

Etapa 2 — Trabalho de Análise de Sistemas Lineares

Bernardo Bresolini* Ester Queiroz Alvarenga*

* Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais,
Divinópolis - MG (e-mails: berbresolini14@gmail.com e
esterqueirozalvarenga@gmail.com).

Resumo

O trabalho final da disciplina de Laboratório de Análise de Sistemas Lineares tem por objetivo o desenvolvimento de uma planta didática, de modo que sejam aplicados os conhecimentos mecatrônicos adquiridos pelos autores ao longo do curso de graduação em Engenharia Mecatrônica. Adotando, em especial, os saberes dos eixos de Modelagem e Controle de Processos. Desta forma, o presente relatório visa descrever a segunda etapa deste trabalho, apresentando o cronograma de projeto, bem como a metodologia a ser empregada e as topologias de controle promissoras para o desenvolvimento do sistema *ball and beam*.

Palavras-chaves: Ball and beam. Metodologia. Topologia de controle. Mecatrônica.

Abstract

The objective of the final task of the discipline of Laboratory of Linear System Analysis is the development of a didactic design, so that mechatronic knowledge, acquired by the authors of this paper in undergraduate mechatronics engineering, is applied. Adopting, in particular, the knowledge of modeling and process control axes. Thus, this report aims to describe the second stage of this task, presenting the project schedule as well as the methodology to be employed and the promising control topologies for the realization of the project *ball and beam*.

Keywords: Ball and beam. Methodology. Control topologies, Mechatronic.

1. SISTEMA BALL AND BEAM

O sistema *Ball and Beam* é um sistema clássico subatuado com dois graus de liberdade e apenas um atuador. A FIG. 1 exibe o esquemático de um sistema *ball and beam*. Nele é possível observar que o servomotor tem seu eixo acoplado em uma barra que, por sua vez, está fixada em outra barra. Este conjunto de barras tem o intuito de transmitir o torque do servo para a barra de rolagem. Portanto, por meio de uma relação cinemática, pode-se determinar a inclinação α em função de θ . (CHAN e CHANG, 2013, p. 2251; MARTÓN *et al.*, 2008, p. 3724)

Diante disso, o presente relatório cumpre a função de expor a metodologia, o planejamento e a estruturação a que os autores elaboraram para o desenvolvimento da planta *ball and beam*. As seções seguintes dissertam sobre o cronograma de projeto, a metodologia adotada e as topologias de controladores que se assumem possíveis até então.

2. CRONOGRAMA DE PROJETO

No desenvolvimento de projetos, a elaboração de um cronograma, definindo prazos e objetivos, permite um instrumental melhor para planejar e controlar o desenvolvimento do projeto. Diante disto, foi elaborado um cronograma para estipular as datas e metas da realização do sistema proposto: *Ball and Beam*.

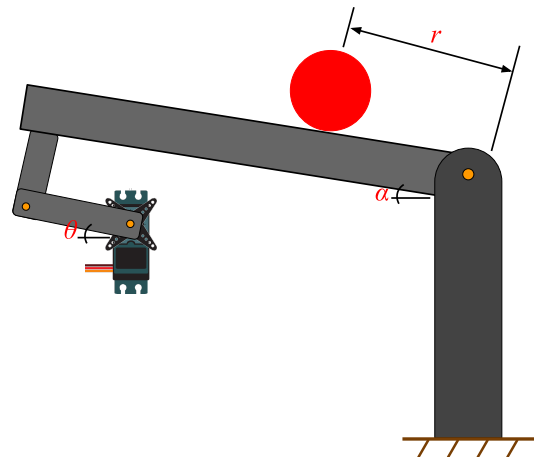


Figura 1. Esquemático do sistema *ball and beam*

Inicialmente, dividiu-se o projeto em partes, a fim de dar maior clareza dos passos a serem tomados. As divisões são: *elaboração e início do projeto, modelagem e simulação, materiais, montagem e controle*, mostrado na FIG. 2. Ademais, o ANEXO A contém todo o cronograma de projeto feito, assim como suas datas.



Figura 2. Relação entre as divisões do cronograma

2.1 Elaboração e início do projeto

Em essência, esta subdivisão consiste na elaboração conceitual e inicial do projeto. As etapas contidas nessa são:

- definição dos parâmetros;
- dimensionamento.

2.2 Modelagem e simulação

Esta divisão se caracteriza pela descrição matemática da planta assim como a validação do modelo levantado. Suas etapas são:

- modelagem do sistema;
- linearização do modelo;
- representação em função transferência;
- representação em espaço de estados;
- simulação e validação do modelo;
- ajustes necessários.

2.3 Materiais

Este módulo consiste nas etapas em que se analisa os materiais utilizados na planta. Suas etapas são:

- escolha dos materiais;
- orçamento;
- compra dos componentes;
- calibração dos sensores e atuadores.

2.4 Montagem

Esta divisão contém aquelas etapas que requerem a montagem física (mecânica, elétrica etc) dos componentes e mecanismos da planta junto com sua análise. Suas etapas são:

- montagem do sistema;
- estudo das características em malha aberta;
- comparação do modelo e da planta.

2.5 Controle

A subdivisão controle engloba as etapas que envolvam efetivamente a disciplina de análise de sistemas lineares e o controle da planta. Suas etapas são:

- análise da estabilidade e controlabilidade;

- definição das metas de controle;
- projeto e validação do controlador P;
- projeto e validação do controlador PID.

3. METODOLOGIA

Como Back *et al.* (2008) sugere, uma boa metodologia deve ser planejável, flexível, verificável, dentre outras. De forma que o projeto a ser desenvolvido venha satisfazer o especificado. Sendo assim, será traçada e detalhada a seguir uma linha que conduzirá os autores no desenvolvimento da planta proposta. Contudo, para deixar o modelo mais dinâmico, tais delineamentos poderão sofrer alterações no decorrer do progresso do trabalho.

O desenvolvimento do sistema *ball and beam*, como explicado detalhadamente na seção anterior, será dividido em etapas que serão executadas uma paralelamente às outras. Essa prática é denominada engenharia simultânea, a qual resulta em maior agilidade ao trabalho (GASPARIN *et al.*, 2015).

Os materiais que serão utilizados para a realização do prometido serão adquiridos pelos autores, via compras ou reaproveitamento de materiais. Contudo, o espaço de desenvolvimento do projeto se dará majoritariamente no laboratório de protótipos do CEFET-MG unidade Divinópolis.

As simulações virtuais serão feitas por meio do MATLAB® (com o equacionamento matemático do modelo) e com o Adams (com a modelagem espacial da planta). O último será usado para compreender a planta e a sua dinâmica; enquanto que o primeiro será usado para obter o comportamento do modelo no tempo, sua linearização e comparação com o modelo não linear, o cálculo necessários e o controle do sistema.

4. TOPOLOGIAS DE CONTROLE

A maneira com a qual escolhe-se o sistema de controle — interconexão de componentes, formando uma configuração de sistema para produzir uma resposta desejada ao mesmo (DORF, 2010) — pode ser definida como topologia de controle. O estudo desta metodologia é indispensável ao se fazer o projeto de um sistema que deve ser controlável, para que se possa avaliar as capacidades, limitações e os pressupostos de cada uma de acordo com sua aplicação. Diante disso, seguem-se algumas topologias de controles que poderão ser utilizadas na planta *Ball and Beam*.

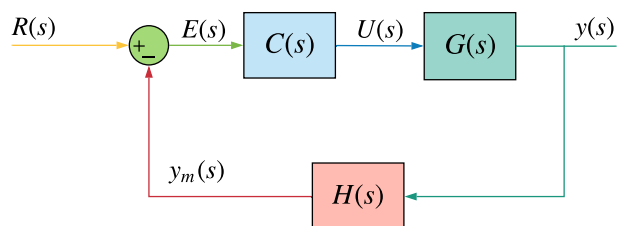


Figura 3. Topologia série

A topologia de controle em série, mostrada na FIG. 3, possui o seguinte vínculo entre a entrada e a saída,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)H(s)} \quad (1)$$

esta representação indica a relação que descreve a dinâmica do sistema.

Seja

$$C(s) = \frac{\beta}{\alpha} \quad (2)$$

e

$$G(s) = \frac{B}{A} \quad (3)$$

em que B e β representam os zeros do sistema e do controlador, respectivamente e A juntamente com α são os polos dessas funções. $H(s)$ representa o sensor do sistema. No mecanismo viga e bola, esta função descreve a relação saída entrada do sensor infravermelho, que opera em velocidade muito acima da dinâmica da planta. Destarte, sua dinâmica não interfere significativamente no processo, podendo vir a ser desconsiderado no modelo. Desta forma, assumi-se $H(s) = 1$.

Aplicando (2) e (3) em (1) obtém-se,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{B\beta}{A\alpha + B\beta} \quad (4)$$

A topologia paralela, também conhecida como topologia realimentação pode ser vista na FIG. 4.

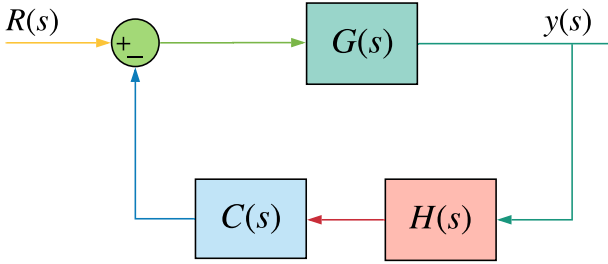


Figura 4. Topologia realimentação

A função transferência desta topologia também pode ser obtida, assim,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)H(s)} \quad (5)$$

Neste modelo, da mesma forma que no anterior, $H(s)$ pode ser considerado igual a 1. Logo, ao aplicar (2) e (3) em (5) tem-se

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{B\alpha}{A\alpha + B\beta} \quad (6)$$

Percebe-se que a diferença entre as equações (4) e (6) estão apenas no numerador. Em (4) o zero da função são os zeros do controlador e planta em malha aberta, enquanto que em (6) os polos do controlador se tornam zeros em malha fechada.

Assim, a depender da equação do controlador, é vantajoso o uso da topologia paralela comparado à topologia série. Uma vez que os polos em malha aberta do controlador podem deixar o sistema instável e estes serão transformados em zeros na malha fechada, mudando de maneira proveitosa a dinâmica do sistema, se este for controlável.

Ainda, existe uma topologia descrita por CHEN (2012) cuja nomenclatura dada foi *topologia para controle servo*, mostrada na FIG. 5.

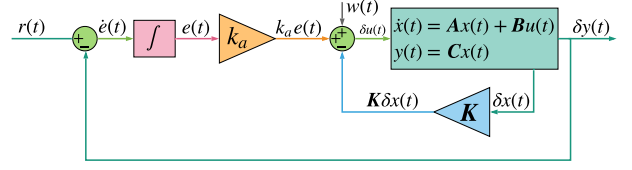


Figura 5. Topologia para controle servo

Esta topologia é especialmente útil para sistemas em que se deseja seguir uma dada referência $r(t)$, dada por uma função degrau, com robustez. Ela ainda possibilita a rejeição de uma perturbação $w(t)$ com amplitude desconhecida.

Sua principal característica é a realimentação unitária de saída com integração do sinal do erro. Além de um controlador com realimentação proporcional negativa para alocar os polos do sistema no local especificado, ela ainda utiliza a realimentação negativa unitária com o sinal de referência a fim de proporcionar a variação do erro. Integrando-o e multiplicando por um fator de proporcionalidade k_a projetado, tem-se uma topologia capaz de rejeitar perturbações (devido ao erro entre a saída com o sinal de referência mandado), seguir com robustez o sinal de referência dado para sinais em forma de degrau e alocar arbitrariamente se o par (A, B) for controlável e se $\tilde{G}(s) = C(sI - A)^{-1}B$ não possuir polos em $s = 0$.

Seu equacionamento segue de CHEN (2012) cuja forma final é

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}r(t) + \tilde{E}w(t) \\ y(t) &= \tilde{C}\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

em que

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A - BK & Bk_a \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \tilde{E} &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \ 0] \end{aligned}$$

5. CONCLUSÃO

Diante do exposto, espera-se que com o cumprimento devido do planejamento aqui explanado, os autores consigam desenvolver o projeto do sistema *Ball and Beam* em tempo e na qualidade demandada.

6. REFERÊNCIAS

- BACK, Nelson; *et al.* Projeto integrado de produtos: Planejamento, concepção e modelagem. Barueri: Manole, 2008.
- CHEN, Chi-Tsong. *Linear System Theory and Design*. 4. ed. New York: Oxford, 2012. p. 398.
- CHAN, Wei-Shou; CHANG, Chia-Wen. T-S Fuzzy Model-Based Adaptive Dynamic Surface Control for Ball and Beam System. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 60, n. 6, p. 2251-2263, 2013. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?>

tp=&arnumber=6177238&isnumber=6451226>. Acesso em: 21 ago. 2019.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. *Modern Control System*. 12. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010. p. 1111.

MARTÓN, Lörinc; HODEL, A. Scottedwand; LANTOS, Bella; HUNG, John Y. Underactuated Robot Control: Comparing LQR, Subspace Stabilization, and Combined Error Metric Approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 10, p. 3724-3730, 2008. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/4493428>>. Acesso em: 21 ago. 2019.

OGATA, Katsuhiko. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010. p. 822.

REVISTA CIATEC. Passo Fundo: Instituto de Ciências Exatas e Geociências e Faculdade de Engenharia e Arquitetura, v. 7, 2015.

CRONOGRAMA DE PROJETO

BALL AND BEAM
BERNARDO BRESOLINI
ESTER QUEIROZ ALVARENGA

DISCIPLINA LAB. ANÁLISE DE SISTEMAS LINEARES

DATA 04/12/19

