UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Projeto:

CERNN-0001/2018

Avaliação numérico-experimental de escoamentos em hidráulica de poços

DEFINIÇÕES DE CONCEITOS RELACIONADOS AO LBM

Elaborado por:
Waine B. de Oliveira Junior

Curitiba-PR, 29 de junho de 2017

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos
Rua Deputado Heitor Alencar Furtado, 5000 - Bloco N - Ecoville
CEP 81280-340, Curitiba-PR
http://www.cernn.ct.utfpr.edu.br
Contato: flaviakrugel@utfpr.edu.br

R H E O L O G Y

Resumo

A área de fluidodinâmica computacional (CFD) é de grande importância para vários setores industriais atualmente, como petrolífero, meteorológico e automobilístico. A área, como seu nome sugere, utiliza computadores para a obtenção de resultados, visto o grande poderio de processamento, e, por sua vez, os métodos numéricos utilizados pelo programa computacional possuem grande impacto no tempo de execução do código. Um destes métodos é o LBM (*Lattice Boltzmann Method*), que tem como uma das principais características ser altamente paralelizável, permitindo um alto desempenho comparado a outros métodos. A partir da leitura da bibliografia são feitas as definições de alguns conceitos relacionados a CFD e ao LBM.

Palavras-chave: CFD, conceitos, LBM.

1. Introdução

A área de CFD envolve principalmente três grandes áreas de conhecimento, a física, a matemática e a computação. A física define as fórmulas que representam o comportamento dos fluidos; a matemática permite a discretização daquelas, que usualmente são dadas em forma contínua; a computação implementa os métodos numéricos e calcula seus resultados. Logo, para área de CFD, é necessário possuir uma base de conhecimento dessas três áreas.

Para implementação de métodos numéricos que solucionam equações como a de Navier-Stokes ou de lattice Boltzman, é importante antes possuir certos conhecimentos físicos sobre essas e o significado de suas variáveis, para uma melhor compreensão do método. Logo, antes do início da implementação do algoritmo do LBM é necessário o estudo da física por trás e do método numérico utilizado para discretização e solução.

O objetivo deste relatório é definir alguns conceitos de CFD e do LBM, sendo eles: fluidodinâmica computacional; discretização numérica; condições de contorno; significado dos termos da equação de lattice Boltzmann; significado dos conjuntos discretos de velocidade, relação entre as variáveis macro e mesoscópicas; algoritmo do LBM e aspectos básicos sobre *collision* e *streaming*.

2. Definições

As definições dos conceitos são feitas a seguir.

2.1 Fluidodinâmica computacional (CFD)

CFD utiliza métodos numéricos e estrutura de dados para resolução, simulação e análise de problemas que envolvem movimento de fluidos. É muito útil para casos em que a solução analítica é impossível, como em casos de geometria complexa. O que permite o estudo do comportamento dos fluidos seja feito, a princípio, sem a necessidade de experimentos. Há vários métodos para tal abordagem, porém costumam ser muito custosos computacionalmente.

2.2 Discretização Numérica

A discretização numérica, no caso do LBM, consiste na transformação da LBE (*lattice Boltzmann equation*) do domínio de tempo, espaço e velocidade contínuos para domínio discreto. Ela é feita por meio de aproximações que utilizam polinômios de Hermite (*hermite polynomials*) (Krüger et. al., 2017), dentre outros métodos numéricos. Também há aproximação do operador de colisão por uma função bem comportada da distribuição (*f*) de equilíbrio.

2.3 Condições de contorno

As condições de contorno definem algumas das propriedades do escoamento do fluido nas fronteiras, como a velocidade relativa entre o fluido e a parede. No LBM essas condições são dadas para os nós fronteiriços, podendo ser distintas para diferentes regiões do contorno.

2.4 Significado dos termos da equação de lattice Boltzmann (LBE)

A LBE, a partir do operador de colisão BGK, é dada por:

$$f_i(\vec{x}+\vec{c}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\vec{x},t)\left(1-\frac{\Delta t}{\tau}\right) + f_i^{eq}(\vec{x},t)\frac{\Delta t}{\tau} \tag{1}$$

E a função equilíbrio:

$$f_i^{eq}(\vec{x},t)=\rho(\vec{x},t)w_i\left(1+\frac{\vec{u}(\vec{x},t)\cdot\vec{c}_i}{c_s^2}+\frac{(\vec{u}(\vec{x},t)\cdot\vec{c}_i)^2}{2c_s^4}-\frac{\vec{u}(\vec{x},t)\cdot\vec{u}(\vec{x},t)}{2c_s^2}\right) \quad (2)$$

Sendo suas variáveis:

- **x**: vetor posição discretizado;
- t: tempo discretizado;
- Δt: intervalo de tempo
- f_i(**x**, t): função distribuição de certa propriedade das partículas na posição **x** e tempo t;
- f^{eq}_i(**x**, t): distribuição de f_i no equilíbrio;
- ρ(**x**, t): densidade na posição x e tempo t;
- **u**(**x**, t): velocidade macroscópica na posição x e tempo t;
- **τ**: tempo de relaxamento, representa a taxa com que a f se aproxima da f^{eq};
- $\mathbf{c}_i$: velocidade microscópica discretizada;
- c_s: velocidade do som;
- ω_i: peso das velocidades discretizadas;

2.5 Significado dos conjuntos discretos de velocidade

Os conjuntos discretos de velocidade são pares [**c**, w], sendo **c** o vetor velocidade (discretizado) e w o peso da respectiva velocidade, tal que a soma de todos w do conjunto deve ser 1 e todos devem ser não negativos. O conjunto é escolhido de forma a possuir um número mínimo de velocidades discretas, porém que ainda capturem os fenômenos físicos desejados (Krüger et. al., 2017). A notação para o conjunto é DdQq, sendo d a dimensão espacial da velocidade e q o número de velocidades discretas (A. A. Mohamad, 2011).

O peso é utilizado para o cálculo da distribuição de equilíbrio, assim como a velocidade, que é dada pela função distribuição e também utilizada para cálculo do momento.

2.6 Relação entre as variáveis macro e mesoscópicas

Dentre as variáveis macroscópicas que podem ser encontradas por meio das mesoscópicas estão: viscosidade dinâmica, tensor de tensões, densidade, velocidade, energia interna, entre outras.

A relação matemática de algumas daquelas é dada por (Krüger et. al., 2017):

$$\rho(\vec{x},t)=\sum_i f_i(\vec{x},t) \tag{3}$$

Aonde ρ [kg/m³] representa a densidade local e f_i a função distribuição.

$$\vec{u}(x,t)=\frac{\sum_i \vec{c}_i f_i(\vec{x},t)}{\rho} \tag{4}$$

Aonde **u** [m/s] representa o vetor da velocidade macroscópica localmente, $\mathbf{c}_i$.[m/s] a velocidade discretizada e ρ a densidade total.

$$\nu=c_s^2\left(\tau-\frac{\Delta t}{2}\right) \tag{5}$$

Aonde ν [Pa.s] representa a viscosidade de cisalhamento, c_s [m/s] a velocidade do som, τ [t] o tempo de relaxamento e Δt [t] o intervalo de tempo.

$$\sigma_{\alpha\beta}\approx-\left(1-\frac{\Delta t}{2\tau}\right)\sum_i c_{i\alpha}c_{i\beta}(f_i-f_i^{eq}) \tag{6}$$

Aonde σ [Pa] representa o tenso de tensões e f_i^{eq} a distribuição de equilíbrio.

2.7 Algoritmo do LBM – aspectos básicos sobre collision e streaming

O algoritmo LBM é separado em duas etapas: a propagação e a colisão. A etapa de colisão é local e define novas distribuições para cada posição; a etapa de propagação distribui as populações para suas novas posições. Elas devem ser realizadas uma em sequência da outra (Krüger et. al., 2017).

3. Conclusão

Os conceitos básicos de CFD e aqueles necessários para a compreensão e implementação do LBM foram bem cobertos e, a partir deles, já é possível a produção de um algoritmo simples que simula por meio do LBM o movimento de um fluido.

Referências

KRÜGER, T. et al. The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice. Primeira edição. Suíça: Springer, 2017. 694 p.

MOHAMAD, A. A. Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes. Primeira edição. Londres: Springer-Verlag, 2011