Tarea 2

Profesores: Andrés Abeliuk - Jocelyn Simmonds
Auxiliares: Carlos Antil - Blaz Korecic - Diego Salas - Lucas Torrealba

Instrucciones.-

- La tarea debe ser resuelta en **grupos de 2 - 3 integrantes**. No olviden especificar claramente sus nombres y secciones en el informe.
- Deberá entregar un único archivo en formato `.zip`, que deberá contener 4 archivos: P1.pdf, P1.{py,java,cpp}, P2.pdf, P3.pdf.
- Procure que sus demostraciones y explicaciones sean claras, sin ambigüedades y ordenadas. Se recomienda, aunque no es obligatorio, que elabore sus informes usando LaTeX.
- Si hacen uso de ChatGPT, deben indicar donde lo ocuparon, y explicar cómo determinaron que la(s) respuestas(s) entregada(s) por ChatGPT es(son) correcta(s).

P1: Relaciones de equivalencia.-

1. El sistema de transporte público de Santiago permite viajar en micro, Metro y Tren Nos. Este sistema permite realizar un único pago para un viaje de hasta 2 horas, donde se puede hacer trasbordo entre los distintos modos de viaje, pero no se puede repetir un recorrido de micro. Para el pasaje de una persona adulta, Red define tres tarifas[a], en base a la hora en que se inicia el viaje:

   - Baja: 06:00 – 06:59 / 20:45 – 23:00. Iniciar el viaje en Metro o Tren Nos tiene un costo de $640 en este horario, por lo que el primer trasbordo a una micro tiene un costo adicional de $60. Si el viaje empieza en micro, este viaje tiene un costo de $700, y no hay cobro adicional por hacer trasbordo.
   - Valle: 09:00 – 17:59 / 20:00 – 20:44. Comenzar el viaje en Metro o Tren Nos tiene un costo inicial de $720, y no hay costo adicional al hacer trasbordo a otro medio de transporte. Si el viaje comienza en micro, tiene un costo de $700, por lo que hacer trasbordo al Metro o Tren Nos tiene un costo adicional del $20.
   - Punta: 07:00 – 8:59 / 18:00 – 19:59. En este horario, iniciar el viaje en Metro o Tren Nos tiene un costo de $800, y no hay cobro adicional por hacer trasbordo a otro medio de transporte. Sin embargo, si el viaje comienza en una micro, este viaje cuesta $700, y el trasbordo al Metro o Tren Nos tiene un costo adicional del $100.

   La tarifa de trasbordo que se aplica depende de la hora de inicio del viaje. Por ejemplo, si un(a) pasajero(a) inició su viaje en Metro a las 07:30 (horario Punta), entonces podrá hacer

[a] https://www.red.cl/tarifas-y-recargas/conoce-las-tarifas/

trasbordo hasta las 09:30 sin pagar una tarifa adicional. La tarifa Valle se aplica los sábados, domingos y festivos.

Queremos armar un conjunto de casos de prueba para revisar que los viajes se estén descontando correctamente de las tarjetas Bip! Dado que haremos pruebas en terreno, este conjunto de casos de prueba debe cubrir un alto porcentaje de las distintas combinaciones de viajes, pero intentando reducir en lo posible la cantidad de pruebas que hacemos.

Una estrategia para lograr esto es identificar clases de equivalencia para las posibles entradas del algoritmo que calcula cuánto hay que descontar del saldo al subirse a un modo de transporte en cierto horario y día, en base a la hora de inicio del viaje. Una vez identificadas estas clases de equivalencias, podemos diseñar los casos de prueba, donde cada caso de prueba nuevo incluye tantas particiones nuevas de las entradas como sea posible.

a) Identifique las clases de equivalencia de las entradas que recibe el algoritmo que calcula el descuento a aplicar en la tarjeta Bip!

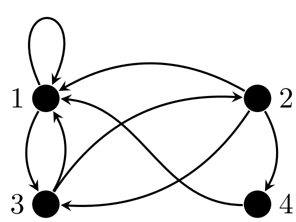
b) Ocupe estas clases de equivalencia para diseñar un conjunto minimal pero representativo de casos de prueba para el algoritmo que estamos testeando. Indique claramente los casos que aborda cada caso de prueba.

Hint: En este ejemplo mostramos la estrategia que deben ocupar en esta pregunta.

- Queremos probar una función llamada `factorial(n)`, donde la función produce el valor exacto de $n!$ si $0 \leq n < 20$, un valor aproximado de $n!$ si $20 \leq n < 200$, y produce un error si $n < 0$ o $n \geq 200$.
- Asumiendo que $n \in \mathbb{Z}$, vemos que la especificación de `factorial(n)` particiona $\mathbb{Z}$ en 4 intervalos disjuntos: $(-\infty, 0)$, $[0, 20), [20, 200), [200, \infty)$. Esto corresponde a la parte (a) de la pregunta.
- Dado esto, podemos elegir 4 casos de prueba, como $\{-5, 10, 50, 250\}$, para "cubrir" de forma representativa esta especificación de `factorial(n)`. Este paso corresponde a la parte (b) de la pregunta.

2. Podemos representar una relación R en A, donde $|A| = n$, ocupando una matriz Booleana M de $n \times n$ (todos los elementos son ceros y/o unos). Lo que hacemos es elegir un orden para los elementos de A, donde la i-esima fila y columna de M representan el i-esimo elemento de A. Entonces, $M_{ij} = 1$ si $(a_i, a_j) \in R$, y $M_{ij} = 0$ si $(a_i, a_j) \notin R$.

Ejemplo: Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$, con R definida según el siguiente grafo.



La matriz M representa R:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Escriba un programa $P1.\{py, cpp, java\}$ que reciba n en la entrada y n listas de n valores, representando las filas de la matriz M. Deben calcular la clausura reflexiva, simétrica y transitiva de R, y como salida deben entregar M', la relación de equivalencia correspondiente.

Esta seria la entrada y salida para el ejemplo del enunciado:

Entrada	**Salida**
4	1 1 1 1
1 0 1 0	1 1 1 1
1 0 1 1	1 1 1 1
1 1 0 0	1 1 1 1
1 0 0 0	

P2: Relaciones de recurrencia.-

Supongamos que estás eligiendo entre los siguientes tres algoritmos que reciben un input de tamaño n:

El algoritmo A resuelve problemas de tamaño n dividiéndolos en cinco subproblemas de la mitad del tamaño $n/2$, resolviendo recursivamente cada subproblema y luego combinando las soluciones en tiempo lineal.

El algoritmo B resuelve problemas de tamaño n resolviendo recursivamente dos subproblemas de tamaño $n-1$ y luego combinando las soluciones en tiempo constante.

El algoritmo C resuelve problemas de tamaño n dividiéndolos en nueve subproblemas de tamaño $n/3$, resolviendo recursivamente cada subproblema y luego combinando las soluciones en tiempo $O(n^2)$.

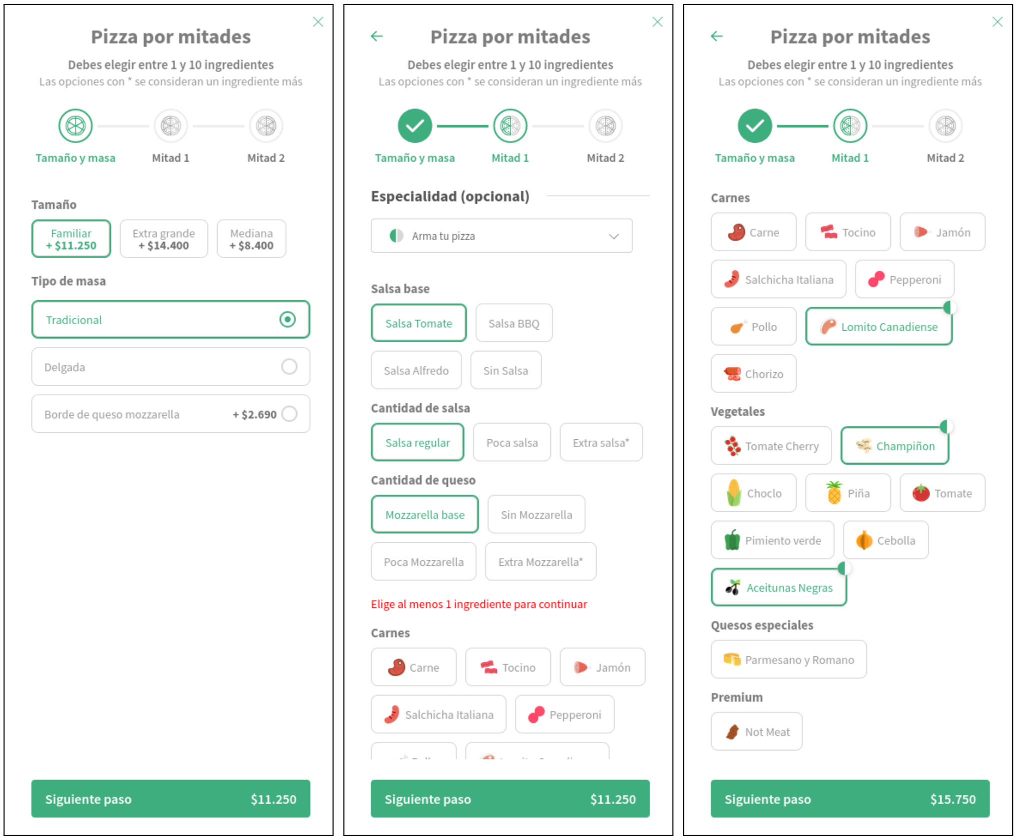
¿Cuáles son los tiempos de ejecución de cada uno de estos algoritmos (en notación O), y cuál elegirías para resolver el problema, en base a esta información?

P3: Combinatoria.-

1. Una cadena de pizzerías permite armar pizzas por mitades, o sea, que cada mitad de la pizza puede llevar sus propios ingredientes. Los pantallazos de la figura 1 muestran los formularios con todas las opciones posibles. Primero, en (a) se debe elegir el tamaño y tipo de masa, esto es igual para ambas mitades. Los pantallazos (b) y (c) muestran todas las alternativas disponibles para armar la primera mitad de la pizza, el formulario para la segunda mitad es idéntico. Ojo que la interfaz permite colocar algunos ingredientes de forma doble (por ejemplo, doble piña), y algunas opciones de salsa y queso cuentan como un ingrediente más.

   En base a las opciones y restricciones mostradas en estos pantallazos, ¿cuántas pizzas distintas se pueden armar? Indique y explique todos los supuestos que hacen en su deducción.

2. Ya esta lista nuestra pizza a la medida, y tenemos que ir a buscarla. Tal como muestra el mapa de la figura 2, estamos en la esquina de Av. Blanco Encalada con Almirante Latorre, y debemos llegar a la esquina de Toesca con Ejercito Libertador (el pin de Google Maps esta un poco corrido). Considere que hay trabajos en las calles Almirante Hurtado, Benavides y Obispo Edwards (marcados con en el mapa) y no se puede transitar por estas calles. Así que hacia el norte solo pueden caminar por Almirante Latorre, Jose Miguel Carrera, Vergara y Ejercito Libertador, mientras que hacia el oriente solo pueden caminar por Blanco Encalada, Domeyko, Claudio Gay o Toesca.



(a) (b) (c)

Figura 1: Formularios para armar una pizza por mitades: (a) elegir masa, y (b-c) elegir los ingredientes de una mitad de la pizza.

a) Considerando estas restricciones, ¿de cuántas maneras podemos caminar desde el punto A al punto B en la figura 2? Solo considere caminos directos, donde siempre se están acercando al punto B.

b) El caso anterior corresponde a una grilla de 4×4 vértices, donde cada vértice representa una equina entre dos calles. En base a su respuesta de la parte anterior, determine una formula para calcular el número de caminos entre A y B en una grilla de tamaño $n \times n$.

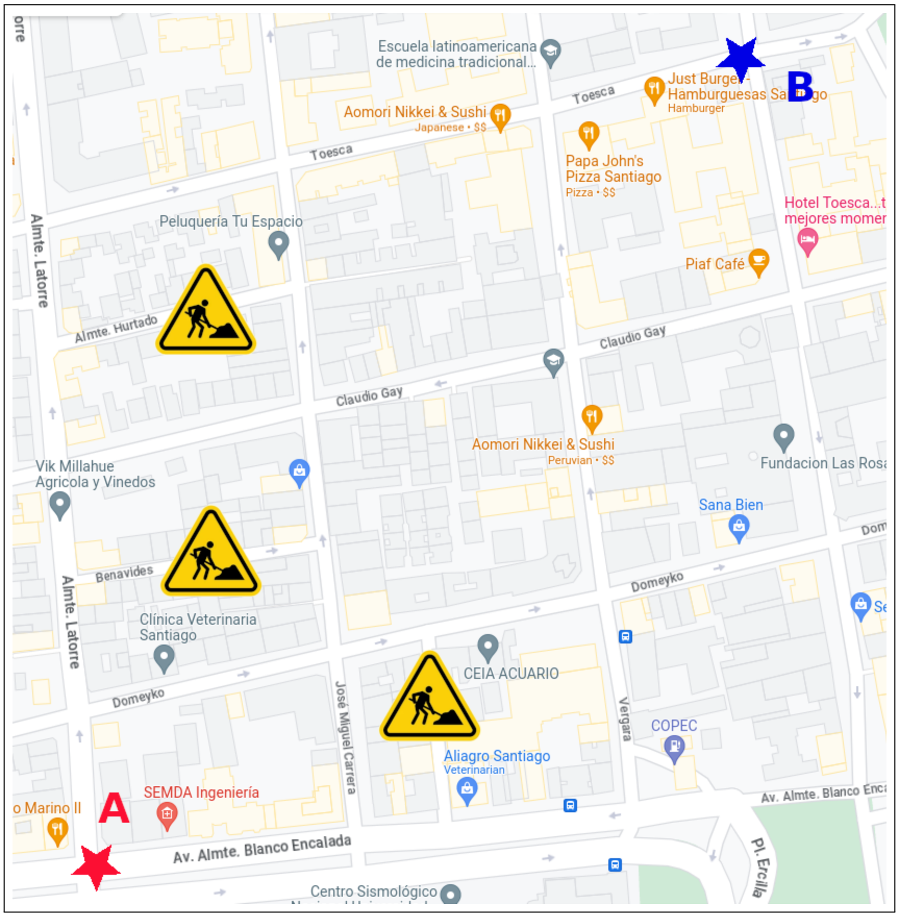


Figura 2: ¿De cuántas formas podemos llegar al punto B desde A?