

# Álgebra Linear - Lista de Exercícios 6

escreva seu nome aqui

1. Seja  $A$  uma matriz  $m \times n$  com posto  $r$ . Suponha que existem  $\mathbf{b}$  tais que  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  não tenha solução.

(a) Escreva todas as desigualdade ( $<$  e  $\leq$ ) que os números  $m, n$  e  $r$  precisam satisfazer.

**Resolução:**

(b) Como podemos concluir que  $A^T\mathbf{x} = 0$  tem solução fora  $\mathbf{x} = 0$ ?

**Resolução:**

2. Sem calcular  $A$  ache uma bases para os quatro espaços fundamentais:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 9 & 8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

**Resolução:**

3. Explique porque  $v = (1, 0, -1)$  não pode ser uma linha de  $A$  e estar também no seu núcleo.

**Resolução:**

4. A equação  $A^T\mathbf{x} = \mathbf{w}$  tem solução quando  $\mathbf{w}$  está em qual dos quatro subespaços? Quando a solução é única (condição sobre algum dos quatro subespaços)?

**Resolução:**

5. Seja  $M$  o espaço de todas as matrizes  $3 \times 3$ . Seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e note que  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

(a) Quais matrizes  $X \in M$  satisfazem  $AX = 0$ ?

**Resolução:**

(b) Quais matrizes  $Y \in M$  podem ser escritas como  $Y = AX$ , para algum  $X \in M$ ?

**Resolução:**

6. Sejam  $A$  e  $B$  matrizes  $m \times n$  com os mesmos quatro subespaços fundamentais. Se ambas estão na sua forma escalonada reduzida, prove que  $F$  e  $G$  são iguais, onde:

$$A = \begin{bmatrix} I & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} I & G \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Resolução:**