

1. ROUTH-HURWITZ

TABELA Tabela de Routh completa

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

1. Zero único na 1ª coluna enquanto os demais são $\neq 0$.
Deve-se ou substituir o 0 por ϵ e analisar as trocas de sinais subsequentes ou usar o polinômio reverso.
2. Existe uma coluna inteira de zeros.
Derivar o polinômio acima da linha. Ter-se-á raízes simétricas em relação à origem.

2. LGR

Os lugares vão para infinito ao longo de assíntotas centradas em σ_A e com ângulos ϕ_A .

$$\sigma_A = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{zeros}}{\# \text{n}^\circ \text{polos} - \# \text{n}^\circ \text{zeros}}$$

$$\theta_A = \frac{(2k+1)\pi}{\# \text{n}^\circ \text{polos} - \# \text{n}^\circ \text{zeros}}$$

sendo $k = 0, \pm 1, \pm 2 \pm 3, \dots$.

Ainda é necessário **determinar os pontos em que os polos tocam o eixo $j\omega$** , i.e., o valor do ganho crítico K_c .

Os pontos de saída no eixo real é dado pela solução de

$$K = p(s) \Rightarrow \frac{dK}{ds} = \frac{dp}{ds} = 0$$

sendo K o ganho e p o denominador. Ou resolvendo

$$\sum \frac{1}{\sigma + z_i} = \sum \frac{1}{\sigma + p_i}$$

nos quais σ é o ponto de partida ou chegada, z_i e p_i são os valores negativos dos zeros e polos da função transferência avaliado $G(s)H(s)$.

Para um dado ζ , o ângulo ϕ tal que

$$\phi = 180^\circ - \cos^{-1} \zeta$$

3. DIAGRAMA DE BODE

O diagrama de Bode é uma ferramenta para avaliar a resposta do sistema quando $s \rightarrow j\omega$ a partir do módulo e da fase do sinal.

$$|G(j\omega)| = M(\omega) = \frac{M_o(\omega)}{M_i(\omega)} \quad \angle G(j\omega) = \phi(\omega) = \phi_o(\omega) - \phi_i(\omega)$$

3.1 Integrador e derivador

Sua expressão são da forma

$$(j\omega)^{\pm 1} \Rightarrow 20 \log(j\omega)^{\pm 1} = 20 \log \omega \angle \pm 90^\circ$$

3.2 Primeira ordem

Sua expressão são da forma

$$(1 + j\omega T)^{\pm 1} \Rightarrow M = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

$$\omega \ll 1/T \Rightarrow M \approx 0 \text{ dB}$$

$$\omega \gg 1/T \Rightarrow M \approx 20 \log \omega T \text{ dB}$$

O ângulo é dado por

$$\phi = \pm \text{tg}^{-1} \omega T$$

3.3 Segunda ordem

Sua expressão são da forma

$$G(j\omega) = \left[1 + 2\zeta(\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2 \right]^{\pm 1}$$

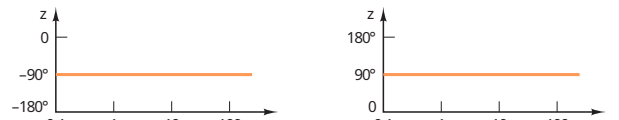
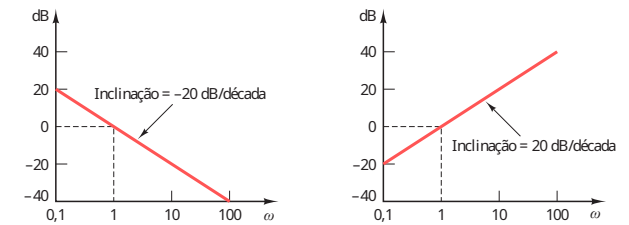
$$M = 20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \text{ dB}$$

$$\omega \ll \omega_n \Rightarrow M = 0 \text{ dB}$$

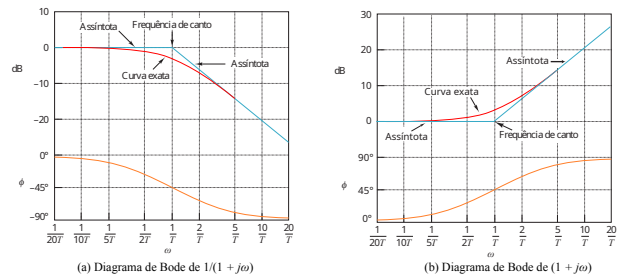
$$\omega \gg \omega_n \Rightarrow M = \pm 40 \log \frac{\omega}{\omega_n}$$

O ângulo é dado por

$$\phi = \pm \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2}$$

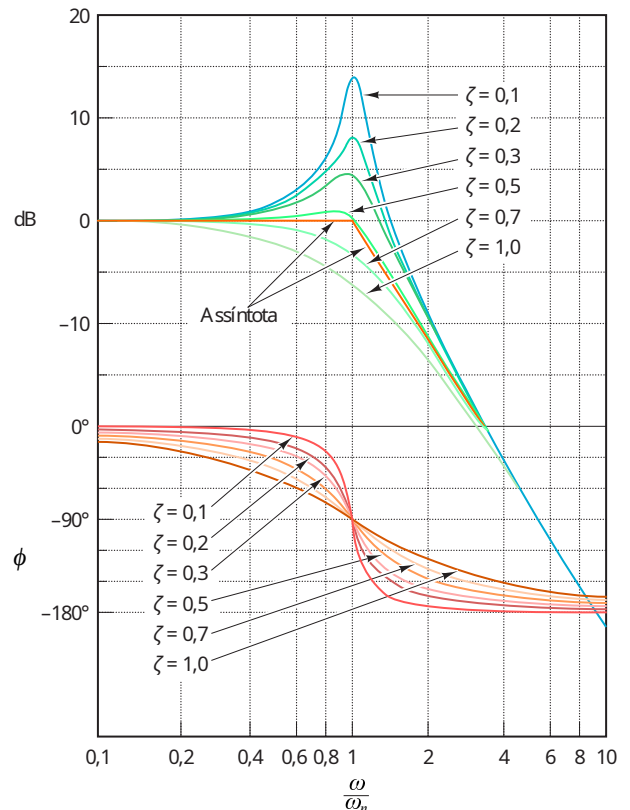


(a) Integrador e derivativo



(a) Diagrama de Bode de $1/(1+j\omega)$

(b) Diagrama de Bode de $(1+j\omega)$



(c) Segunda Ordem