

# GBDT模型

讲师: 刘顺祥

### 课程目标



- 1. 理解Adaboost提升树原理
- 2. 理解GBDT算法的原理
- 3. 掌握非平衡数据的处理
- 4. 理解XGBoost算法的原理
- 5. 掌握各集成算法的应用实战



### 模型介绍

提升树算法与线性回归模型的思想类似,所不同的是该算法实现了多棵基础决策树f(x)的加权运算,最具代表的提升树为AdaBoost算法,即:

$$F(x) = \sum_{m=1}^{M} \alpha_{mf_m(x)} = F_{m-1}(x) + \alpha_m f_m(x)$$

其中,F(x)是由M棵基础决策树构成的最终提升树, $F_{m-1}(x)$ 表示经过m-1轮迭代后的提升树, $\alpha_m$ 为第m棵基础决策树所对应的权重, $f_m(x)$ 为第m棵基础决策树。



### 模型介绍

对于Adaboost算法而言,每一棵基础决策树都是基于前一棵基础决策树的分类结果对样本点设置不同的权重,如果在前一棵基础决策树中将某样本点预测错误,就会增大该样本点的权重,否则会相应降低样本点的权重,进而再构建下一棵基础决策树,更加关注权重大的样本点。

所以,AdaBoost算法需要解决三大难题,即样本点的权重 $w_{mi}$ 如何确定、基础决策树f(x)如何选择以及每一棵基础决策树所对应的权重 $\alpha_m$ 如何计算。



#### 损失函数

$$L(y,F(x)) = exp(-yF(x))$$

$$= exp\left(-y\sum_{m=1}^{M} \alpha_m f_m(x)\right)$$

$$= exp\left(-y(F_{m-1}(x) + \alpha_m f_m(x))\right)$$

如果提升树 $F_{m-1}(x)$ 还能够继续提升,就说明损失函数还能够继续降低,换句话说,如果将所有训练 样本点带入损失函数中,一定存在一个最佳的 $\alpha_m$ 和 $f_m(x)$ ,使得损失函数尽量最大化地降低,即:

$$(\alpha_m, f_m(x)) = argmin_{\alpha, f(x)} \sum_{i=1}^{N} exp\left(-y_i (F_{m-1}(x_i) + \alpha_m f_m(x_i))\right)$$



#### 损失函数

进一步, 还可以将最小化的目标函数改写成下式:

$$(\alpha_m, f_m(x)) = argmin_{\alpha, f(x)} \sum_{i=1}^{N} p_{mi} ex p(-y_i \alpha_m f_m(x_i))$$

其中, $\mathbf{w}_{mi} = exp[-y_i F_{m-1}(x_i)]$ ,由于 $p_{mi}$ 与损失函数中的 $\alpha_m$ 和 $f_m(x)$ 无关,因此在求解最小化的问题时只需重点关注 $\sum_{i=1}^{N} exp(-y_i \alpha_m f_m(x_i))$ 部分。



#### 损失函数

对于 $\sum_{i=1}^{N} exp(-y_i\alpha_m f_m(x_i))$ 而言,当第m棵基础决策树能够准确预测时, $y_i$ 与 $f_m(x_i)$ 的乘积为1,否则为 -1,于是 $exp(-y_i\alpha_m f_m(x_i))$ 的结果为 $exp(-\alpha_m)$ 或 $exp(\alpha_m)$ ,对于某个固定的 $\alpha_m$ 而言,损失函数中的和式仅仅是关于 $\alpha_m$ 的式子。所以,要想求得损失函数的最小值,首先得找到最佳的 $f_m(x)$ ,使得所有训练样本点 $x_i$ 带入 $f_m(x)$ 后,误判结果越少越好,即最佳的 $f_m(x)$ 可以表示为:

$$f_m(x)^* = argmin_f \sum_{i=1}^N w_{mi} I(y_i \neq f_m(x))$$

其中,f表示所有可用的基础决策树空间, $f_m(x)^*$ 就是从f空间中寻找到的第m轮基础决策树,它能够使加权训练样本点的分类错误率最小, $I(y_i \neq f_m(x))$ 表示当第m棵基础决策树预测结果与实际值不相等时返回 1。



#### 损失函数

$$L(y, F(x)) = exp\left(-y(F_{m-1}(x) + \alpha_m f_m(x))\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} w_{mi} exp(-y_i \alpha_m f_m(x_i))$$

$$= \sum_{y_i = f_m(x_i)} w_{mi} exp(-\alpha_m) + \sum_{y_i \neq f_m(x_i)} w_{mi} exp(\alpha_m)$$

$$= \left(exp(\alpha_m) - exp(-\alpha_m)\right) \sum_{i=1}^{N} w_{mi} l(y_i \neq f_m(x)) + exp(-\alpha_m) \sum_{i=1}^{N} w_{mi}$$



#### 损失函数



求偏导,令导函数为0

$$\frac{\partial L(y, F(x))}{\partial \alpha_m}$$

$$= (\alpha_m e^{\alpha_m} + \alpha_m e^{-\alpha_m}) \sum_{i=1}^N w_{mi} I(y_i \neq f_m(x)) - \alpha_m e^{-\alpha_m} \sum_{i=1}^N w_{mi}$$

最终令 
$$\frac{\partial L(y, F(x))}{\partial \alpha_m} = 0$$
  

$$\alpha_m^* = \frac{1}{2} \log \frac{1 - e_m}{e_m}$$

$$\therefore \quad \alpha_m^* = \frac{1}{2} \log \frac{1 - e_m}{e_m}$$

其中, 
$$e_m = \frac{\sum_{i=1}^N p_{mi} I\left(y_i \neq f_m(x)\right)}{\sum_{i=1}^N p_{mi}} = \sum_{i=1}^N w_{mi} I\left(y_i \neq f_m(x)\right)$$
, 表示基础决策

树加的错误率。



#### Adaboost算法的具体步骤



在第一轮基础决策树 $f_1(x)$ 的构建中,会设置每一个样本点的权重 $w_{1i}$ 均为 $^1/_N$ 。



计算基础决策树 $f_m(x)$ 在训练数据集上的误判率 $e_m = \sum_{i=1}^N w_{mi}{}^*Iig(y_i 
eq f_m(x_i)ig)$ 。



计算基础决策树 $f_m(x)$ 所对应的权重  $\alpha_m^* = \frac{1}{2} \log \frac{1-e_m}{e_m}$ .



根据基础决策树 $f_m(x)$ 的预测结果,计算下一轮用于构建基础决策树的样本点权重 $w_{m+1,i}^*$ :

$$w_{m+1,i}^* = \begin{cases} \frac{w_{mi} exp(-\alpha_m^*)}{\sum_{i=1}^N w_{mi} exp(-\alpha_m^*)}, & f_m(x_i)^* = y_i \\ \frac{w_{mi} exp(\alpha_m^*)}{\sum_{i=1}^N w_{mi} exp(\alpha_m^*)}, & f_m(x_i)^* \neq y_i \end{cases}$$



### 函数介绍

AdaBoostClassifier(base\_estimator=None, n\_estimators=50, learning\_rate=1.0, algorithm='SAMME.R', random\_state=None)

AdaBoostRegressor(base\_estimator=None, n\_estimators=50, learning\_rate=1.0, loss='linear', random\_state=None)

base\_estimator:用于指定提升算法所应用的基础分类器,默认为分类决策树(CART),也可以是其他基础分类器,但分类器必须支持带样本权重的学习,如神经网络。

n\_estimators:用于指定基础分类器的数量,默认为50个,当模型在训练数据集中得到完美的拟合后,可以提前结束算法,不一定非得构建完指定个数的基础分类器。

learning\_rate: 用于指定模型迭代的学习率或步长,即对应的提升模型F(x)可以表示为  $F(x) = F_{m-1}(x) + \nu\alpha_m f_m(x)$ ,其中的 $\nu$ 就是该参数的指定值,默认值为1;对于较小的学习率 $\nu$ 而言,则需要迭代更多次的基础分类器,通常情况下需要利用交叉验证法确定合理的基础分类器个数和学习率。



### 函数介绍

AdaBoostClassifier(base\_estimator=None, n\_estimators=50, learning\_rate=1.0, algorithm='SAMME.R', random\_state=None)

AdaBoostRegressor(base\_estimator=None, n\_estimators=50, learning\_rate=1.0, loss='linear', random\_state=None)

**algorithm**:用于指定AdaBoostClassifier分类器的算法,默认为'SAMME.R',也可以使用'SAMME';使用'SAMME.R'时,基础模型必须能够计算类别的概率值;一般而言,'SAMME.R'算法相比于'SAMME'算法,收敛更快、误差更小、迭代数量更少。

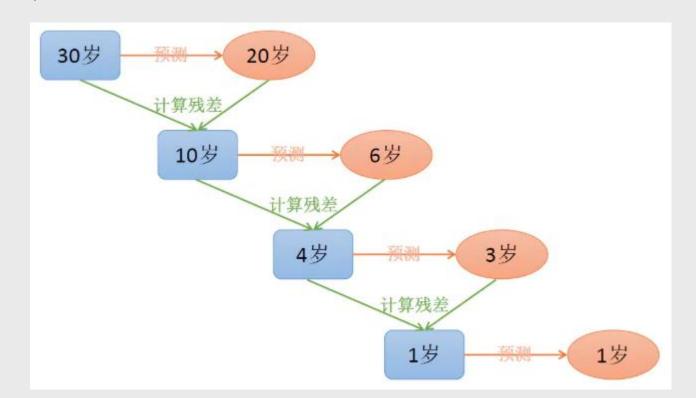
**loss**: 用于指定AdaBoostRegressor回归提升树的损失函数,可以是'linear',表示使用线性损失函数;也可以是'square',表示使用平方损失函数;还可以是'exponential',表示使用指数损失函数;该参数的默认值为'linear'。

random\_state:用于指定随机数生成器的种子。



#### 模型介绍

梯度提升树算法实际上是提升算法的扩展版,在原始的提升算法中,如果损失函数为平方损失或指数损失,求解损失函数的最小值问题会非常简单,但如果损失函数为更一般的函数,目标值的求解就会相对复杂很多。GBDT就是用来解决这个问题,利用损失函数的负梯度值作为该轮基础模型损失值的近似,并利用这个近似值构建下一轮基础模型。





### 算法步骤

- (1) 初始化一棵仅包含根节点的树,并寻找到一个常数Const能够使损失函数达到极小值;
- (2) 计算损失函数的负梯度值,用作残差的估计值,即:

$$r_{mi} = -\left[\frac{\partial L(y_i, f(x_i))}{\partial f(x_i)}\right]_{f(x) = f_{m-1}(x)}$$

(3)利用数据集 $(x_i, r_{mi})$ 拟合下一轮基础模型,得到对应的J个叶子节点 $R_{mj}$ , $j=1,2,\cdots,J$ ;计算每个叶子节点 $R_{mj}$ 的最佳拟合值,用以估计残差 $r_{mi}$ :

$$c_{mj} = argmin_c \sum_{x_i \in R_{mj}} L(y_i, f_{m-1}(x_i) + c)$$



#### 算法步骤

(4) 进而得到第m轮的基础模型 $f_m(x)$ , 再结合前m-1轮的基础模型, 得到最终的梯度提升模型:

$$F_{M}(x) = F_{M-1}(x) + f_{m}(x)$$

$$= F_{M-1}(x) + \sum_{j=1}^{J} c_{mj} I(x_{i} \in R_{mj})$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{J} c_{mj} I(x_{i} \in R_{mj})$$

如上几个步骤中, $c_{mj}$ 表示第m个基础模型 $f_m(x)$ 在叶节点j上的预测值; $F_M(x)$ 表示由M个基础模型构成的梯度提升树,它是每一个基础模型在样本点 $x_i$ 处的输出值 $c_{mj}$ 之和。



### 函数介绍

```
GradientBoostingClassifier(loss='ls', learning_rate=0.1, n_estimators=100, min_samples_split=2, min_samples_leaf=1, max_depth=3, min_impurity_decrease=0.0, init=None, max_features=None, max_leaf_nodes=None)
```

**loss**:用于指定GBDT算法的损失函数,对于分类的GBDT,可以选择'deviance'和'exponential',分别表示对数似然损失函数和指数损失函数;对于预测的GBDT,可以选择'ls' 'lad' 'huber'和 'quantile',分别表示**平方损失函数**、绝对值损失函数、Huber损失函数(前两种损失函数的结合,当误差较小时,使用平方损失,否则使用绝对值损失,误差大小的度量可使用alpha参数指定)和分位数回归损失函数(需通过alpha参数设定分位数)。

learning\_rate: 用于指定模型迭代的学习率或步长,即对应的梯度提升模型F(x)可以表示为 $F_M(x) = F_{M-1}(x) + \upsilon f_m(x)$ : ,其中的 $\upsilon$ 就是该参数的指定值,默认值为0.1; 对于较小的学习率 $\upsilon$ 而言,则需要迭代更多次的基础分类器,通常情况下需要利用交叉验证法确定合理的基础模型的个数和学习率。

n\_estimators: 用于指定基础模型的数量, 默认为100个。

min\_samples\_split:用于指定每个基础模型的根节点或中间节点能够继续分割的最小样本量,默认为2。

min\_samples\_leaf:用于指定每个基础模型的叶节点所包含的最小样本量,默认为1。



### 函数介绍

```
GradientBoostingClassifier(loss='ls', learning rate=0.1, n_estimators=100,
                       min samples split=2, min samples leaf=1, max depth=3,
                       min impurity decrease=0.0, init=None, max features=None,
                       max leaf nodes=None)
```

min\_weight\_fraction\_leaf:用于指定每个基础模型叶节点最小的样本权重,默认为0,表示不考虑 叶节点的样本权值。

max\_depth:用于指定每个基础模型所包含的最大深度,默认为3层。 min\_impurity\_decrease:用于指定每个基础模型的节点是否继续分割的最小不纯度值,默认为0;

如果不纯度超过指定的阈值,则节点需要分割,否则不分割。

init: 用于指定初始的基础模型, 用于执行初始的分类或预测。

max features: 用于指定每个基础模型所包含的最多分割字段数, 默认为None, 表示分割时使用所 有的字段;如果为具体的整数,则考虑使用对应的分割字段数;如果为0~1的浮点数,则考虑对应百 分比的字段个数;如果为'sqrt',则表示最多考虑 $\sqrt{P}$ 个字段,与指定'auto'效果一致;如果为'log2', 则表示最多使用log<sub>2</sub>P个字段。其中,P表示数据集所有自变量的个数。

max leaf nodes: 用于指定每个基础模型最大的叶节点个数,默认为None,表示对叶节点个数不 做任何限制。



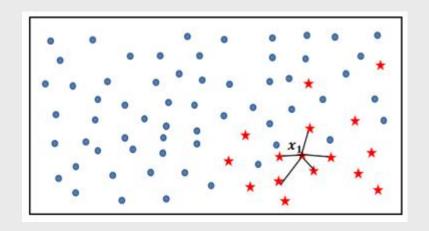
### 非平衡数据的特征

在实际应用中,类别型的因变量可能存在严重的偏倚,即类别之间的比例严重失调。如欺诈问题中, 欺诈类观测在样本集中毕竟占少数;客户流失问题中,忠实的客户往往也是占很少一部分;在某营销活动的响应问题中,真正参与活动的客户也同样只是少部分。

如果数据存在严重的不平衡,预测得出的结论往往也是有偏的,即分类结果会偏向于较多观测的类。 为了解决数据的非平衡问题,2002年Chawla提出了SMOTE算法,即合成少数过采样技术,它是基于随机 过采样算法的一种改进方案。



#### SMOTE算法的思想



SMOTE算法的基本思想就是对少数类别样本进行分析和 模拟,并将人工模拟的新样本添加到数据集中,进而使原始数 据中的类别不再严重失衡。

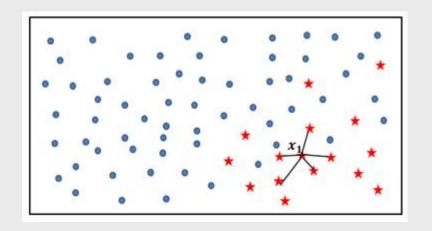


### SMOTE算法的步骤

- ★ 采样最邻近算法, 计算出每个少数类样本的K个近邻。
- ★ 从K个近邻中随机挑选N个样本进行随机线性插值。
- ★ 构造新的少数类样本。
- ★ 将新样本与原数据合成,产生新的训练集。



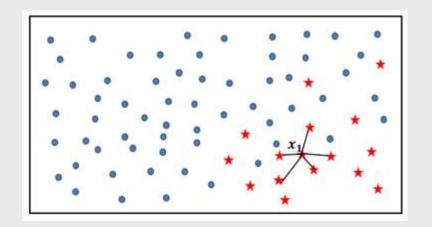
#### SMOTE算法的手工案例



- (1) 利用第11章所介绍的KNN算法,选择离样本点 $x_1$ 最近的K个同类样本点(不妨最近邻为5)。
- (2) 从最近的K个同类样本点中,随机挑选M个样本点(不妨设M为2), M的选择依赖于最终所希望的平衡率。



#### SMOTE算法的手工案例



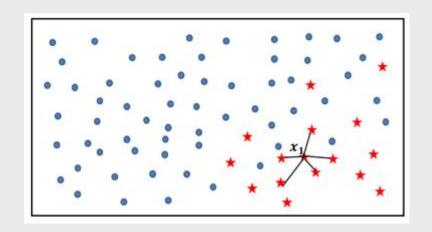
(3) 对于每一个随机选中的样本点,构造新的样本点。新样本点的构造需要使用下方的公式:

$$x_{new} = x_i + rand(0,1) \times (x_j - x_i), \quad j = 1,2,\dots, M$$

其中, $x_i$ 表示少数类别中的一个样本点(如图中五角星所代表的 $x_1$ 样本); $x_j$ 表示从K近邻中随机挑选的样本点j;rand(0,1)表示生成 0~1的随机数。



#### SMOTE算法的手工案例



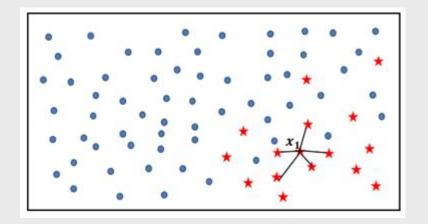
假设图中样本点 $x_1$ 的观测值为(2,3,10,7),从图中的5个近邻随机挑选两个样本点,它们的观测值分别为(1,1,5,8)和(2,1,7,6),由此得到的两个新样本点为:

 $x_{new1} = (2,3,10,7) + 0.3 \times ((1,1,5,8) - (2,3,10,7)) = (1.7,2.4,8.5,7.3)$ 

 $\alpha_{new2} = (2,3,10,7) + 0.26 \times ((2,1,7,6) - (2,3,10,7)) = (2,2.48,9.22,6.74)$ 



#### SMOTE算法的手工案例



(4) 重复步骤 (1) 、 (2) 和 (3) ,通过迭代少数类别中的每一个样本 $x_i$ ,最终将原始的少数类别样本量扩大为理想的比例。



### 函数介绍

SMOTE(ratio='auto', random\_state=None, k\_neighbors=5, m\_neighbors=10)

ratio: 用于指定重抽样的比例,如果指定字符型的值,可以是'minority'(表示对少数类别的样本进行抽样)、'majority'(表示对多数类别的样本进行抽样)、'not minority'(表示采用欠采样方法)、'all'(表示采用过采样方法),默认为'auto',等同于'all'和'not minority'。如果指定字典型的值,其中键为各个类别标签,值为类别下的样本量。

random state:用于指定随机数生成器的种子,默认为None,表示使用默认的随机数生成器。

k\_neighbors: 指定近邻个数, 默认为5个。

m\_neighbors: 指定从近邻样本中随机挑选的样本个数,默认为10个。



### XGBoost算法的介绍

XGBoost是由传统的GBDT模型发展而来的,GBDT模型在求解最优化问题时应用了一阶导技术,而XGBoost则使用损失函数的一阶和二阶导,而且可以自定义损失函数,只要损失函数可一阶和二阶求导。

XGBoost算法相比于GBDT算法还有其他优点,例如支持并行计算,大大提高算法的运行效率;XGBoost在损失函数中加入了正则项,用来控制模型的复杂度,进而可以防止模型的过拟合;XGBoost除了支持CART基础模型,还支持线性基础模型;XGBoost采用了随机森林的思想,对字段进行抽样,既可以防止过拟合,也可以降低模型的计算量。



损失函数

$$\widehat{y_i}^{(t)} = \sum_{k=1}^t f_k(x_i) = \widehat{y_i}^{(t-1)} + f_t(x_i)$$

其中, $\hat{y_i}^{(t)}$ 表示经第t轮迭代后的模型预测值, $\hat{y_i}^{(t-1)}$ 表示已知t-1个基础模型的预测值, $f_t(x_i)$ 表示第t个基础模型。

对于集成树,关键点就是第t个基础模型 $f_t$ 的选择。所以,只需要寻找一个能够使目标函数尽可能最大化降低的 $f_t$ 即可,故构造的目标函数如下:

$$Obj^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} L(y_i, \hat{y_i}^{(t)}) + \sum_{j=1}^{t} \Omega(f_j)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} L(y_i, \hat{y_i}^{(t-1)}) + f_t(x_i) + \sum_{j=1}^{t} \Omega(f_j)$$



#### 损失函数

损失函数中的 $\Omega(f_j)$ 为第j个基础模型的正则项,用于控制模型的复杂度。为了简单起见,不妨将损失函数L表示为平方损失,则如上的目标函数可以表示为:

$$Obj^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} \left( y_i - \left( \widehat{y_i}^{(t-1)} + f_t(x_i) \right) \right)^2 + \sum_{j=1}^{t} \Omega(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left( y_i^2 + \left( \widehat{y_i}^{(t-1)} + f_t(x_i) \right)^2 - 2y_i \left( \widehat{y_i}^{(t-1)} + f_t(x_i) \right) \right) + \sum_{j=1}^{t} \Omega(f_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left( 2f_t(x_i) \left( \widehat{y_i}^{(t-1)} - y_i \right) + f_t(x_i)^2 + \left( y_i - \widehat{y_i}^{(t-1)} \right)^2 \right) + \sum_{j=1}^{t} \Omega(f_j)$$



#### 损失函数

由于前t-1个基础模型是已知的,故 $\hat{y_i}^{(t-1)}$ 的预测值也是已知的,同时前t-1个基础模型的复杂度也是已知的,故不妨将所有的已知项设为常数constant,则目标函数可以重新表达为:

$$Obj^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} \left( 2f_t(x_i) \left( \hat{y_i}^{(t-1)} - y_i \right) + f_t(x_i)^2 \right) + \Omega(f_t) + constant$$

其中, $\left(\hat{y_i}^{(t-1)} - y_i\right)$ 项就是前t-1个基础模型所产生的残差,说明目标函数的选择与前t-1个基础模型的残差相关,这一点与GBDT是相同的。如上是假设损失函数为平方损失,对于更一般的损失函数来说,可以使用泰勒展开对损失函数值做近似估计。



### 泰勒展开式

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f(x)'\Delta x + f(x)''\Delta x^2$$

其中, f(x)是一个具有二阶可导的函数, f(x)'为f(x)的一阶导函数, f(x)"为f(x)的二阶导函数,  $\Delta x$ 为f(x)在某点处的变化量。假设令损失函数L为泰勒公式中的f,令损失函数中 $\hat{y_i}^{(t-1)}$ 项为泰勒公式中的x,令损失函数中 $f_t(x_i)$ 项为泰勒公式中的 $\Delta x$ ,则目标函数 $Obj^{(t)}$ 可以近似表示为:

$$\begin{aligned} Obj^{(t)} &= \sum_{i=1}^{n} L\left(y_i, \widehat{y_i}^{(t-1)} + f_t(x_i)\right) + \Omega(f_t) + constant \\ &\approx \sum_{i=1}^{n} \left(L\left(y_i, \widehat{y_i}^{(t-1)}\right) + g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t(x_i)^2\right) + \Omega(f_t) + constant \end{aligned}$$



#### 泰勒展开式

在上式中, $g_i$ 和 $h_i$ 分别是损失函数 $L\left(y_i, \widehat{y_i}^{(t-1)}\right)$ 关于 $\widehat{y_i}^{(t-1)}$ 的一阶导函数值和二阶导函数值,即它们可以表示为:

$$\begin{cases} g_i = \frac{\partial L(y_i, \widehat{y_i}^{(t-1)})}{\partial \widehat{y_i}^{(t-1)}} \\ h_i = \frac{\partial^2 L(y_i, \widehat{y_i}^{(t-1)})}{\partial \widehat{y_i}^{(t-1)}} \end{cases}$$



### 损失函数的演变

假设基础模型 $f_t$ 由CART树构成,对于一棵树来说,它可以被拆分为结构部分q,以及叶子节点所对应的输出值w。可以利用这两部分反映树的复杂度,即复杂度由树的叶子节点个数(反映树的结构)和叶子节点输出值的平方构成:

$$\Omega(f_t) = \gamma T + \frac{1}{2}\lambda \sum_{j=1}^{T} w_j^2$$

其中,T表示叶子节点的个数, $w_j^2$ 表示输出值向量的平方。CART树生长得越复杂,对应的T越大, $\Omega(f_t)$ 也越大。



#### 损失函数的演变

$$Obj^{(t)} \approx \sum_{i=1}^{n} \left( L(y_{i}, \hat{y_{i}}^{(t-1)}) + g_{i}f_{t}(x_{i}) + \frac{1}{2}h_{i}f_{t}(x_{i})^{2} \right) + \Omega(f_{t}) + constant$$

$$\approx \sum_{i=1}^{n} \left( g_{i}f_{t}(x_{i}) + \frac{1}{2}h_{i}f_{t}(x_{i})^{2} \right) + \gamma T + \frac{1}{2}\lambda \sum_{j=1}^{T} w_{j}^{2} + constant$$

$$\approx \sum_{i=1}^{n} \left( g_{i}w_{q(x_{i})} + \frac{1}{2}h_{i}w_{q(x_{i})}^{2} \right) + \gamma T + \frac{1}{2}\lambda \sum_{j=1}^{T} w_{j}^{2} + constant$$

$$\approx \sum_{j=1}^{T} \left( \left( \sum_{i \in I_{j}} g_{i} \right) w_{j} + \frac{1}{2} \left( \sum_{i \in I_{j}} h_{i} \right) w_{j}^{2} \right) + \gamma T + \frac{1}{2}\lambda \sum_{j=1}^{T} w_{j}^{2} + constant$$

$$\approx \sum_{j=1}^{T} \left( \left( \sum_{i \in I_{j}} g_{i} \right) w_{j} + \frac{1}{2} \left( \sum_{i \in I_{j}} (h_{i} + \lambda) \right) w_{j}^{2} \right) + \gamma T + constant$$



#### 损失函数的演变

$$Obj^{(t)} \approx \sum_{j=1}^{T} \left( \left( \sum_{i \in I_{j}} g_{i} \right) w_{j} + \frac{1}{2} \left( \sum_{i \in I_{j}} (h_{i} + \lambda) \right) w_{j}^{2} \right) + \gamma T + constant$$

$$\approx \sum_{j=1}^{T} \left( \left( \sum_{i \in I_{j}} g_{i} \right) w_{j} + \frac{1}{2} \left( \sum_{i \in I_{j}} (h_{i} + \lambda) \right) w_{j}^{2} \right) + \gamma T$$

$$\approx \sum_{j=1}^{T} \left( G_{j} w_{j} + \frac{1}{2} (H_{j} + \lambda) w_{j}^{2} \right) + \gamma T$$

其中, $G_j = \sum_{i \in I_j} g_i$ ; $H_j = \sum_{i \in I_j} h_i$ 。它们分别表示所有属于叶子节点j的样本点对应的 $g_i$ 之和以及 $h_i$ 之和。所以,最终是寻找一个合理的 $f_t$ ,使得式子 $\sum_{j=1}^T \left(G_j w_j + \frac{1}{2} (H_j + \lambda) w_j^2 \right) + \gamma T$ 尽可能大地减小。



#### 损失函数的演变



求偏导,令导函数为0

$$\frac{\partial Obj^{(t)}}{\partial w_j} = G_j + (H_j + \lambda)w_j = 0$$
  
$$\therefore w_j = -\frac{G_j}{H_i + \lambda}$$

所以,将 $w_j$ 的值导入到目标函数 $Ob_j^{(t)}$ 中,可得:

$$J(f_t) = \sum_{j=1}^{T} \left( G_j w_j + \frac{1}{2} (H_j + \lambda) w_j^2 \right) + \gamma T$$
$$= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{T} \left( \frac{G_j^2}{H_j + \lambda} \right) + \gamma T$$



### 函数介绍

XGBClassifier(max\_depth=3, learning\_rate=0.1, n\_estimators=100, objective='binary:logistic', booster='gbtree', gamma=0, min\_child\_weight=1, reg\_alpha=0, reg\_lambda=1, missing=None)

max\_depth:用于指定每个基础模型所包含的最大深度,默认为3层。

learning\_rate: 用于指定模型迭代的学习率或步长,默认为0.1,即对应的梯度提升模型 $F_T(x)$ 可以表示为 $F_T(x) = F_{T-1}(x) + \upsilon f_t(x)$ : ,其中的 $\upsilon$ 就是该参数的指定值,默认值为1; 对于较小的学习率 $\upsilon$ 而言,则需要迭代更多次的基础分类器,通常情况下需要利用交叉验证法确定合理的基础模型的个数和学习率。

n estimators:用于指定基础模型的数量,默认为100个。

objective: 用于指定目标函数中的损失函数类型,对于分类型的XGBoost算法,默认的损失函数为二分类的Logistic损失(模型返回概率值),也可以是'multi:softmax',表示用于处理多分类的损失函数(模型返回类别值),还可以是'multi:softprob',与'multi:softmax'相同,所不同的是模型返回各类别对应的概率值;对于预测型的XGBoost算法,默认的损失函数为线性回归损失。



### 函数介绍

XGBClassifier(max\_depth=3, learning\_rate=0.1, n\_estimators=100, objective='binary:logistic', booster='gbtree', gamma=0, min\_child\_weight=1, reg\_alpha=0, reg\_lambda=1, missing=None)

**booster**:用于指定基础模型的类型,默认为'gbtree',即CART模型,也可以是'gblinear',表示基础模型为线性模型。

gamma:用于指定节点分割所需的最小损失函数下降值,即增益值Gain的阈值,默认为0。

min\_child\_weight:用于指定叶子节点中各样本点二阶导之和的最小值,即Hi的最小值,默认为1,

该参数的值越小,模型越容易过拟合。

reg\_alpha:用于指定L1正则项的系数,默认为0。reg\_lambda:用于指定L2正则项的系数,默认为1。

missing: 用于指定缺失值的表示方法,默认为None,表示NaN即为默认值。

# 算法应用实战



- ✓ 信用卡违约行为的识别
- ✓ 信用卡欺诈行为的识别



