

Teoria de Controle: Projeto compensadores pelo método do Lugar Geométrico das Raízes (LGR)

Docentes: Luís & Valter

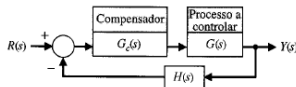
Engenharia Mecatrônica – CEFET-MG, *Campus* Divinópolis

Introdução: Projeto de sistemas de controle

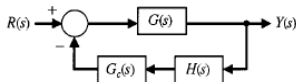
- Sistema de controle adequado:
 - ▶ ser estável (BIBO estável);
 - ▶ menos sensível a variações de parâmetros do sistema;
 - ▶ erro em regime permanente mínimo; e
 - ▶ reduzir o efeito de perturbações indesejadas.
- Para atender as especificações de desempenho:
 - ▶ modificar componentes da planta (pode não ser viável); e
 - ▶ projetar um compensador (controlador).
- Compensação → projeto de um filtro cujas características tendem a compensar as características indesejáveis e inalteráveis da planta.

Tipos de compensação

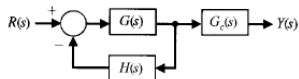
Compensação em cascata:



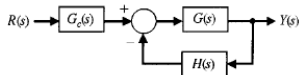
Compensação na realimentação:



Compensação na saída ou na carga:



Compensação na entrada:

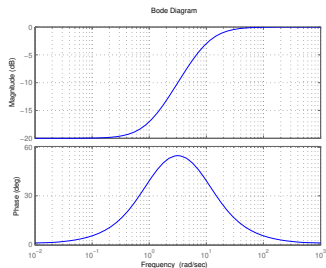
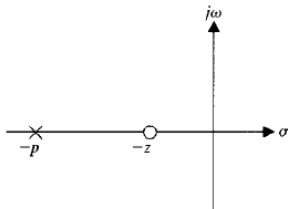


Compensação em avanço de fase e atraso de fase

Estrutura do compensador em avanço de fase:

$$C(s) = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

Considerando $z = 1/T$ e $p = 1/(\alpha T)$, tem-se

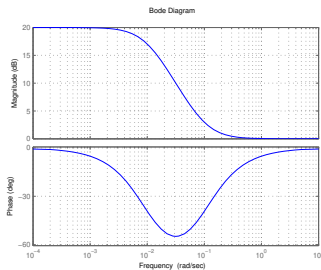
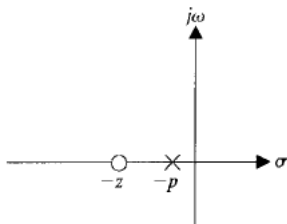


Compensação em avanço de fase e atraso de fase

Estrutura do compensador em atraso de fase:

$$C(s) = \hat{K}_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}, (\beta > 1)$$

Considerando $z = 1/T$ e $p = 1/(\beta T)$, tem-se

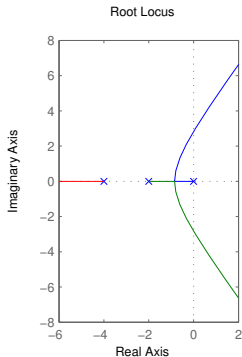
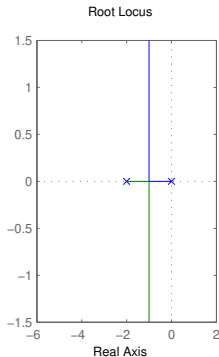
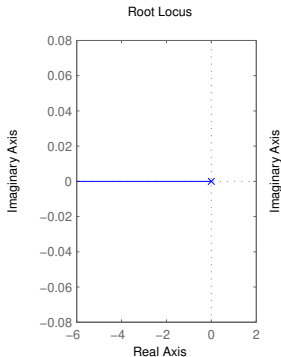


Projeto pelo método do lugar das raízes

- Baseia-se na modificação do lugar das raízes dos sistema \rightarrow acréscimo de polos e zeros.
- Esses polos e zeros fazem parte do compensador \rightarrow força o lugar das raízes passar pelos polos de malha fechada desejados no plano s .
- Característica do projeto baseia-se no pressuposto de que o sistema em malha fechada tem um par dominante de polos \rightarrow efeitos dos zeros e polos adicionais não afeta muito as características de resposta

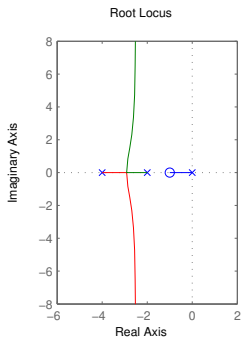
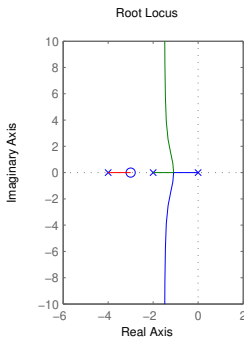
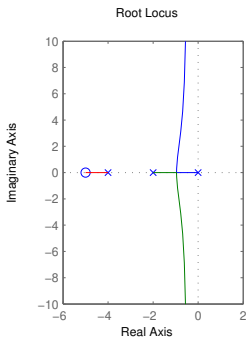
Efeitos da adição de polos

A adição de um polo à função de transferência de malha aberta tem o efeito de deslocar o lugar das raízes para a direita, tendendo a diminuir a estabilidade relativa do sistema e fazendo com que a acomodação da resposta seja mais lenta.



Efeitos da adição de zeros

A adição de um zero à função de transferência de malha aberta tem o efeito de deslocar o lugar das raízes para a esquerda, tendendo a tornar o sistema mais estável e mais rápida a acomodação da resposta seja mais lenta.



Técnicas de compensação por avanço de fase baseadas no método do lugar das raízes

- O método do lugar das raízes para projetos é eficiente quando as especificações são dadas em termos de grandezas no domínio do tempo:
 - ▶ coeficiente de amortecimento e a frequência natural não amortecida dos polos de malha fechada dominantes
 - ▶ máximo sobressinal (*overshoot*), tempo de subida e tempo de acomodação.
- Considerando que não seja possível alcançar as características desejadas para a resposta transitória apenas mexendo no ganho, então é necessário redesenhar o lugar das raízes de modo que os polos de malha fechada dominantes tenham localização desejada no plano complexo.

Técnicas de compensação por avanço de fase baseadas no método do lugar das raízes

Procedimento:

1. Com base na especificação de desempenho, determine a localização desejada dos polos de malha fechada dominantes.
2. Verifique, a partir do lugar das raízes do sistema não compensado, se é possível obter os polos de malha fechada dominantes apenas ajustando o ganho. Caso não seja possível, calcule a deficiência de ângulo ϕ . Esse ângulo deve ser completado pelo compensador por avanço de fase, desde que o novo lugar das raízes passe pela localização desejada dos polos de malha fechada dominantes.
3. Suponha que

$$C(s) = K_c \frac{s + 1/T}{s + 1/(\alpha T)}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

sendo α e T determinados com base na deficiência angular e K_c é determinado a partir do requisito de ganho.

Técnicas de compensação por avanço de fase baseadas no método do lugar das raízes

Procedimento:

4. Se não forem especificadas as constantes de erro estático, determine a posição do polo e do compensador por avanço de fase, de modo que esse compensador complete o ângulo ϕ necessário. Diante disso, é desejável que o valor de α seja elevado, isso resulta em um K_v elevado.
5. Determine o valor de K_c do compensador de avanço de fase a partir da condição de módulo.
 - Após projetado o compensador, verifique se todas as especificações de desempenho foram atendidas.
 - Caso não, repita os procedimentos de projeto ajustando o zero e o polo do compensador.
 - É necessário modificar a posição do par de polos dominantes, caso esses não sejam dominantes.
 - Os zeros de malha fechada afetam a resposta, se estiverem situados próximo a origem \rightarrow uso de pré-filtro.

Técnicas de compensação por atraso de fase baseadas no método do lugar das raízes

- Considere que é necessário determinar uma rede de compensação apropriada para caso em que o sistema apresente resposta transitória com características satisfatórias, mas as características em regime permanente sejam insatisfatórias.
- Compensação consiste no aumento do ganho de malha aberta, sem alterar apreciavelmente as características da resposta transitória.
- Para evitar uma modificação apreciável no lugar das raízes, a contribuição angular da rede de atraso de fase deve ser limitada a um valor pequeno \rightarrow inferior a 5°

$$-5^\circ < \angle \frac{s_d + 1/T}{s_d + 1/(\beta T)} < 0^\circ$$

Técnicas de compensação por atraso de fase baseadas no método do lugar das raízes

- Para assegurar isso, coloca-se o polo e o zero da rede de atraso de fase relativamente próximos um do outro e próximos da origem do plano s . Com isso, tem-se

$$|C(s_d)| = \left| \hat{K}_c \frac{s_d + 1/T}{s_d + 1/(\beta T)} \right| \triangleq \hat{K}_c$$

- Com o polo e o zero muito próximos da origem, o valor de β pode ser aumentado. O valor de T não é crítico, porém não deve ser muito alto para evitar dificuldades na implementação do compensador por atraso de fase.
- Aumento no ganho do compensador \rightarrow aumento no ganho das constantes de erro estático.
- Efeito negativo da compensação por atraso de fase \rightarrow zero do compensador próximo a origem gera polo próximo a em malha fechada. Aumenta o tempo de acomodação.

Técnicas de compensação por atraso de fase baseadas no método do lugar das raízes

Procedimento:

1. Desenhe o gráfico do lugar das raízes para o sistema não compensado. Com base nas especificações da resposta transitória, localize os polos dominantes de malha fechada.
2. Considere a função de transferência do compensador como

$$C(s) = \hat{K}_c \frac{s + 1/T}{s + 1/(\beta T)}$$

3. Calcule a particular constante de erro estático especificada no problema.
4. Determine o acréscimo na constante de erro estático necessário para satisfazer às especificações.

Técnicas de compensação por atraso de fase baseadas no método do lugar das raízes

Procedimento:

5. Determine o polo e o zero do compensador por atraso de fase que produzam o aumento necessário no valor em particular da constante de erro estático, sem modificar apreciavelmente o lugar das raízes → A distância entre o polo e o zero do compensador tem relação com o valor de acréscimo da constante de erro.
6. Desenhe o novo gráfico do lugar das raízes para o sistema compensado. Posicione os polos dominantes de malha fechada desejados, com base nas especificações da resposta transitória → a contribuição de fase deve ser pequena, o que não modificará apreciavelmente o lugar das raízes original.
7. Ajuste o ganho \bar{K}_c do compensador a partir da condição de módulo. \bar{K}_c será aproximadamente 1.