

Prática 2 – Características de respostas de sistemas de primeira e segunda ordem

1. Objetivos:

- Modelar um sistema elétrico;
- Avaliar as características de respostas em regimes transitório e permanente de sistemas de primeira ordem;
- Avaliar características de respostas em regimes transitório e permanente de sistemas de segunda ordem.

2. Introdução

2.1. Sistema de primeira ordem:

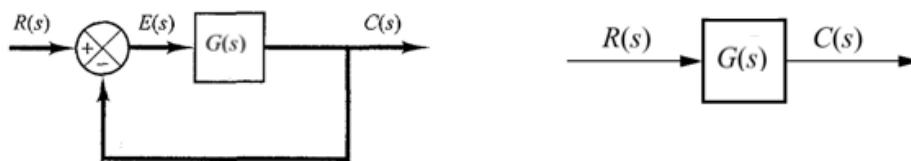


Figura 1 - Representação por diagrama de blocos da forma geral da função de transferência de primeira ordem.

Um sistema de primeira ordem é representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Onde K é o ganho estático e τ a constante de tempo.

A determinação experimental da experimental da função de transferência de primeira ordem, método útil quando informações detalhadas do sistema não são acessíveis.

Exemplo:

Considere que no sistema acima $K = 2$ e $\tau = 20$ s e seja aplicada uma entrada degrau.

$$G(s) = \frac{2}{20s + 1}$$

Assim:

- Uma constante de tempo (20 s): valor do sinal de saída é 1,26 (63,21% x 2).
- Quatro constantes de tempo (80 s): valor do sinal de saída é 1,96 (98% x 2).
- Mais que cinco constantes de tempo: valor do sinal de saída se aproxima bastante o valor final (ganho estático).

Confira em simulação esses resultados!

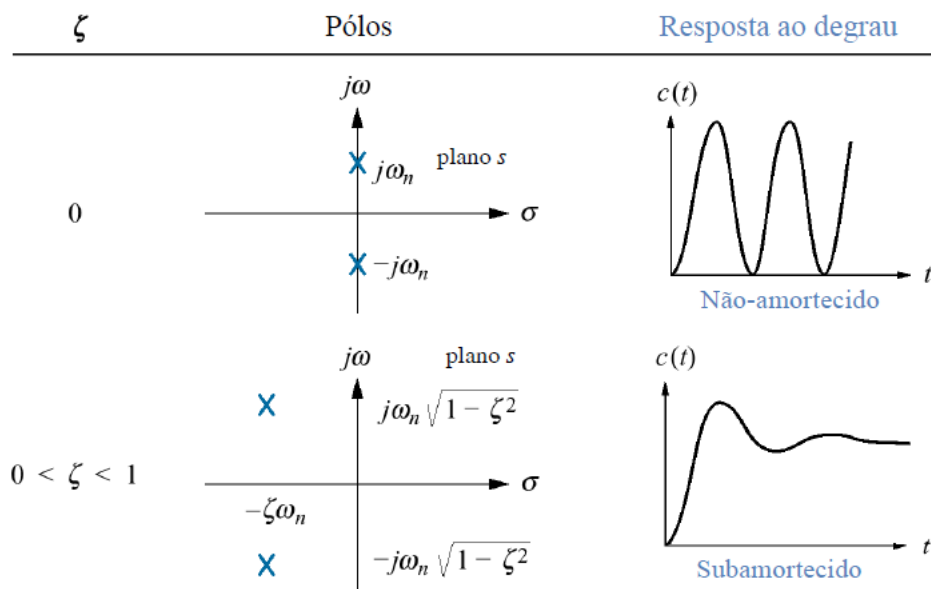
2.2. Sistema de segunda ordem:

Um sistema de segunda ordem é representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

Onde K é o ganho estático do sistema, ζ é o fator de amortecimento e ω_n é a frequência natural de oscilação do sistema.

Sistemas de segunda ordem podem apresentar quatro comportamentos de respostas em função de valores do ζ e dos pólos:



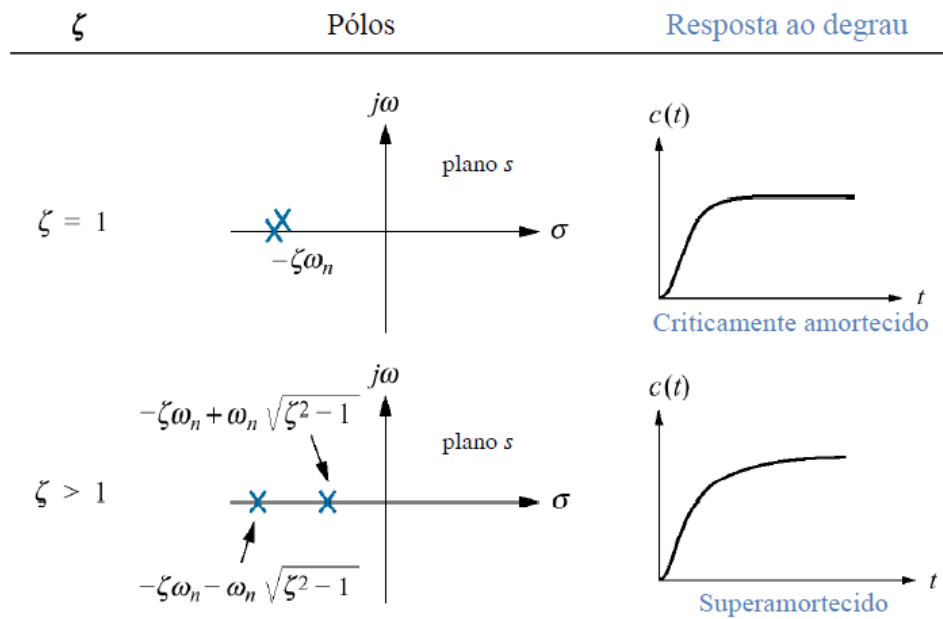


Figura 2 - Comportamentos dos sistemas de segunda ordem.

Desempenho do sistema considerando uma entrada degrau e $0 < \zeta < 1$:

$$C(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s}$$

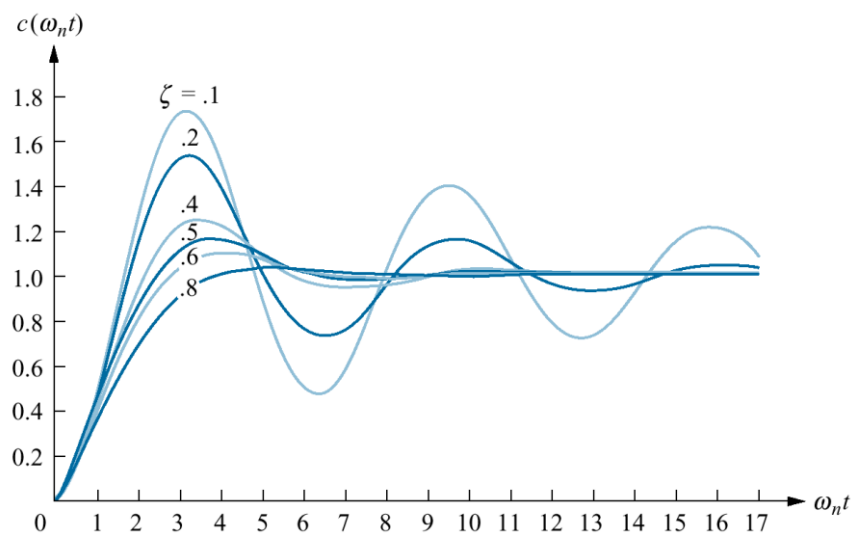


Figura 3 - Desempenho do sistema.

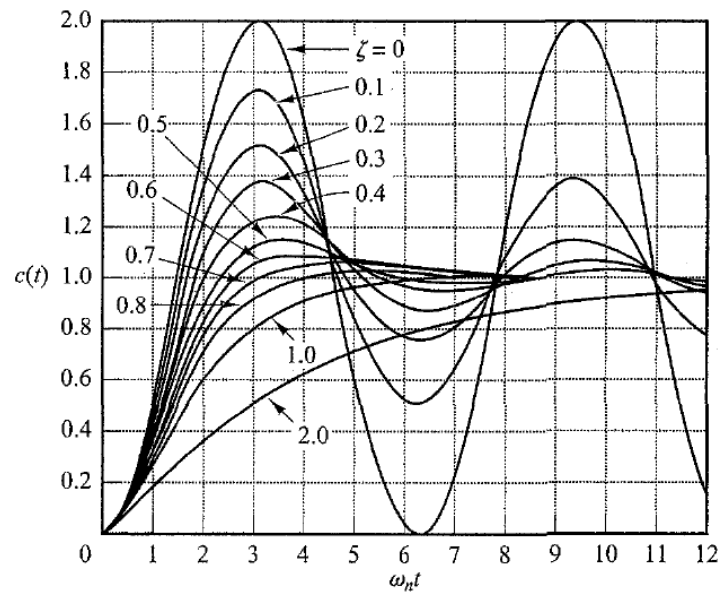


Figura 4 - Desempenho do sistema para outros valores de ζ .

Parâmetros de desempenho:

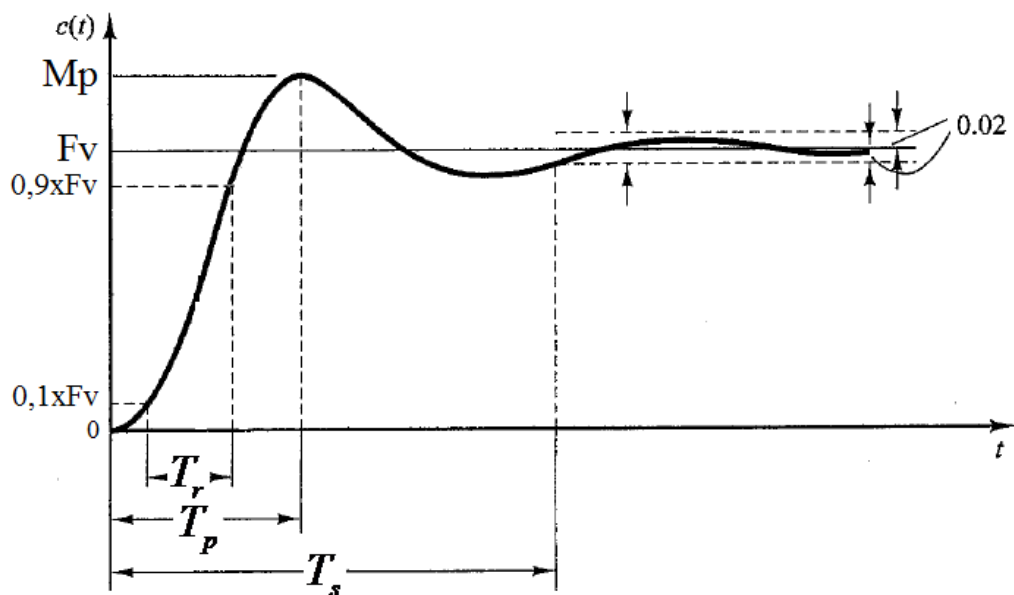


Figura 5 - Parâmetros de desempenho para analisar um sistema.

Observando a figura acima, temos:

- M_p : valor máximo da resposta;
- F_v : valor final ou valor de regime permanente;
- Tempo de subida (T_r): tempo para a resposta ir de 10% a 90% do seu valor final;

- Tempo de pico (T_p): tempo para a resposta atingir seu valor máximo.
- Percentual de *Overshoot* (PO): valor máximo da resposta, expresso em porcentagem do valor final da resposta.

$$PO\% = 100 \cdot e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \%$$

- Tempo de acomodação (T_s): tempo para que o valor da resposta não oscile mais que 2% do seu valor final.

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, \text{ para } 2\%$$

Atividades:

1. Obter o modelo em função de transferência do filtro RC de primeira ordem.
2. Calcular as respostas às entradas impulso e degrau.
3. Simular e experimentar ambas as respostas calculadas no item anterior.
4. Identifique nas respostas as características de respostas em regimes transitório e estacionário descritas nessa nota de aula. Comente os resultados obtidos.
5. Obter o modelo em função de transferência do filtro RC de segunda ordem e calcular a função de transferência em malha fechada com um controlador em cascata K_p .
6. Faça uma tabela de valores de K_p variando de 0 até 5 e os valores calculados de fator de amortecimento e frequência natural não amortecida.
7. A partir da tabela calculada no item anterior, verifique os valores de overshoot e do tempo de acomodação via simulação e experimentalmente. Comente os resultados obtidos.