa*

stella@dca.ufrn.br

André Laurindo Maitelli*

maitelli@dca.ufrn.br

Raphaela Galhardo Fernandes*

raphaela@dca.ufrn.br

Adrião Duarte Dória Neto*

adriao@dca.ufrn.br

*DCA - Departamento de Engenharia de Computação e Automação
Centro de Tecnologia
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
59072-970 - Natal, RN, Brasil

ABSTRACT

This paper presents the project and the implementation of PID and neural controllers on a plant called *ball and beam*. For the neural controller, two different strategies were implemented: the inverse mapping of the plant and the reproduction of the behavior of an existing classic PID controller. A comparative analysis between the methods will be shown, as well as the obtained results.

KEYWORDS: Ball and Beam, PID Controller, Neural Controller, Backpropagation

RESUMO

Neste trabalho, serão mostrados o projeto e a implementação de controladores PID e neural em uma planta chamada *ball and beam* (bola e trave). Para o controle neural, duas estratégias diferentes foram implementadas: o mapeamento inverso da planta e a reprodução do comportamento de um controlador PID clássico já existente. Será feita uma análise comparativa entre os métodos utilizados e os resultados obtidos serão mostrados.

PALAVRAS-CHAVE: *Ball and Beam*, Controlador PID, Controlador Neural, *Backpropagation*

1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais, os computadores têm se tornado uma ferramenta poderosa em sistemas de controle automático, possibilitando um grande avanço da engenharia e da ciência. Além disso, o controle automático conquistou grande importância em processos industriais e em processos de manufatura modernos. Vários avanços podem ser encontrados em relação ao controle

automático, tanto na teoria como na prática, permitindo desempenhos satisfatórios de sistemas dinâmicos, análise de desempenhos, melhoria de produtividade, etc.

Na prática, os sistemas são, em sua maioria, não-lineares. Porém, podem ser aproximados a modelos matemáticos lineares, possibilitando o uso de um dos vários métodos de análise e síntese. O método de controle a ser utilizado depende, dentre outros fatores, dos requisitos de desempenhos do sistema em questão.

Serão mostrados, neste trabalho, os projetos e as implementações de dois tipos de controladores para uma planta real, existente no Laboratório de Automação do Departamento de Engenharia de Computação e Automação (DCA) da UFRN. Esta planta, chamada *ball and beam* (bola e trave), é muito conhecida, principalmente pela dificuldade da realização de um controle eficiente. Por ser não-linear, e por ser um sistema instável em malha aberta, a planta *ball and beam* é bastante utilizada para a avaliação de controladores.

Em 1994, foi afirmado que a única maneira de controlar a planta *ball and beam* seria através de um controlador *fuzzy*, ou pelo menos que outras abordagens seriam difíceis (Zadeh, 1996). Nos anos seguintes, uma série de trabalhos mostrou ser possível a utilização, com sucesso, de outras técnicas e ferramentas. Em (Huang e Lin, 1995), a teoria de controle robusto para sistemas não-lineares é aplicada ao controle do *ball and beam*, mostrando bom desempenho no rastreamento da posição da bola. Em (Eaton et al., 2000), foi demonstrado que também era possível a utilização de redes neurais no papel de controladores. Em (Guo et al., 1996) o *ball and beam* é representado como um modelo dinâmico nebuloso, e mostra uma lei de controle que consiste na média ponderada de duas leis de controle locais. Com isto, o problema das limitações do método de linearização convencional é evitado, fornecendo uma região de estabilidade bem maior.

Além destes, muitos outros trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de controlar a planta *ball and beam* ((Lam et al., 1999), (Sira-Ramirez, 2000), (Barbu et al., 1997), (Yi et al., 2001), entre outros).

Neste trabalho foram utilizadas duas estratégias: controle PID (Proporcional-Integrativo-Derivativo) e controle neural. Para o projeto dos controladores neurais, utilizou-se uma rede *perceptron* com múltiplas camadas (utilizando o algoritmo de treinamento *Backpropagation*).

A seção seguinte faz uma breve introdução sobre os controladores PID e Neural, para fins de contextualização; a seção 3 apresenta a planta *ball and beam*, na qual os controladores foram aplicados; já a seção 4 mostra o projeto destes controladores e a seção 5, os resultados obtidos. Por fim, na seção 6 tem-se as conclusões obtidas e algumas sugestões de trabalhos futuros.

2 CONTROLES PID E NEURAL

O controlador PID é uma abordagem clássica, onde o sinal de controle gerado é uma combinação de três ações: proporcional, integral e derivativa. Dessa forma, objetiva-se aproveitar as características particulares de cada uma dessas ações, com a finalidade de obter uma melhora significativa no comportamento transitório e em regime permanente do sistema a ser controlado. A equação do controlador PID pode ser genericamente definida pela equação 1.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

Na equação 1, pode-se observar que, para sintonizar o controlador, é necessário ajustar os seus parâmetros: o ganho proporcional K_p , o tempo integral T_i e o tempo derivativo T_d . Mesmo existindo três ações básicas disponíveis, dependendo da aplicação, não será necessário a utilização de uma ou mais dessas ações.

A utilização de métodos clássicos para o projeto de controladores geralmente baseia-se em modelos matemáticos que descrevem o sistema usando equações diferenciais, que definem a resposta do sistema de acordo com suas entradas e condições iniciais. É uma área de pesquisa já consolidada, e constitui-se em uma boa opção no controle de diversos tipos de sistemas.

Entretanto, em algumas situações, as técnicas clássicas podem não ser uma alternativa satisfatória. Para o caso dos sistemas não-lineares, elas baseiam-se em modelos linearizados dos sistemas físicos, o que pode causar a perda de informações quando os mesmos afastam-se muito do ponto de operação considerado. Logo, torna-se muito difícil a obtenção de um modelo preciso, que reflita a dinâmica do sistema de forma fiel, sem descartar informações relevantes. Esta dinâmica geralmente é pouco conhecida, ou é modelada por equações muito complexas, que tornam muito difícil a tarefa de projetar os controladores.

Sendo assim, as Redes Neurais Artificiais (RNAs) têm tido larga aceitação como ferramentas utilizadas na tarefa de identificar e/ou controlar sistemas não-lineares ((Narendra e Parthasarathy, 1990) e (Narendra, 1996)).

Dentre as estratégias de controle neural existentes, duas abordagens foram utilizadas neste trabalho. A primeira consiste em fazer com que a RNA aprenda o comportamento inverso da planta, podendo assim ser utilizada como um controlador. Neste caso, as entradas utilizadas para o treinamento da rede são as saídas fornecidas pela planta. A rede deverá fornecer em sua saída o mesmo valor injetado na entrada da planta, como pode ser visto na Figura 1.

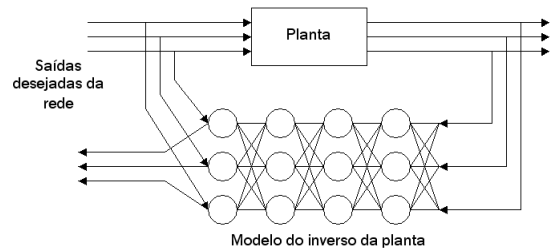


Figure 1: RNA fazendo mapeamento inverso da planta

A segunda abordagem utilizada consiste em treinar a RNA para que ela seja capaz de copiar o comportamento de um controlador já existente para aquela planta. A saída desejada para a rede neural corresponde à saída do controlador, como pode ser visto na Figura 2. Aparentemente, esta abordagem

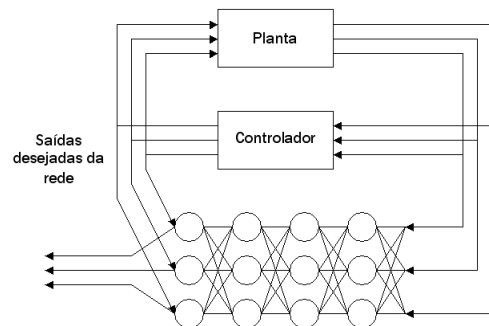


Figure 2: RNA copiando um controlador existente

não apresentaria vantagens, pois não haveriam razões para se utilizar uma RNA quando já existe um controlador capaz de executar sua tarefa. Porém, as vantagens apareceriam em duas situações: caso o controlador existente fosse impraticável (uma pessoa, por exemplo), ou caso a RNA seja capaz de formar uma regra de controle eficiente com base em uma representação de obtenção mais fácil do que a representação do controlador existente (Miller et al., 1995).

3 PLANTA BALL AND BEAM

A planta *ball and beam* (bola e trave) é formada por uma trave de metal, cujas extremidades estão presas a braços, sendo um deles fixo e o outro manipulado por um servoposicionador com um jogo de engrenagens acoplado a um motor DC. Desta forma, esta trave pode ser inclinada, tanto para cima quanto para baixo. Deseja-se controlar a posição de uma bola, que descansa sobre esta trave, de acordo com uma posição de referência, relativa a uma segunda bola localizada sobre uma trave de referência, como pode ser observado na Figura 3. A posição das bolas

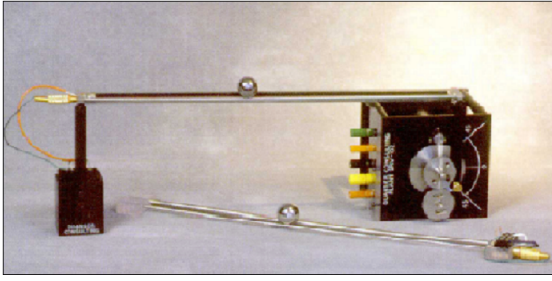


Figure 3: Planta *ball and beam*

sobre as traves pode variar entre 0 e 43.18 centímetros. Essas posições são medidas através de sensores acoplados a cada uma das traves. Já em relação à engrenagem do servoposicionador, foi fixado que esta pode assumir ângulos que variam entre -40 e 40 graus, alterados a partir de tensões aplicadas ao motor, que provocam o giro de seu eixo.

3.1 Modelos Matemáticos do Motor e da Rolagem da Bola

O modelo do servoposicionador, mostrado pela equação 2 é derivado das equações básicas de um motor DC, e denota a relação existente entre o ângulo theta (θ) da engrenagem à qual é acoplado o servoposicionador, e a tensão V_{in} aplicada ao motor.

$$\frac{\theta(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{s(s \frac{R_m J_{eq}}{K_m K_g} + K_m K_g)} \quad (2)$$

Na equação 2, R_m é a resistência da armadura, J_{eq} é a inércia equivalente das engrenagens, K_m é uma constante do motor e K_g é a relação de redução das engrenagens.

Com a substituição dos parâmetros pelo seus respectivos valores (encontrados no manual do fabricante), na equação 2, tem-se:

$$\frac{\theta(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{s(0.0026s + 0.1081)} \quad (3)$$

Já dinâmica da rolagem da bola é dada pela equação 4,

$$\ddot{x} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha \quad (4)$$

onde x corresponde à posição da bola, g representa a aceleração da gravidade e α é o ângulo da trave.

O ângulo α da trave é dado em função do ângulo θ do servoposicionador. Esta relação é não-linear, mas pode ser aproximada por:

$$\alpha = \frac{r}{L}(\theta) \quad (5)$$

para $r \ll L$, onde r e L representam, respectivamente, o raio da engrenagem do servoposicionador e o comprimento da trave, conforme mostrado na Figura 4 (Apkarian, 1995).

4 PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DOS CONTROLADORES

Esta seção destina-se a apresentar o projeto e implementação dos controladores PID e neurais utilizados para controlar a planta *ball and beam*.

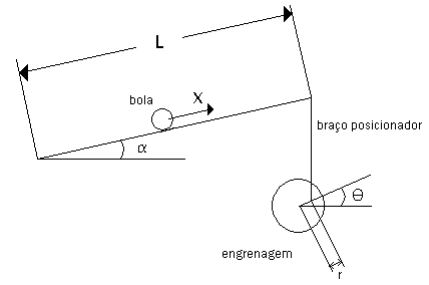


Figure 4: Modelo simplificado para o sistema *ball and beam*

O controle da planta *ball and beam* é realizado através de duas malhas, como mostrado na Figura 5. Como pode-se observar, o

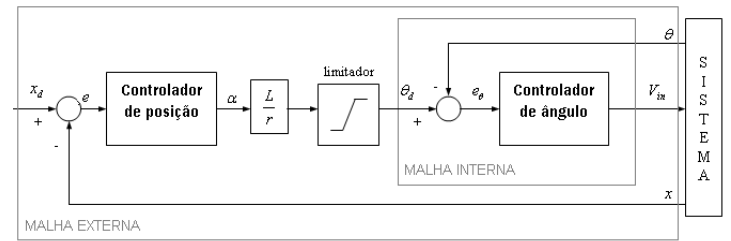


Figure 5: Controle da planta *ball and beam*

sistema informa continuamente ao controlador os valores atuais de ângulo do servoposicionador (θ) e posição da bola (x).

A primeira malha, mais interna, é responsável pelo controle do ângulo do servoposicionador (ângulo θ de referência), de acordo com um valor desejado fornecido pela segunda malha, mais externa. Esta última tem como objetivo controlar a posição da bola sobre a trave principal, de forma que ela seja igual à posição da bola que descansa sobre a trave de referência.

Neste trabalho, apenas o controlador da malha mais externa foi modificado. Para a malha mais interna, como a resposta em malha aberta do motor DC é instável devido ao pólo na origem (ver equação 3), foi utilizado um controlador do tipo PD (Proporcional-Derivativo), representado pela equação 6, garantindo que o servoposicionador acompanhe a referência com erro nulo, de forma suficientemente rápida para que a dinâmica da malha mais externa não seja afetada (Apkarian, 1995).

$$V_{in} = K_p(\theta_d - \theta) - K_d\dot{\theta} \quad (6)$$

Substituindo a equação 6 (na sua representação no domínio da transformada de Laplace) na equação 3, tem-se a relação dada pela equação 7.

$$\frac{\theta}{\theta_d} = \frac{K_p}{0.0026s^2 + (0.108 + K_d)s + K_p} \quad (7)$$

O controlador PD foi projetado para que o sistema em malha fechada tenha um tempo de pico de 0.2 segundos e amortecimento crítico, obtendo-se da equação 7 os ganhos $K_p = 0.025V/grau$ e $K_d = -0.0004V \cdot s/grau$, onde $K_d = 1/T_d$.

O controle para a malha mais externa foi feito utilizando os controladores PID e neural. As subseções seguintes destinam-se a mostrar como foram projetados e implementados.

4.1 Controlador PID

Em uma primeira abordagem, à malha externa (responsável pela posição da bola) foi aplicado um controlador PID, representado pela equação 8.

$$\alpha = -K_{bp}(x - x_d) - K_{bd}s x - K_{bi} \frac{(x - x_d)}{s}, \quad (8)$$

O controlador PID foi projetado para que a dinâmica da malha externa seja mais lenta que a interna. Assim sendo, os requisitos estabelecidos foram: tempo de pico igual a 3 segundos e amortecimento crítico, o que resultou em $K_{bp} = 0.179V/grau$, $K_{bd} = 0.171grau \cdot s/dm$ e $K_{bi} = 3000$ (Apkarian, 1995).

Este controlador fornece o valor de ângulo θ de referência à malha interna (θ_d), como pode ser visto na Figura 6. Para esta malha, o controlador PD foi mantido (equação 7). Dessa forma, denomina-se essa abordagem de controle como PID-PD.

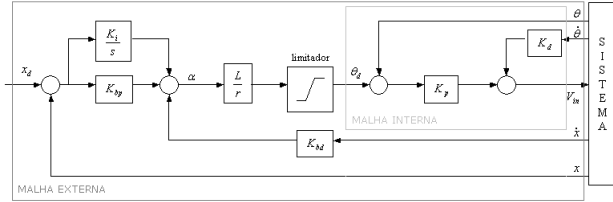


Figure 6: Diagrama de blocos do controle do *ball and beam*

4.2 Controlador Neural

A aplicação de um controle neural ao *ball and beam* consistiu em substituir a malha externa de controle PID por um controle neural, mantendo a malha interna. Desta forma, a saída proporcionada pelo controle neural na malha externa deve fornecer as informações necessárias para o controle PD da interna. A essa abordagem, deu-se o nome de controle Neural-PD.

Na tentativa de desenvolver um controlador neural para a planta *ball and beam*, duas estratégias foram utilizadas, a saber: mapeamento inverso do comportamento da planta e a reprodução do comportamento de um controlador PID já existente.

O primeiro passo para o projeto do controlador neural foi o treinamento de uma rede *Perceptron* de Múltiplas Camadas (MLP). Para as duas propostas de controladores neurais, os dados utilizados no treinamento da rede foram obtidos através da aplicação do controle PID-PD descrito anteriormente, de forma que, as informações utilizadas como dados de treinamento foram extraídas da malha de posição que utiliza o controle PID. Todos os treinamentos foram feitos de forma *offline*, utilizando-se o algoritmo da *Backpropagation* (Haykin, 2001). A função de ativação utilizada foi a tangente sigmóide para as camadas ocultas e a linear para a camada de saída.

No caso do mapeamento inverso do comportamento da planta, o conjunto de dados de treinamento é formado por vetores, $m(n)$, representados pela equação 9,

$$m(n) = \{\Delta x(k+1), \Delta x(k), \Delta x(k-1), \Delta \theta_d(k-1)\} \quad (9)$$

onde n varia de 1 ao número total de vetores de treinamento. Cada vetor de treinamento contém três valores de variação

de posição da bola e um valor de variação do ângulo de referência do servoposicionador representados por Δx e $\Delta \theta_d$, respectivamente. O instante atual de tempo corresponde à variável k e o vetor de saída desejada é formado por um elemento, ou seja, $d(n) = \Delta \theta_d(k)$.

Através desses dados, utilizou-se o esquema da Figura 7 para treinamento da rede MLP. Em apenas 25 épocas, obteve-se um

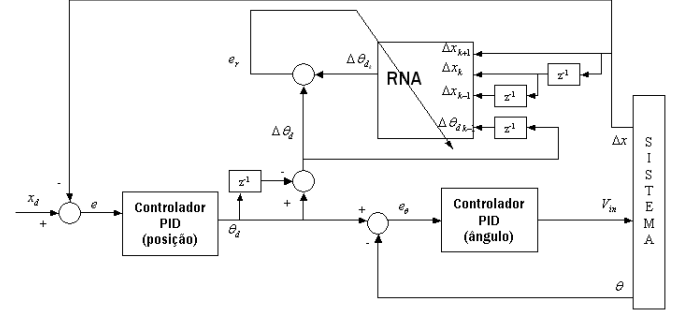


Figure 7: Diagrama de blocos do treinamento da rede - mapeamento inverso

erro da ordem de 0.005, para uma arquitetura 2-3-4-1, ou seja, três camadas ocultas com, respectivamente, 2, 3 e 4 neurônios cada e um neurônio na última camada representando a saída da rede. Após o treinamento e convergência da rede neural, pode-se aplicar o controle neural à planta. O esquema do mapeamento inverso pode ser visto na Figura 10. Os resultados obtidos ao se aplicar esse controle serão mostrados e discutidos na seção seguinte.

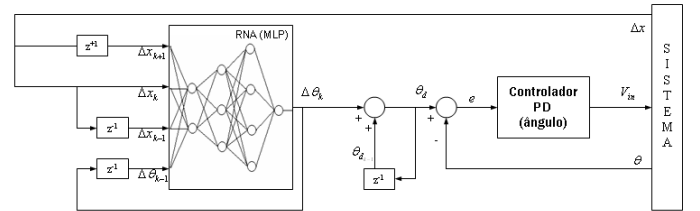


Figure 8: Controle neural - mapeamento inverso

Para a estratégia de reprodução do comportamento de um controlador PID existente, a equação 10 apresenta o conjunto de vetores de entradas para treinamento, em que a variável e é o erro correspondente à diferença entre a posição de referência e a posição atual da bola.

$$m(n) = \{e(k), e(k-1), \theta_d(k-1)\} \quad (10)$$

A saída desejada é formada pela variação $\Delta \theta_d(k) = \theta_d(k) - \theta_d(k-1)$, ou seja, $d(n) = \Delta \theta_d(k)$.

A Figura 9 ilustra como é feito o treinamento da rede neural, com dados obtidos a partir do controle PID-PD aplicado à planta *ball and beam*. Diversas arquiteturas de redes foram testadas para o treinamento. A arquitetura que apresentou melhores resultados continha três camadas ocultas com 4, 7 e 3 neurônios, respectivamente e um neurônio na camada de saída.

Finalizado o treinamento da rede MLP, obteve-se um erro de convergência da rede de aproximadamente 0.003 em 200 épocas. Após o treinamento, a rede foi validada e em seguida,

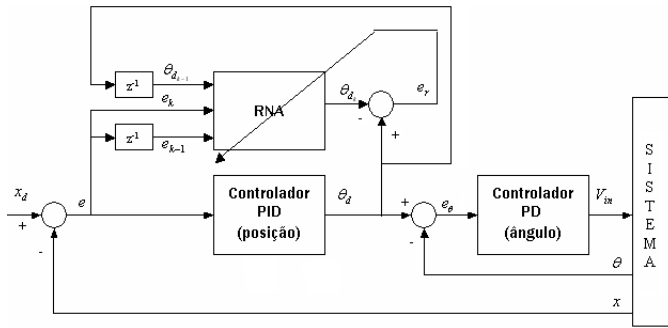


Figure 9: Diagrama de blocos do treinamento da rede - cópia do controlador PID

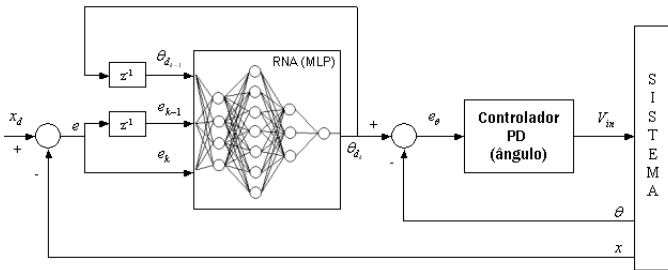


Figure 10: Controle neural - cópia do controlador PID

aplicada ao controle neural da malha externa da planta real. A esquematização deste controle pode ser vista na Figura 10, em que o controlador neural substitui o controlador PID.

5 RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção, apresenta-se os resultados obtidos ao se aplicar os controles PID e neural à malha externa de controle. Nas Figuras 11, 12 e 13, as linhas em azul equivalem ao desempenho de um modelo simulado da planta, e não serão comentadas neste trabalho. As linhas em vermelho correspondem ao desempenho da planta real, que será comentado logo a seguir.

Os testes realizados utilizando o controle neural através da estratégia do mapeamento inverso não se mostraram satisfatórios. A posição da bola seguiu uma trajetória senoidal como visto na Figura 11, independente da posição de referência, mostrando que o controle não conseguiu estabilizar a planta. O comportamento senoidal deve-se ao fato de que as tensões aplicadas ao motor estavam saturando nos valores limites, de forma que geravam ângulos θ também saturados.

Este fato ocorreu devido ao sistema discretizado da planta *ball and beam* (encontrado em (Barbosa, 2004)) possuir zeros fora do círculo unitário e os mesmos se transformarem em pólos do controlador baseado em modelo inverso, gerando a instabilidade.

No caso da segunda estratégia (reprodução do comportamento do controlador PID), um primeiro pensamento seria de que os controladores PID e neural deveriam provocar na planta comportamentos quase que idênticos, afinal o controlador neural foi projetado para ser uma cópia do controlador PID, porém não foi bem isso o que aconteceu.

Os resultados obtidos serão apresentados através de dois exemplos ilustrados nos gráficos das figuras 14 a 21 a seguir.

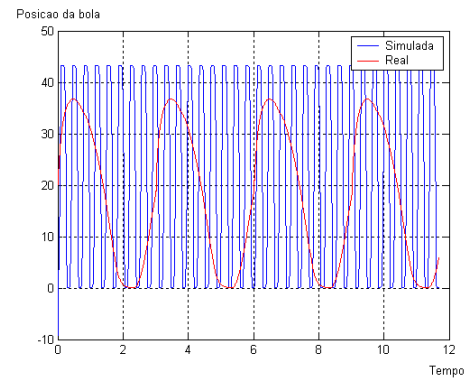


Figure 11: Posição da bola - mapeamento inverso

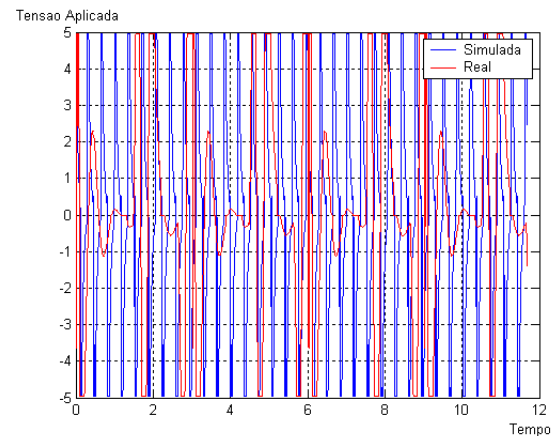


Figure 12: Tensão aplicada ao motor - mapeamento inverso

Estes gráficos foram obtidos através de dados experimentais, colhidos por uma placa de aquisição MultiQ-3 da Quanser Consulting. As curvas em cor azul dizem respeito à aplicação do controle PID-PD e as curvas em cor vermelha correspondem à aplicação do controle Neural-PD. Foi utilizado um tempo de amostragem equivalente a $0.02ms$.

No primeiro exemplo, a bola deveria sair da posição aproximada de 21 cm da trave móvel para a posição desejada de 35 cm. A posição desejada era captada a partir da trave fixa. No segundo exemplo, a bola deveria ir da posição aproximada de 6 cm para a desejada de 39 cm.

As Figuras 14 e 15 apresentam as trajetórias da bola sobre a trave móvel ao se aplicar os controles, para cada uma das situações descritas acima. A reta em verde corresponde à posição desejada para a bola.

Observa-se que ocorre a estabilização da posição da bola para ambas as estratégias. A estabilização utilizando o controlador PID-PD acontece mais rapidamente do que utilizando o controle Neural-PD.

Os gráficos das Figuras 16 e 17 mostram os erros correspondentes à diferença entre as posições desejadas e as trajetórias das bolas, respectivamente. Embora a posição da bola se estabilize mais rapidamente para o controle PID-PD, observa-se, através dos gráficos de erro, que o erro em regime ao se utilizar o controle Neural-PD é menor do que o erro obtido a partir do uso do controle PID-PD.

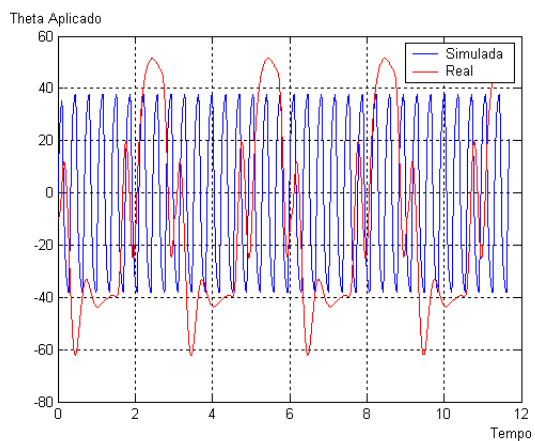


Figure 13: Ângulo θ da engrenagem - mapeamento inverso

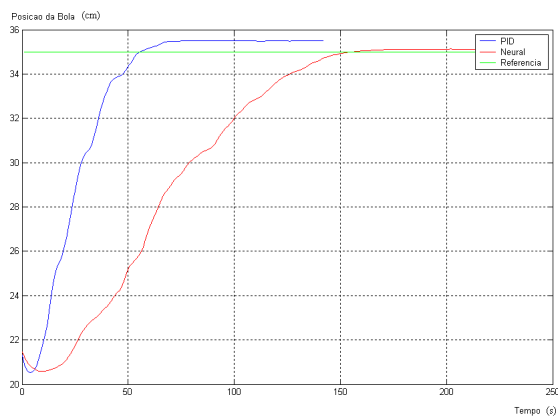


Figure 14: Posição da bola - cópia do PID - ex. 1

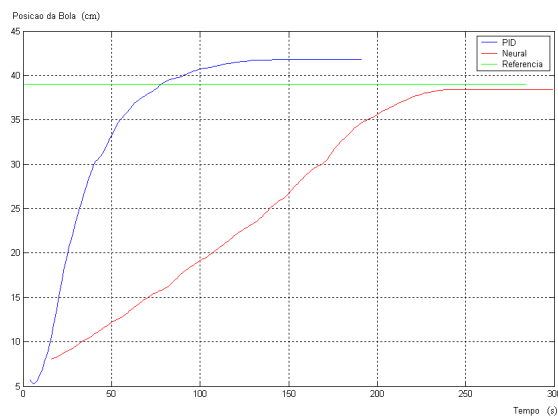


Figure 15: Posição da bola - cópia do PID - ex. 2

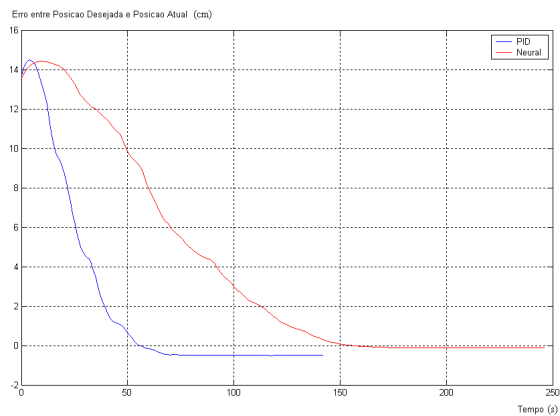


Figure 16: Erro - cópia do PID - ex. 1

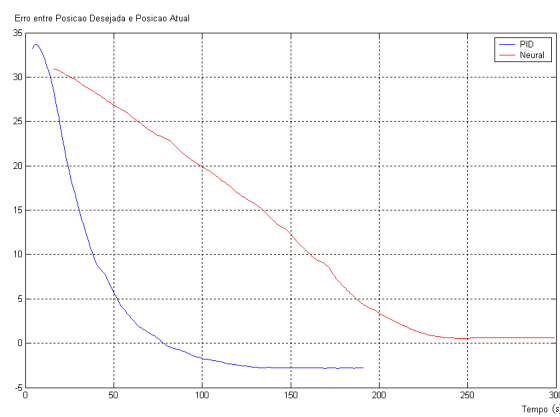


Figure 17: Erro - cópia do PID - ex. 2

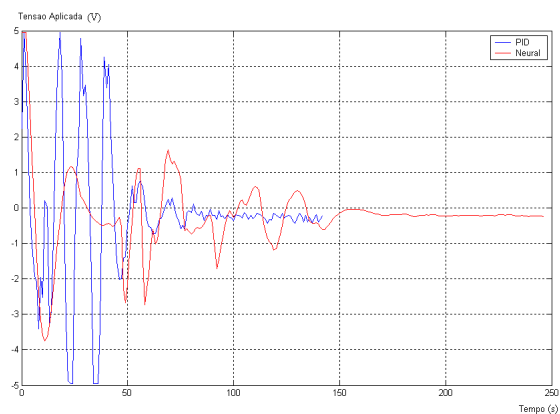


Figure 18: Tensão aplicada ao motor - cópia do PID - ex. 1

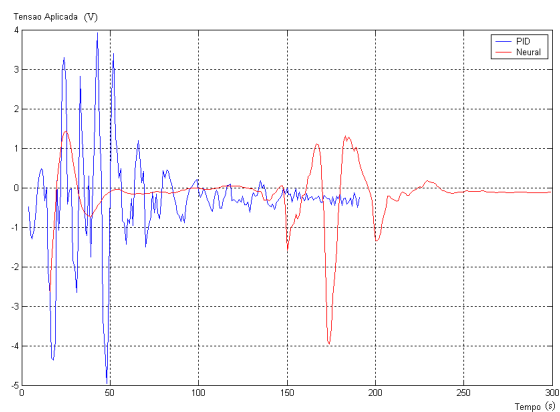


Figure 19: Tensão aplicada ao motor - cópia do PID - ex. 2

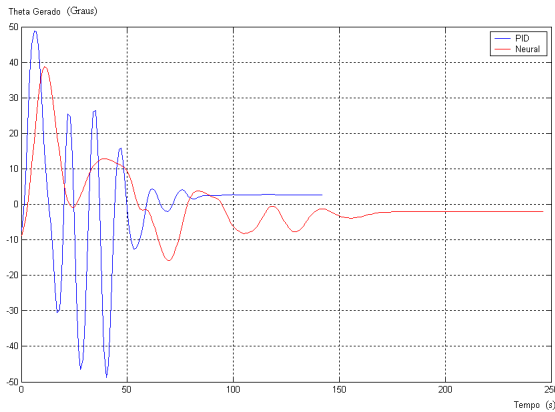


Figure 20: Ângulo θ da engrenagem - cópia do PID - ex. 1

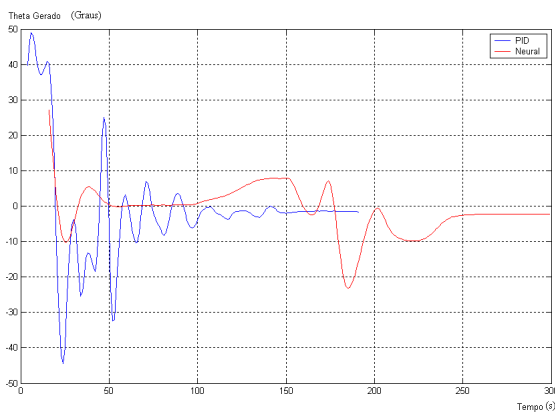


Figure 21: Ângulo θ da engrenagem - cópia do PID - ex. 2

As Figuras 18 e 19 apresentam os sinais de controle (tensões) aplicados à planta *ball and beam* quando utilizados os controladores PID-PD e Neural-PD. Já as Figuras 20 e 21, mostram os ângulos gerados na engrenagem a partir das tensões aplicadas.

A partir das curvas de sinais de controle e ângulos θ , verifica-se que o controle Neural-PD gera tensões com comportamentos menos oscilatórios do que ao se utilizar o controle PID-PD, conseqüentemente gerando ângulos θ também menos oscilatórios. Isto traz benefícios ao sistema no sentido em que poupa os seus atuadores, aumentando a vida útil dos mesmos.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram mostradas as implementações de algumas estratégias de controle para uma das malhas de uma planta conhecida como *ball and beam*. Primeiramente, uma estratégia clássica consistindo de um controlador PID, e em seguida duas estratégias baseadas em redes neurais artificiais, das quais apenas uma obteve sucesso.

Apesar da grande dificuldade de se controlar a planta *ball and beam*, com este trabalho mostrou-se que resultados satisfatórios podem ser obtidos, tanto a partir de um controle convencional como a partir de um controle inteligente.

De acordo com os resultados obtidos, poderia-se sugerir a utilização de um controle híbrido para esta planta, utilizando tanto o controlador PID como o Neural na malha externa da planta. O controlador PID agiria no início do período de

controle. Após isto, seria realizada uma espécie de chaveamento para que a planta passasse a ser controlada pelo controlador neural e não mais pelo PID. Dessa forma, o menor tempo de estabilização do controlador PID seria aproveitado e obter-se-ia um erro em regime menor, a partir do controlador neural (utilizando a estratégia de cópia, neste caso).

Uma outra sugestão seria a realização de um treinamento *on-line* das redes neurais, isto é, durante a operação da planta, na tentativa de obter um desempenho mais eficiente do controlador.

REFERÊNCIAS

- Apkarian, J. (1995). *A Comprehensive And Modular Laboratory For Control Systems Design And Implementation*, Quanser Consulting.
- Barbosa, J. A. A. (2004). *Identificação e Controle PID de um Sistema Bola e Trave*, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Barbu, C., Sepulchre, R., Lin, W. e Kokotovic, P. V. (1997). Global asymptotic stabilization of the ball-and-beam system, *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control* **3**: 2351–2355.
- Eaton, P. H., Prokhorov, D. V. e II, D. C. W. (2000). Neurocontroller alternatives for fuzzy ball-and-beam systems with nonuniform nonlinear friction, *IEEE Transactions on Neural Networks* **11**(2): 423–435.
- Guo, Y., Hill, D. e Jiang, Z.-P. (1996). Global nonlinear control of the ball and beam system, *Proceedings of the 35th IEEE Decision and Control* **3**: 2818–2823.
- Haykin, S. (2001). *Redes neurais: princípios e prática*, 2nd edn, Bookman.
- Huang, J. e Lin, C.-F. (1995). Robust nonlinear control of the ball and beam system, *Proc. American Control Conference* **1**: 306–310.
- Lam, H. K., Leung, F. H. F. e Tam, P. K. S. (1999). Design of a fuzzy controller for stabilizing a ball-and-beam system, *IECON '99 Proceedings* **2**: 520–524.
- Miller, W. T., Sutton, R. e Werbos, P. J. (1995). *Neural Networks for Control*, The MIT Press.
- Narendra, K. S. (1996). Neural networks for control: Theory and practice, *Proceedings of the IEEE* **84**(10): 1385–1406.
- Narendra, K. S. e Parthasarathy, K. (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks* **1**(1).
- Sira-Ramirez, H. (2000). On the control of the ball and beam system: a trajectory planning approach, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control* **4**: 4042–4047.
- Yi, J., Yubazaki, N. e Hirota, K. (2001). Stabilization control of ball and beam systems, *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference* **4**: 2229–2234.
- Zadeh, L. (1996). Fuzzy control: Issues, contentions, and perspectives, *Proc. IFAC 13th Triennial World Congr., San Francisco, CA* pp. 35–38.