# Guia Prática 3 LTC: Projeto de controlador polinomial

Professor: Lucas S. Oliveira

15 de setembro de 2020

## 1 Objetivos

Projetar controladores:

- polinomial.

## 2 Síntese controlador polinomial

Considere os polinômios $A(s)$ e $B(s)$ dados por

$$A(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n \tag{1}$$

$$B(s) = b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n \tag{2}$$

em que:

- $A(s)$ é mônico;
- $A(s)$ e $B(s)$ são polinômios co-primos.

Seja $D(s)$ um polinômio estável de grau $\delta(D(s)) = (2n-1)$:

$$D(s) = d_0 s^{2n-1} + d_1 s^{2n-2} + \cdots + d_{2n-2}s + d_{2n-1}. \tag{3}$$

Admitidas as características de $A(s)$, $B(s)$ e $D(s)$ apresentadas anterioremente, a identidade

$$\alpha(s)A(s) + \beta(s)B(s) = D(s), \tag{4}$$

chamada como equação de Diofantina, admite solução única com $\alpha(s)$ e $\beta(s)$ polinômios de grau $(n-1)$ em que

$$\alpha(s) = \alpha_0 s^{n-1} + \alpha_1 s^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-2}s + \alpha_{n-1} \tag{5}$$

$$\beta(s) = \beta_0 s^{n-1} + \beta_1 s^{n-2} + \cdots + \beta_{n-2}s + \beta_{n-1} \tag{6}$$

Seja a matriz de Sylvester $\mathbf{E}$ com dimensões $2n \times 2n$ dada por:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} a_n & 0 & \cdots & 0 & b_n & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-1} & a_n & \cdots & 0 & b_{n-1} & b_n & \cdots & 0 \\ \vdots & a_{n-1} & \cdots & 0 & \vdots & b_{n-1} & \cdots & 0 \\ a_1 & \vdots & \ddots & \vdots & b_1 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_1 & \cdots & a_{n-1} & b_0 & b_1 & \cdots & b_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & a_{n-2} & 0 & b_0 & \cdots & b_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_1 & 0 & 0 & \cdots & b_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & b_0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\left.\begin{array}{c}\alpha_0 s^{n-1} + \alpha_1 s^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-2} s + \alpha_{n-1} \\ \& \\ \beta_0 s^{n-1} + \beta_1 s^{n-2} + \cdots + \beta_{n-2} s + \beta_{n-1}\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{M} = \begin{bmatrix}\alpha_{n-1} \\ \alpha_{n-2} \\ \vdots \\ \alpha_0 \\ \beta_{n-1} \\ \beta_{n-2} \\ \vdots \\ \beta_0\end{bmatrix} \tag{8}$$

Do polinômio $D(s)$, define-se

$$\begin{array}{c} d_0 s^{2n-1} + d_1 s^{2n-2} + \cdots + d_{2n-2} s + d_{2n-1} \\ \Downarrow \\ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{2n-1} \\ d_{2n-2} \\ \vdots \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix}, \end{array} \tag{9}$$

e assim, tem-se a solução dada por

$$\mathbf{M} = \mathbf{E}^{-1}\mathbf{D} \tag{10}$$

No problema de rastreamento o que se deseja que a saída do sistema siga o sinal de referência. Para que isso seja garantido com o controlador polinomial, uma alternativa é considerar um ganho no sinal de referência, $p$, chamado ganho *feedforward*. Portanto, considerando esse ganho, o sistema em malha fechada resultado é o seguinte

$$G_{cl}(s) = p\frac{\beta_1 s^M + \beta_2 s^{M-1} + \cdots + \beta_{M-1} s + \beta_M}{\alpha_1 s^N + \alpha_2 s^{N-1} + \cdots + \alpha_{N-1} s + \alpha_N}, \tag{11}$$

sendo $N \geq M$ (para o sistema ser realizável). Para que o sistema em malha fechada siga a referência é necessário que

$$\lim_{s \to 0} G_{cl}(s) = 1 \Rightarrow p\frac{\beta_M}{\alpha_N} = 1,$$

então

$$p = \frac{\alpha_N}{\beta_M}.$$

- $\beta_M \neq 0$, ou seja, o sistema não pode ter um ou mais zeros na origem e também não pode ter polos na origem.
- O sistema em malha fechada em questão não rejeita perturbações do tipo degrau.

# 3 Atividades

1. Para o problema de controle de nível em taques, defina especificações de desempenho para a malha fechada de controle.
2. Projete controladores polinomais para os modelos:
   - melhor modelo de primeira ordem.
   - de segunda ordem.
3. Faça o diagrama da malha fechada de controle.
4. Teste os controladores nos modelos e veja se as especificações foram atendidas. Comente os resultados obtidos.

5. Considere a seguinte situação: assuma que o sistema apresente um atraso de 6 segundos. Proponha uma alteração no diagrama da malha de controle de modo a acrescentar o preditor de Smith na malha de controle. Além disso, avalie se a inclusão do preditor de Smith altera em algum momento o projeto do controlador.