

硕士学位论文

基于 UWB/IMU 融合的室内定位与导航技术研究

作者：追风少年

摘 要

现如今，室内定位技术在诸如无人机、目标跟踪、虚拟现实(VR)/增强现实(AR)、扫地机器人、服务机器人、无人驾驶等领域占据越来越重要的地位。准确的位置服务，可以为运动目标提供位姿信息及环境感知能力，引导其完成自动的路径规划。因此，室内高精度定位技术的研究成为一个重要课题。

室内定位技术存在的技术缺陷在于，单一的定位系统无法达到实际的应用要求，或精度不够、或应用场景受限、或稳定性不足、或因成本昂贵无法普及等。为解决这一技术难题，本论文开展基于 UWB(Ultra Wideband, 超宽带)测距和惯性导航系统组合定位关键技术研究，并给出定位系统工程实施的一些想法和建议。为了实现多传感器融合，本文首先分析了单一定位系统的特征与固有缺陷，然后针对不同应用场景设计状态估计模型，包括多基站无线定位与惯性导航的卡尔曼滤波算法、单基站与行人航迹推算系统的图优化模型等。下面按章节层次描述：

第一、论证场景内 UWB 基站部署个数、空间布局对于位置误差的影响，并就实际部署系统给出指导性方法和建议；

第二、对于低成本微机电系统的惯性测量单元，提出简单有效的参数标定方法，如静态零偏、噪声成分分析等；

第三、研究基于 UWB 测距和惯性导航组合定位的卡尔曼滤波模型，并对比可扩展卡尔曼滤波、无迹卡尔曼滤波性能，实现了定位系统非视距判别和自适应滤波；

第四、研究单基站与脚安装(Foot-Mounted)的行人航迹推算系统组合定位关键算法，该算法使用零速率更新和步态分割将惯性导航系统转化为里程测量，并使用图优化模型对其校正，基本实现二维的位置服务。

关键词：UWB 定位、惯性导航、卡尔曼滤波器、图优化

硕士学位论文

基于 UWB/IMU 融合的室内定位与导航技术研究

作者：追风少年

Abstract

Nowadays, indoor positioning technology have become more and more popular in areas such as sweeping robots, service robots, unmanned (intelligent parking), VR/AR, pedestrian tracking and unmanned aerial vehicles. Highly accurate location technology can provide moving target for pose used to explore unknown environments and complete the automated track or planning. Therefore, studying issues about indoor high-precision location is so important.

The challenge of indoor location is that single-method positioning system cannot meet requirements of actual application. The reason maybe is that not enough location accuracy, or limited application scenarios, or lack of stability, or the high expense and so on. In order to solve the shortcomings, the paper carries out research on key technologies of location information fusion combining UWB (Ultra Wideband) ranging with inertial navigation system and also gives some ideas for the implementation of engineering system. To realize multi-sensor fusion, we firstly analyzes the characteristics and inherent defects of single-method positioning system, and then designs the state estimation model for different scenarios including nonlinear Kalman filter algorithm for system consisting of multi-anchor ranging and inertial navigation, and optimization model for system consisting of single-anchor ranging and pedestrian dead reckoning(PDR). The following description in detail:

Firstly, demonstrate how the number and spatial layout of anchors deployed in the scenarios impact of location error, and then give instructional recommendations about actual deployment;

Secondly, put forward a simple and effective parameter calibration method, such as static zero bias calibration, noise component analysis for low-cost MEMS(Micro-Electro-Mechanical System) inertial sensor;

Thirdly, study Kalman filter based on UWB ranging and inertial navigation system, and compare the performance of Extended Kalman filter(EKF) to unscented Kalman filter(UKF), and realized non-line-of-sight(NLOS) discrimination and adaptive filtering.

Fourthly, study the key algorithm of single-anchor and Foot-Mounted PDR

system. The algorithm uses zero-velocity update and gait partition to transform inertial navigation system into odometer, and use the graph optimization model to correct it, and basically realize 2D position service.

Keywords: UWB Location, Inertial Navigation System, Kalman Filter, Graph Optimization

目 录

摘 要	I
Abstract.....	III
目 录	V
图目录	VIII
表目录	X
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 UWB 定位的研究现状	2
1.2.2 惯性导航的研究现状.....	3
1.2.3 微惯性测量单元的研究现状.....	4
1.2.4 室内定位研究现状.....	5
1.3 研究目的和研究任务.....	7
1.4 主要内容和结构安排.....	8
第 2 章 定位系统误差分析	9
2.1 引言.....	9
2.2 惯性系统误差分析.....	9
2.2.1 静态误差.....	10
2.2.2 动态误差.....	15
2.3 UWB 定位误差分析	19
2.3.1 UWB 伪距误差特性	19
2.3.2 三角测距误差分析.....	20
2.4 本章总结.....	25
第 3 章 基于 Kalman 滤波的组合定位算法研究	27
3.1 引言.....	27
3.2 卡尔曼滤波器.....	27

3.2.1	问题阐述.....	27
3.2.2	线性系统.....	30
3.2.3	非线性处理.....	32
3.2.4	初值.....	33
3.2.5	新息.....	34
3.3	位姿.....	35
3.3.1	刚体变换.....	35
3.3.2	姿态表示.....	36
3.3.3	四元数均值.....	40
3.4	组合导航模型.....	42
3.4.1	系统坐标系.....	42
3.4.2	运动方程.....	43
3.4.3	量测方程.....	44
3.4.4	滤波融合.....	44
3.5	自适应估计与非视距处理.....	46
3.5.1	自适应估计.....	46
3.5.2	非视距处理.....	47
3.6	本章总结.....	48
第 4 章	基于行人航迹推算和图优化模型的导航系统.....	49
4.1	引言.....	49
4.2	行人航迹推算系统.....	49
4.2.1	步态检测.....	50
4.2.2	步幅估计.....	51
4.2.3	航迹推算系统分析.....	54
4.3	图优化模型.....	55
4.3.1	问题阐述.....	55
4.3.2	传感器模型.....	55
4.3.3	因子图.....	56
4.4	稀疏矩阵与优化.....	59
4.5	本章总结.....	60

第 5 章 系统试验研究	61
5.1 引言	61
5.2 试验平台	61
5.3 基于 Kalman 滤波的组合定位实验	61
5.3.1 仿真实验	62
5.3.2 室内场景实验	67
5.4 基于航迹推算系统和图优化导航试验	71
5.5 Kalman 滤波工程实现	74
5.6 本章总结	76
第 6 章 总结与展望	77
6.1 论文主要贡献	77
6.2 工作展望	78
参考文献	79
致谢	I
个人简历	II
攻读硕士学位期间发表的论文和申请的专利	III

图目录

图 1.1 室内定位技术的典型应用.....	1
图 1.2 传统捷联导航结构图.....	3
图 1.3 基于步态识别的行人航迹推算系统.....	4
图 1.4 传感器融合方式：松耦合和紧耦合	6
图 2.1 惯性传感器与机体坐标系未对齐示意图.....	11
图 2.2 惯性测量单元姿态摆放图.....	13
图 2.3 LMRK30AHRS 参数性能表	14
图 2.4 MPU6050 和 LMRK30AHRS 六面体.....	14
图 2.5 加速度计校正最小均方误差.....	15
图 2.6 白噪声自相关函数与功率谱.....	16
图 2.7 常见随机噪声.....	17
图 2.8 阿兰方差分析噪声术语结论.....	18
图 2.9 MPU6050 加速度计和陀螺仪阿兰方差曲线.....	19
图 2.10 DW1000 的双边测距.....	19
图 2.11 三角测距定位方案.....	20
图 2.12 UWB 定位系统误差传递示意图	22
图 2.13 室内定位系统基站布局.....	23
图 2.14 定位误差在空间内谱密度.....	24
图 3.1 滤波器最优估计的过程.....	29
图 3.2 卡尔曼滤波预测和滤波过程.....	31
图 3.3 卡尔曼滤波器工作原理图.....	32
图 3.4 UKF 无迹变换示意图.....	33
图 3.5 空间姿态示意.....	35
图 3.6 欧拉角旋转次序.....	38
图 3.7 四元数法姿态变换.....	40
图 3.8 右手规则与旋转方向示意图.....	42

图 3.9 载体坐标系(B)和世界坐标系(E)	43
图 3.10 信号非视距误差来源示意图.....	47
图 4.1 行人步行姿态.....	50
图 4.2 应用零速率更新算法的速度方差曲线.....	52
图 4.3 基于步态分割的航迹推算系统.....	53
图 4.4 PDR 系统步态分割流程图.....	54
图 4.5 运动模型因子图子图.....	56
图 4.6 观测模型因子图子图.....	56
图 4.7 行人航迹推算因子图结构.....	58
图 5.1 组合定位实验平台.....	61
图 5.2 仿真实验场景.....	63
图 5.3 模拟场景室内定位示意图.....	64
图 5.4 UWB/IMU 与 Only-Ranging 定位误差对比	65
图 5.5 UWB/IMU 组合定位速度	66
图 5.6 UWB/IMU 组合定位姿态	66
图 5.7 UWB/IMU 组合定位 EKF vs UKF 定位误差曲线图	67
图 5.8 室内定位场景图.....	68
图 5.9 四基站下组合定位系统目标轨迹.....	69
图 5.10 五基站下组合定位系统目标轨迹.....	70
图 5.11 惯性导航与 UWB 组合定位流程框图	71
图 5.12 Foot-Mounted 惯性系统设备安装图	72
图 5.13 步态识别与分割.....	72
图 5.14 UWB 与行人航迹推算系统组合定位轨迹 1	73
图 5.15 UWB 与行人航迹推算系统组合定位轨迹 2	74

表目录

表格 2.1 惯性导航误差源.....	9
表格 2.2 三种布局方案误差椭球的半径长度.....	24
表格 3.1 离散卡尔曼滤波器时间更新方程.....	31
表格 3.2 离散卡尔曼滤波器状态更新方程.....	31
表格 5.1 仿真实验中 IMU 参数配置表.....	62

第1章 绪论

1.1 研究背景与意义

高准确度的位置信息对于军事、安全、商业等应用有着十分重要的作用。因此定位技术被广泛应用在车辆导航、紧急救援、健康监护、物流目标识别等领域。在过去的几十年里，全球定位系统 GPS(Global Positioning System)[1]是最为成熟的室外定位技术，但是 GPS 信号处于微波频段，信号到达地面时强度较弱，无法穿透建筑物。因此，GPS 并不适用于室内定位场景。事实上，人类有 80% 的活动处于室内环境，室内定位需求远比室外定位需求大得多，图 1.1 展示了室内定位技术在诸如图书馆、停车场、超市、仓库等场景下的典型应用。



图 1.1 室内定位技术的典型应用

位置服务的巨大需求催生了 UWB、Bluetooth、WiFi、RFID、Zigbee [2]等无线通信和网络技术，当然不同的应用场景下定位精度与成本等综合性能决定了这些技术在无线定位中的竞争力。实现无线定位的方法有两种，分为基于接受信号强度(Received Signal Strength Indication, RSSI)和基于飞行时间(Time of Fly、TOF)。RSSI 算法，又称指纹法，利用无线信号在信道内传播的能量衰减模型估算距离，需要事先录入室内环境中接受信号强度数据库，因其精度差、无法适应室内环境多变、无线信道复杂等情况，应用十分受限。TOF 方法则采用超高分辨率的无线脉冲(脉宽大约为皮秒)捕捉信号到达时刻从而估算电磁波在传播介质中的飞行时间，因精度高、抗多径干扰能力强、对恶劣环境具有强鲁棒性等特点，表现出突出优势。

目前世界各国政府纷纷部署了各自的先进制造业战略，2013 年德国政府提出工业 4.0 概念，旨在提升制造业的电脑化、数字化和智能化；2015 年中国政府

提出《中国制造 2025》规划,其中重点发展机器人领域,打造新型智能工业体系。在这些政策扶持下刺激并加速了如无人机、目标跟踪、虚拟现实(Virtual Reality, VR)/增强实现(Augmented Reality, AR)、扫地机器人、服务机器人、无人驾驶(智能泊车)等新产业的发展,当然这对室内位置服务(Location Service)的精度、适用性和稳定性等提出更高的要求。而 UWB 技术,作为为数不多的位置精度在分米级别的室内定位技术,不仅可以给机器人提供精确的位置信息,还可以与其他定位系统一起进行传感器融合以便大幅度提供系统稳定性和鲁棒性。因此,面对室内精确定位的巨大需求,研究基于 UWB 技术的室内精确定位,对于 UWB 技术的推广以及短距离高精度室内定位技术的发展,有着十分重要的实际意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 UWB 定位的研究现状

超宽带(UWB)技术是一种频率在 3.1-10.6GHz 的脉冲无线电通信技术,最初被作为军用雷达技术开发,其具有带宽资源丰富、功耗低、多径分辨能力强等优点。冷战结束后,由于受到军转民潮流的影响,2002 年 2 月美国 FCC 批准了 UWB 技术用于民用项目并限定 UWB 信号发送功率低于美国放射噪声规定值 41.3dBm/MHz(或 1mW/MHz),UWB 商用发展步伐才逐步加快[3]。

较之其他无线定位技术,超宽带定位大多基于 TOF 方法进行测距,是一种相对较新、极有应用前景的精确定位技术。常用的定位方式有 Angle of Arrival(AOA)、Time of Arrival(TOA)、Two Way Time of Fly(TW-TOF)、Time Difference of Arrival(TDOA)等。目前市场上比较成熟的硬件解决方案并不多,其中英国 Ubisense 公司推出基于天线阵列技术和 AOA 定位的 Series 9000 系列,其优点在于系统配置传感器少;美国 Time Domain 公司推出基于 TW-TOF 方法的高精度定位模块(包括 P330 和 P440 等),其在视距(line of sight, LOS)下精度可达 2cm、非视距(non-line of sight, NLOS)下精度为 10cm 以及爱尔兰 DecaWave 公司 2013 年发布全球首款精度 10cm 的单芯片无线定位产品 DW1000,因其体积小,价格低,迅速吸引了众多开发者投身室内定位领域[4]。同时在这一领域国内也出现许多研究团队,诸如北京的清研讯科、南京的沃旭、江苏的唐恩科技以及成都昂讯等公司。

如今商用的定位系统通常采用由多个 UWB 接收机组成高精度时间同步网络,跟踪大量低成本、体积微小、电池供电的超宽带信号传送器节点。据报告,其在室内的定位精度稳定在分米级别,但由于无线信号的多路径效应和非视距干扰,

UWB 定位在跟踪和定位移动物体或人时会产生扭曲和颠簸的运动轨迹。对于上述应用，虽然如今获得的性能通常是有效的，但许多潜在的应用领域提出了更高的定位精度要求[5]。

1.2.2 惯性导航的研究现状

任何惯性导航算法的基本原理都是惯性系统的运动机制。传统的惯性导航系统 (Inertial Navigation System, INS) 机制完全利用加速度计和陀螺仪数据，能够计算出载体的位置(Position)、速度(Velocity)、姿态信息(Attitude)，INS 模型方程表示为如上图 1.2。

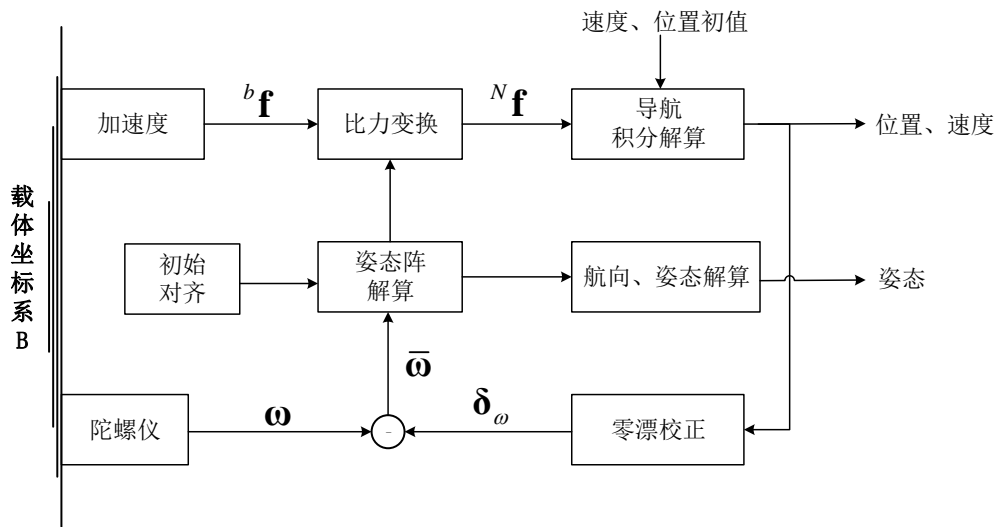


图 1.2 传统捷联导航结构图[6]

上述机制能够提供一个 3 维 PVA(Position, Velocity, Attitude)服务，其工作时具有很好的隐蔽性和抗干扰性，不依赖于任何外部信息，也不向外辐射能量，能够在空中、地面以及水下完成自主导航定位的功能。但是导航的误差会因为惯性测量单元漂移的特点随时间剧烈增长[7]。

为了对抗惯性器件积分漂移，国内外学者提出了利用行人运动特征建模的零速率更新(Zero Velocity Update, ZUPT)算法，该算法采用阈值等方式对行人站立时刻判定(即步态识别)，及时为导航系统提供速度观测信息，这样定期关闭惯性测量元件的积分环路。该系统被称之为行人航迹推算(Pedestrian Dead Reckoning, PDR)。

行人航迹推算，包含四个关键步骤：步态检测、步/步幅估计、航向角估计和二维位置计算，其对于硬件节点的部署存在限制，即惯性设备被放置水平，安装位置大多分布在脚上或者头戴设备。目前步态检测算法已经表现出不错的效果，

Stirling、Soehren 和 Castaneda 等采用加速度计检测加速或减速运动分割步行姿态[8], [9], [10]; Woodman、Cavallo 和 Rantakokko 等学者采用陀螺仪检测角速度判断步行姿态[11][12][13]及其 Judd 结合加速度计和陀螺仪来实现步态检测[14]。Jimenez 报告了根据阈值算法的检测误差: 0.1%(加速度计)和 0.2%(陀螺仪)[15]。ZUPT 算法意味着开环惯性数据积分在脚的摆动阶段才会发生。目前基于 ZUPT/INS 系统通常表现为数米级别的误差。2005 年, ZUPT 首次由 Foxlin 运用在 NavShoe 项目中的行人导航系统上下文中, 并报告了良好的效果[16]; 2013 年德国卡尔斯鲁厄学院 Zwirello 采用 ZUPT 算法, 采样加速度计、陀螺仪、磁力计数据估计行人步长和步态[17]。

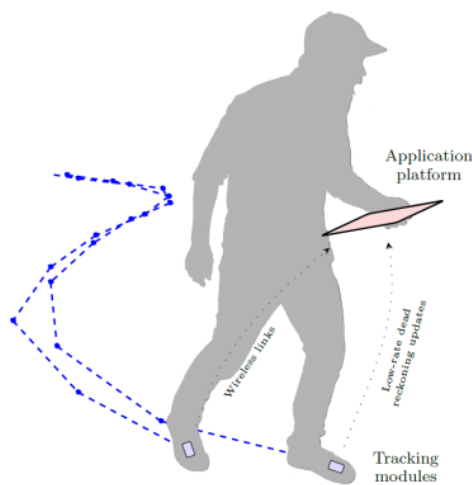


图 1.3 基于步态识别的行人航迹推算系统

然而站姿检测存在局限性, 运动中衣物的变形和反弹会引起惯性传感器进行附加的运动, 这表明结合先验知识的阈值算法[18]计算出来的站姿周期并不够准确。同时论文中大多测试通常在已知用户的初始位置并且被告知沿规定的路径行走而不停止的情况进行。很少考虑更自然的情况, 使用者可能避开障碍物, 可能坐下来挥动自己的双腿, 可能漫无目的地漫步, 或可能执行一些不寻常的活动, 如跳跃或跳绳。这种情况下基于 Foot-mounted 惯性导航应用实用性大大降低。尽管如此, ZUPT 为主的 INS 已被证明在与建筑地图相结合, 提供良好的中期跟踪精度。

1.2.3 微惯性测量单元的研究现状

微惯性测量组件(Micro Inertial Measurement Unit, MIMU)是一种新兴、发展迅速的微型惯性传感器。微惯性测量组件通常由加速度计和陀螺仪组成, 它能够测量载体的线性加速度和旋转角速度, 因测量精度低、随机噪声大、受温度影响

严重等因素主要应用在运动健康检测、车载导航系统、游戏、可穿戴设备等对精度要求不高的民用项目中。另外，MIMU 还具有体积小、功耗低及环境适应能力强等优点，这使得 MIMU 成为导航系统的理想设备[19]。

从市场应用方面来看，随着微机电系统(Micro-Electro-Mechanical Systems, MEMS)制造工艺的技术成熟，许多半导体厂商推出集成加速度计、陀螺仪、磁力计、数字运动处理器(Digital Motion Processor, DMP)的片上 Soc 系统，如美国 InvenSense 公司推出的 6 轴 MPU6050 和 9 轴 MPU9250 芯片；意法半导体(ST)公司推出的 6 轴 LSM6DS3 和内置 cortex-M0 核的 LIS331EB 芯片以及博世(Bosch)公司推出的 9 轴 BMF055 芯片。相较于多组件方案，Soc 系统整合六轴惯性数据，免除了组合陀螺仪与加速度计时间轴之差、安装对齐的问题，减少了大量的封装空间。同时芯片内置 DMP 能够直接解算获取姿态信息，无须开发者具备深厚的惯性导航系统相关理论，这也成为未来 MEMS 惯性传感器的发展趋势。

因此为减轻主控制器运算任务、降低功耗，各大处理器公司与 MEMS 制造商、惯性应用开发商合作推出各种针对不同需求的传感与计算集成(SensorHub)协处理器，旨在专门处理惯性数据，如 Atmel 公司、TI 公司、ST 公司等纷纷进入这一领域。工业界的一系列推进以及将算法不断集成到硬件层面，不仅降低了惯性导航开发的门槛，加快了项目的开发周期，而且降低了惯性测量元件应用的成本，这些都将促进微型惯性元件的普及。

1.2.4 室内定位研究现状

单一的导航系统无法实现精确定位和导航，然而不同定位系统之间存在优势互补等特征。鉴于 UWB 定位误差长时间内稳定而惯性导航定位误差短时间内准确，许多导航系统采用多传感器融合技术，提取有用信息，剔除干扰信息，提高定位测量的精度和稳定性。目前惯性传感器结合 GPS 或者 UWB 定位已成功被用来估计六维的位置和方向信息。惯性传感器的附加优势，还包括改进跟踪定位精度，特别是动态性能，速度和方向变得可观察，系统提供一种六自由度目标跟踪室内应用解决方案[5]。将惯性导航组合 UWB 定位的研究现状从数据融合、状态估计两个角度阐述：

- 数据融合方式

根据无线定位接受机参与数据融合信息来源不同，将惯性元件和无线定位结合方式分为松耦合和紧耦合[20]。

松耦合对输出结果建模，具有简单、易于实现、计算量小等特点。紧耦合直接对 UWB 系统和惯性系统信息进行信息融合，定位信息融合更加彻底，定位精

度更高, 优势表现在两个方面[21]: 第一, 单个系统位置信息的解算会丢失一部分信息, 直接将传感器测量数据建模并进行数据融合, 更大程度地提取了可用信息; 第二, 紧耦合数据融合能够为不同传感器数据处理执行假设性测验, 有效地处理异常值(非视距和多径效应), 这对于 UWB 定位系统是特别有效的。

一些学者对耦合结构进行了研究, 瑞典林雪平大学 Kok 等采用 UWB/INS 组合系统紧耦合[22]。进行三维人体姿态捕捉; 德国 Zwirello 等对 UWB/INS 组合系统数据紧耦合和松耦合方式的优劣性进行了评估[17]; 荷兰 Xsens 公司开发的 Xsens MVN Motion Grid 三维人体跟踪捕捉器采用紧耦合的方式进行设计[21]。尽管紧耦合方法优势突出, 但在系统建模不够准确的情况下过度依赖其他传感器的先验知识, 定位系统之间将互相干扰导致定位精度急剧下降, 故耦合方式的选择应依实际情况而定。

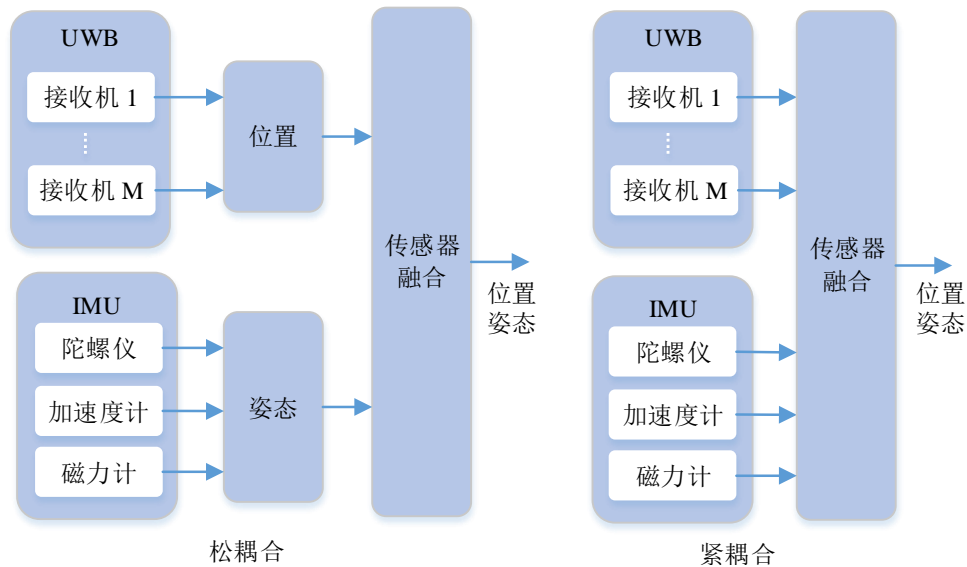


图 1.4 传感器融合方式: 松耦合和紧耦合

• 状态估计

组合导航大多基于多传感器融合技术, 系统通常采用位置、速度、姿态作为状态量, 依据外部观测量对其建立观测方程进行状态估计, 主要的融合算法有卡尔曼滤波、最大似然滤波、粒子滤波以及图优化模型等。

卡尔曼滤波是一种简单适用的线性估计算法, 通过建立噪声高斯模型, 具有实时性好、实用性强、易于实现等优点。2009 年 Hol 采用可扩展 kalman 滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 对 UWB 多点定位和惯性导航数据融合进行了研究 [5]; 2014 年江南大学物联网学院 Fan[23] 在矿井下, 采用模糊自适应卡尔曼滤波的方式, 融合多个 UWB 测距值和加速度计、陀螺仪数据, 实现平面内的二维精确定位。2015 年瑞典林雪平大学 Kok 团队在三维人体姿态捕捉应用中[22], 利

用 UWB 测距技术深度耦合惯性导航数据,将三维位置精度提高到均方根误差在 3cm 以内。卡尔曼滤波,简单地将量测噪声建模为高斯模型,这必然造成信息丢失。为了进一步提高滤波器的精度,必须对观测噪声更加精确的建模。在这一方面,Kok 团队使用最大似然(Maximum likelihood)估计,其 UWB 噪声建模为非对称长尾噪声模型,成功消除非视距干扰。

同时随着 SLAM(Simultaneous Localization and Mapping, 即时定位与地图构建)技术不断发展与成熟,一些学者将计算量更大的粒子滤波和图优化算法应用到定位系统中。

- 粒子滤波,作为一种状态估计器,在非线性、非高斯系统表现出极大的优越性。它的核心思想基于蒙特卡洛方法,其通过从后验概率密度中抽取的随机状态粒子表示噪声的分布,是一种贯序重要性采样(Sequential Importance Sampling, SIS)方法。但粒子滤波存在着采样量大、重采样使得样本有效性和多样性的损失,样本贫化等缺陷。在这一领域,Giorgio[24]等实现了采用 RBPF(Rao-Blackwellized Particle Filter)的二维激光 GMapping 方案;Michael[25]等实现了基于场景路标(Landmarks)和行人航迹推算系统的 ActionSLAM 方案;Jose-Luis[26]等实现了基于 RBPF 的 RO-SLAM(Rangle-Only SLAM)方案。

- 图优化算法,区别于滤波方法,是一种最优化算法,其核心思想在于建立系统中所有噪声的误差代价函数并求解使其最小的最优解。图优化模型仍然是一种基于状态的艺术(Art-of-State)方法,它将系统的状态量作为图的节点、条件依赖关系表示节点之间的边并建立贝叶斯网络。鉴于状态变量的一阶马尔可夫假设,图结构是一种稀疏、延长的结构。基于图优化的方法,已经被大量使用在 SLAM 方案,表现出极大的稳定性和有效性。目前主流的 SLAM 开源方案,如基于 ORB(Oriented FAST and Rotated BRIEF)特征点的 ORB-SLAM[27]、PTAM(Parallel Tracking and Mapping)、SVO(Semi-Direct Monocular Visual Odometry)[28]、VIO(Visual Inertial Odometry)、DSO(Direct Sparse Odometry)、LSD(Large-Scale Direct Monocular)[29]等均使用图优化技术进行状态估计。

1.3 研究目的和研究任务

本论文主要研究室内定位多传感器融合方法。论文采用 UWB 无线定位技术,并结合惯性导航相关理论方法,研究如何建立多定位源数据融合模型,为今后的组合定位系统应用提供理论依据。通过本论文的研究,拟达到以下研究目标:

- (I) 研究基站布局以及基站布局密度对固定空间内 UWB 定位精度的影响,实现在满足实际定位精度要求条件下,架设最少的基站和配置最优的布局;

- (II) 研究低成本惯性传感器静态漂移消除方法, 实现简单有效的传感器校正以及实现惯性导航的初始对齐;
- (III) 搭建 UWB 定位硬件测试平台, 收集室内环境下伪距数据, 研究 UWB 测距误差, 探索最佳误差模型;
- (IV) 提出组合导航数据融合卡尔曼滤波器设计方法, 实现以最少观测量达到对室内位置变量的实时估计;
- (V) 探索欠基站¹-惯性导航进行数据融合的条件和方法, 实现中低精度的行人轨迹跟踪系统。

1.4 主要内容和结构安排

本论文主要探讨基于 UWB 定位与惯性导航组合定位关键技术, 主要包括基于 Kalman 滤波的组合定位算法研究、基于行人航迹推算和图优化模型的导航系统。这里将论文的各章节安排如下:

第一章: 绪论, 主要介绍室内高精度定位关键技术研究的背景与意义, 阐述 UWB 定位、惯性导航、MEMS 惯性传感器、室内定位的国内外研究现状, 最后说明本课题的目标和主要研究内容。

第二章: 定位系统误差分析, 主要介绍 UWB 定位和惯性导航系统误差来源和系统建模, 论述 UWB 定位系统的固有特性和惯性元件的噪声模型。

第三章: 基于 Kalman 滤波的组合定位算法研究, 详细地阐述一种基于滤波方法的状态估计原理和实现。在此基础上, 增加了自适应滤波和野值剔除模块, 使得定位系统稳定性更强。

第四章: 基于行人航迹推算和图优化模型的导航系统, 详细地阐述步态检测算法、航迹推算模型以及图优化原理和实现。最后给出了该算法的优点、缺陷以及适用场景的分析。

第五章: 系统试验研究, 实现了基于 Kalman 滤波的组合定位算法研究和基于航迹推算和图优化模型的导航系统。

第六章: 总结与展望, 对本文所进行的工作进行总结, 并对以后的研究工作进行展望。

¹ 欠基站: 是指定位系统的实现依靠小于 4 个基站实现系统定位, 基站因缺少足够信息无法直接唯一确定目标坐标点

第2章 定位系统误差分析

2.1 引言

为了建立合理的组合定位模型,清晰地认知系统的误差来源、特性成为至关重要的一个环节。组合导航系统由惯性元件、UWB 基站(Anchor Node)和 UWB 卡片(Tag Node)构成,其中惯性元件因制作工艺、材料、成本等因素性能上差异极大,从导航级、战术级、工业级到商业级不等。本论文的研究重点是针对低成本的 MEMS 惯性导航系统,旨在为 MEMS 惯性测量单元应用提供理论参考依据。

2.2 惯性系统误差分析

惯性元件一般指的是加速度计和陀螺仪(有时也包括磁力计),它能够感知 3 个正交方向上的线性加速度和旋转角速度。一般地,影响惯性导航性能的主要误差源包括惯性元件精度和系统误差,例如正交轴的对齐误差、传感器比例因子、非正交性以及随机噪声等等,将详细的误差源列出如下表格 2.1[34]所示

表格 2.1 惯性导航误差源

误差类型	描述
轴对齐误差	引起翻滚(Roll)、俯仰(Pitch)和 Heading(航向)角度误差
加速度计零值偏差	加速度计输出值的常量偏差,但每次开机上电随机改变
加速度计比例因子	真实加速度值与输出值之间的非线性误差
陀螺仪和加速度计的非正交性	加速度计和陀螺仪三轴非正交性和未对齐误差
陀螺仪温度漂移	无角速度运动时输出的常值偏差
陀螺仪比例因子	真实陀螺仪值与输出值之间的非线性误差
随机误差	测量产生的随机噪声

为了评估惯性导航系统的性能,目前存在多种方式,其中易于实现的方法为将惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)静止一段时间,分析随着时间增长惯性导航位置漂移量的大小。当然位置估计假设导航误差仅仅由加速度计偏差引起。实际上位置估计的误差由许多因素造成,包括陀螺仪偏移稳定性、加速

度计比例因子不确定性以及其他因素,但主要的贡献因子是由没有校正的加速度计偏差引起的。例如在加速度计水平轴上的任何偏差都会导致物体姿态(Roll、Pitch)估计的误差,姿态矩阵的误差直接关系坐标变换到同一参考系下的加速度值与实际重力值之差,此偏差(运动加速度)经积分传递到位置误差中,这样加速度计偏差导致的位置误差将随时间成平方的增长。

因此,惯性元件看似微小的误差对导航输出的干扰不容忽视。学术上,常常将惯性元件的误差分为两类:确定性误差和随机误差[35]。确定性误差,也叫静态误差,因能被精确建模和表示,可以通过校正或参数标定的方式将其消除。一般地,在惯性元件使用之前,必须对其校正以消除静态误差影响。

2.2.1 静态误差

表格 2.1 列出了影响惯性系统性能的各种误差源,其中属于 IMU 静态误差的有静态零值偏差、比例因子误差和未对齐误差等。下面将分段阐述如何对其进行误差建模并加以修正。

2.2.1.1 静态零值偏差

一般地,静态零值偏差可以简单地用一个或正或负的常值来指定,如惯性测量单元数据中静态偏差用一组 3×1 向量来建模:

$$\mathbf{b}_a = \begin{bmatrix} b_a^x \\ b_a^y \\ b_a^z \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}_\omega = \begin{bmatrix} b_\omega^x \\ b_\omega^y \\ b_\omega^z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中 \mathbf{b}_a 表示三轴加速度计的静态零值偏差, \mathbf{b}_ω 表示三轴陀螺仪的静态零值偏差。通常情况而言,该常值向量足以表示惯性测量单元的静态特性。

然而由于低成本的 MEMS 惯性测量单元有着对温度敏感的自然特性,静态零值偏差会随着温度改变,尤其是陀螺仪。为了误差建模的完备性,静态偏差的模型从单组的向量改为{温度、零值偏差}的向量表格,表格给出了指定温度下惯性元件的静态偏差值。

2.2.1.2 比例因子和未对齐误差

• 比例因子误差

在惯性测量单元中传感器感知输出与真实值之间并非完全的线性关系,因此将这一非线性误差称之为比例因子(Scale factor)误差。一般地用一组 3×3 的对角线矩阵乘以原始数据进行修正:

$$\mathbf{S}_a = \begin{bmatrix} S_a^x & 0 & 0 \\ 0 & S_a^y & 0 \\ 0 & 0 & S_a^z \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}_\omega = \begin{bmatrix} S_\omega^x & 0 & 0 \\ 0 & S_\omega^y & 0 \\ 0 & 0 & S_\omega^z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中 \mathbf{S}_a 表示三轴加速度计的比例因子矩阵， \mathbf{S}_ω 表示三轴陀螺仪的比例因子矩阵。正如上节 2.2.1.1 情况一样，比例因子也容易受温度影响。为了误差建模的完备性，误差模型参考 2.2.1.1 小节对温度的特别处理。

• 未对齐误差

惯性测量单元中因制造或安装工艺的局限性，传感器的坐标轴与机体定义的 X、Y 和 Z 轴并未完全对齐，将这一误差称之为未对齐误差(Misalignment Error)。一个未对齐的简单例子如图 2.1 所示，惯性测量单元与机体坐标系出现一个小的角度误差。

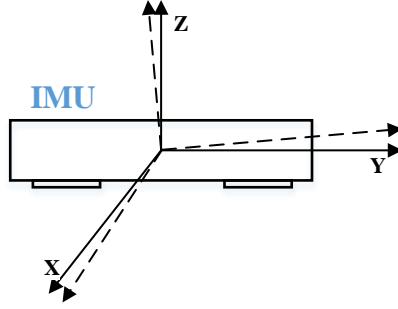


图 2.1 惯性传感器与机体坐标系未对齐示意图

尽管未对齐的误差为十分小的常量，但其引起的测量误差因乘以重力向量后成比例放大。例如当惯性测量单元与水平面出现 1° 的对齐误差角度时，则会引起的加速度计测量误差为 $9.8 \times \sin(1^\circ) = 0.1711 \text{ m/s}^2$ 。这一测量误差看上去并不构成多大问题，但它足以干扰真实的加速度方向，甚至当积分进入位置估计时会加速惯性导航系统的发散。

未对齐误差用一组 3×3 的正交矩阵进行建模，如下所示

$$\mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} M_a^{xx} & M_a^{xy} & M_a^{xz} \\ M_a^{yx} & M_a^{yy} & M_a^{yz} \\ M_a^{zx} & M_a^{zy} & M_a^{zz} \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_\omega = \begin{bmatrix} M_\omega^{xx} & M_\omega^{xy} & M_\omega^{xz} \\ M_\omega^{yx} & M_\omega^{yy} & M_\omega^{yz} \\ M_\omega^{zx} & M_\omega^{zy} & M_\omega^{zz} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

其中 \mathbf{M}_a 表示三轴加速度计的未对齐旋转矩阵， \mathbf{M}_ω 表示三轴陀螺仪的未对齐旋转矩阵。

比例因子和未对齐误差以如此相似的方式(左乘一个 3×3 矩阵)影响着惯性测量单元感知数据，以至于实际情况中很难将两个误差分离。实际上，我们对各

自的模型参数并不感兴趣，而对合成的参数要求有一个定量的估计。因此为了解决这个问题，将两个模型混合成一个模型，用一组 3×3 的矩阵进行建模

$$\mathbf{C}_a = \mathbf{M}_a \mathbf{S}_a \quad \mathbf{C}_\omega = \mathbf{M}_\omega \mathbf{S}_\omega \quad (2.4)$$

其中 \mathbf{C}_a 表示三轴加速度计的比例因子和未对齐误差矩阵， \mathbf{C}_ω 表示三轴陀螺仪的比例因子和未对齐误差。

2.2.1.3 惯性测量单元校正

在 2.2.1.1 和 2.2.1.2 两个小节中，本论文分析了如何对惯性测量单元的确定性误差建模，现将所有确定性误差整理并统一表达在公式(2.5)中，得出如下误差校正模型：

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{C}\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{w} \quad (2.5)$$

其中 \mathbf{a} 表示真实的 3×1 惯性值向量， $\bar{\mathbf{a}}$ 表示待校正的 3×1 惯性测量值向量， \mathbf{C} 为比例因子和未对齐误差校正矩阵， \mathbf{b} 表示惯性测量单元的静态漂移， \mathbf{w} 表示惯性测量单元的噪声，具体的方程为

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix} + \mathbf{w} \quad (2.6)$$

为了估计参数 \mathbf{C} 和 \mathbf{b} 的大小，一种有效的估计算法为获取足够多<低精度传感器、参照对象>的采样数据对，并对其进行最小均方误差估计。显然，这很容易实现，只要将传感器以不同姿态静止片刻并测量，就可获取足够多的样本。

由于校正模型中 \mathbf{C} 和 \mathbf{b} 的表达式(2.6)不便于进行参数估计，将待估计量与已知量分离，方程改写为

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z & & & \\ & a_x & a_y & a_z & & \\ & & a_x & a_y & a_z & \\ & & & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1*}^T \\ \mathbf{C}_{2*}^T \\ \mathbf{C}_{3*}^T \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_{noise} \quad (2.7)$$

其中 \mathbf{C}_{k*}^T 表示矩阵 \mathbf{C} 的第 k 行所有元素的转置。因此惯性数据的测量原理表达为形如 $\mathbf{y} = \mathbf{h}\mathbf{x} + \mathbf{w}_{noise}$ 方程， \mathbf{x} 为待估计参数， \mathbf{h} 、 \mathbf{y} 为输入输出数据，问题转化为对线性方程进行参数拟合。

为了保证样本数据具有全局代表性，采样测量的受力情况应尽可能覆盖样本空间，一种简单的方式为，固定惯性元件的一轴垂直于重力方向，并绕此轴依次旋转大约 45° 以便重力在另外两个方向轴出现正、负值组合的各种受力分解。

类似地，更换固定轴重复此操作，获得 24 组样本数据。如下图 2.2 为惯性元件姿态摆放图

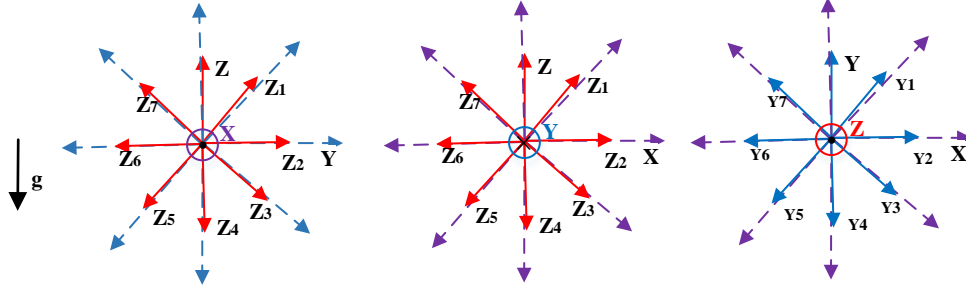


图 2.2 惯性测量单元姿态摆放图

将上述所有数据带入公式(2.7)中得线性方程组为

$$\begin{cases} \mathbf{y}_1 = \mathbf{h}_1 \mathbf{x} \\ \mathbf{y}_2 = \mathbf{h}_2 \mathbf{x} \\ \dots \\ \mathbf{y}_{24} = \mathbf{h}_{24} \mathbf{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \dots \\ \mathbf{y}_{23} \\ \mathbf{y}_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \dots \\ \mathbf{h}_{23} \\ \mathbf{h}_{24} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{w}_{noise} \quad (2.8)$$

即 $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}_{noise}$ ，使用最小均方误差估计参数 \mathbf{x} ，得：

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \quad (2.9)$$

其中 \mathbf{R} 为 3 轴加速度计的噪声协方差矩阵。因此最终的加速度计校正方程为

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}^{-1}(\bar{\mathbf{a}} - \mathbf{b}) \quad (2.10)$$

2.2.1.4 校正实验

本论文的实验平台采用 InvenSense 公司推出的一款 6 轴加速度计-陀螺仪组件 MPU6050[36]。为了实现简单快捷的传感器校正，本文提出了一种快速的校正方法，即选择以高精度惯性元件为参考标准，将低成本的惯性测量单元与其对准。

LMRK30AHRS 是一款高性能姿态方位参考系统，由角速度陀螺、加速度传感器，磁力计和气压高度计组成，它在全温范围内对零漂，比例因子，轴对齐和 G 灵敏度等进行了补偿，其详细参数如图 2.3 所示，可以看出 LMRK30AHRS 提供的精度足以满足需求。

PARAMETER	LandMark™ 30 AHRS					
	RATE AXES			ACCEL AXES		
Range	±100°/sec	±175°/sec	±300°/sec	±2 g's	±6 g's	±10 g's
Bias (Over Temp.)	<0.03°/sec 2σ			<0.5mg	<0.8mg 1σ	<1.0mg
Bias (In Run Stability)	8°/hour 1σ			0.02mg	0.06mg 1σ	0.08mg
Scale Factor Error %	≤ 0.08% (over temperature) 1σ					
Resolution	0.0015°	0.0025° /sec	0.003°	0.02mg	0.05mg	0.06mg
Angle Random Walk	0.003°	0.005° /sec/√Hz 1σ	0.006°	0.04mg	0.1mg /√Hz 1σ	0.12mg
Alignment	1mrad 1σ					
G-Sensitivity	<0.01°/sec/g 1σ					
Self Test On	Δ 8°/s ± 4 °/s	Δ 8°/s ± 4 °/s	Δ 8°/s ± 4 °/s	Δ 1.5 ±0.5g	Δ 0.3 ±0.2g	Δ 0.3 ±0.2g
	Logic 1 = 3V to 5V at Pin 9					
Temp Range	Operating: Non-Operating: -40°C to +85°C -55°C to +85°C					

图 2.3 LMRK30AHRS 参数性能表

校正实验的准备工作是，先将低成本 MEMS 惯性传感器和 LMRK30AHRS 固定在一个六面体框内卡住并始终保存相对静止，如图 2.4 所示。

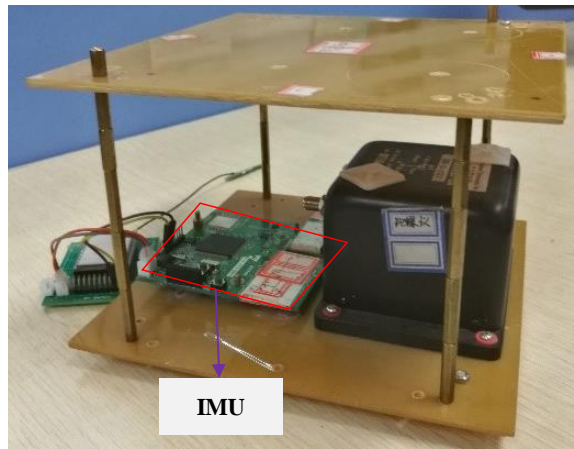


图 2.4 MPU6050 和 LMRK30AHRS 六面体

实验的详细过程分为如下几个步骤：1) 在一个空间密闭的房间内将 MPU6050 开机上电 10 分钟左右，待温度基本稳定不变后记录当前温度值；2) 静止状态下采集 30 分钟加速度计值；3) 按照如图 2.2 所示的姿态摆放六面体，并在静止状态下收集 24 组各 3 分钟的 MPU6050 和高精度 LMRK30AHRS 采样数据；4) 整理数据，计算加速度计静止时噪声方差和每次采样数据的均值，并绘制样本数据对。

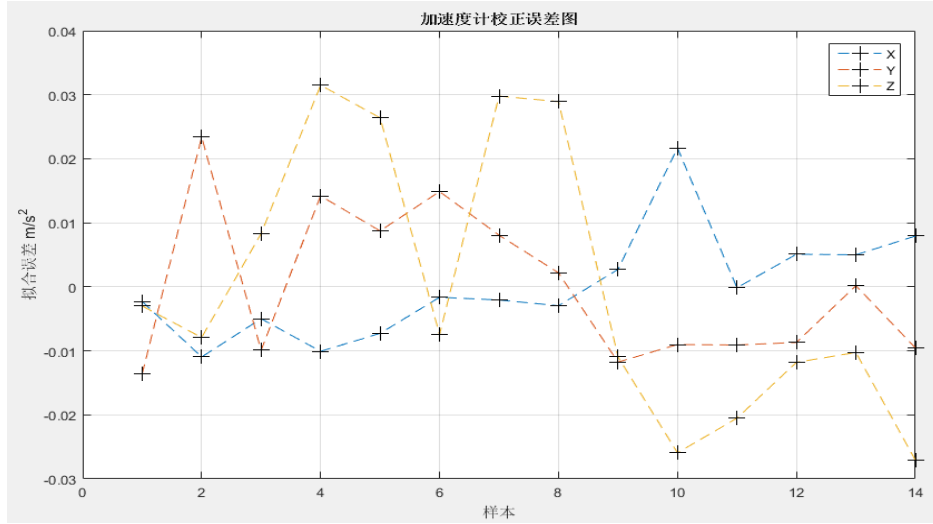


图 2.5 加速度计校正最小均方误差

根据上述实验数据和校正模型，使用最小均方误差估计计算出 MPU6050 的校正参数为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.9945 & -0.0115 & 0.0041 \\ 0.0121 & 1.0001 & 0.0068 \\ -0.0051 & -0.0048 & 1.0038 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -0.0160 \\ 0.0194 \\ -0.0025 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

如图 2.5 所示，参数拟合的误差在 0.04 m/s^2 以内，已经基本满足室内定位的要求。

2.2.2 动态误差

惯性测量单元的动态误差，也叫随机误差(Stochastic Errors)，与确定性误差不同的是，随机误差在时间域上并不是稳定、可复现的，其误差特性取决于噪声的随机过程。因此动态误差无法预测。一般地，工程上使用噪声的颜色和概率密度函数来评价随机噪声的特征。噪声的颜色是从频域上分析噪声的功率谱和频率之间的关系(如白噪声和有色噪声)，噪声的概率密度函数是从统计方面分析噪声的值域情况。

低成本的惯性测量单元包含了大量的有色噪声，由于其复杂性，本论文仅讨论惯性测量单元的高斯测量噪声(White Noise, WN)、零漂不稳定性(Turn-On offset)、一阶马尔卡夫过程(Frist-Order Gaussian-Markov Process, 1st GM)以及随机游走(Random Walk, RW)噪声。

2.2.2.1 高斯测量噪声

高斯噪声(也称为白噪声)是均值为0，方差为 Σ 的高斯模型，即噪声 $x \sim N(0, \Sigma)$ ，其在数学上有许多优秀的性质，常常用于对测量过程建模。

噪声因其时间不确定性，计算傅里叶变换没有意义，工程上选取噪声的自相关函数进行频域变换，称为功率谱。从功率谱定义上，白噪声是指噪声功率谱密度在整个实数范围内为常值的随机变量。我们知道冲击函数 $\delta(t)$ 和常值函数为一对傅里叶变换对，而白噪声功率谱密度函数为常值函数，这正好说明了白噪声的时间相关常数为零(自相关函数 $S(t)$ 为冲激函数 $\delta(t)$)，即噪声的随机性仅与当前时刻相关，与其他时刻无关。

因此对高斯噪声的估计不需要依赖历史信息，这为实现卡尔曼滤波器迭代简化提供了优秀品质。

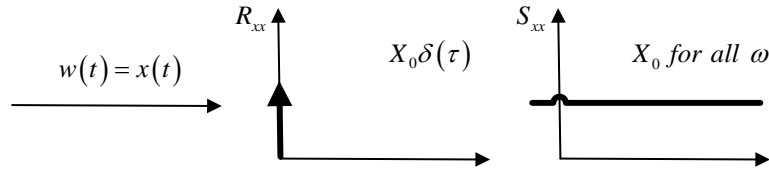


图 2.6 白噪声自相关函数与功率谱

2.2.2.2 零漂不稳定性

在 2.2.1.1 小节中，我们讨论了惯性测量单元的静态零值偏差并将其分类为确定性误差。然而，该结论的正确性还存在一个前提条件，即静态零值偏差是在一个上电周期内观测的。如果观测连续的多个上电周期的零值偏差，它的大小会出现轻微的变化，工业上将这一噪声特性称为 **Turn-On offset**。

惯性测量单元的 **Turn-On offset** 表现在于，惯性元件每次上电后，零偏值并不固定，而是在某一确定值上下浮动。零漂不稳定性的幅度可以用均值和方差来衡量，均值代表零漂中心值的大小，方差代表零漂值的变化幅度。估计这些变量是必要的，如在惯性导航卡尔曼滤波器中用来初始化零漂相关状态量的均值和协方差。

2.2.2.3 有色噪声

区别于白噪声，有色噪声是功率谱密度不为常值的随机变量，不同功率谱形状决定了噪声的颜色，因其和光谱类似而得名。显然，有色噪声的自相关函数不是冲激函数，噪声值在时间域存在相关性。在实际应用过程中，常见的有色噪声有一阶马尔可夫过程和随机游走噪声。

一阶马尔可夫过程，是指当前噪声值仅与上一时刻相关，数学上表示为[37]

$$x_t = e^{-\beta \Delta t} x_{t-1} + w_t \quad (2.12)$$

其中 x_t 为 t 时刻的噪声值, β^{-1} 为自相关时间, Δt 为时间采样周期。 w 为白噪声且 $w \sim N(0, \sigma_w^2)$ $\sigma_{x_t}^2 = \sigma_w^2 / (1 - e^{-2\beta\Delta t})$, 其相关函数为

$$R_x(\tau) = \sigma_{x_t}^2 e^{-\beta|\tau|} \quad (2.13)$$

随机游走噪声, 是指将所有历史白噪声进行积分而得的随机变量, 数学表示为

$$x_t = x_{t-1} + \omega_t \quad (2.14)$$

其中 x_t 为 t 时刻的噪声大小, w 为白噪声且 $w \sim N(0, \sigma^2)$ 。

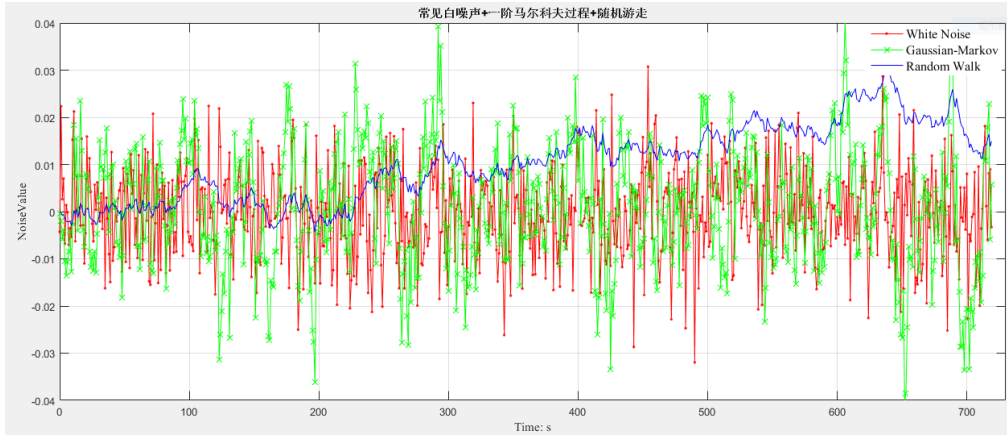


图 2.7 常见随机噪声

在惯性传感器中, 常常使用这三种模型对加速度计和陀螺仪噪声建模: 噪声由白噪声和有色噪声加性混合而成, 即 $noise = WN + 1^{st} GM + RW$, 如图 2.7 所示。西北工业大学严恭敏教授《捷联惯导算法与组合导航原理讲义》[38]中提出, 对于低精度的惯性器件, 有色噪声模型选择一阶马尔可夫过程建模更为实用: 其一, 与随机常值模型相比, 一阶马尔可夫模型可在长时间组合滤波后避免滤波器过度收敛现象, 过度收敛会导致滤波器抗干扰性能变差; 其二, 如果惯性器件误差中确实存在较大随机常值成分, 可通过滤波器的惯性器件误差反馈校正, 消除随机常值误差的影响; 其三, 与同时建立随机常值和一阶马尔可夫过程两种模型相比, 仅使用后者有利于降低建模维数和滤波计算量。

2.2.2.4 Allan 方差

低成本 MEMS 惯性测量单元中随机噪声由白噪声和有色噪声加性混合而成, 对于类似卡尔曼滤波算法中要求知道噪声均值和方差的情况, 就必须对噪声进行分离, 测量各类噪声的统计特性。

Allan 方差(阿兰方差)是 David Allan 于 1966 年提出的, 最初用于分析振荡器的相位和频率不稳定性, 现广泛应用于各种惯性传感器的随机误差辨识中。阿兰方差分析是指将传感器采样序列分组, 求取由每组均值构成的新序列的阿兰方差。

其基本原理为将采样的序列值分为 m 段，每段包含的样本个数为 n ，则每段的时间长度为 $\tau = n\Delta t$ ，每段的平均值为 $a_i(\tau)$ ，于是形成新的序列 $\{a_1(\tau)..a_i(\tau)\}$ ，求新序列的阿兰方差

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{i=1}^m (a_{i+1}(\tau) - a_i(\tau))^2 \quad (2.15)$$

在传感器序列中，角度或者速度测量能够通过不断积分获得，当 $t = k\Delta t$ 时刻时，对应的角度或者速度记为 $\theta_k = \theta(k\Delta t)$ ，则上式(2.15)被重定义[39]为

$$\begin{aligned} \sigma^2(\tau) &= \frac{1}{2(m-1)} \sum_{i=1}^m \left[\frac{\theta_{k+n} - \theta_k}{\tau} - \frac{\theta_{k+2n} - \theta_{k+n}}{\tau} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2(m-1)\tau^2} \sum_{i=1}^m [2\theta_{k+n} - \theta_k - \theta_{k+2n}]^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

当分组较小时，每组样本时间短，噪声特性接近原始数据的频率特性；当分组较长时，每段样本时间长，噪声时间相关性占据主要作用。

绘制 τ 与 $\sigma(\tau)$ $\log - \log$ 曲线，不同特性的噪声在频域上表现不同，在图中的斜率也不一样，可用来辨识噪声。图 2.8 所示各种噪声在阿兰方差分析下的表现曲线。

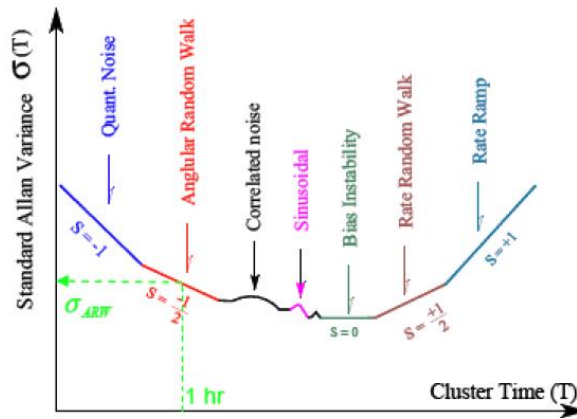


图 2.8 阿兰方差分析噪声术语结论[40]

按步骤进行下述的恒温实验：1) 在一个空间密闭的房间内将惯性元件开机上电 10 分钟左右，待温度基本稳定不变后，记录当前温度值；2) 在静止状态下采集 12 小时 MEMS 惯性测量单元传感器值。绘制加速度计和陀螺仪阿兰方差曲线图，如图 2.9 所示。

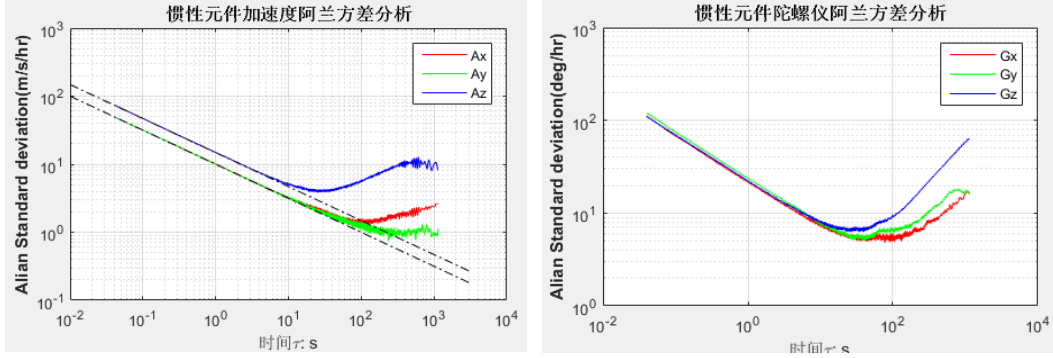


图 2.9 MPU6050 加速度计和陀螺仪阿兰方差曲线

2.3 UWB 定位误差分析

本论文采用的 UWB 定位平台为爱尔兰 DECAWAVE 公司研发的 DW1000 测距芯片。DW1000 是一款 Soc 系统方案，测距精度在 30cm 内，具有体积小、成本低、抗多径干扰等优点。在硬件实现上，该方案采用 TOF 方式测量电磁波在介质中飞行时间，具体的过程为一种双边测距 TWR(Two Way Ranging)方法，即 Anchor(锚节点)与 Tag(目标)之间不进行时间同步，依靠二次握手信号中被记录的信号发送和到达时间戳，测算电磁波的飞行时间。如图 2.10 所示为 DECAWAVE 公司实现的 TWR 测距方式。

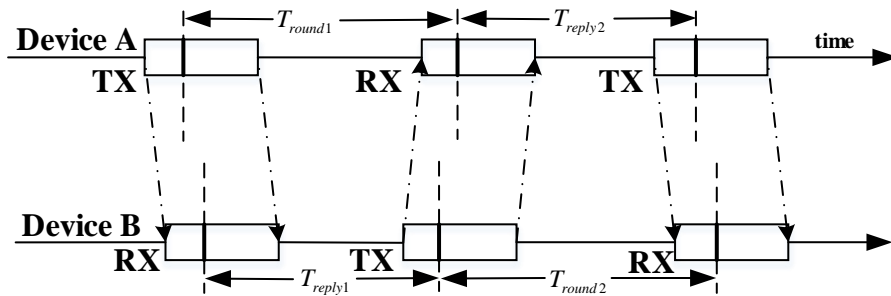


图 2.10 DW1000 的双边测距[41]

2.3.1 UWB 伪距误差特性

基于 UWB 的测距方案容易受到外界环境的影响，表现为不够稳定，其主要误差来源于时钟偏差、多径衰落及非视距干扰等。当然时钟偏差可以通过使用高精度晶振来提高，但环境固有的多径效应和非视距误差却无法改善，详细的误差分析[43]为

(i) 时间偏移: 在 UWB 定位系统中由于电磁波传播速度约为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，因此对飞行时间的测量必须保证十分精确。但节点的高频脉冲产生器、晶体振荡器

总会产生偏差，微小抖动使当前时钟超前或滞后，尤其是晶振频偏较大时更为明显；

(ii) 多径衰落：在硬件实现上，时间戳的记录一般选取到达接受节点最早、最强的无线脉冲沿作为到达时刻。然而室内环境复杂多变，当存在多径效应时，最先到达的信号并不一定是直线路径(Frist Path)传播而来，这必然导致检测的正确性从而引发误差。

(iii) 非视距干扰：当一对 UWB 接受机在直线传播路径上存在阻挡时，信号经不断反射到达接受节点。节点检测到的飞行时间并不能代表真实的飞行时间从而产生非视距误差。

2.3.2 三角测距误差分析

在无线定位系统中，常常会用到测距(Ranging)和定位(Location)两个概念：测距是指测量两个物体(或者点)之间的直线距离，为一维信息；定位则是指测量两个物体之间的空间方位，为物体相对参考系的坐标信息。一般地，目标的空间方位往往无法直接由传感器测量，需要利用几何约束解方程并算出位置信息，Only-Ranging 定位方案就是如此。Only-Ranging 定位利用三角测距原理唯一确定目标的方位，但二次信息解算会将测量误差传递到位置误差中。由欧氏距离定义可知，两者存在二阶非线性误差传递。

2.3.2.1 三角测距原理

在 UWB 定位中目标位置信息通过几何约束唯一确定，于是定位问题便转换为：已知三维空间内某点与 N 个确定点的距离，求该点的坐标值。解决该问题的前提条件必须保证 $N \geq 4$ ，也就是说为确定目标位置，在场景内至少要布置 4 个 Anchor 节点，如图 2.11 所示，定位方案利用三个 Anchor 节点解算目标的 2 维坐标信息。

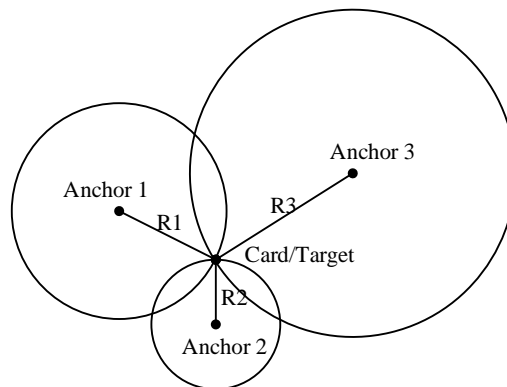


图 2.11 三角测距定位方案

设一套定位系统在环境中布设 N 个 Anchor 节点，在某一参考坐标系下测量所有 Anchor 节点的坐标值，记第 i 个 Anchor 节点的坐标值为 (x_i, y_i, z_i) ；Tag 节点坐标未知，记为 (x, y, z) ，Tag 节点与第 i 个 Anchor 节点的距离测量值记为 R_i ，则为了实现定位列出如下方程组

$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = R_1^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 = R_2^2 \\ \dots \\ (x-x_n)^2 + (y-y_n)^2 + (z-z_n)^2 = R_n^2 \end{cases} \quad (2.17)$$

将方程组消元，易得 3 元 $N-1$ 次线性方程组

$$2 \begin{bmatrix} x_1 - x_n & y_1 - y_n & z_1 - z_n \\ x_2 - x_n & y_2 - y_n & z_2 - z_n \\ \dots \\ x_{n-1} - x_n & y_{n-1} - y_n & z_{n-1} - z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_1^2 - R_n^2 \\ R_2^2 - R_n^2 \\ \dots \\ R_{n-1}^2 - R_n^2 \end{bmatrix} + c \quad (2.18)$$

其中 c 表示与 Anchor 坐标有关的常数。线性方程组的表达式(2.18)形如 $AX = b$ ，使用最小均方误差估计可得目标的位置坐标

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} R_1^2 - R_n^2 \\ R_2^2 - R_n^2 \\ \dots \\ R_{n-1}^2 - R_n^2 \end{bmatrix} - c \quad (2.19)$$

其中矩阵 \mathbf{A} 为各个 Anchor 的坐标之差，为系统的固有属性。公式(2.19)中位置向量为一系列的矩阵相乘计算得出，当伪距值 R_1, R_2, \dots, R_n 存在误差时，测量误差也经运算传递到位置估计中。令 $\mathbf{M} = -0.5(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ ，则误差传递过程表述为将量测误差 $\Delta \mathbf{b}$ 通过矩阵 \mathbf{M} 投影到 $[\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]^T$ 误差空间中。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - x_n & y_1 - y_n & z_1 - z_n \\ x_2 - x_n & y_2 - y_n & z_2 - z_n \\ \dots \\ x_{n-1} - x_n & y_{n-1} - y_n & z_{n-1} - z_n \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

对矩阵 \mathbf{M} 进行奇异值分解 $\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$ ，其中矩阵的秩 $\text{rank}(\mathbf{M}) = k$ ， \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 是一组标准正交矩阵。从误差传递来看

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{M} \Delta \mathbf{b} = [\delta_1 \mathbf{u}_1, \delta_2 \mathbf{u}_2, \dots, \delta_k \mathbf{u}_k] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T \\ \mathbf{v}_2^T \\ \dots \\ \mathbf{v}_k^T \end{bmatrix} \Delta \mathbf{b} \\
 &= [\delta_1 \mathbf{u}_1, \delta_2 \mathbf{u}_2, \dots, \delta_k \mathbf{u}_k] \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \dots \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

$\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_k]^T = \mathbf{V}^T \Delta \mathbf{b}$ 为经矩阵 \mathbf{V}^T 旋转的向量。由上式(2.21)可知，误差量 $\Delta \mathbf{x}$ 表述为正交基 $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k\}$ 张成的空间与 $[\delta_1 \mathbf{y}_1 \ \dots \ \delta_k \mathbf{y}_k]$ 的内积。

若将 $\|\Delta \mathbf{b}\|=1$ 表示 $n-1$ 维空间的单位误差球面，则该球面经矩阵 \mathbf{M} 映射后变成如图 2.12 所示的椭球，椭球面代表了系统的位置误差空间，其轴长或拉伸或压缩，取决于矩阵 \mathbf{M} 的奇异值大小。因此矩阵 \mathbf{M} 不仅反映了基站的空间布局，也决定了系统的内在特性。最优的矩阵 \mathbf{M} 应该保证其奇异值足够小，这样当伪距值出现较大误差时，系统能够起到衰减作用。

当然这种不合理的布局导致糟糕的定位解算，可能的原因是最小均方误差估计仅仅是代数意义的最优估计，在几何意义上并不能保证估计值为最优解。

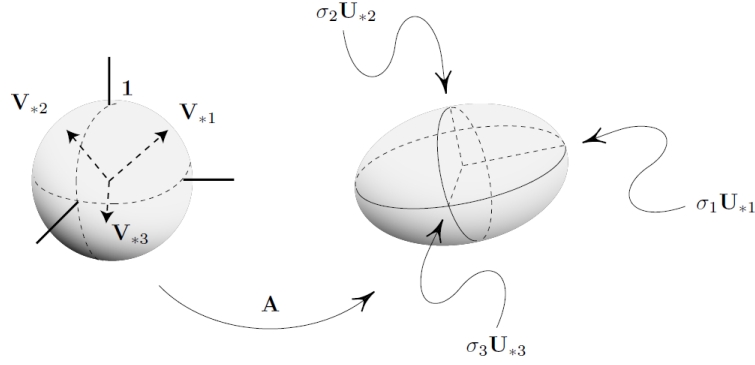


图 2.12 UWB 定位系统误差传递示意图[44]

基站最优的空间布局不仅仅要考虑定位系统精度的性能，还应保证基站所能覆盖的空间体积足够大。将基站布局的评价指标使用数学语言表述

$$\begin{aligned}
 [bS_i \dots bS_n] &= \underset{bS_i \dots bS_n}{\operatorname{argmin}} F(x) = \underset{bS_i \dots bS_n}{\operatorname{argmin}} \{ \operatorname{mean}(\delta) + \operatorname{var}(\delta) - \lambda V(bS_i \dots bS_n) \} \\
 s.t. \quad \delta &= \operatorname{SVD} \left(-\frac{1}{2} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \right) \\
 s.t. \quad bS_i &= \text{constraint}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

代价函数 $F(x)$ 为矩阵 \mathbf{M} 的奇异值均值、方差和基站覆盖体积之差。其中 δ 表示

矩阵 \mathbf{M} 进行SVD分解的奇异值向量, $V(bS_1...bS_n)$ 表示以基站为顶点的多面体体积, $bS_i = \text{constraint}$ 表示空间约束, 如基站大多安装在墙面、角落等区域, λ 为权重参数, 表示定位系统在空间覆盖体积与定位性能的折衷。

优化参数的求解可以利用蒙特卡洛模拟使得最终解在最优解附近, 即在参数空间内随机采样, 获取使得优化目标最小的参数。当参数空间为4维空间时, 计算量可以接受。因此合理的基站布局方法为首先通过模型获取4个基站下的最佳布局并生成空间内误差分布图, 若某些区域定位精度无法达到要求, 则增加新基站、保持原基站位置不变, 继续求解最佳布局直到满足系统要求。当然这种优化策略只是一种折衷方案, 仅作为工程实践安装中的一种参考。实际上基站布局的目的更多地是考虑定位系统不出现特别糟糕的情况, 而非获取精确的最优解。

2.3.2.2 误差图谱

为了更加清晰的表述基站布局对系统性能的影响, 本论文对定位系统模型进行仿真, 对比了不同基站布局下定位系统输出精度的差异。仿真的场景设定为如图2.13所示, 其中左图为定位系统Anchor布局位置图, 右图为仅改变Anchor 1节点的高度, 产生三种不同的空间布设。

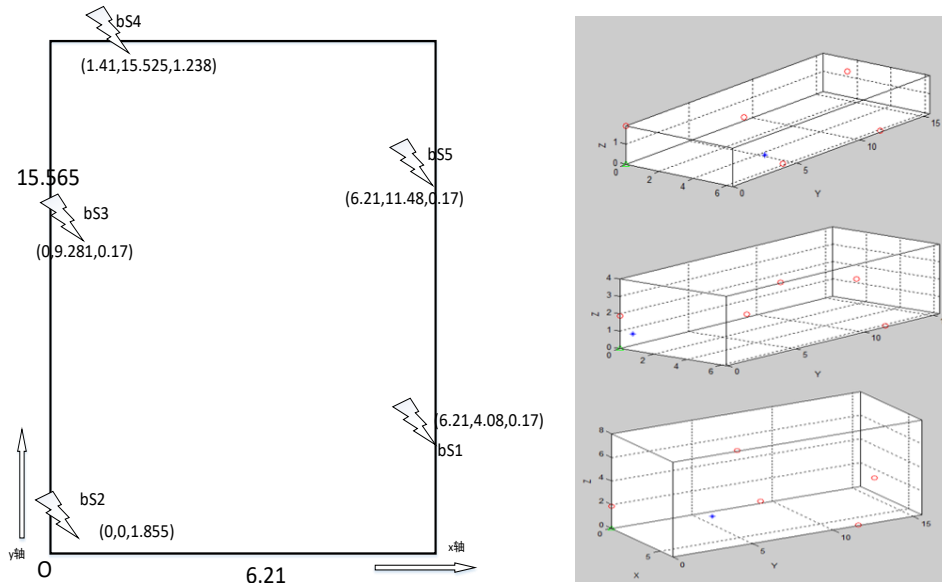


图 2.13 室内定位系统基站布局

根据 2.3.2.1 小节计算三种布局方案的误差椭球面大小, 将误差椭球面的轴长统计如表格 2.2 所示。从布局 1 到布局 3 逐渐增大系统空间在高度轴上的长度, 椭球的某一轴长逐渐变小, 表现为对误差的衰减越来越有效。

表格 2.2 三种布局方案误差椭球的半径长度

椭球轴	X 轴半径/m	Y 轴半径/m	Z 轴半径/m
布局 1	0.4229	0.0594	0.0318
布局 2	0.1624	0.0597	0.0313
布局 3	0.0878	0.0572	0.0302

在进行蒙特卡洛仿真之前，本论文对系统做出如下假设：第一，目标在空间内的坐标值满足均匀分布，即目标在空间内每点出现的概率相等；第二，对空间内两点测量，其测量噪声是均值为 0，标准差为 0.1m 的高斯白噪声。根据上述，实现卡片的多位置解算，当模拟次数足够大时，目标样本几乎能够覆盖整个场景。依次画出目标在空间内 X、Y、Z 轴上误差的分布情况，称之为谱密度，如图 2.14 所示，图像以俯视图内 XY 轴误差、左视图内 Z 轴误差为视角呈现。

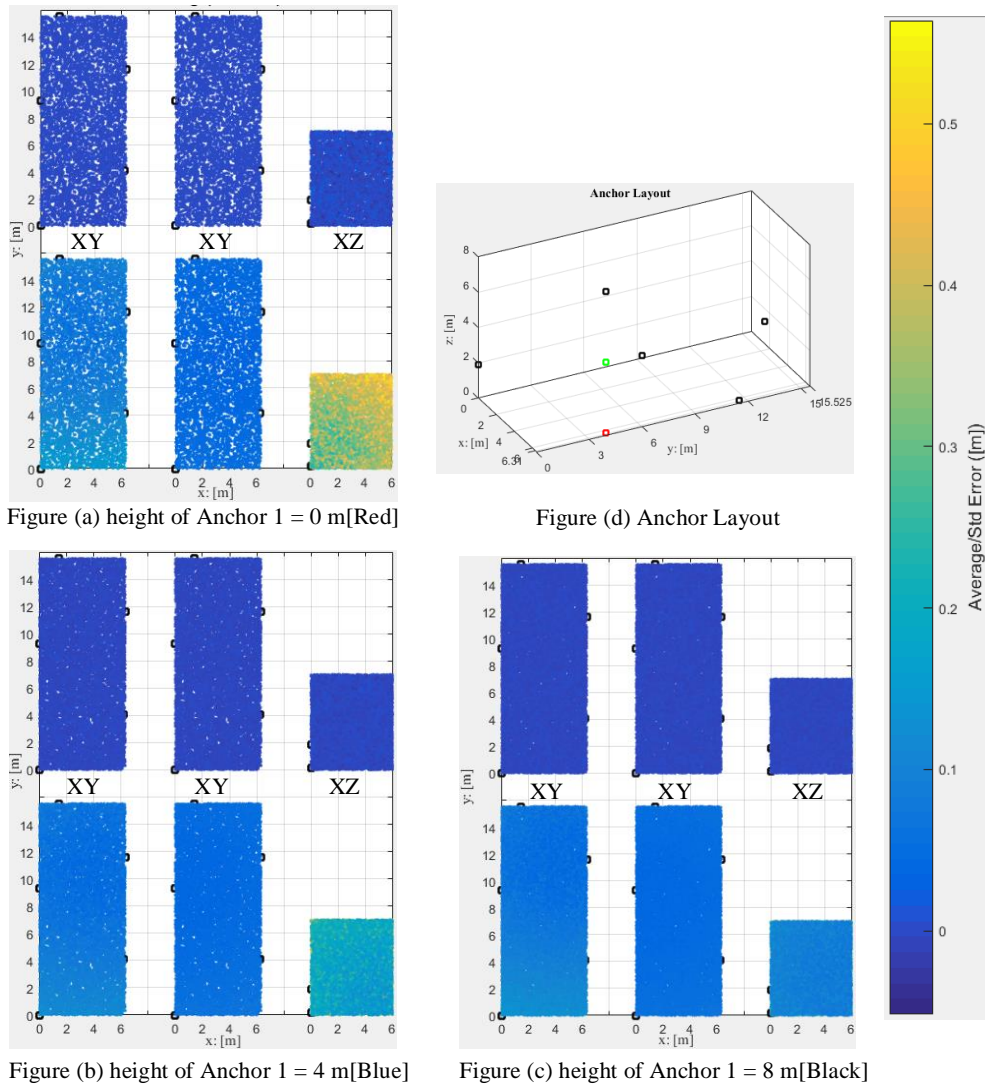


图 2.14 定位误差在空间内谱密度

由图 2.14 可知，图 (a) (b) (c)空间内所有点的位置解算误差的均值都在 0.1m 以

内，而估计的方差却表现出明显差异 $a > b > c$ ；图(a)中位置解算误差在 Y 方向的表现较之 X、Z 更小。

文献[21]提出了基站布局的一般规律：基站空间布局应尽可能确保基站在 XYZ 轴投影长度相等，即以基站为顶点的多面体各边相等。图(a)中基站布局在三个轴向的投影分别为 14、6 和 1.8 米，高度轴过低的空间辨识度导致 Z 轴的计算误差比其他两轴大，这说明基站布局的空间宽度决定了定位系统的分辨率。然而在实际场景中，基站布局很容易保证水平面内覆盖距离足够长，但在高度轴上因局限于房屋高度、架设成本等因素覆盖有限，最终基站布局呈现扁平状。因此 Only-Ranging UWB 定位系统在高度分辨率上天然存在缺陷。

2.4 本章总结

本章系统地阐述了 MEMS 惯性传感器与 UWB 定位系统的误差特性和建模模型。其中 2.2 节分析惯性元件的确定性误差和随机噪声特征并给出校正的方法，如论证误差源对惯性系统的影响、提出针对 MEMS 惯性传感器的静态误差消除方法、给出随机噪声的数学模型；2.3 节分析 UWB 定位系统的内在局限性和基站空间布局对定位精度的影响。总之，本章的内容为后续的组合导航模型奠定了扎实的理论基础。

第3章 基于 Kalman 滤波的组合定位算法研究

3.1 引言

目前单一导航系统都有各自的独特性能和局限性,因此近代导航理论发展出多源信息融合模型,即组合导航。组合导航利用计算机和数据处理技术,把具有不同特点的单个导航设备组合一起,以达到整体优化的目的。它能利用多种信息源,互相补充,构成一种有冗余度和导航准确度更高的多功能系统。组合导航最常用的方法是卡尔曼滤波算法[45][46],它建立系统的运动方程和量测方程,不仅考虑系统当前状态量,而且充分利用历史信息,不断预估和量测校正,从而获得当前状态量的最优估算。

3.2 卡尔曼滤波器

在滤波算法中,由于无法获取精确的状态值,因此只能对状态量的取值进行近似,于是衍生出了许多不同的估计算法,称为参数估计理论。估计器按照代价函数的选取差异分为最小均方误差估计(minimum mean square error estimation, MMSE)、条件中位值估计和最大后验(maximum a posteriori estimation, MAP)估计以及其变体最大似然估计(maximum likelihood, ML)等。

3.2.1 问题阐述

一般地,非线性时变系统用如下数学关系式表达,其状态方程和量测方程分别为

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k) \\ z_{k+1} = h(x_{k+1}, v_{k+1}) \end{cases} \quad (3.1)$$

条件:

-f, h, 噪声特性, 初始状态

-控制量 u_0, u_1, \dots, u_{k-1}

-观测值 z_1, \dots, z_{k-1}, z_k

目标:

k 时刻 x_k 的最优估计

任何滤波器的目标都是从现有存在噪声污染的感知数据中求解状态量的最优估计。从贝叶斯估计角度，滤波过程表现为递推地传递量测和系统噪声并更新状态量的条件概率密度函数。例如滤波器随时间不断估计和更新状态量的条件概率密度函数

$$p(x_k | z_1, \dots, z_k, u_0, \dots, u_{k-1}) \quad (3.2)$$

概率密度分布函数给出了状态估计的可信度，即概率越大，说明状态估计量的不确定性越小。为表述方便将历史量测和控制量表示为

$$\begin{aligned} U_0^{k-1} &= \{u_0, \dots, u_{k-1}\} \\ Z_1^k &= \{z_1, \dots, z_k\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

因此系统的滤波过程表述为

- **给定初始值** x_0
 - 自然地混入噪声 ω_0 ,
 - 外部加入控制量 u_0 ,
 - 系统移动到状态 x_1 ,
 - 对状态做出测量 z_1 .
- **问题：** 状态 x_1 的最优估计是多少？

答案： 根据 $p(x_1 | Z_1^1, U_0^0)$ 估计

 - 自然地混入噪声 ω_1 ,
 - 外部加入控制量 u_1 ,
 - 系统移动到状态 x_2 ,
 - 对状态做出测量 z_2 .
- **问题：** 状态 x_2 的最优估计是多少？

答案： 根据 $p(x_2 | Z_1^2, U_0^1)$ 估计

 - ...
 - ...
 - ...
- **问题：** 状态 x_{k-1} 的最优估计是多少？

答案： 根据 $p(x_{k-1} | Z_1^{k-1}, U_0^{k-2})$ 估计

 - 自然地混入噪声 ω_{k-1} ,
 - 外部加入控制量 u_{k-1} ,

-系统移动到状态 x_k ,

-对状态做出测量 z_k .

• **问题:** 状态 x_k 的最优估计是多少?

答案: 根据 $p(x_k | Z_1^k, U_0^{k-1})$ 估计

- ...

- ...

- ...

为了获取最优估计, 滤波器不断融合新的量测和控制量, 并以此求出当前状态量的条件概率密度函数。从时间递推的角度看, 量测包含随机噪声, 滤波器起到了传递噪声的作用。即系统模型将量测和控制量的噪声传入到状态量并得出状态量的概率特性。最后, 已知概率特性, 利用不同的优化策略便可获取最优估计值。

$$\begin{array}{ll}
 p(x_0) & \\
 p(x_1 | Z_1^1, U_0^0) & \rightarrow \hat{x}_1 \\
 p(x_2 | Z_1^2, U_0^1) & \rightarrow \hat{x}_2 \\
 \vdots & \rightarrow \vdots \\
 p(x_{k-1} | Z_1^{k-1}, U_0^{k-2}) & \rightarrow \hat{x}_{k-1} \\
 p(x_k | Z_1^k, U_0^{k-1}) & \rightarrow \hat{x}_k
 \end{array}$$

图 3.1 滤波器最优估计的过程

由前面定义知, 滤波问题即最优化问题, 通过建立估计量的代价函数从而求取代价函数最小化对应的状态值。因此卡尔曼滤波中状态量的估计问题, 本质上可以描述为: 若给出一系列观测信息 z_1, \dots, z_k , 根据优化算法(或优化目标), 估计出最优的参数向量 $\hat{\theta}_k$, 例如

$$\hat{\theta}_k = g(z_1, \dots, z_k) \quad (3.4)$$

建立均方误差代价函数 $J(\theta_k) = E[\tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k]$, 其中 $\tilde{\theta}_k = \theta_k - \hat{\theta}_k$, 则状态量的最优估计即为使得均方误差最小时的估计值 $\hat{\theta}_k$

$$\hat{\theta}_k = \arg \min E[(\theta_k - \hat{\theta}_k)^T (\theta_k - \hat{\theta}_k)] \quad (3.5)$$

对均方误差代价函数进行展开, 则期望 E 的条件概率积分表达式为

$$E[\tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k] = \int_{-\infty}^{\infty} E[\tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k | Z_1^k] p(Z_1^k) dZ_1^k \quad (3.6)$$

上式(3.6)中观测量 Z 为常数，于是原均方误差代价函数 $J(\theta_k)$ 的最小化过程等价于对其条件均方误差代价函数求最小值，因此滤波问题等价于

$$\hat{\theta}_k = \operatorname{argmin} E[\tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k | Z_1^k] \quad (3.7)$$

3.2.2 线性系统

3.2.2.1 线性时变系统

在 3.2.1 小节描述了一般的非线性时变系统滤波问题，现在仅考虑某些指定的线性时变问题，其描述如下：

$$\begin{aligned} x_k &= A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \\ z_k &= C_k x_k + v_k \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中 $\{w_k\}$ 和 $\{v_k\}$ 均为白噪声。 $\{w_k\}$ 代表过程噪声， $\{v_k\}$ 代表量测噪声，其均值

$$E[w_k] = E[v_k] = 0 \quad (3.9)$$

和联合协方差矩阵

$$E \left[\begin{pmatrix} w_k \\ v_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_k^T & v_k^T \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & R_k \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.2.2.2 滤波过程

令

$$p(x_k | Z_1^k, U_0^{k-1}) \sim N(\hat{x}_k, P_k) \quad (3.11)$$

表示高斯型条件概率密度函数，则状态最优估计为该条件概率函数的条件均值 \hat{x}_k ，状态估计的不确定性为协方差矩阵 P_k

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= E(x_k | Z_1^k, U_0^{k-1}) \\ P_k &= E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T | Z_1^k, U_0^{k-1}] \end{aligned} \quad (3.12)$$

比起 3.2.1 小节所述，滤波器传递整个条件概率密度函数，卡尔曼滤波仅传递上一个时刻和当前时刻的条件概率密度。卡尔曼滤波是一个递推过程，估计 \hat{x}_{k+1} 仅依赖上一次的状态估计 \hat{x}_k 和当前时刻的观测量 z_{k+1} 。

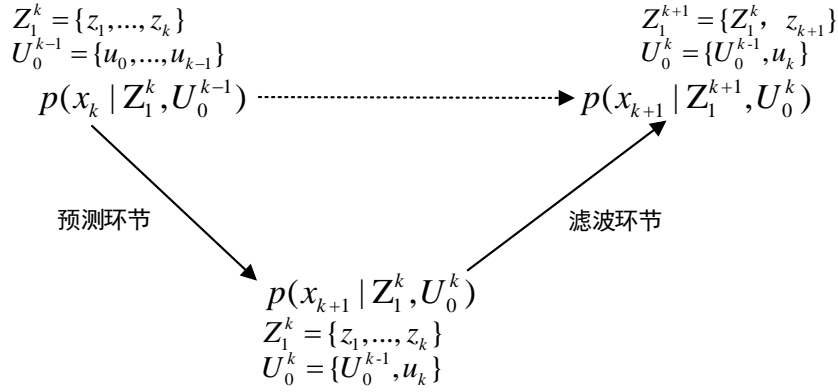


图 3.2 卡尔曼滤波预测和滤波过程[46]

卡尔曼滤波分为两个过程：预测和滤波。预测环节，根据状态方程系统对 $k+1$ 时刻进行状态预测，预测使得状态量的不确定性增大(如协方差 P 增大)；滤波环节，根据量测方程滤波器关联预测量和观测量，计算误差修正值并反馈到当前状态估计中。总之，卡尔曼滤波循环地进行预测和校正，是一个动态递推过程。

3.2.2.3 滤波原理

将卡尔曼滤波算法整理为如下

(1) 初始状态

$$\begin{aligned}\hat{x}(0|-1) &= \bar{x}_0 \\ P(0|-1) &= \Sigma_0\end{aligned}\tag{3.13}$$

(2) 时间更新方程

表格 3.1 离散卡尔曼滤波器时间更新方程

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1}^- &= A_k \hat{x}_k + B_k u_k \\ P_{k+1}^- &= A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T\end{aligned}$$

(3) 状态更新方程

表格 3.2 离散卡尔曼滤波器状态更新方程

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - C_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-) \\ K_{k+1} &= P_{k+1}^- C_{k+1}^T [C_{k+1} P_{k+1}^- C_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \\ P_{k+1} &= P_{k+1}^- [I - K_{k+1} C_{k+1}]\end{aligned}$$

(4) 工作原理图

上一次计算得到的后验估计被作为下一次计算的先验估计，递归推算卡尔

曼滤波器最吸引人的特性之一。它比其它滤波器更易实现：例如维纳滤波器中每次估计必须直接计算全部数据，而卡尔曼滤波器每次只根据以前的测量变量递归计算当前的状态估计。图 3.3 表述了滤波器的整个操作流程。

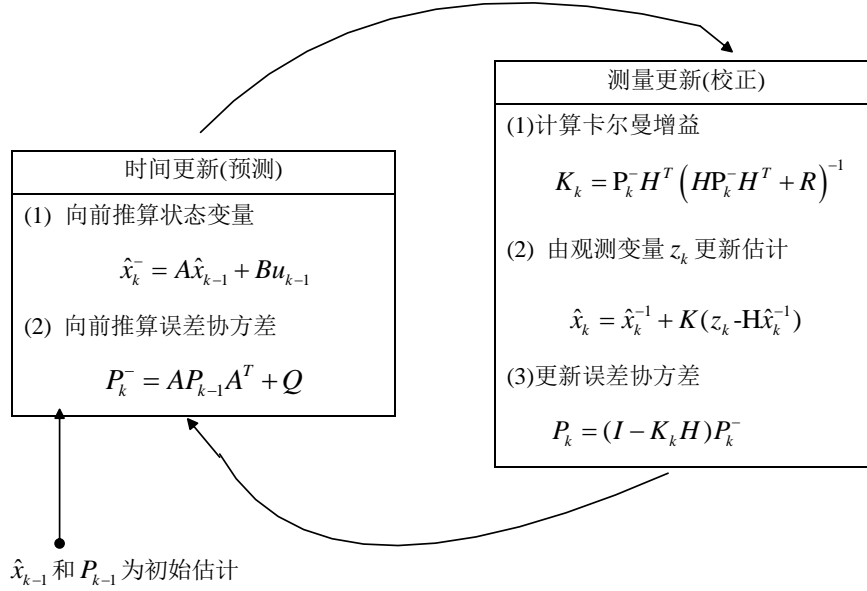


图 3.3 卡尔曼滤波器工作原理图[33]

3.2.3 非线性处理

如 3.2.2 节所述，在离散时间过程中，卡尔曼滤波器可以估计用线性差分方程描述的状态变量 $x \in R^n$ 。但当被估计的过程和(或)观测变量与过程的关系是非线性时，状态量的概率特性在误差传递后并不为高斯模型，表现了复杂的联合概率密度函数。因此非线性方程求解的最大困难在于无法计算经非线性函数传递后状态量的概率密度函数(或者统计特性，如均值和方差)。目前处理非线性的方法主要有可扩展 Kalman 滤波器 (Extended Kalman Filter, EKF) 和无迹 Kalman 滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)。

•EKF 滤波器

将期望和方差线性化的卡尔曼滤波器称作扩展卡尔曼滤波器，简称 EKF。同泰勒级数类似，EKF 求解过程函数和量测函数的偏导数，其雅可比矩阵为

$$\begin{aligned} F(k) &= \nabla f_k |_{\hat{x}_k} \\ H(k+1) &= \nabla h_k |_{\hat{x}_{k+1}^-} \end{aligned} \quad (3.14)$$

EKF 具有计算量小、易于实现的优点，被广泛使用于导航、飞控、姿态稳定等领域。当然 EKF 也存在缺陷：第一、离散随机变量的概率分布(或连续随机变量的概率密度)在经过非线性系统转化后不再是正态的；第二、当线性化步长

$\Delta x = \hat{x}_k - x_k$ 或 $\Delta x = \hat{x}_{k+1}^- - x_k$ 太大(估计值与真实值偏离太远)时, 函数的泰勒级数一阶近似已不再适用。因此本质上 EKF 是一种通过线性化达到渐进最优的贝叶斯决策状态估计器。

•UKF 滤波器

UKF 的基本思想在于: 比起在滤波器中近似非线性函数, 近似高斯分布更加容易实现。因此对于非线性处理, UKF 滤波器采用确定性采样的方式近似估计噪声传递后的均值和方差, 具体的过程为选择足够多服从状态分布的采样点 Sigma-point, 将这些点经非线性函数传递后, 求取传递后噪声的后验概率分布。UKF 不需要将状态方程和观测方程线性化, 因此这为无法求取雅可比矩阵的应用提供了处理的方法。同时 UKF 有着比 EKF 更高的估计精度, 计算量更大。

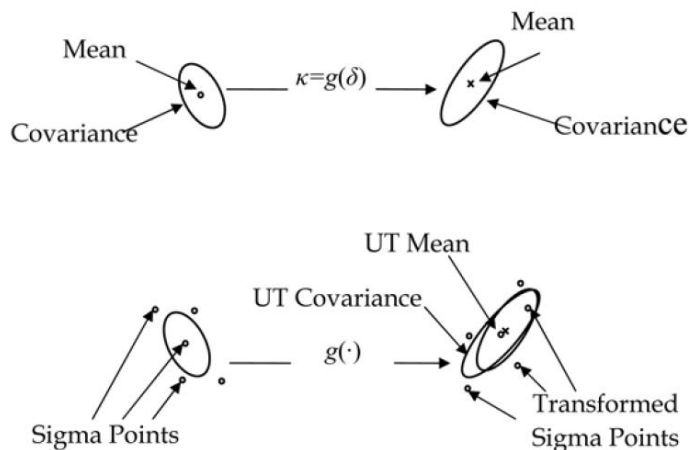


图 3.4 UKF 无迹变换示意图[47]

3.2.4 初值

卡尔曼滤波在开始状态需要进行初始化, 即选择正确的初始估计 $\hat{x}(0|-1)$ 和协方差矩阵 $P(0|-1)$ 。一般地, 初始值对滤波器状态估计的影响会随着时间推移而消散($x_k = A^k x_0$), 它们并不会影响滤波器收敛的稳定性。通常在线性滤波器中, 不管初始状态值和状态方差是否变化, 滤波器总会收敛到相同的稳定状态上。当然一个接近真实的初始值可以提高滤波器的收敛速度。

需要注意的是在扩展卡尔曼滤波过程中, 由于对状态量的非线性函数存在一阶近似, 偏离真实值的初值将导致近似误差增大, 有时会使得滤波器无法收敛。故状态的初始化应尽量接近真实值 $\hat{x}(0|-1) = \bar{x}_0$ 和 $P(0|-1) = \Sigma_0$ 。

在导航系统中, 有些状态无法直接获取初始值, 往往需要依靠其他算法估计其近似值, 该过程称之为初始对齐。

3.2.5 新息

在 $k-1$ 时刻，滤波器对 k 时刻的测量值 $\hat{z}(k|k-1)$ 预测，即

$$\hat{z}(k|k-1) = C_k \hat{x}(k|k-1) \quad (3.15)$$

则观测量 z_k 与预测值 $\hat{z}(k|k-1)$ 之差叫做新息 v_k (Innovation)，有时也被叫做残差 (residual)。

$$v_k = z_k - C_k \hat{x}(k|k-1) \quad (3.16)$$

新息是一种十分重要的测量方式，它等于滤波器估计值与观测序列之差。通常，比起状态估计值，“真实”的状态值很难知晓，新息便成为评估估计器性能表现是否好的唯一测量手段。新息可以被用来调谐估计器，也可以帮助开发者建立正确的观测值和过程噪声源系统模型。同时，新息还可以用来验证外部观测量是否为有效值(野值检验)，以此判断是否将当前观测量加入滤波器进行更新迭代。总之，新息是一种非常重要的方法，在滤波器设计过程中起到至关重要的作用，是我们进行实际工程项目中不可或缺的一个数学概念。

新息最重要的性质就是，它是一个正交、时间不相关、白噪声序列

$$E[v_k | Z_1^k] = 0 \quad E[v(i)v^T(j)] = S(i)\delta_{ij} \quad (3.17)$$

新息的方差表示为

$$\begin{aligned} S(k) &= E[v(k)v^T(k)] \\ &= E[(z_k - C_k \hat{x}(k|k-1))(z_k - C_k \hat{x}(k|k-1))^T] \\ &= E[(C_k(x_k - \hat{x}(k|k-1)) + v_k)(C_k(x_k - \hat{x}(k|k-1)) + v_k)^T] \\ &= R_k + C_k P(k|k-1) C_k^T \end{aligned} \quad (3.18)$$

因为新息是高斯型白噪声，则

$$q(i) = v^T(i) S(i) v(i) \quad (3.19)$$

随机变量 $q(i)$ 被称为归一化新息方差，服从 χ^2 分布(卡方分布)，其自由度 $m = \dim(z(k))$ ，均值为 m ，方差为 $2m$ 。卡方检验提供了一个置信边界，帮助验证观测量和滤波器性能。滤波器的一致性检验就是依据这个性质。

若存在假设 H : {滤波器对系统适应性良好}，则假设 H 成立的概率为

$$P\{H \text{ accepted} | q_i \in [2 - \sigma \text{ gate}]\} \quad (3.20)$$

一种有效的合格检验为 $P \geq \text{threshold}$ ，当然对于不同的应用满足的条件存在差异。根据 χ^2 分布的性质查表，可以找到合格检验对应的 $\pm\sigma$ 和 $\pm 2\sigma$ 边界，后者界

限给出了比例大约为 95% 的新息落入 $2\text{-}\sigma$ 门限范围内。

若新息序列存在非随机的周期性变化或者非随机的漂移,则新息极有可能在时间上存在相关性,这不符合新息为白噪声的性质。因此新息序列的自相关性为滤波器一致性检验提供了新的角度,它能够从功率谱上检测新息的随机性。当对新息时间相关性做一致性检验时,若自相关参数在检验合格的边界之外时,噪声的颜色为白的假设不成立。白噪声检验失败一般存在两个原因:模型并未考虑过程噪声中不可忽视的高阶量,即噪声模型近似精度不够;或者观测噪声与过程噪声的先验知识不准确,比如观测噪声取值比真实情况大时,状态校正并不及时,状态估计过度依赖历史数据。

3.3 位姿

3.3.1 刚体变换

空间变换(rigid transformation)是把载体坐标系(动)下观测的变量(向量)换算成世界坐标系(定)下的对应值,即将载体坐标系 B 转换到世界坐标系 E 。设空间 $^A R$ 下的一组单位正交基为 $\{\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1\}$, 空间 $^B R$ 下的一组单位正交基为 $\{\mathbf{i}_2, \mathbf{j}_2, \mathbf{k}_2\}$, 则坐标系 $\{B\}$ 的正交基在坐标系 $\{A\}$ 中的表示为

$$\begin{cases} {}^A \mathbf{n}_B = r_{11} \mathbf{i}_1 + r_{21} \mathbf{j}_1 + r_{31} \mathbf{k}_1 = \mathbf{i}_2 \\ {}^A \mathbf{o}_B = r_{12} \mathbf{i}_1 + r_{22} \mathbf{j}_1 + r_{32} \mathbf{k}_1 = \mathbf{j}_2 \\ {}^A \mathbf{a}_B = r_{13} \mathbf{i}_1 + r_{23} \mathbf{j}_1 + r_{33} \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 \end{cases} \quad (3.21)$$

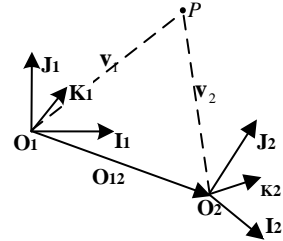


图 3.5 空间姿态示意

显然,使用不同的正交基观测同一矢量,会在不同度量空间下得到不同表示。空间变换的意义在于建立两个空间之间的联系,即

$${}^A \mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{n}_B & {}^A \mathbf{o}_B & {}^A \mathbf{a}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

上式助记符 ${}^A \mathbf{R}_B$ 表示为坐标系 $\{B\}$ 下的单位正交基在参考系 $\{A\}$ 中的表示,也就是说 ${}^A \mathbf{R}_B$ 为作用于坐标系 $\{A\}$ 下的正交基到坐标系 $\{B\}$ 的旋转矩阵。若矢量 ${}^A \mathbf{x}$ 表示在坐标系 $\{A\}$ 的观测量,则 ${}^B \mathbf{x}$ 乘以这组正交基 $\begin{bmatrix} {}^A \mathbf{n}_B & {}^A \mathbf{o}_B & {}^A \mathbf{a}_B \end{bmatrix}$

$${}^A \mathbf{x} = {}^A \mathbf{R}_B {}^B \mathbf{x} \quad (3.23)$$

需要区分的概念是向量旋转矩阵与姿态变换矩阵并不等同。向量旋转是指在同一坐标系下将向量旋转一定角度与目标向量对齐；而姿态变换则指同一观测量在不同坐标系(基)下的转换，强调地是将一组正交基旋转对齐于另一组基。从两者的定义来说，向量旋转始终在同一空间内度量而姿态变换则为两种空间度量的连接。不难发现，从数学形式上两者旋转矩阵相同，其含义却大为不同，不可混淆。

将绕 X ， Y ， Z 轴旋转构成的姿态变换称为基本旋转变换。任何的旋转都可以由如下

$$\mathbf{R}(X, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{R}(Y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{R}(Z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

的三种基本变换组合而完成。合成多次旋转运动时存在两种情形：旋转轴固定不变和旋转轴不固定。若一次旋转经过的中间姿态为 $\{A\}, \{B\}, \{C\}, \{D\}$ ，历经姿态的变换为 \mathbf{T}_{AB} 、 \mathbf{T}_{BC} 、 \mathbf{T}_{CD} ，则合成刚体的旋转运动分情况讨论：

- (i) 刚体的每次旋转运动都是绕着同一参考系(如地球坐标系)进行，则旋转运动表示为

$$\mathbf{T}_{AD} = \mathbf{T}_{CD} \mathbf{T}_{BC} \mathbf{T}_{AB} \quad (3.27)$$

- (ii) 刚体的每次旋转运动都是绕着当前动坐标系(联体坐标变换，如中间姿态为参照系)进行，则旋转运动表示为

$$\mathbf{T}_{AD} = \mathbf{T}_{AB} \mathbf{T}_{BC} \mathbf{T}_{CD} \quad (3.28)$$

通常将以上规律称之为右乘联体左乘基，该口诀在欧拉角以及各种旋转表达式中至关重要，可以看出旋转的合成与其次序有着必然联系。

3.3.2 姿态表示

常用空间姿态的表示方法有方向余弦矩阵(Direction Cosine Matrix, DCM)、

欧拉角(Euler Angle)、四元数法(Quaternion)等。其中，DCM、欧拉角方法形象直观且便于空间理解和图形展示，但运算性质不佳；四元数法在数学性质上有着极好的运算能力。不同姿态表示各有优点，相互补充，需要根据实际应用来选择。

3.3.2.1 方向余弦

如图 3.5 所示，坐标系 1 的向量 \mathbf{v}_1 表示为

$$\mathbf{v}_1 = x_1 \mathbf{I}_1 + y_1 \mathbf{J}_1 + z_1 \mathbf{K}_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}^1 = [\mathbf{v}]^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \mathbf{v} \\ \mathbf{J}_1^T \mathbf{v} \\ \mathbf{K}_1^T \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \\ \mathbf{J}_1^T \\ \mathbf{K}_1^T \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (3.29)$$

由空间几何关系可知：

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{O}_{12} + \mathbf{v}_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix}^1 + [\mathbf{v}_2]^1 \quad (3.30)$$

令 $\mathbf{O}_{12} = \mathbf{0}$ ，代入坐标系 1 和 2 的正交基，则

$$\begin{aligned} [\mathbf{v}_2]^1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \\ \mathbf{J}_1^T \\ \mathbf{K}_1^T \end{bmatrix} (\mathbf{I}_2 x_2 + \mathbf{J}_2 y_2 + \mathbf{K}_2 z_2) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{J}_1^T \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{K}_1^T \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_1^T \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{K}_1^T \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} y_2 + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{J}_1^T \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} z_2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

由式(3.31)可知，姿态变换矩阵表示为正交基 $(\mathbf{I}_1, \mathbf{J}_1, \mathbf{K}_1)$ 与 $(\mathbf{I}_2, \mathbf{J}_2, \mathbf{K}_2)$ 之间的夹角余弦

$$\mathbf{R}_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\beta_1) & \cos(\gamma_1) \\ \cos(\alpha_2) & \cos(\beta_2) & \cos(\gamma_2) \\ \cos(\alpha_3) & \cos(\beta_2) & \cos(\gamma_3) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

3.3.2.2 欧拉角

欧拉角表示方法由著名数学家欧拉首次提出，主要用于调节飞行器、制导与导航、小型飞行器等设备到达指定姿态和位置。在欧拉角表示方法中任意姿态变换可以分解为依次绕 X ， Y ， Z 轴的旋转而来，这种方法非常便于人的理解和

操作。事实上存在 27 种可能的旋转次序，但仅仅 12 种满足连续 2 次旋转不为同一旋转轴，如下所图 3.6 示：

$$(i, j, k) \in \left\{ \begin{array}{cccc} (1, 2, 1) & \mathbf{(1, 2, 3)} & (1, 3, 1) & (1, 3, 2) \\ (2, 1, 2) & (2, 1, 3) & (2, 3, 1) & (2, 3, 2) \\ (3, 1, 2) & \mathbf{(3, 1, 3)} & (3, 2, 1) & \mathbf{(3, 2, 3)} \end{array} \right\}$$

图 3.6 欧拉角旋转次序

图 3.6 中黑色加粗的旋转序列是实际应用中最常见的选择。序列 $\{\mathbf{3, 1, 3}\}$ (ZXZ) 称为 Leonhard Euler，是以 18 世纪瑞士数学家和物理学家 Leonhard 命名，主要应用于陀螺运动中刚体自旋的姿态表示。序列 $\{\mathbf{1, 2, 3}\}$ (XYZ) 称为 Cardan Euler，是以文艺复兴时期意大利数学家 Gerolamo Cardano 命名，又叫 Tait-Bryan Angles，以 19 世纪苏格兰数学物理学家 Peter Guthrie Tait 命名，主要应用于航空工程和计算机图形学领域。

本文采用的欧拉角旋转次序为 XYZ，定义刚体在 YZ 平面内绕 x 轴旋转 ϕ 角度，称为翻滚角 *roll*；在 XZ 平面内，绕 y 轴旋转 θ 角度，称为俯仰角 *pitch*；在 XY 平面内，绕 z 轴旋转 ψ 角度，称为航向角 *heading*。考虑从世界坐标系 (*E*) 旋转到载体坐标系 (*S*) 时，旋转矩阵由基本矩阵组合而成。按照 XYZ 旋转顺序，易得旋转矩阵

$$\begin{aligned} {}^E \mathbf{R}_S &= \mathbf{R}(X, \phi) * \mathbf{R}(Y, \theta) * \mathbf{R}(Z, \psi) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta c\psi & -c\theta s\psi & s\theta \\ s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi & -s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & -s\phi c\theta \\ -c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

则欧拉角姿态表示为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^E = {}^E \mathbf{R}_S \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^S \Rightarrow {}^E \mathbf{v} = {}^E \mathbf{R}_S {}^S \mathbf{v} \quad (3.34)$$

同时，若陀螺仪测量的角速度为 $\boldsymbol{\omega}$ ，则刚体运动姿态的欧拉角速率与旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 之间的关系为

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} &= \mathbf{R}(\mathbf{Y}, \theta) \mathbf{R}(\mathbf{Z}, \psi) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}(\mathbf{Z}, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c\theta c\psi & -c\theta s\psi & s\theta \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

3.3.2.3 四元数法

四元数法是由 19 世纪爱尔兰数学家 William Rowan Hamilton 提出，是一种在高维空间进行姿态的表示方法。定义四元数 \mathbf{q} 为一个实数和一个三维复数相加组成，则

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T = \begin{bmatrix} q_1 \\ \mathbf{q}_{2:4} \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

四元数法的基本性质为

$$\text{共轭四元数:} \quad \bar{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} q_1 \\ -\mathbf{q}_{2:4} \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

$$\text{四元数模长:} \quad \|\mathbf{q}\| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \tag{3.38}$$

$$\text{四元数逆:} \quad \mathbf{q}^{-1} = \frac{\bar{\mathbf{q}}}{\|\mathbf{q}\|} \tag{3.39}$$

$$\text{四元数乘法:} \quad \mathbf{q} \otimes \mathbf{p} = q_m(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \mathcal{Q}(\mathbf{q})\mathbf{p} = \bar{\mathcal{Q}}(\mathbf{p})\mathbf{q} \tag{3.40}$$

$$\mathcal{Q}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_1 & -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_2 & q_1 & q_4 & -q_3 \\ q_3 & -q_4 & q_1 & q_2 \\ q_4 & q_3 & -q_2 & q_1 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathcal{Q}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_1 & -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_2 & q_1 & -q_4 & q_3 \\ q_3 & q_4 & q_1 & -q_2 \\ q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \mathcal{Q}(\bar{\mathbf{q}}) &= \mathcal{Q}(\mathbf{q})^T \\ \bar{\mathcal{Q}}(\bar{\mathbf{q}}) &= \bar{\mathcal{Q}}(\mathbf{q})^T \end{aligned}$$

四元数表示法中姿态变换是指载体坐标系内以空间向量 \mathbf{r} 为轴旋转角度 θ 。如图 3.7 所示, Frame B 是由 Frame A 以向量 ${}^A\mathbf{r}$ 为轴旋转角度 θ 而得。四元数 ${}^B_A\mathbf{q} = [\cos(\theta/2) \quad {}^A\mathbf{r}\sin(\theta/2)]$ 描述了刚体绕定点转动, 可认为 B 系是由 A 系经过无中间过程的一次性等效旋转形成的, ${}^B_A\mathbf{q}$ 包含了这种等效旋转的全部信息: ${}^A\mathbf{r}$ 为旋转瞬轴和旋转方向, θ 为转过的角度。

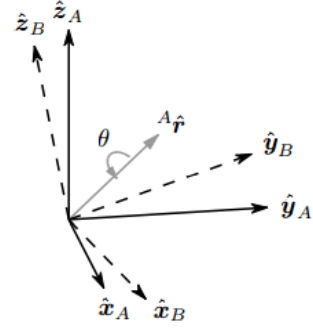


图 3.7 四元数法姿态变换

令 ${}^E_B\mathbf{q}$ 表示由载体坐标系 B 向世界坐标系 E 旋转获得的四元数, 使用四元数表示姿态

$${}^E\mathbf{v} = {}^B_E\mathbf{q} \otimes {}^B\mathbf{v} \otimes {}^B_E\mathbf{q}^* \quad (3.41)$$

$${}^2\vec{\mathbf{v}} = {}^E_B\mathbf{q} \otimes {}^1\vec{\mathbf{v}} \otimes {}^E_B\mathbf{q}^{-1} = {}^E_B\mathbf{q} \otimes {}^1\vec{\mathbf{v}} \otimes {}^E_B\mathbf{q}^* \quad (3.42)$$

其中式(3.41)表示姿态变换, 式(3.42)表示为向量 ${}^1\vec{\mathbf{v}}$ 经 ${}^E_B\mathbf{q}$ 旋转后与 ${}^2\vec{\mathbf{v}}$ 重合。

四元数表示的姿态也可以依靠旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 迭代更新, 若陀螺仪测量的旋转角速度 ${}^S\boldsymbol{\omega} = [0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]$, 则四元数的微分方程为

$${}^S_E\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} {}^S_E\mathbf{q} \otimes {}^S\boldsymbol{\omega} \quad (3.43)$$

因此四元数姿态更新为

$${}^S_E\mathbf{q}_{t+1} = {}^S_E\mathbf{q}_t + {}^S_E\dot{\mathbf{q}}_t \Delta T \quad (3.44)$$

其中 ΔT 为采样周期。在姿态变换中载体 B 会历经多个中间状态 $\{S_1 \sim S_n\}$, 对角速率进行积分, 可以计算载体旋转的角度。一般地, 选取

$${}^S_E\mathbf{q} = {}^S_{S_n}\mathbf{q} \otimes {}^S_{S_{n-1}}\mathbf{q} \otimes \dots \otimes {}^S_{S_2}\mathbf{q} \otimes {}^S_{S_1}\mathbf{q} \otimes {}^S_E\mathbf{q}$$

进行姿态更新。

3.3.3 四元数均值

由于 UKF 使用四元数作为状态量, 非线性处理需要对四元数 Sigma 点计算均值, 但四元数构成的空间并不是欧几米德空间, 即四元数运算并不满足算子的封闭性和结合性。因此使用常规均值计算方法并不适用。

由四元数性质知, 陀螺仪噪声 $\vec{\mathbf{w}}_q$ 是一个三维向量, 并不能被简单地加到四元数上。若 $\vec{\mathbf{w}}_q$ 服从均值为 0, 方差为 $\mathbf{Q}_{3 \times 3}$ 的高斯噪声, 将 $\vec{\mathbf{w}}_q$ 看成是绕着 xyz 旋转的向量, 则可等价于

$$\begin{cases} \alpha = \|\vec{\mathbf{w}}_q\| \\ \mathbf{u} = \sin(\alpha/2) \frac{\vec{\mathbf{w}}_q}{\|\vec{\mathbf{w}}_q\|} \end{cases} \quad (3.45)$$

其中 α 表示旋转角度， \mathbf{u} 表示旋转轴，四元数表示的噪声参数为

$$\mathbf{q} = [\cos(\alpha/2), \sin(\alpha/2) \frac{\vec{\mathbf{w}}_q}{\|\vec{\mathbf{w}}_q\|}] \quad (3.46)$$

3.3.3.1 基于迭代的四元数均值

对于四元数来说，建立一种描述两个四元数距离的度量方法，成为最为关键的部分。由四元数的传递性可知：

$$\begin{aligned} {}^A_O \mathbf{q} &= {}^A_B \mathbf{q} \otimes {}^B_O \mathbf{q} \Rightarrow {}^A_B \mathbf{q} = {}^A_O \mathbf{q} \otimes {}^B_O \mathbf{q}^{-1} \\ &\Rightarrow \mathbf{q}_{21} = \Delta \mathbf{q} = \mathbf{q}_1 \otimes \mathbf{q}_2^{-1} \end{aligned} \quad (3.47)$$

则 \mathbf{q}_1 与 \mathbf{q}_2 的距离可由 $\Delta \mathbf{q}$ 表示，夹角为

$$\theta = 2 \arccos(\Delta \mathbf{q}^0) \quad (3.48)$$

θ 从某一层面上表示了两四元数的距离。设 N 个四元数的均值为 \mathbf{q}_t ，则均值与所有四元数之间的距离和为

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q}_t^{-1} \Rightarrow \mathbf{q}_i = \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{q}_t \quad (3.49)$$

$$\vec{\mathbf{e}} = \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{e}_i = \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q}_t^{-1} \quad (3.50)$$

其中 $\vec{\mathbf{e}}$ 表示估计的均值四元数 \mathbf{q}_t 和真实的均值四元数之间的误差，也是指向真实均值四元数的旋转向量，故

$$\mathbf{q}_{t+1} = \vec{\mathbf{e}} \otimes \mathbf{q}_t \quad (3.51)$$

\mathbf{q}_{t+1} 会不断逼近均值向量，直到误差相差无几。一般地，初始值选择 Sigma 中心点时，迭代一次即可完成均值获取。为其他点时，迭代 2 次获取结果，故基于迭代的方式效率很高。

3.3.3.2 基于代价函数的最优化四元数均值

早在 60 年代 Wahba 就提出了构造函数代价求解四元数均值问题，基于这种思想学者们提出了各种不同的算法。其中文献[67]直接以姿态矩阵为对象求解加

权均值四元数的方法, 因为不涉及矩阵的奇异值分解使得算法相对简单而得到较为广泛的应用。该算法具体为构造姿态矩阵代价函数

$$\bar{\mathbf{q}} = \arg \min_{\|\mathbf{q}\|=1} \sum_{i=1}^N \mathbf{w}_i \|A(\mathbf{q}) - A(\mathbf{q}_i)\|_{\mathbf{F}}^2 \quad (3.52)$$

其中 $A(\mathbf{q})$ 是由四元数构成的正交姿态矩阵, \mathbf{F} 为 Frobenius 范数, \mathbf{q}_i 为四元数 Sigma 点。由 Frobenius 范数定义及姿态矩阵的正交性, 四元数均值可转化为求如下代价函数值最大时的向量解

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}} &= \arg \max_{\|\mathbf{q}\|=1} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} \\ \mathbf{K} &= 4\mathbf{M} - \mathbf{I}_{4 \times 4}, \mathbf{M} = \sum_{i=1}^N \mathbf{w}_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \end{aligned} \quad (3.53)$$

从而均值四元数 $\bar{\mathbf{q}}$ 即为矩阵 \mathbf{K} 最大特征值所对应的特征向量。

3.4 组合导航模型

3.4.1 系统坐标系

空间 XYZ 三维坐标中, 当在某个平面内确定 XY 轴的正方向时, Z 轴的选择有两种可能性: 垂直平面的两个方向。因此为了规范坐标系建立的一致性, 导航应用中通常选择右手定则来确定 Z 轴方向, 称之为笛卡尔坐标系。

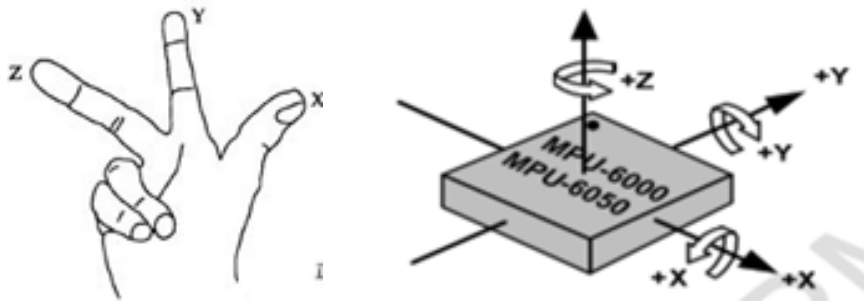


图 3.8 右手规则与旋转方向示意图

- 右手定则: 伸出右手, 将拇指指向 X 轴的正方向, 食指指向 Y 轴正方向, 则中指所指示的方向即为 Z 轴的正方向。
- 规定旋转方向: 在右手坐标系中, 物体旋转的正方向是右手螺旋法则, 即从该轴正半轴向原点看, 逆时针方向为其正方向。

一般地, 在航天飞行领域和计算机图形学中, 选取载体前进方向为 x 轴正方向, 右侧翼方向为 y 轴正方向, 向下为 z 轴正方向。因此本论文选择的载体坐标

系(Body Coordinate)参照这一标准, 世界坐标系则直接选择 ENU 坐标系(Earth、North、Up), 如下图 3.9 所示

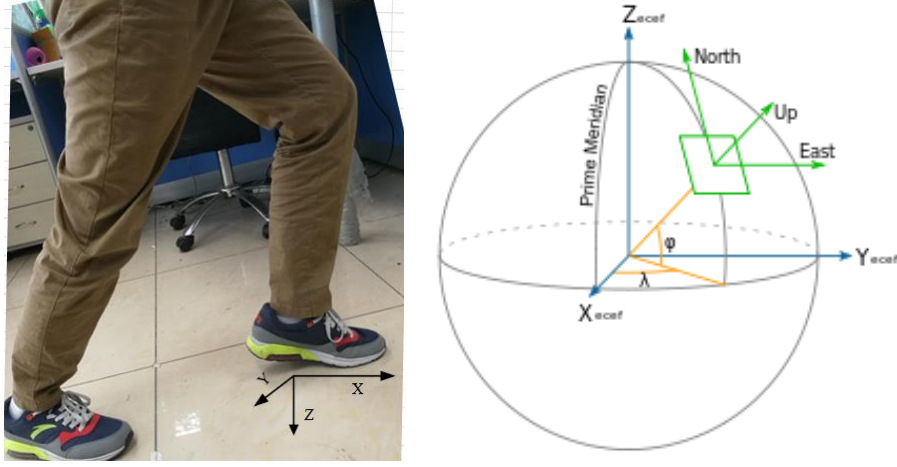


图 3.9 载体坐标系(B)和世界坐标系(E)

3.4.2 运动方程

传统的捷联惯性导航系统大多采用 15 阶状态量建立系统的运动方程。在室内定位场景中由于目标处于低速运动(小于 100m/s)且定位区域为小范围比如数百米, 则忽略地球自转及地球曲率的影响, 惯性导航运动方程简化为

$$\begin{cases} {}^n\mathbf{p}_{k+1} = {}^n\mathbf{p}_k + {}^n\mathbf{v}_k\Delta T + {}^n\mathbf{a}_k\Delta T^2/2 \\ {}^n\mathbf{v}_{k+1} = {}^n\mathbf{v}_k + {}^n\mathbf{a}_k\Delta T \\ {}^n\dot{\mathbf{q}}_k = {}^n\mathbf{q}_k \otimes \boldsymbol{\omega}_k/2 \\ \boldsymbol{\delta}_{f,k+1} = e^{-\beta_1\Delta T}\boldsymbol{\delta}_{f,k} + \mathbf{w}_{b_a} \\ \boldsymbol{\delta}_{\omega,k+1} = e^{-\beta_2\Delta T}\boldsymbol{\delta}_{\omega,k} + \mathbf{w}_{b_w} \end{cases} \quad (3.54)$$

其中运动状态 $[{}^n\mathbf{p}_k \ {}^n\mathbf{v}_k \ \boldsymbol{\delta}_{f,k} \ \boldsymbol{\delta}_{\omega,k} \ \mathbf{q}_k]^T$ 为目标在世界坐标系下的位置、速度、姿态四元数、加速度计漂移以及陀螺仪漂移, 过程噪声 $\mathbf{e}_k = [\mathbf{w}_a \ \mathbf{w}_g \ \mathbf{w}_{b_a} \ \mathbf{w}_{b_w}]$ 为加速度计白噪声、随机游走噪声和陀螺仪白噪声、随机游走噪声。导航坐标系下目标运动加速度 ${}^n\mathbf{a}_k = {}^n\mathbf{R}({}^s\tilde{\mathbf{f}}_k - \boldsymbol{\delta}_{f,k} - \mathbf{w}_a) - \mathbf{g}$, 经过误差补偿后的旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}_k = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_k - \boldsymbol{\delta}_{\omega,k} - \mathbf{w}_g$, ${}^n\mathbf{R}$ 为载体坐标系到导航坐标系下的姿态转换矩阵, ΔT 为采样周期。将方程组化简为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} {}^n\mathbf{p}_{k+1} \\ {}^n\mathbf{v}_{k+1} \\ \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\delta}_{f,k+1} \\ \boldsymbol{\delta}_{\omega,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I}\Delta T & & -\mathbf{R}\Delta T^2/2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} & \vdots & -\mathbf{R}\Delta T & \\ \dots & & \Omega(-\boldsymbol{\delta}_{\omega,k}) & \mathbf{O} & \\ \mathbf{O} & \dots & & e^{-\beta_1\Delta T} & \vdots \\ \mathbf{O} & & & & e^{-\beta_2\Delta T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^n\mathbf{p}_k \\ {}^n\mathbf{v}_k \\ \mathbf{q}_k \\ \boldsymbol{\delta}_{f,k} \\ \boldsymbol{\delta}_{\omega,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}\Delta T^2/2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}\Delta T & \dots \\ \vdots & \mathbf{q}_k \otimes \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^s\tilde{\mathbf{f}}_k \\ {}^s\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k \end{bmatrix} + \mathbf{B}_k \mathbf{e}_k \quad (3.55)$$

其中 $\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \Delta T^2 \mathbf{R} / 2 & \dots & \mathbf{O} \\ \Delta T \mathbf{R} & \mathbf{O} & \dots \\ \dots & \mathbf{I} & \dots \\ \mathbf{O} & \dots & \Delta T \mathbf{Q}_{2:4} / 2 & \mathbf{O} \end{bmatrix}$ 为误差驱动矩阵, $\begin{bmatrix} {}^s \tilde{\mathbf{f}}_k & {}^s \tilde{\boldsymbol{\omega}}_k \end{bmatrix}^T$ 为加速度计和陀螺仪测量值, $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} 0 & a_3 & -a_2 \\ -a_3 & 0 & a_1 \\ a_2 & -a_1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

为了初始化载体起始姿态, 可以在导航开始阶段将载体静止一段时间, 利用载体仅受到重力这一约束计算载体当前的翻滚角和俯仰角。若在世界坐标系重力的大小为 $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ -g]$, 初始状态加速度计感知的比力为 ${}^s \mathbf{a}$, 则

$${}^s \mathbf{v} = ({}^E_S \mathbf{R})^T {}^E \mathbf{v} \quad (3.56)$$

$${}^s \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & -c\theta s\psi & s\theta \\ s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi & -s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & -s\phi c\theta \\ -c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} {}^E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

解矩阵方程, 易得

$$\begin{cases} \phi = \text{atan2}(a_y, -a_z) \\ \theta = \text{asin}(-a_x, \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}) \end{cases} \quad (3.58)$$

3.4.3 量测方程

为了简化系统, UWB 测距噪声模型可以近似为白噪声, 当然这一近似仅在视距情况下成立。当 UWB 测距出现非视距情形时, 伪距值 \tilde{r} 会出现大的抖动。将系统量测方程表述为

$$\tilde{r} = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{bs}\| + \nu \quad (3.59)$$

其中 \mathbf{p}_{bs} 表示 UWB 基站所在位置, 需要事先测量写入系统, ν 为伪距误差量, 为高斯白噪声, \tilde{r} 表示 UWB 卡片与 UWB 基站之间伪距值, $\|\cdot\|$ 表示一维向量模长运算符。

3.4.4 滤波融合

在卡尔曼滤波器中往往并不直接使用 15 阶导航状态量, 而对状态误差量进

行建模, 这样实现的好处保证了航迹推算和滤波算法分开计算, 即惯性导航的运动方程递推输出导航状态, 滤波器仅在量测出现时估计状态的误差量并及时将其反馈到系统状态量中。因此滤波器中的状态量为位置误差、速度误差、姿态误差、加速度计零值漂移及陀螺仪零值漂移[33], 表示为

$$\delta \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} {}^n \delta \mathbf{p}_k \\ {}^n \delta \mathbf{v}_k \\ \delta \mathbf{q}_k \\ \delta \mathbf{f}_{,k} \\ \delta \boldsymbol{\omega}_{,k} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

在卡尔曼滤波过程中, 时间更新环节首先将状态量向后递推以获取先验的误差状态估计

$$\delta \mathbf{x}_k^- = \mathbf{E}_k \delta \mathbf{x}_{k-1} \quad (3.61)$$

矩阵 \mathbf{E}_k 为误差函数矩阵, 它将 k 时刻的误差状态量和上一时刻误差状态量关联起来, 根据运动方程可知

$$\mathbf{E}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \Delta T & -\mathbf{R} \Delta T^2 / 2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} & -\mathbf{R} \Delta T & \mathbf{O} \\ & & \Omega(-\delta \boldsymbol{\omega}_{,k}) & \mathbf{O} \\ & \dots & e^{-\mathbf{b}_1 \Delta T} & \\ \mathbf{O} & & & e^{-\mathbf{b}_2 \Delta T} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

因此先验的误差协方差矩阵表述为

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{E}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{E}_k^T + \mathbf{B}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{B}_k^T \quad (3.63)$$

量测方程包含状态量在某一维度上的测量信息, 也就是说误差状态量与 UWB 定位测量的伪距值存在关联。定义测量函数 $h(\delta \mathbf{x}_k)$ 为包含位置误差与不包含位置误差两种情况下基站与卡片距离估计值之差, 即

$$h(\delta \mathbf{x}_k) = \left[\left\| (\hat{\mathbf{p}}_{INS,k} + \delta \mathbf{p}_k^-) - \mathbf{p}_{bs} \right\| - \left\| \hat{\mathbf{p}}_{INS,k} - \mathbf{p}_{bs} \right\| \right] \quad (3.64)$$

其中先验的误差状态估计 $\delta \mathbf{p}_k^- = [\delta x_k^- \ \delta y_k^- \ \delta z_k^-]$, INS 系统递推估计的位置坐标 $\hat{\mathbf{p}}_{INS,k} = [x_k^- \ y_k^- \ z_k^-]$ 。将非线性函数 $h(\delta \mathbf{x}_k)$ 进行一阶泰勒近似, 量测函数的雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_k = \frac{\delta(h(\delta\mathbf{x}_k))}{\delta(\delta\mathbf{x}_k)} \quad (3.65)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{p_{x,bs} - (\hat{x}_k + \delta\hat{x}_k)}{\|(\hat{\mathbf{p}}_{INS,k} + \delta\mathbf{p}_k^-) - \mathbf{p}_{bs}\|} & \frac{p_{y,bs} - (\hat{y}_k + \delta\hat{y}_k)}{\|(\hat{\mathbf{p}}_{INS,k} + \delta\mathbf{p}_k^-) - \mathbf{p}_{bs}\|} & \frac{p_{z,bs} - (\hat{z}_k + \delta\hat{z}_k)}{\|(\hat{\mathbf{p}}_{INS,k} + \delta\mathbf{p}_k^-) - \mathbf{p}_{bs}\|} & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix}$$

卡尔曼滤波算法的量测更新环节，首先估计滤波器的增益，然后估计后验状态误差和后验误差协方差矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \\ \delta\hat{\mathbf{x}}_k &= \delta\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\delta z_k - h(\delta\mathbf{x}_k^-)) \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^- [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \end{aligned} \quad (3.66)$$

实际上，利用导航方程的误差状态量建模，简化了卡尔曼滤波器的预测和校正环节。这是因为一旦误差量被反馈到系统状态中，它假定了从现在开始状态量已经被正确校正，状态量不存在误差。于是每次递推计算的先验误差估计 $\delta\mathbf{x}_k^-$ 等于零，时间更新环节的任务仅仅需要估计先验的误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k^- 。

在量测更新环节，测量函数 $h(\delta\mathbf{x}_k)$ 为零，这也是基于该假定，系统状态量在滤波校正后并不存在先验误差。在雅可比矩阵 \mathbf{H}_k 中应用本结论，一阶泰勒近似的计算也得到了简化。因此当计算后验误差估计时，仅仅需要计算滤波器增益 \mathbf{K}_k 和向量 δz_k 。然后在下一个采样周期，后验误差估计被反馈校正到系统状态中。算法反复并在此设置先验误差估计为零。

3.5 自适应估计与非视距处理

3.5.1 自适应估计

在室内复杂环境下，噪声的概率统计特性并非一成不变。例如惯性测量单元易受温度变化影响，测量值出现偏移；UWB 测距在某些环境下存在多径干扰误差。尽管无法对这种随机噪声精确建模，但一种有效可行的方式为适当调整噪声的均值和方差，使得模型近似的白噪声更加接近真实的情况。

卡尔曼滤波算法的自适应估计，在于能够在线辨识噪声的均值和方差，以适应复杂多变的噪声特性。一般地，惯性测量单元的惯性数据噪声的幅值变化缓慢，为了简化计算过程自适应估计仅考虑在线辨识观测噪声的均值和方差。

在 3.2.5 小节中说明了滤波器的新息序列等于先验量测估计和后验传感器测量之差。从某种程度上，新息值反映了卡尔曼滤波器估计的性能，因此 Sage-Husa 自适应估计利用这一特性对过程和测量噪声在线辨识。设 \mathbf{r} 为量测噪声的偏差值，则噪声特性的在线辨识为

$$\begin{aligned} r_{k+1} &= (1-d_{k+1})r_k + d_{k+1}(\delta z_k - h(\delta x_k^-)) \\ \mathbf{R}_{k+1} &= (1-d_{k+1})\mathbf{R}_k + d_{k+1}(\xi_{k+1}\xi_{k+1}^T - \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1}^-\mathbf{H}_{k+1}^T) \end{aligned} \quad (3.67)$$

其中 $d_{k+1} = \frac{1-b}{1-b^{k+1}}$ 表示当前残差的权值, b 为衰减因子, 取值范围在 0.95-0.99 之间。

量测噪声的均值 r_{k+1} 和方差 \mathbf{R}_{k+1} 估计表现为历史残差序列 $\{r_1 r_2 \dots r_k\}$ 与新的残差加权, 历史残差信息会随时间增大对辨识算法的贡献越来越小。

$$\begin{aligned} \xi_{k+1} &= Z_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{X}_{k+1}^- - r_{k+1} \\ \mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_{k+1}^-\mathbf{H}_{k+1}^T[\mathbf{H}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1}^-\mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}]^{-1} \end{aligned} \quad (3.68)$$

Sage-Husa自适应估计, 是一种次优估计器, 它利用残差序列的自相关特性在线统计出系统噪声的均值和方差, 在实际应用中有着良好的效果。

3.5.2 非视距处理

在 UWB 定位系统中存在着一种十分显著的抖动误差, 即非视距误差。非视距误差与当前环境紧密相关, 当传输信号的直线路径存在障碍物或者多路径效应明显时, 易出现测距值极其不准的情况。测距不准产生的根本原因在于 UWB 硬件接受多路径的电磁信号并将最先达到的信号认定为无延时的直路信号, 这一机制对于绝大多数的视距情况表现良好。

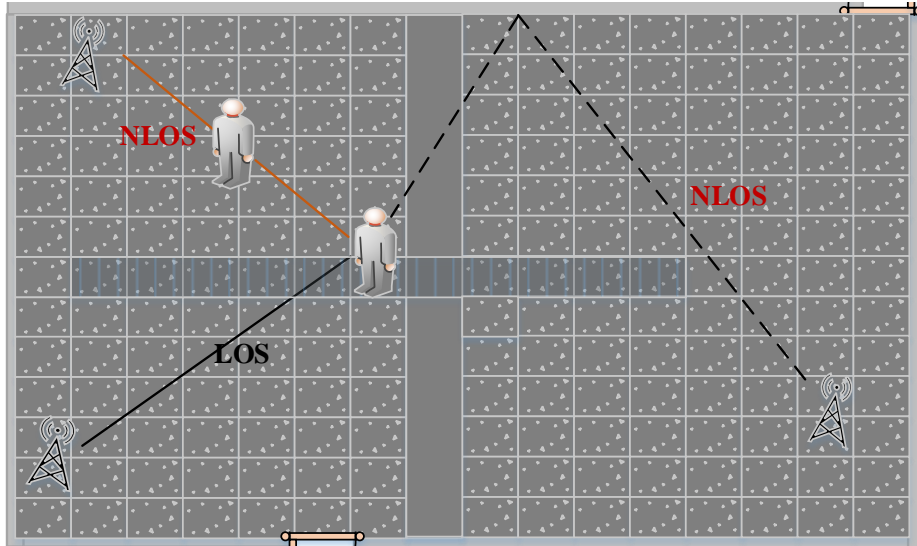


图 3.10 信号非视距误差来源示意图

实际上, 较之直路信号, 接受信号中非视距路径上的信号功率衰减较大, 因此利用这一特性可以判断 UWB 硬件直路信号的错误检测, 具有一定的有效性。非视距判断具体方法为

$$dB = fP - rxP = \begin{cases} < Threshold1 & LOS \\ \geq Threshold2 & NLOS \end{cases} \quad (3.69)$$

其中 fP 表示 UWB 接受的无线信号第一路径功率, rxP 表示 UWB 接受的无线信号总功率, dB 表示信号增益, 即第一路径功率占无线总功率信号的比例。 dB 值较小时, 说明无线信号的总功率主要集中在第一路径上, 测距质量好; 反之, 信号的功率分散在各个路径上, 测距质量差, 极有可能为非视距情形。

另外紧耦合的组合导航模型为数据合理性提供了概率一致性检验。在卡尔曼滤波中新息是一个正交、时间不相关、白噪声序列, 归一化的高斯噪声

$$\mathbf{q}(i) = \mathbf{v}^T(i) \mathbf{S}(i) \mathbf{v}(i) \subset \chi^2 \quad (3.70)$$

其中 $\mathbf{v}(i) = \mathbf{r}_i - \mathbf{bS}_i$ 为观测数据的新息残差, $\mathbf{S}(i)$ 为新息协方差矩阵。随机变量 $\mathbf{q}(i)$ 被称为归一化新息方差, 服从 χ^2 分布(卡方分布), 其自由度 $m = \dim(\mathbf{z}(k))$, 均值为 m , 方差为 $2m$ 。卡方检验提供了一个验证外部观测量的置信边界, 根据卡方分布性质, 对假设 $H: \{\mathbf{q}(i) \text{ 是否为有效值}\}$ 进行置信度估计。

若存在假设 $H: \{\text{当前观测量非野值}\}$, 则该假设被接受的概率

$$P\{H \text{ accepted} | \mathbf{q}_i \in (2 - \sigma \text{ gate})\} \quad (3.71)$$

根据 χ^2 分布的性质找到新息序列对应的 $\pm\sigma$ 和 $\pm 2\sigma$ 边界, 其中 $\pm 2\sigma$ 界限给出了新息落入 $2-\sigma$ 范围内约 95% 的置信度。

上述两种方法分别从物理性质和概率模型角度给出了非视距检测的理论基础, 两者相互配合。组合导航模型运用野值处理技术, 能够有效降低非视距对定位系统的干扰。当系统遭遇非视距情形时, 系统自动选择惯性导航来解算位置信息, 这使得状态轨迹曲线更加平滑, 稳定性也更强。

3.6 本章总结

本章系统地阐述了组合定位系统中多传感器数据融合的理论、过程、算法基础以及优化策略等。其中 3.2 节主要讲述卡尔曼滤波器理论, 分析线性时变系统的状态估计、EKF/UKF 非线性处理、滤波初值和新息性质等特征; 3.3 节主要讲述了刚体空间变换的一些基本概念和四元数均值计算的方法; 3.4 节主要讲述基于 UWB/MEMS-IMU 组合定位模型, 包括定位系统坐标系选取、惯性导航运动方程、伪距测量方程以及组合模型等, 为 UWB/MEMS-IMU 组合定位主要实现过程; 3.5 主要讲述针对 UWB/IMU 组合定位模型的优化处理, 实现滤波自适应和量测野值处理, 改进了定位系统的动态性能。

第4章 基于行人航迹推算和图优化模型的导航系统

4.1 引言

在上一章节中，我们成功设计并实现基于卡尔曼滤波的 UWB/MEMS-IMU 组合定位框架。定位解算的前提条件之一为系统在场景内必须布设至少 4 个以上 UWB 基站。为了进一步优化组合定位模型，降低系统硬件成本，提高工程安装便利性，本章将讨论在实际工程中更有意义的欠基站²和惯性导航组合定位方案，尤其是单基站定位方案。研究单基站-惯性导航组合定位，能够为定位系统增加如下优势：首先，单基站组合导航方案丰富了定位系统的适用性，使得卡片在信号失锁情况下依然能够工作；其次，对于某些精度要求不高的应用场景，单基站方案极大降低成本和设备安装工作。

单基站-惯性导航组合模型对数据融合算法提出更苛刻的要求。从空间几何关系知，4 个基站的测距信息唯一确定三维空间内点坐标，若基站个数减少将导致系统处于欠测量状态，定位系统退化为确定目标在某条曲线或者某一球面内，位置解算并不唯一。为了解决这一难题，本论文提出两个方面的改进措施：1) 提高惯性导航定位精度，使得惯性系统能够支撑短-中期导航服务；2) 采用图优化模型估算出最优轨迹，即建立以惯性导航轨迹为状态量，UWB 测距为观测量的因子图(factor graph)结构，实现数据融合。

4.2 行人航迹推算系统

为了减小惯性系统位置积分误差，一些研究学者提出以步态检测为基础的惯性导航系统，称之为行人航迹推算系统。步行的运动特征在于行人的脚相对于地面反复地加速、减速，表现为速度周期性过零点，因此行人站姿³的准确判定，为惯性系统提供了速度观测值，能够显著地提高惯性导航的定位精度。当然，这也意味着开环的惯性导航位置积分被划分为一段段单步的步长积分，即位置等价于步长和航向角的几何叠加。

行人航迹推算系统又叫 Step-and-Heading Systems(SHS)。实现 SHS 系统有四

² 欠基站：是指定位系统的实现依靠小于 4 个基站实现系统定位，基站因缺少足够信息无法直接唯一确定目标坐标点

³ 站姿：行人步行过程中，一只脚刚落地、另一只脚刚准备离地的时候，即此刻行人行走速度为 0。

个关键步骤：步态检测、步/步幅估计、航向角估计和二维位置计算[7]。步态检测，是指通过统计学手段，利用惯性元件的历史数据，判断行人是否处于站姿状态(即行人脚步速度为零)，图 4.1 展示了行人步行时脚步的运动轨迹及规律。一般地，为了保证步态检测的准确度，典型 SHS 系统要求惯性测量单元挂载在鞋子或者腿上，并使得惯性测量单元与行人航向一致。



图 4.1 行人步行姿态[49]

步/步幅估计和航向角估计为 SHS 系统提供步长和步向数据，其在本质上与纯 INS 系统没有什么差异，均等于惯性数据的单一积分。最后二维位置计算将上述分割步态几何叠加起来，形成一段段行人步行的运动轨迹。

实际上，SHS 系统本身就是一个潜在的惯性导航系统。不同的是，它使用步态检测技术分割(划分)INS 数据并输出步态数据，将系统概括为一系列{步长，航向}对。因此 SHS 系统仍然遭受累积误差影响，对于长时间导航服务，需要融合其他信息进行全局校正。

4.2.1 步态检测

SHS 的首要任务是运动数据中步态(steps)或步姿(strides)的识别，稳定的算法必须确保准确的步数检测，目前存在两种主要类型的算法：

- 站姿检测算法(Stance detection)，识别一只脚踩踏在地板上的周期。要做到这一点，该传感器被安装到行人的脚上。通常，这些算法适合用于测量步数，但对运动数据中步姿与步姿之间的分割识别(step segmentation)效果很差；
- 步周期检测算法(Step cycle detection)，检测在行走中重复运动所造成的传感器数据的周期，涉及搜索运动数据重复样式或重复事件（例如行人脚后跟反复离开和接触地面）。这些算法非常适合步姿之间的分割识别(step segmentation)[7]。

典型站姿检测算法是基于阈值的思想。其原理是，在脚刚落地的站立期，传感器是静止的，惯性传感器检测到行人运动幅度不大，设置阈值很容易地识别出这一姿态。一个成功的站姿检测简单地假设每步幅每只脚一次站立为行走的一次步态，将行人站姿判别模型用数学符号语言表述

$$Z\left(\left\{{}^s\tilde{\mathbf{f}}_k, {}^s\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k\right\}_{W_k}\right) < \gamma_Z \quad (4.1)$$

其中, $Z(\bullet)$ 为统计意义上的零速率验证函数, $\{{}^s\tilde{\mathbf{f}}_k, {}^s\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k\}_{W_k}$ 为在窗口 W_k 内惯性测量单元的传感器数据, γ_Z 为零速率检测阈值。当然, 这里暗含的零速率值能够用作观测方程的伪测量值, 即

$$\tilde{\mathbf{z}}_k = \tilde{\mathbf{v}}_k \quad \forall k: Z\left(\left\{{}^s\tilde{\mathbf{f}}_k, {}^s\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k\right\}_{W_k}\right) < \gamma_Z \quad (4.2)$$

4.2.2 步幅估计

本质上 SHS 系统也是一种 INS 系统, 因此系统运动方程与 3.4.2 小节中相同, 表述为

$$\begin{bmatrix} {}^n\mathbf{p}_{k+1} \\ {}^n\mathbf{v}_{k+1} \\ \mathbf{q}_{k+1} \\ \delta_{\mathbf{f},k+1} \\ \delta_{\boldsymbol{\omega},k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I}\Delta T & -\mathbf{R}\Delta T^2/2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} & -\mathbf{R}\Delta T & \mathbf{O} \\ & & \Omega(-\delta_{\boldsymbol{\omega},k}) & \mathbf{O} \\ & & e^{-\beta_1\Delta T} & \\ \mathbf{O} & & e^{-\beta_2\Delta T} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^n\mathbf{p}_k \\ {}^n\mathbf{v}_k \\ \mathbf{q}_k \\ \delta_{\mathbf{f},k} \\ \delta_{\boldsymbol{\omega},k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}\Delta T^2/2 & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}\Delta T & \dots \\ & \mathbf{q}_k \otimes \\ \dots & \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^s\tilde{\mathbf{f}}_k \\ {}^s\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k \end{bmatrix} + \mathbf{B}_k \mathbf{e}_k \quad (4.3)$$

步态检测给出了行人站姿出现的时刻, 间接地也为运动状态提供了速度观测值, 因此将其带入到观测方程中, 可以得出如下量测方程

$$\tilde{\mathbf{z}}_k = \mathbf{H} \begin{bmatrix} {}^n\mathbf{p}_k \\ {}^n\mathbf{v}_k \\ \mathbf{q}_k \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k \quad (4.4)$$

其中 $\mathbf{H} = [\mathbf{O} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{O}]$ 为观测矩阵, \mathbf{n}_k 为量测噪声。因此, 根据上述运动模型、量测方程以及步态伪测量值实现卡尔曼滤波, 可以估计出目标位置, 速度等信息, 这种计算方法被称为零速率更新算法。

不幸的是, ZUPT 模型下的卡尔曼滤波器所有误差状态量并不能完全可观。理想情况下, 连续时间段内系统处于 Zero-velocity(零速率)时, 目标在各个方向均无加速度运动, 即 $\mathbf{g} = \mathbf{q}_k \otimes {}^s\tilde{\mathbf{f}}_k \otimes \mathbf{q}_k^*$ 。文献[50]中已证明, 卡尔曼滤波仅对速度 \mathbf{v}_k 及 roll 和 pitch 具有可观性而对位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 则不具备。若忽略过程噪声, 则状态可观的变量协方差将在一段时间内衰减并趋于零, 这表明状态估计值与真实值之间并无差异, 滤波器收敛到真实值。因此, 在行人站立期间, 一定时间的零速率校正后系统的协方差矩阵将近似为

$$\text{cov}(\mathbf{p}_k, \mathbf{v}_k, \boldsymbol{\theta}_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{p}_k} & \mathbf{0}_{3 \times 5} & \mathbf{P}_{\mathbf{p}_k, \psi_k} \\ \mathbf{0}_{5 \times 3} & \mathbf{0}_{5 \times 5} & \mathbf{0}_{5 \times 1} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{p}_k, \psi_k}^T & \mathbf{0}_{1 \times 5} & \mathbf{P}_{\psi_k} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

如下图 4.2 所示,当系统检测到步姿处于 Zero-velocity(零速率)时,状态量中速度迅速收敛到正确数值,方差稳定并趋于零。

从协方差矩阵(4.5)得出如下结论,随机变量位置 \mathbf{p}_k 、航向角 ψ_k 与随机变量速度 \mathbf{v}_k 、 $[\phi_k \ \theta_k]$ 在统计意义上并不具有相关性。由于状态空间一阶马尔可夫假设和状态方程的平移旋转不变性,这意味着以此递推未来的速度 \mathbf{v}_k 和 $[\phi_k \ \theta_k]$ 值也与当前的位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 不相关。因此, ZUPT 并不能降低当前位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 不确定度(方差)。换言之,如果我们在某一时刻复位(reset)系统位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k , 在产生新的相对位置和相对航向角后将其加在复位前状态值上,并没有对系统造成什么数值上差异。

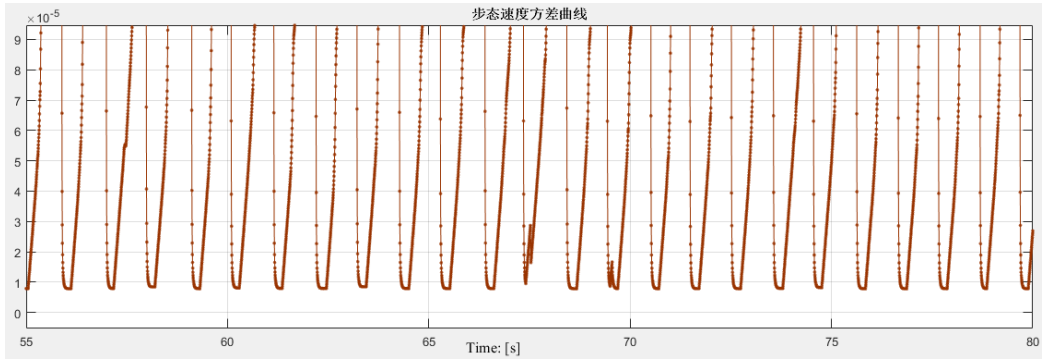


图 4.2 应用零速率更新算法的速度方差曲线

复位(reset)系统意味着需要将位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 置零。若第 l 次复位后将位置和航向角估计表示为 $d\mathbf{p}_l$ 和 $d\psi_l$, 则基于步长单元的行人航迹推算系统为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_l \\ \chi_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{l-1} \\ \chi_{l-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{l-1} d\mathbf{p}_l \\ d\chi_l \end{bmatrix} + \mathbf{w}_l \quad (4.6)$$

其中 \mathbf{x}_l 和 χ_l 表示全局坐标系下的三维位置和载体坐标系相对导航坐标系在水平面内的航向角,

$$\mathbf{R}_l = \begin{bmatrix} \cos(\chi_l) & -\sin(\chi_l) & 0 \\ \sin(\chi_l) & \cos(\chi_l) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

表示上一次复位系统时本地坐标系相对导航坐标系的旋转矩阵, 噪声 \mathbf{w}_l 假设为白噪声, 其方差可以表示为

$$\text{cov}(\mathbf{w}_l) = \text{cov}([\mathbf{R}_{l-1} d\mathbf{p}_l, \ d\chi_l]) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{l-1} \mathbf{P}_{\mathbf{p}_l} \mathbf{R}_{l-1}^T & \mathbf{R}_{l-1} \mathbf{P}_{\mathbf{p}_l, \psi_l} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{p}_l, \psi_l}^T \mathbf{R}_{l-1}^T & \mathbf{P}_{\psi_l, \psi_l} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

协方差矩阵 $\text{cov}(\mathbf{w}_l)$ 代表自上次复位(reset)系统以来, 位置 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 的累积

不确定度，也等于协方差矩阵转换到导航坐标系下的方差值。

为了从惯性导航系统中获取步姿 $[d\mathbf{p}_l, d\psi_l]$ ，选择合适的复位(reset)时间点至关重要，即准确地对 PDR 系统进行步态分割。步态分割必须满足的条件为，进行步态分割时刻卡尔曼滤波已收敛，即公式(4.5)中部分状态方差趋于零且与位置量 \mathbf{p}_k 和航向角 ψ_k 项不存在相关性。显然，站立持续时间越长，卡尔曼滤波收敛程度越高，协方差矩阵中互相关协方差越小。这意味着步态分割应该在行人站立状态下进行。如果站立时间过短，公式(4.5)中状态量之间的互相关性可能还未收敛。

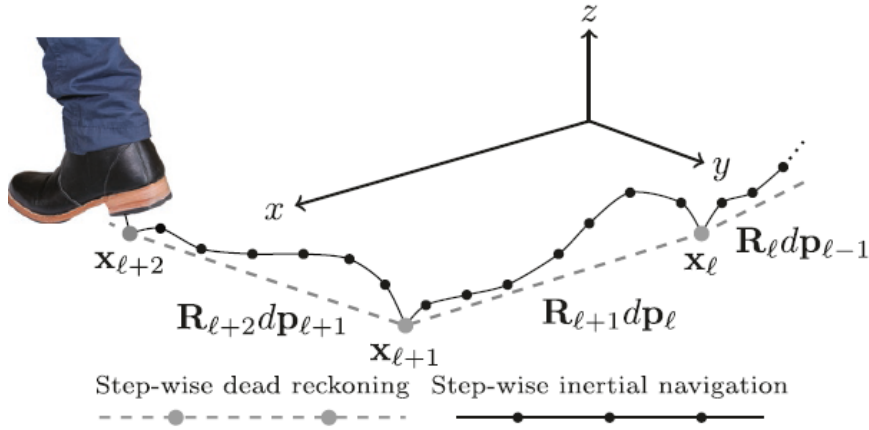


图 4.3 基于步态分割的航迹推算系统[50]

总之，进行步态分割的必要条件概括为足够低的状态变量互相关性以及防止同一收敛过程的重复复位。当此条件成立时，系统申请复位操作，判决条件为

$$\left(\mathbf{P}_{\mathbf{v}_{s_k}} < \gamma_p\right) \wedge \left(c_p < c_{\min}\right) \quad (4.9)$$

其中 c_{\min} 表示两次复位之间最小的采样次数。当站姿快要结束或者申请复位持续时间已达最大时，复位操作将被执行，即

$$\left(Z\left(\left\{\tilde{\mathbf{f}}_k^s, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_k\right\}_{W_k}\right) \geq \gamma_Z\right) \vee \left(c_d > c_{\max}\right) \quad (4.10)$$

其中 c_{\max} 表示持续申请复位最大采样次数，步态分割中条件(11)和(12)缺一不可，一起构成了有效的步态分割机制。

PDR 系统分割惯性数据并生成一系列的{步长，航向}对，将步态分割的伪代码表述为如下所示

```

1:   $k := l := c_p := c_d := 0$ 
2:   $\mathbf{p}_k := \mathbf{v}_k := \mathbf{0}_{3 \times 1}$ 
3:   $\mathbf{q}_k := \{\text{Coarse self-initialization}\}$ 
4:   $\mathbf{P}_k := \{\text{Initial velocity, roll and pitch uncertainty}\}$ 
5:   $(\mathbf{x}_l, \chi_l) := \{\text{Initial position and heading}\}$ 
6:   $\mathbf{P}_{(\mathbf{x}_l, \chi_l)} := \{\text{Initial position and heading uncertainty}\}$ 
7:  loop
8:       $k := k + 1$ 
9:      zupt-aided inertial navigation
       $([\mathbf{p}_k, \mathbf{v}_k, \mathbf{q}_k], \mathbf{P}_k) \leftarrow ([\mathbf{p}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}, \mathbf{q}_{k-1}], \mathbf{P}_k, \tilde{\mathbf{f}}_k, \tilde{\mathbf{\omega}}_k)$ 

10:      $c_p := c_p + 1$ 
11:     if  $(\mathbf{P}_k < \gamma_p) \wedge (c_p > c_{\min})$ 
12:          $c_d := c_d + 1$ 
13:         if  $(Z(\{^s \tilde{\mathbf{f}}_k, ^s \tilde{\mathbf{\omega}}_k\}_{W_k}) \geq \gamma_Z) \vee (c_d > c_{\max})$ 
14:              $l := l + 1$ 
15:              $d\mathbf{p}_l := \bar{\mathbf{p}}_k, d\psi_l = \bar{\phi}_k, \mathbf{P}_{w_l} = \dots$ 
16:              $\mathbf{p}_k := \mathbf{v}_k := \mathbf{0}, \psi_k = 0$ 
17:              $\mathbf{P}_{k[1:3,9] \times [1:3,9]} := \mathbf{0}_{4 \times 4}$ 
18:              $c_p := 0, c_d := 0$ 
19:             step-wise dead reckoning
              $([\mathbf{x}_l, \chi_l], \mathbf{P}_l) \leftarrow$ 
              $([\mathbf{x}_{l-1}, \chi_{l-1}], \mathbf{P}_{l-1}, d\mathbf{p}_l, d\psi_l, \mathbf{P}_{w_l})$ 
20:         end if
21:     end if
22: end loop

Note:  $d\mathbf{p}_l = \bar{\mathbf{p}}_k = \int^N \mathbf{a} dt$  and  $d\psi_l = \bar{\phi}_k = \int^N \mathbf{w} dt$  when non-zero velocity
    
```

图 4.4 PDR 系统步态分割流程图

4.2.3 航迹推算系统分析

PDR 系统假设传感器是紧贴着脚部(两者没有相对运动)静止的,在步行站立姿态时刻(脚刚落地或脚刚离地)传感器速度为零。其应用意味着开环惯性数据进行积分仅在脚的摆动阶段才会发生。对于这样积分持续时间很短的过程,漂移是有限的,因此短/中期的位置跟踪是可行的。

然而, 对于一个可靠输出的系统, PDR 系统必须应用在仅当脚(传感器)静止时刻, 传感器安装在比脚掌更高部分将可能出现问题。剥离行人站立到脚摆动的过渡动作来看, 意味着行人脚踏下不久, 脚后跟接着抬起, 因此安装在脚-中部的传感器在脚开始抬起时将经历向上的加速度。所以, 在站立阶段结束之前会出现一些小的加速度。

4.3 图优化模型

4.3.1 问题阐述

尽管 PDR 系统显著提高了惯性导航的位置精度, 但欠基站系统的一次测距数据并不能唯一确定目标在空间内坐标。若继续采用 3.4 节中的组合导航模型, 卡尔曼滤波器的状态并不可观。因此基于 Kalman 滤波的数据融合模型在欠基站系统下并不适用。

实际上 PDR 系统估算出的里程信息在短时间内十分准确。当 PDR 系统不包含磁力计时, PDR 对系统航向信息一无所知。因此一种可行的思路为利用 UWB 定位提供的测距信息估计航向角, 同时建立目标历史轨迹的距离约束校正位置积分的发散, 实现精度不太高的定位系统。为了解决这一难题, 许多学者提出基于 art-of-state 的优化方法, 即将定位问题建模成贝叶斯概率网络(Bayesian Network), 利用最优化手段估计代价误差函数最小时的最佳轨迹。本质上, 图模型是一个优化模型。

4.3.2 传感器模型

• 运动方程

惯性导航系统经过步态分割后, 输出行人航迹的里程信息。因此位置解算只需要将里程信息进行累加即可获取目标的坐标值。运动方程表述为如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_l \\ \chi_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{l-1} \\ \chi_{l-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{l-1} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{p}_l \\ d\chi_l \end{bmatrix} + \mathbf{w}_l \quad (4.11)$$

其中 \mathbf{x}_l 表示目标 3 维位置, χ_l 表示目标相对世界坐标系的航向角, $[d\mathbf{p}_l \ d\chi_l]^T$ 为控制量, 表示每步幅相对上一步的位移和旋转角度, 由 PDR 系统步态分割提供, \mathbf{w}_l 表示每步的累积误差, 将其建模成高斯白噪声, 其均值为 0, 方差时变并由 PDR 给出。

• 量测方程

将 UWB 测距系统测量方程表述为如下

$$\tilde{R} = \|\mathbf{x}_l - \mathbf{x}_{bs}\| + \nu \quad (4.12)$$

其中 \mathbf{x}_{bs} 表示 UWB 基站空间坐标系, 需要事先标定写入系统, ν 为伪距误差量, 为高斯白噪声, \tilde{R} 表示 UWB 卡片与 UWB 基站之间伪距值。伪距值测量的精度极大决定了系统整体的定位精度, 当 UWB 测量误差过大时, 容易导致系统出现定位不准等问题。

4.3.3 因子图

定位问题可以描述成一个动态贝叶斯网络, 实质上, 贝叶斯网络就是一种概率图模型, 它使用图结构将一系列随机变量和其相关的条件依赖(conditional dependency)联系起来。图结构中节点被标记成随机变量, 条件依赖标记成连接两个随机变量的边。例如运动模型 $\mathbf{x}_l = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{l-1}, \mathbf{u}_l) + \mathbf{w}_l$ 可以表达为如下因子图-子图结构[56]

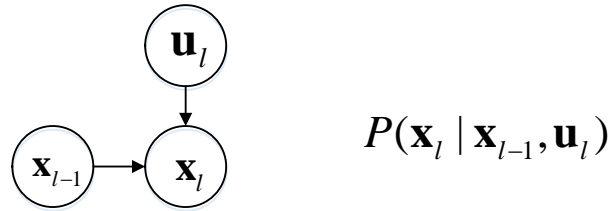


图 4.5 运动模型因子图子图

该图结构代表给出变量 \mathbf{x}_{l-1} 和 \mathbf{u}_l 条件下变量 \mathbf{x}_l 的概率。类似地, 环境中每次传感器测量值 $\mathbf{z}_l = \mathbf{h}(\mathbf{x}_l, \mathbf{m}) + \mathbf{v}_l$ 依赖于环境地图 \mathbf{m} 和当前姿态 \mathbf{x}_l (包括位置和姿态角), 表示为如下因子图-子图结构

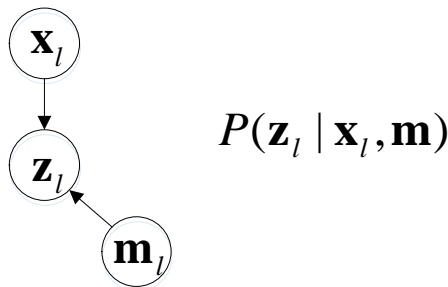


图 4.6 观测模型因子图子图

实际上随着时间推移, 定位系统可以由如上因子图子图(sub-graph)不断拼接而成, 这种图结构很好地反映了目标在历史轨迹中运动状态、状态间约束以及与

外界环境的关系。从概率学角度分析，因子图包含了所有随机变量之间的条件依赖，这意味着存在连接的随机变量之间并不是独立的，因此关于轨迹、地图、控制量和观测量的条件概率密度函数可以写为

$$P(\mathbf{X}|\mathbf{U},\mathbf{Z}) \propto P(\mathbf{x}_0) \prod_{i=1}^M P(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_i) \prod_{k=1}^K P(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k, \mathbf{m}) \quad (4.13)$$

为了寻找最优的变量 \mathbf{X}^* ，状态估计器必须最大化后验概率密度函数，即

$$\mathbf{X}^* = \arg \max_{\mathbf{X}} P(\mathbf{x}_0) \prod_{i=1}^M P(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_i) \prod_{k=1}^K P(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k, \mathbf{m}) \quad (4.14)$$

考虑噪声 \mathbf{w}_i 和 \mathbf{v}_i 均为高斯白噪声，其对应的方差分别为 $\mathbf{\Omega}_w^{-1}$ 和 $\mathbf{\Omega}_v^{-1}$ (矩阵 $\mathbf{\Omega}$ 为观测量的信息矩阵)，我们获得如下因子

$$\begin{aligned} \phi_i &= P(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_i) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}[\mathbf{x}_i - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_i)]^T \mathbf{\Omega}_i [\mathbf{x}_i - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_i)]\right) \\ \phi_k &= P(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k, \mathbf{m}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}[\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{m})]^T \mathbf{\Omega}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{m})]\right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

不失一般性，我们统一将误差定位为

Error	运动方程	$\mathbf{e}(\mathbf{x}_{i_k-1}, \mathbf{x}_{i_k}) = \mathbf{x}_{i_k} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i_k-1}, \mathbf{u}_{i_k})$
	路标量测方程	$\mathbf{e}(\mathbf{x}_{i_k}, \mathbf{z}_{i_k}) = \mathbf{z}_{i_k} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i_k}, \mathbf{m})$

并使用统一下标 k ，则因子可以统一表示为

$$\phi_k \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_k^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{e}_k\right) \quad (4.16)$$

将所有需要优化的状态变量统一表示为

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_N] \quad (4.17)$$

将所有涉及的观测变量 $\{\mathbf{u}, \mathbf{z}\}$ 统一表示为

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1 \mathbf{u}_1 \dots \mathbf{z}_k \mathbf{u}_k] \quad (4.18)$$

则上式(4.13)全条件概率密度函数可以表示为

$$P(\mathbf{x}|\mathbf{z}) \propto \prod_{k=1}^K \phi_k \propto \prod_{k=1}^K \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_k^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{e}_k\right) \quad (4.19)$$

最大化此概率密度函数等价于最小化其负 log-likelihood，代价函数可以表述为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= -\log(P(\mathbf{x}|\mathbf{z})) = \sum_{k=1}^K \mathbf{F}_k = \sum_{k=1}^K \mathbf{e}_k^T \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{e}_k \\ &= \|\mathbf{e}\|_{\boldsymbol{\Omega}^{-1}}^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

因此定位问题转化为迭代非线性最小平方误差优化问题，采用高斯-牛顿 (Gaussian-Newton) 或者 Levenberg-Marquardt 算法可以很快获得最优解。

回到本章待解决的问题，定位问题可以使用因子图结构表示，目标包含 3 种类型的因子：初始位置、PDR 里程观测以及基站距离观测值。将因子图结构用图形表示为

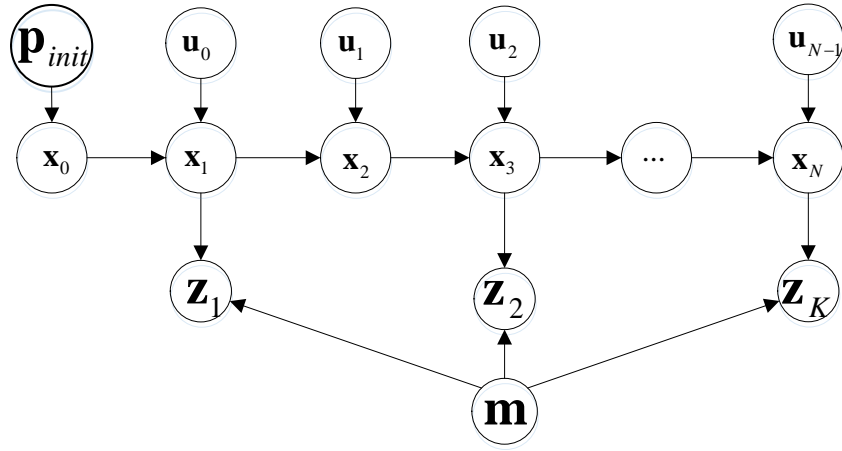


图 4.7 行人航迹推算因子图结构

上图代表的结构中因子图各个符号表示意义如下：

- **状态变量 \mathbf{x}** ：为目标在导航坐标系下的位置和航向角；
- **初始位置 \mathbf{p}_{init}** ：为行人开始运动的起始坐标值，是一个先验知识，决定 PDR 系统从何处起；
- **里程控制量 \mathbf{u}** ：由 ZUPT 算法中步态分割算法提供，为行人步行一步的步长和步向，即 $\mathbf{u} = [d\mathbf{p}_l \quad d\chi_l]^T$ ，表示以当前行人航向为参考坐标系，行走一步的位置向量 $d\mathbf{p}_l$ 和转向角度变换 $d\chi_l$ ，方差值由步态分割算法给出；
- **观测量 \mathbf{z}** ：为 UWB 基站与目标之间的距离测量值；
- **基站 \mathbf{m}** ：UWB 基站在导航坐标系下的位置。

因子图中运动方程状态量之间的误差，仅来源于里程控制量 \mathbf{u} ，则第 i 次步态中状态控制误差

$$\mathbf{e}_{u_i} = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}) - \mathbf{R}_{i-1} \tilde{\mathbf{u}}_i \quad (4.21)$$

第 k 次观测量伪距值产生的误差为

$$\mathbf{e}_{z_k} = \|\mathbf{x}_{i_k} - \mathbf{m}\| - \tilde{R}_k \quad (4.22)$$

则定位系统使其所有的误差平方和最小，即待优化的代价函数可以表示为

$$\begin{aligned} J(\mathbf{X}) &= \mathbf{e}_0^T \mathbf{\Omega}_0 \mathbf{e}_0 + \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T \mathbf{\Omega}_i \mathbf{e}_i + \sum_{k=1}^K \mathbf{e}_k^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{e}_k \\ &= [\mathbf{p}_{init} - \mathbf{x}_0]^T \mathbf{\Omega}_0 [\mathbf{p}_{init} - \mathbf{x}_0] \\ &\quad + \sum_{i=1}^N [\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1} - \mathbf{R}_{i-1} \tilde{\mathbf{u}}_i]^T \mathbf{\Omega}_i [\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1} - \mathbf{R}_{i-1} \tilde{\mathbf{u}}_i] \\ &\quad + \sum_{k=1}^K [\|\mathbf{x}_{i_k} - \mathbf{m}\| - \tilde{R}_k]^T \mathbf{\Omega}_k [\|\mathbf{x}_{i_k} - \mathbf{m}\| - \tilde{R}_k] \end{aligned} \quad (4.23)$$

4.4 稀疏矩阵与优化

一般地，非线性最小均方误差估计可以表述为求解代价函数

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{e}(\mathbf{x})^T \mathbf{\Omega} \mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (4.24)$$

其中 $\mathbf{\Omega}$ 表示对称且正定的信息矩阵， $\mathbf{e}(\mathbf{x})$ 表示各项误差量。根据 Gauss-Newton 或者 Levenberg-Marquardt 法[56][68][69]，迭代的非线性最小均方误差的步长为如下线性方程组的解

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_\Delta \mathbf{x} &= \mathbf{g} \\ \Rightarrow (\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda \mathbf{I}) \Delta \mathbf{x} &= -\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4.25)$$

其中 $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 为 $\mathbf{\Omega}^{1/2} \mathbf{e}(\mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 的一阶梯度(导数)， λ 为阻尼因子。尽管优化器给出了迭代算法的步长更新，但是随着概率图结构的不断延长，线性方程组(4.25)的维数增大，使用常规求逆方式解方程会导致计算复杂度变大，实时性无法保证。

实际上，因子图是一个稀疏结构，许多节点(Vertex)不存在直接连接的边(Edge)，其对应的一阶雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 表现为稀疏矩阵。如图 4.7 因子图对应的雅可比矩阵表示为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{10} & \mathbf{J}_{11} & & & & \\ & \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{23} & & & \\ & & \mathbf{J}_{32} & \mathbf{J}_{33} & & \\ & & & & \dots & \dots \\ & & & & & \mathbf{J}_{N-1,N-2} & \mathbf{J}_{N-1,N-1} \\ & & & & & & \mathbf{J}_{N,N-1} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

矩阵 \mathbf{J} 中没有被写出来的元素全部为零。为了避免对矩阵 \mathbf{H} 求逆运算的复杂性, 必须利用矩阵 \mathbf{J} 的稀疏特点, 文献[56]详细阐述了对矩阵 \mathbf{J} 进行 **QR** 分解或者对近似 Hessian 矩阵 \mathbf{H} 进行 Cholesky 分解可以极大提高优化器的效率和计算时间。目前第三方开源方案提供了比较实用、高效的图优化库函数, 比如 g2o[57]、gtsam[58]以及 Ceres[59]等。

4.5 本章总结

本章系统地阐述了组合定位系统中基于步态识别和图优化模型的数据融合理论、过程以及优化策略等。其中 4.2 节主要讲述基于 Foot-Mounted 的行人航迹推算系统, 清晰地分析了基于步态分割的 ZUPT 算法; 4.3 节主要讲述基于图结构的优化模型, 并实现将 ZUPT 输出的步态与 UWB 定位融合的优化模型。4.4 节主要讲述了非线性最小均方误差的优化和稀疏处理。

第5章 系统试验研究

5.1 引言

为了验证上述算法的合理性,本论文实现了基于卡尔曼滤波的组合定位算法和基于 PDR 和图优化模型的导航系统,两种算法各有优势,相互补充,构成了场景适应性更强的室内定位算法。

5.2 试验平台

搭建 UWB 定位和惯性导航的硬件工作平台,该平台包括若干 UWB Anchor 节点、UWB Card 节点、MEMS 惯性测量单元、主控制器等。其中 UWB 设备选用爱尔兰 DECAWAVE 公司的 DW1000 高精度定位芯片,惯性测量单位选用 InvenSense 公司低成本的 6 轴 MPU6050 惯性组件,其硬件组成框图如下所示:

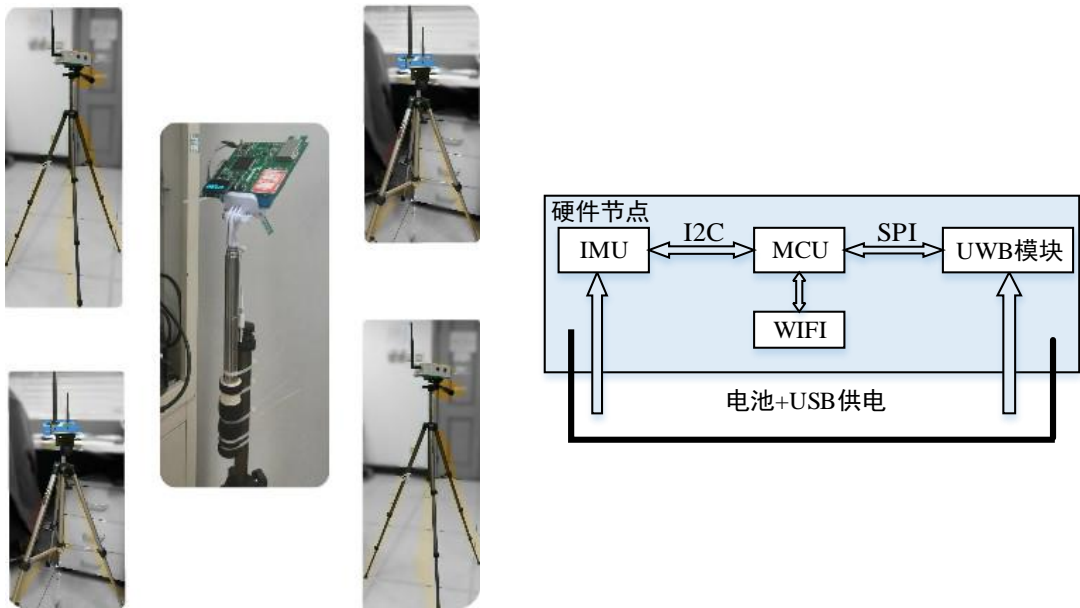


图 5.1 组合定位实验平台

5.3 基于 Kalman 滤波的组合定位实验

为了验证卡尔曼滤波器性能和算法的有效性,本文首先进行了室内定位的仿真实验,即利用模拟的惯性数据验证算法的原型,然后将算法实践到实际场景中改进,最后提出了一套多基站 UWB 定位和 MEMS-IMU 惯性导航组合定位的算法架构。

仿真实验的优势在于，能够快速验证理想情况下有效可行的组合定位模型，同时不必为实际情况中遇到因噪声模型近似偏差导致滤波器无法收敛等问题而不知如何改进。仿真实验的场景设定在长宽高为 350x250x50m 操场上，目标运动过程经历直线运动、圆周运动、加速、减速、匀速运动等各种状态，经过组合定位解算后，系统误差精度控制在 10cm 以内。实际环境中的室内定位测试，在中科院自动化所智能化大厦一层大厅进行，定位系统更多地关注行人位置服务。

5.3.1 仿真实验

5.3.1.1 传感器数据仿真

(1) 惯性传感器数据

惯性传感器的误差模型采用一阶马尔科夫噪声模型，惯性元件的噪声包含为高斯白噪声和 Gauss-Markov 噪声。

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{f}}_k &= \mathbf{f}_k + \mathbf{b}_{\mathbf{f},k} + \text{Gaussian}(0, \boldsymbol{\sigma}_f) \\ \mathbf{b}_{\mathbf{f},k} &= e^{-\beta \Delta T} \mathbf{b}_{\mathbf{f},k-1} + \text{Gaussian}(0, \boldsymbol{\sigma}_{bf})\end{aligned}\quad (5.1)$$

其中 \mathbf{f}_k 、 $\tilde{\mathbf{f}}_k$ 、 $\mathbf{b}_{\mathbf{f},k}$ 分别表示加速度计感知目标的 3 轴理想、测量和零漂比力值， ΔT 为采样周期， $T_a=1/\beta$ 为一阶马尔可夫过程相关时间， $\boldsymbol{\sigma}_f$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{bf}$ 分别为加速度计的零漂不确定性和 Gauss-Markov 噪声驱动方差。同理陀螺仪的模型与加速度计类似。查询相关的 MEMS-IMU 传感器数据手册，将低成本的惯性元件性能参数配置如下：

表格 5.1 仿真实验中 IMU 参数配置表

低成本 MEMS-IMU 参数配置	大小	单位
加速度计静态零值漂移 $\mathbf{b}_{\mathbf{f},0}$	[15 15 18]	mg
加速度计一阶马尔可夫过程相关时间 T_a	180	s
加速度计量化噪声 $\boldsymbol{\sigma}_f$	$[2.15 \ 2.15 \ 3.08] \times 10^{-2}$	$\text{m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$
加速度计零漂不确定性 $\boldsymbol{\sigma}_{bf}$	$[4.7 \ 4.8 \ 6.8] \times 10^{-6}$	$\text{m/s}^3 / \sqrt{\text{Hz}}$
陀螺仪静态零值漂移 $\mathbf{b}_{\boldsymbol{\omega},0}$	[5 5 8]	deg/h
陀螺仪一阶马尔可夫过程相关时间 T_g	360	s
陀螺仪量化噪声 $\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{\omega}}$	$[7.6 \ 7.5 \ 7.6] \times 10^{-3}$	$\text{deg/s} / \sqrt{\text{Hz}}$
陀螺仪零漂不确定性 $\boldsymbol{\sigma}_{b\boldsymbol{\omega}}$	$[8.4 \ 8.4 \ 8.5] \times 10^{-7}$	$\text{deg/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$

(2) UWB 定位

在非视距情况下，将 UWB 测距 \tilde{r} 的噪声建模为白噪声模型，则伪距值为

$$\tilde{r} = r + v \quad (5.2)$$

其中 v 表示均值为零，标准差为 0.1m 的高斯噪声。

对于场景中存在非视距情况，本论文做出如下假设：a) 设 t 时刻 UWB 测距存在非视距误差的概率为 $p(NLOS | t) \sim U(t)$ 均匀分布，这说明每个时刻场景中出現 NLOS 的概率相等；b) 设 t 时刻 UWB 伪距出现了非视距误差，则误差量 e_{NLOS} 服从双峰高斯分布，即 NLOS 引起的误差量在 0.4 或 0.8m 两值附近。因此混合非视距误差之后的伪距测量值

$$\tilde{r} = r + v + e_{NLOS} \quad (5.3)$$

(3) 运动轨迹

仿真实验的场景设定在长宽高为 350x250x50m 操场上，如图 5.2 所示，红色的圆圈表示基站所在位置，绿色星号点表示原点坐标。

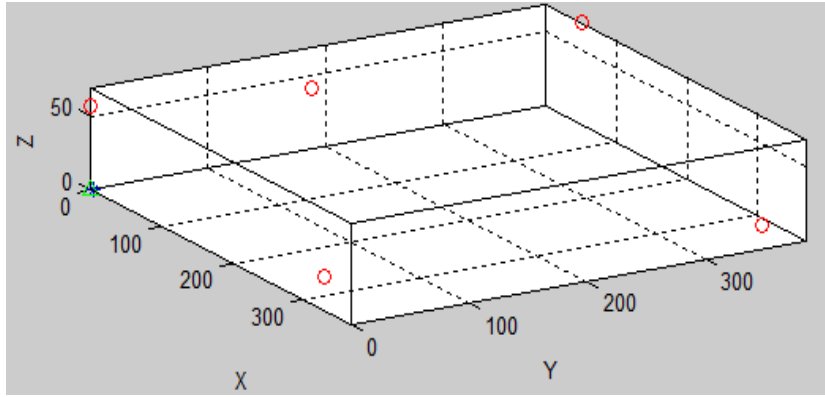


图 5.2 仿真实验场景

目标运动轨迹的产生需要事先指定。本论文使用了 MATLAB Robotics System Toolbox™[31]，利用这一工具箱设定轨迹途经点的位置和姿态便可自动生成平滑的运动轨迹。目标运动状态包含直线运动、圆周运动、加速、减速、匀速运动等各种状态，并将速度控制在 6m/s 以内，如下图 5.3 为目标在场景内的运动轨迹。

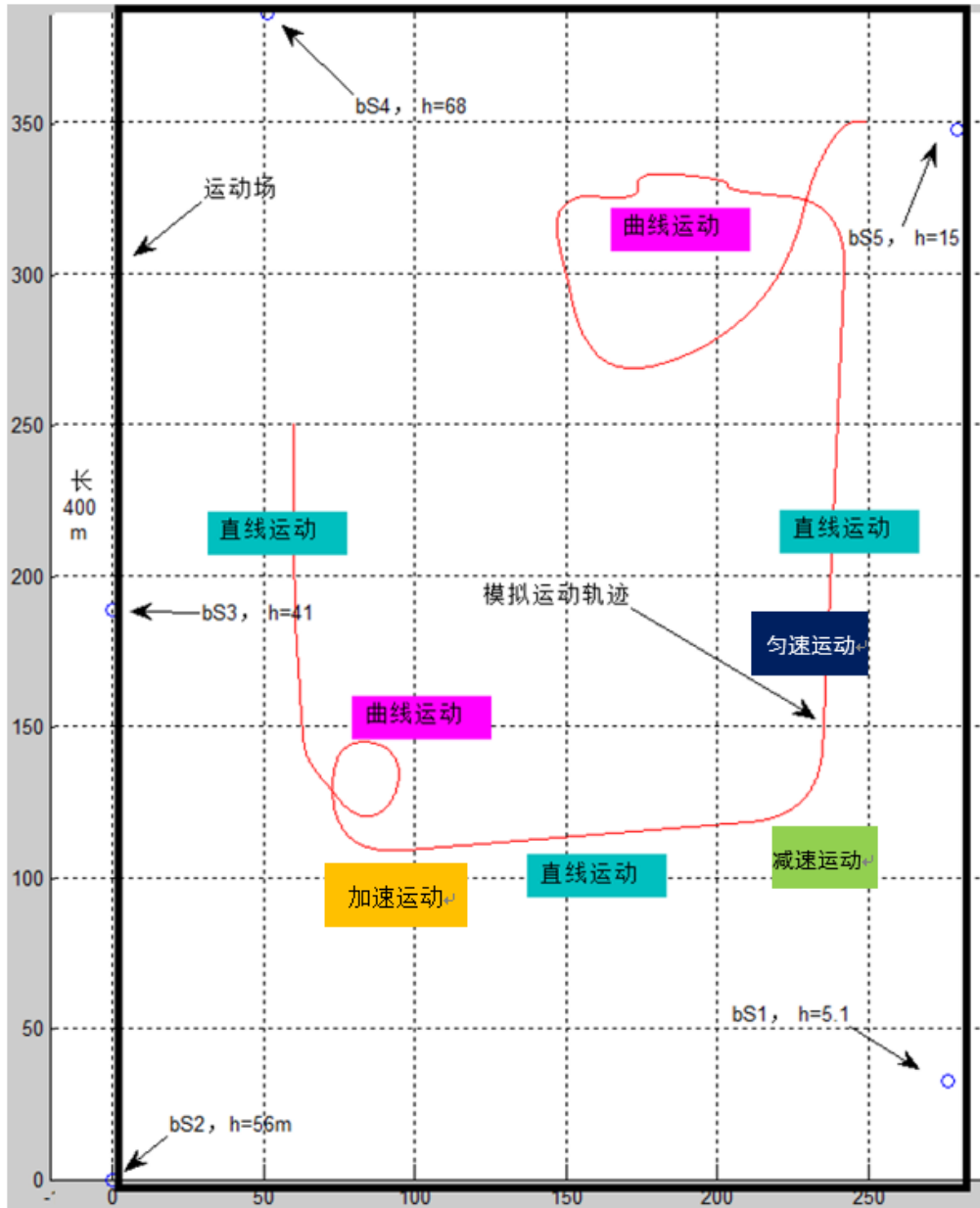


图 5.3 模拟场景室内定位示意图

5.3.1.2 实验结果

为了验证算法的有效性，本论文实现了 Only-Ranging UWB 定位系统、UWB/MEMS-IMU 组合定位 EKF 滤波方案与 UWB/MEMS-IMU 组合定位 UKF 滤波方案。Only-Ranging UWB 定位系统仅仅使用 UWB 测距值进行位置解算，使用 2.3.2.1 节中最小二乘算法获得最优位置信息。UWB/MEMS-IMU 组合定位 EKF 滤波与 UKF 滤波方案使用 3.4 节中组合导航模型建模，不同之处在于卡尔曼滤波对非线性的处理。

(1) UWB/IMU 组合定位与 Only-Ranging UWB 定位对比

本文实现了 UWB/MEMS-IMU 组合定位 EKF 滤波器和 Only-Ranging UWB 测距的室内定位系统。如图 5.4 所示，画出真实轨迹与各个定位系统输出位置误差曲线图。

由图 5.4 可知，当测距值出现 NLOS 误差时，Only-Ranging UWB 系统输出不稳定，表现为较大的位置抖动；而组合定位系统并不受影响，误差基本控制在 0.1 m 内。这恰好说明了基于 EKF 的组合定位模型能够有效地跟踪目标的位置，改善了 Only-Ranging UWB 定位系统易受 NLOS 干扰的影响。同时还可以看出，定位系统在高度方向上表现出较为糟糕的性能，验证了前述 2.3.2 节中基站布局传递系统误差的结论。

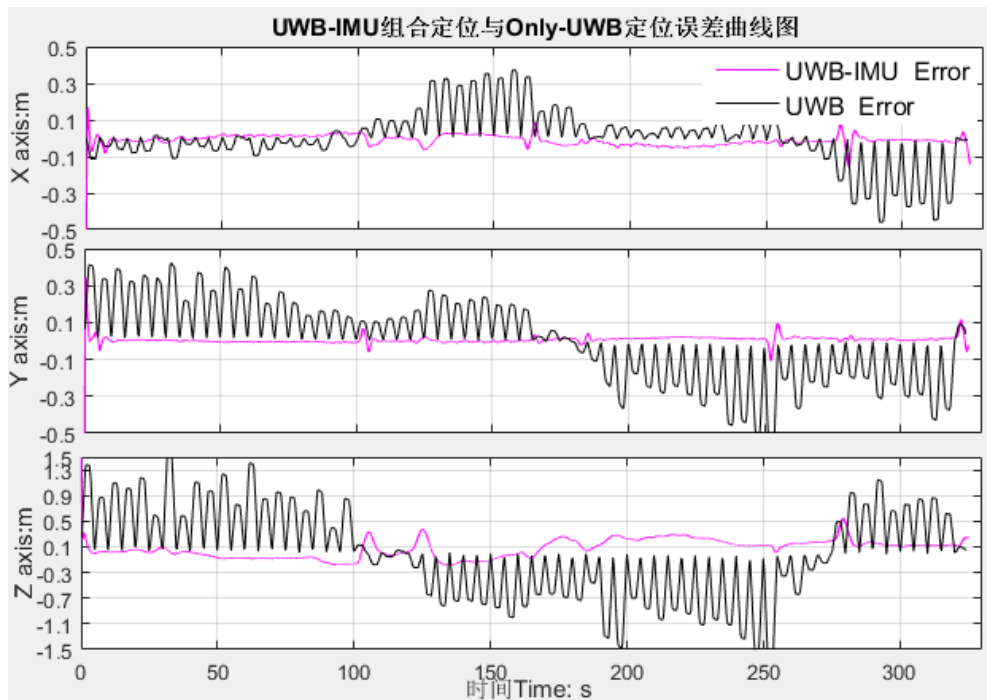


图 5.4 UWB/IMU 与 Only-Ranging 定位误差对比

组合定位模型还可以为目标提供准确的速度和姿态信息，图 5.5 和图 5.6 分别为 UWB/IMU 组合定位速度、姿态跟随曲线。

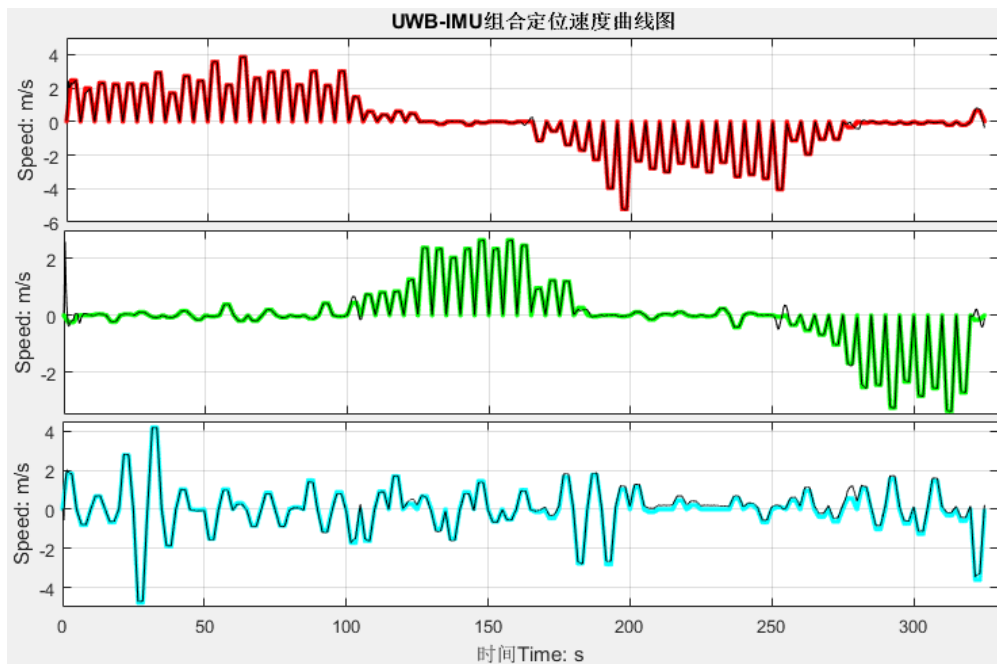


图 5.5 UWB/IMU 组合定位速度

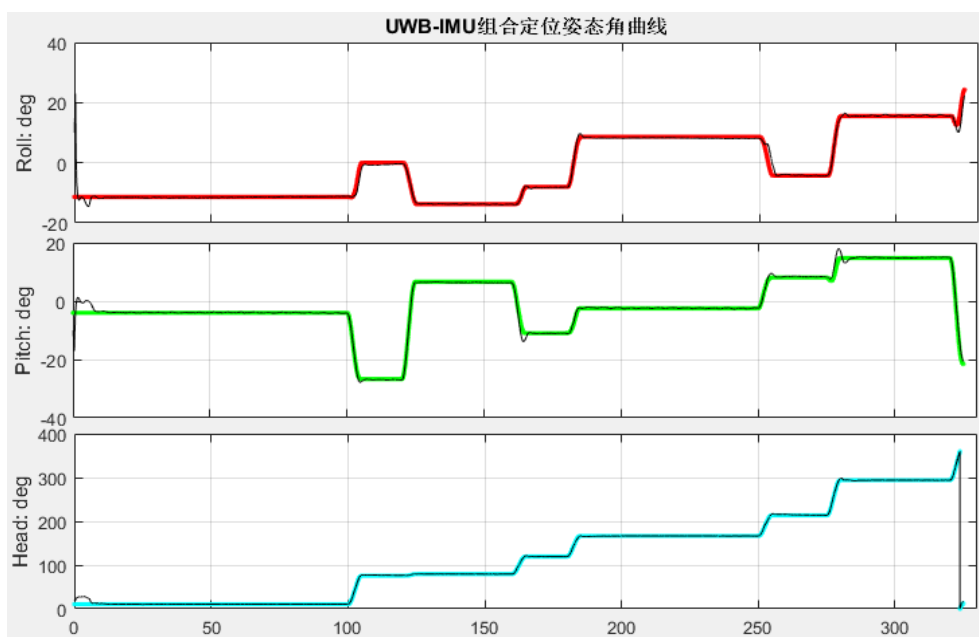


图 5.6 UWB/IMU 组合定位姿态

(2) EKF 滤波器 vs UKF 滤波

本论文亦对比了 EKF 和 UKF 滤波器在组合定位系统中的性能，具体实现采用 Aalto University 开源的 EKF/UKF Toolbox for Matlab V1.3，快速实现了卡尔曼滤波的非线性处理。由图 5.7 滤波器位置误差曲线对比可知，UKF 滤波有着比 EKF 更加显著的非线性近似精度，能迅速收敛到真实值附近。

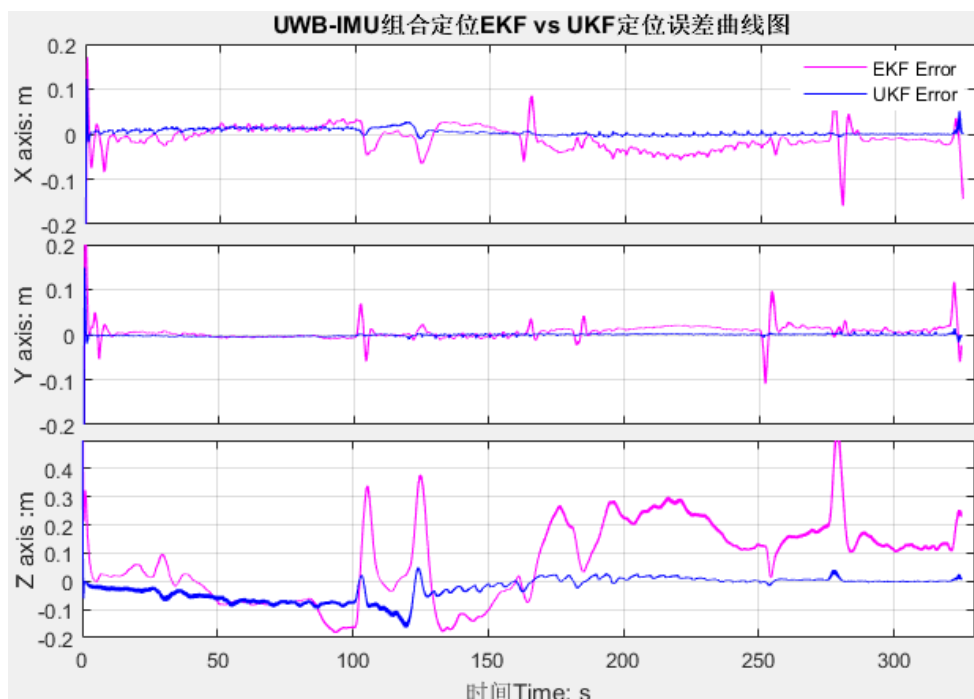


图 5.7 UWB/IMU 组合定位 EKF vs UKF 定位误差曲线图

EKF 滤波器精度较差的原因可能为，当测距存在 NLOS 误差时，滤波器无法辨识这一情形，错误校正位置量使其偏离真实值；当新的视距伪距值出现时，量测更新环节在非线性处理中因步长 Δx 太大导致一阶近似误差过大，滤波器出现短暂的抖动。当然 UKF 滤波器的计算量比 EKF 大，这对于某些计算资源紧张的平台而言并不适合。

5.3.2 室内场景实验

上述仿真实验成功验证了组合导航算法的有效性，因此本论文将算法移植到嵌入式 STM32F407 平台上，实现了基于 EKF 的 UWB/IMU 组合定位系统，主要的实验过程如下：

- ✓ **实验场地：**中科院自动化所智能化大厦一层
- ✓ **硬件配置：**5 个 UWB Anchor + 1 个 UWB-IMU Card
- ✓ **实验描述：**
 - (1) 将 UWB Card 节点置于头顶，保证所有 Anchor 与 Card 在直线路径上不存在遮挡(或者障碍物)；
 - (2) 实验者在场景内按照规定的方格行走，如图 5.8 蓝色轨迹；
 - (3) 实验过程中非视距情形由其他工作人员站立在 Anchor 节点前遮挡实现。

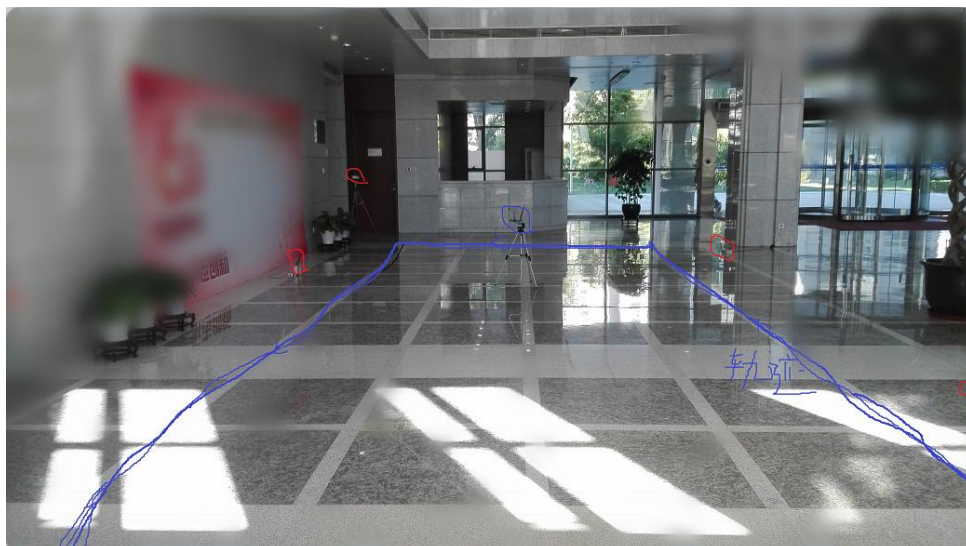


图 5.8 室内定位场景图

✓ 实验步骤:

- 实验组 A: 在 LOS 情景下运动, 按照指定路线绕着大厅走多圈;
- 实验组 B: 按照实验组 A 重新操作一遍, 区别在于实验过程中偶尔(来回)遮挡 Anchor 1 节点;
- 实验组 C: 按照实验组 A 重新操作一遍, 区别在于实验过程中一直(总是)遮挡 Anchor 1 节点;
- 实验组 D: 按照实验组 A 重新操作一遍, 区别在于实验过程中偶尔并随机遮挡 Anchor 1、2、3、4 节点之一。

对比四组实验 A、B、C 和 D 的定位精度, 组合定位系统输出轨迹如图 5.9 所示

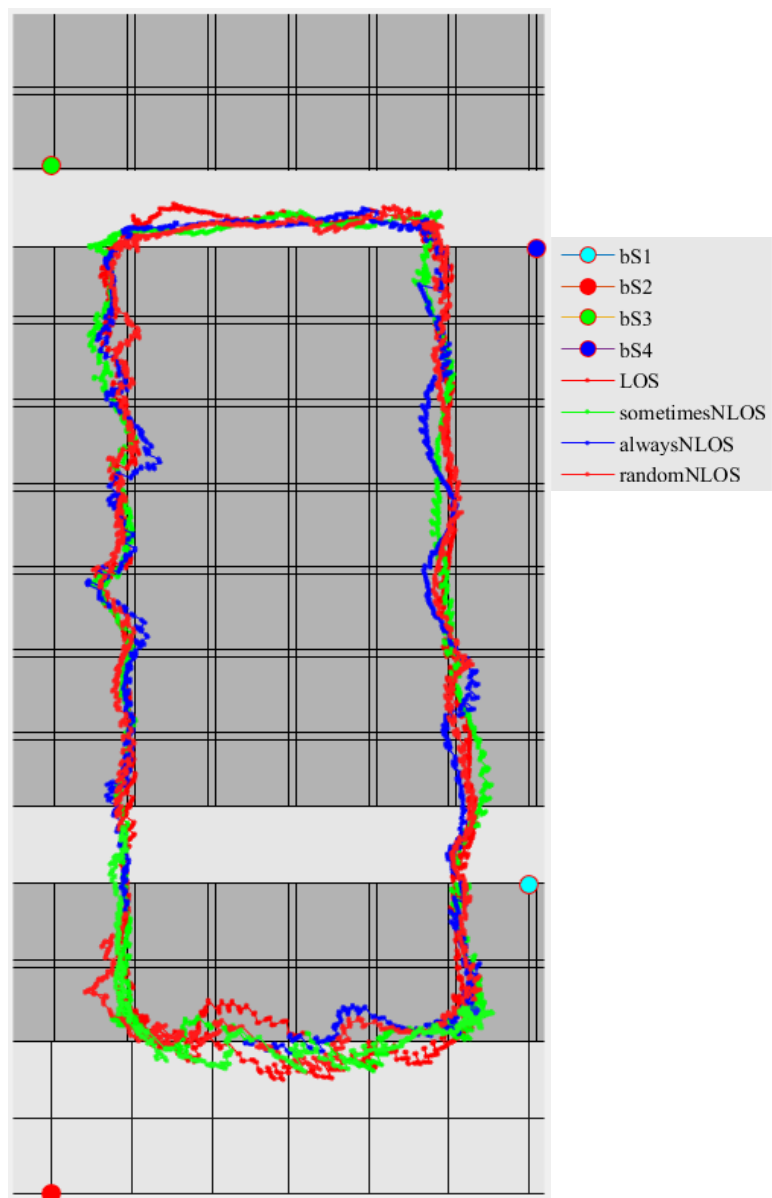


图 5.9 四基站下组合定位系统目标轨迹

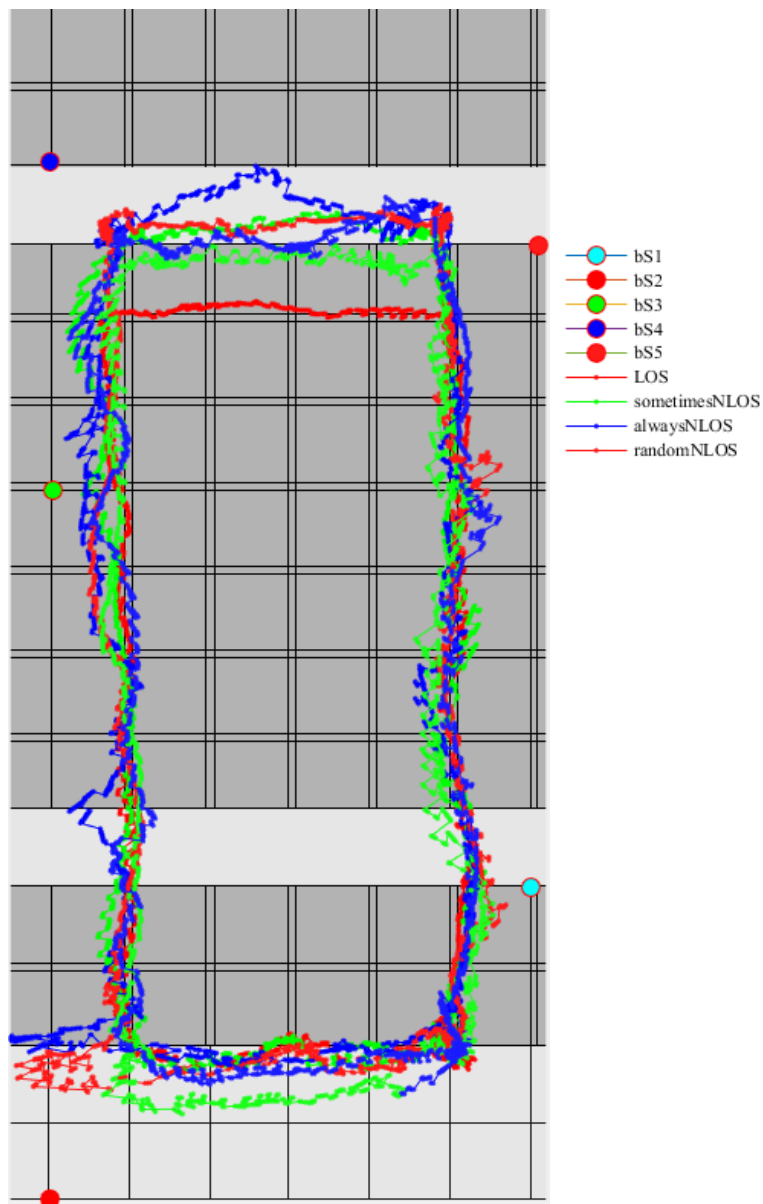


图 5.10 五基站下组合定位系统目标轨迹

由图 5.9-图 5.10 可知，组合定位模型有效解决了室内定位中存在的 NLOS 干扰或者遮挡干扰。当 Anchor 与 Card 伪距测量存在 NLOS 误差时，组合定位模型及时将定位解算切换至惯性导航系统，待 NLOS 干扰消失后再切换至组合模型中，因此组合定位系统具有精度高、稳定性好、环境适应性强等优点。将惯性导航与 UWB 定位组合定位流程画出如下框图 5.11。

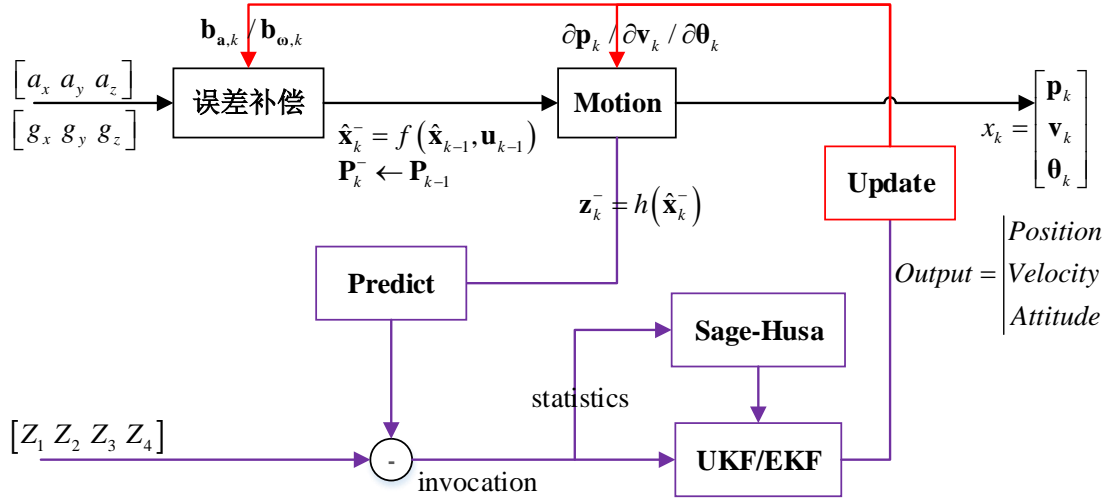


图 5.11 惯性导航与 UWB 组合定位流程框图

图 5.11 中黑色轴表示组合定位模型的主线，实现捷联惯性导航，实时进行位姿推移并输出 3 轴位置、速度、姿态；紫色轴表示校正解算，实现 Sage-Husa 自适应滤波、NLOS 判别等，并给出系统当前状态误差量；红色轴表示滤波反馈，将量测更新解算的误差量反馈到系统状态。

5.4 基于航迹推算系统和图优化导航试验

本论文实现了欠基站定位系统下组合定位导航，测试场景在中科院自动化所自动化大厦一层大厅内，如下图 5.14 所示为大厅室内简易地图。实验的过程首先将硬件平台安装到行人的鞋表面并将其固定牢靠，保证行人步行过程中并无松动，如图 5.12 所示。接着指定行人沿着预定的轨迹步行，即方格边沿的绿色轨迹，每组实验行人步行的长度约为 50 米。

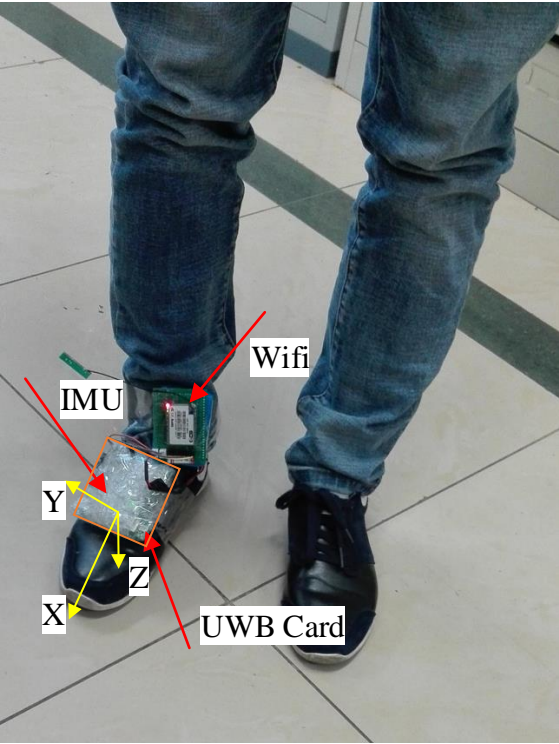


图 5.12 Foot-Mounted 惯性系统设备安装图

根据前节 4.2.1 中步态检测理论，利用开源项目 openshoe[55]很容易获取行人脚步的周期性步态状态，如图 5.13 所示，红色标识代表行人步行处于站姿状态，蓝色标识代表行人步行处于运动状态，总计步数为 156 次。显然，行人步行过程中步态呈现反复性加速或减速运动，并表现出周期性的速度过零点。因此准确的零速率检测为运动模型提供了外部观测信息。

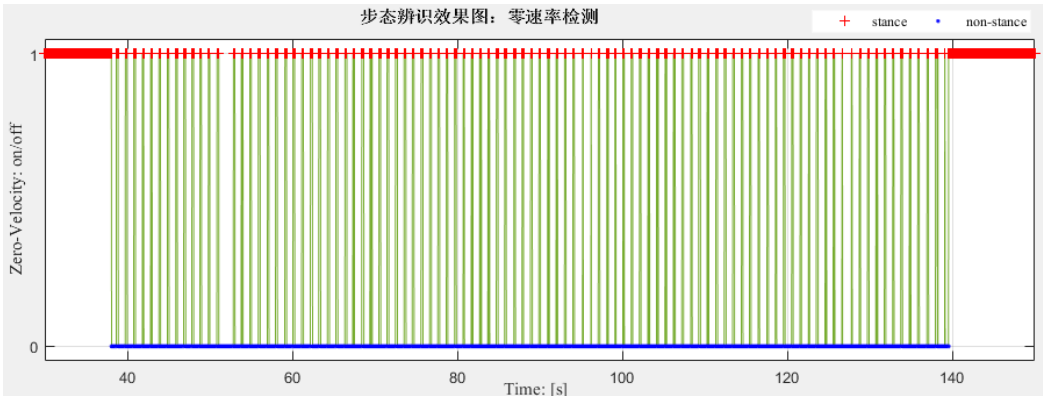


图 5.13 步态识别与分割

步态分割将运动轨迹划分为一段段步长测量，在图优化模型下将该步长测量与 UWB 测距值进行数据融合，定位效果如图 5.14-图 5.15 所示，其中圆圈○表示每次行人脚步停留在地表面的位置。下面展示行人运动过程脚步的轨迹曲线，

优化算法的迭代次数约为 5 次，基本满足实时性要求。

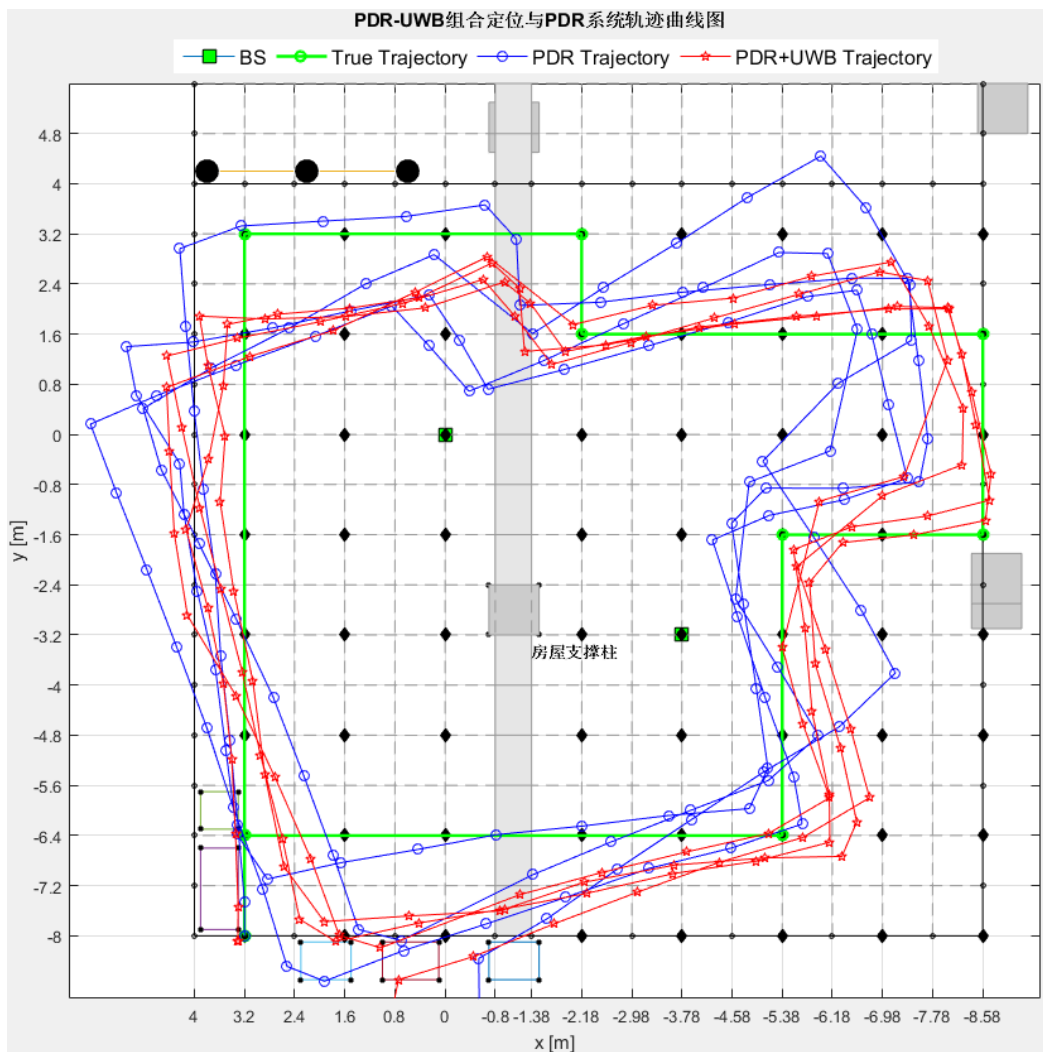


图 5.14 UWB 与行人航迹推算系统组合定位轨迹 1

由定位效果可以得出结论，基于图优化模型的组合定位模型有效地估计行人运动的航向信息。其中 UWB 测距值为行人步行轨迹提供了新的条件约束，利用这些约束条件，很容易将行人步行轨迹调整到最优状态。一种形象的理解为，浅耦合的组合模型起到了将 PDR 轨迹进行旋转和移动，以吻合更为真实的运动轨迹。

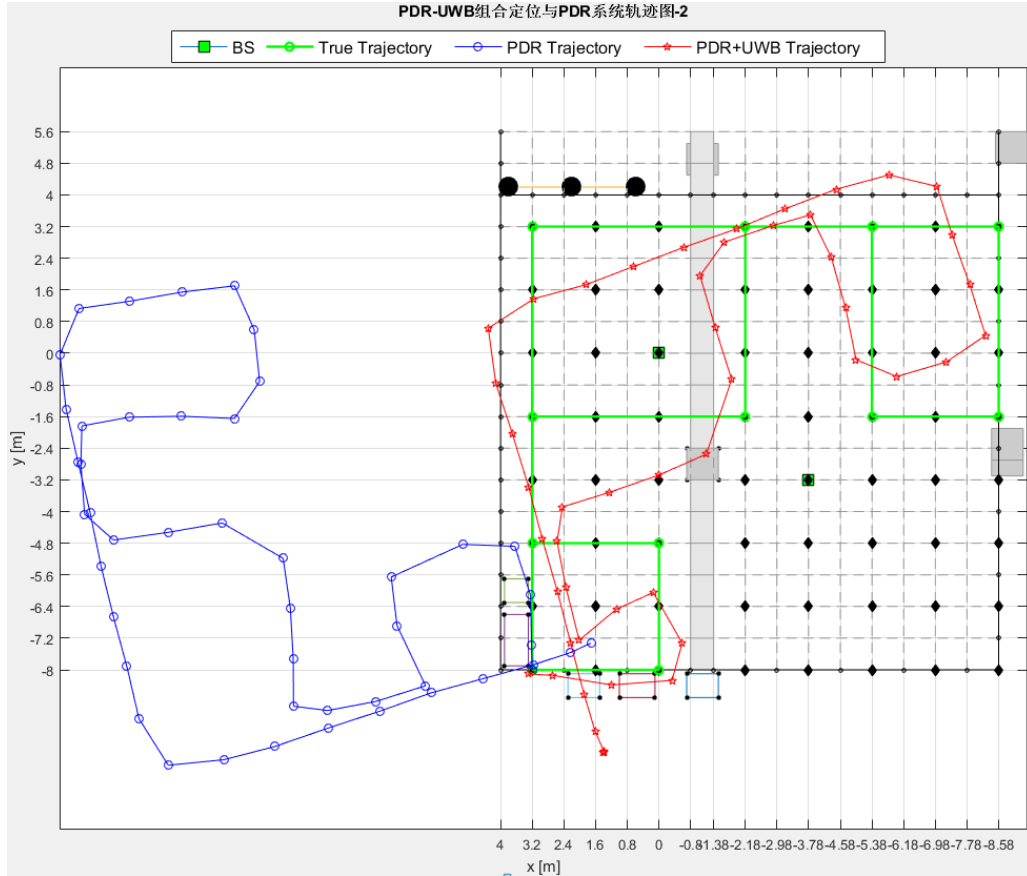


图 5.15 UWB 与行人航迹推算系统组合定位轨迹 2

尽管图优化模型已经取得一定的效果,但算法的稳定性并不是很好。当 UWB 测距的误差较大时,算法收敛到其他位置并与真实轨迹表现出极大的差异。这说明基于几何约束的图优化模型十分依赖 UWB 测距值的精度,较大误差的 UWB 测距值使得模型无法唯一确定目标真实的轨迹,尤其是当行人仅做直线运动时。因此图优化模型的应用场景为多基站组合模型中信号失锁的短时间位置服务。

5.5 Kalman 滤波工程实现

在 3.2 节中我们知道,实际上 Kalman 滤波是一个以高斯噪声为基础,在数学上十分完美的滤波模型。因此在工程实践应用中,必须提前知道系统噪声的先验知识,一旦建立的模型不够准确,滤波器极有可能无法收敛,算法遭遇震荡等灾难。本节给出一些设计卡尔曼滤波器的工程实现建议:

Rule 1: 模型精准则滤波性能佳。Kalman 滤波的性能极大依赖于正确的系统噪声先验知识,故在设计卡尔曼滤波之前,务必对系统过程(状态)、传感器(量测)有清晰的认识。通常可以事先采样确定值下的传感器输出,并对误差(差值)进行概率/统计特性分析,比如均值、方差、动态特性、概率密度曲线、功率谱等等。

一般地,工程上不存在完全呈现高斯白噪声特性的随机噪声,常常需要将某些噪声近似成高斯白噪声处理。所以,说明噪声近似的合理性和对滤波器一致性(或者相容性)检验,成为至关重要的步骤之一。

Rule 2: 过程噪声 \mathbf{R} 和量测噪声 \mathbf{Q} 。卡尔曼滤波在计算过程中要求知晓系统噪声参数 \mathbf{R} 和 \mathbf{Q} 的准确值。实际上噪声大多无法直接测量,如 MEMS-IMU 运动状态下的噪声方差值。鉴于此,工程上选择将过程噪声 \mathbf{Q} 和量测噪声 \mathbf{R} 的赋值与其真实值同处于一个数量级,基本满足滤波的要求。幸运地是,有些应用能够在静态环境测试噪声均值与方差(如静止状态下 IMU 的噪声),但静态环境中测量的参数并无法适用于动态环境,一种简单有效的处理为动态参数等于以静态参数为基数放大 10~100 倍(实际应用中动态环境会导致噪声增大)。

Rule 3: 滤波器收敛性。回顾卡尔曼滤波推导过程, $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ 的计算是基于假设 H_1 :前一时刻 k 估计值 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 在真实值附近,即 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_1^k, \mathbf{U}_0^{k-1}) \sim N(\hat{\mathbf{x}}(k|k), \mathbf{P}(k|k))$ 。当系统提供观测信息不足(H_1 不成立)时,会出现估计值 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 不在真实值附近的情况,滤波器可能发散。如在定位跟踪领域,某些应用无法根据当前观测获取状态量的足够信息(如一维测距信息只能确定球面约束而无法确定具体的位置),必须根据历史轨迹内推进行状态估计,这时卡尔曼滤波可能无法适用或者需要对其状态增广。故卡尔曼滤波,比起粒子滤波、贝叶斯滤波等,在观测量冗余时,具有计算量小、模型简单易于实现等优点,优势更为明显。

Rule 4: 工程小技巧。

第一,对积分的协方差矩阵 \mathbf{P} 限幅,这是为了保证迭代过程中上一时刻的估计值置信度不至于太差,导致滤波器无法收敛。

第二,经验上调参的过程可以根据新息序列曲线,适当修改方差矩阵 \mathbf{R} 和 \mathbf{Q} ,以使滤波器性能最佳。也可以考虑在线估计噪声的方差,实现自适应滤波。

第三,当传感器数据出现某些高频量(如野值,突变)时,应在卡尔曼滤波之前,先对其进行频域滤波,消除抖动对滤波器的影响。

第四,滤波器需要对状态是否发散进行周期性检测,一旦发现滤波器有发散的趋势,应对滤波器进行特殊处理(如启发式调整),将估计值尽可能纠正到真实值附近,帮助其收敛。

Rule 5: 理论终究是理论。在工程应用中,应灵活运用卡尔曼滤波器,更多地要去实践,从调试过程中更深层次理解卡尔曼滤波。本文在不断试错中,发现卡尔曼滤波对模型精确度要求较高,大量的时间花费在如何建立合理的近似噪声模型。所以掌握滤波器的理论对工程应用十分重要。

5.6 本章总结

本章主要为试验环节，验证了上述第 3 章-第 4 章中室内定位中传感器融合算法的有效性。其中 5.2 节描述了试验硬件平台；5.3 节实现了基于 Kalman 滤波滤波器的组合定位仿真试验和实际场景试验；5.4 节实现了基于 PDR 和图优化模型的组合定位算法；5.5 节给出了实现 Kalman 滤波的一些意见和建议。

第6章 总结与展望

6.1 论文主要贡献

目前单一定位方案或多或少地存在某些局限性,稳定高精度的室内定位技术并不成熟。鉴于此,一些研究学者引入多传感器数据融合模型到室内定位场景,将无线定位、惯性导航、视觉定位、超声波测距等多种信息源整合在一起,互相补充,构成一种有冗余度和导航准确度更高的多功能系统。室内场景复杂多变,其所产生的干扰噪声具有随机性强、差异大的特点,因此对比室外导航系统,室内定位的组合导航模型具有其独特的特征。

本文主要研究 UWB 定位与惯性系统的组合导航模型。首先,论证了无线定位系统基站布局对位置精度的影响;其次,提出基于 EKF/UKF 组合定位算法和基于 ZUPT/图优化的组合定位模型,其中两种组合模型适用于不同的应用场景,相互补充,也可切换使用,极大地丰富了室内定位对场景的适应性;最后,为了增强定位系统的稳定性和位置输出的平滑度,本文实现了基于 Kalman 滤波的自适应滤波和在线 NLOS 干扰辨识等优化策略。回顾本文所有内容,将本文的主要研究成果和创新点阐述为如下几点:

(1) 无线定位系统基站布局

本论文详细论证了无线定位系统中基站布局对系统位置误差的影响。从系统输入输出传递来看,基站空间布局决定了误差传递矩阵。良好的系统必须保证误差经传递后衰减,鉴于此,本文提出一种简单有效的基站布局计算方法,为实际应用中给出理论参考依据。

(2) 非视距处理

NLOS 误差是无线定位系统中最为常见的噪声之一。一般地基于学习和分类的辨识方法并不能稳定有效地剔除其干扰,本论文从新的角度实现了基于概率模型和信号质量的非视距判别系统,极大提高了系统定位精度的稳定性,有效地平滑了目标运动轨迹。

(3) 信号失锁处理

室内环境的复杂多变能够导致目标在某些区域内无法接受足够多的基站信号,因此健壮的定位系统需要考虑欠测量状态下的异常处理。本论文研究了单基站-惯性导航的图优化模型,从某种程度上能够有效降低信号失锁对系统的影响。

6.2 工作展望

本论文实现了基于 UWB/MEMS-IMU 组合导航模型并在室内环境验证了算法的有效性。当然系统仍然存在着一些缺点，比如精度定位不够高、定位计算复杂度较大、算法稳定性不够等情况。因此可以改进的关键点存在如下：

(1) UWB 定位精度的提高。组合模型的定位精度很大程度上取决于 UWB 测距的精度，因此良好的 UWB 测距能够显著提升系统性能。为了改善系统定位精度，使用精度更高的无线定位系统是值得研究的内容。

(2) 室内环境复杂多变，目前组合定位系统在稳定性上并不高。当存在中短期遮挡时，系统容易出现震荡等情况。为了达到更高要求的定位，结合地图信息、改进数据融合算法是未来可以考虑的方法之一。

参考文献

- [1] J. G. McNeff. The global positioning system [J]. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 2002,50 (3):645-652.
- [2] G. Deak,K. Curran and J. Condell. A survey of active and passive indoor localisation systems [J]. Computer Communications, 2012,35 (16):1939-1954.
- [3] 肖竹, 王勇超, 田斌, 等. 超宽带定位研究与应用: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 133-141.
- [4] Yavari M, Nickerson B G. Ultra wideband wireless positioning systems[J]. Dept. Faculty Comput. Sci., Univ. New Brunswick, Fredericton, NB, Canada, Tech. Rep. TR14-230, 2014.
- [5] Hol J D, Dijkstra F, Luinge H, et al. Tightly coupled UWB/IMU pose estimation[C]. ICUWB 2009. IEEE International Conference on. IEEE, 2009: 688-692.
- [6] 秦永元. 惯性导航[M]. 科学出版社, 2014.
- [7] Harle R. A Survey of Indoor Inertial Positioning Systems for Pedestrians[J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2013, 15(3): 1281-1293.
- [8] Stirling R, Collin J, Fyfe K, et al. An innovative shoe-mounted pedestrian navigation system[C]. Proceedings of European Navigation Conference GNSS. 2003:110-5.
- [9] Soehren W, Hawkinson W. Prototype personal navigation system[J]. IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine, 2008, 23(4):10-18.
- [10] Castaneda N, Lamy-Perbal S. An improved shoe-mounted inertial navigation system[C]. Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2010 International Conference on. 2010:1-6.
- [11] Woodman O, Harle R. Pedestrian localisation for indoor environments[C]. Proceedings of the 10th international conference on Ubiquitous computing. ACM, 2008:114-123.
- [12] Cavallo F, Sabatini A M, Genovese V. A step toward GPS/INS personal navigation systems: real-time assessment of gait by foot inertial sensing[C]. Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International

- Conference on. IEEE, 2005:1187-1191.
- [13]Rantakokko J, Rydell J, Stromback P, et al. Accurate and reliable soldier and first responder indoor positioning: multisensor systems and cooperative localization[J]. IEEE Wireless Communications, 2011, 18(2):10-18.
- [14]Judd T. A personal dead reckoning module[C].ION GPS. 1997, 97: 1-5.
- [15]Jimenez A R, Seco F, Prieto C, et al. A comparison of Pedestrian Dead-Reckoning algorithms using a low-cost MEMS IMU[C]. Intelligent Signal Processing, 2009. WISP 2009. IEEE International Symposium on. IEEE, 2009:37-42.
- [16]Foxlin E. Pedestrian Tracking with shoe-mounted inertial sensors.[J]. IEEE Computer Graphics & Applications, 2005, 25(6):38-46.
- [17]Zwirello L, Li X, Zwick T, et al. Sensor data fusion in UWB-supported inertial navigation systems for indoor navigation[C]. IEEE International Conference on Robotics & Automation. IEEE, 2013:3154-3159.
- [18]Kim J W, Han J J, Hwang D H, et al. A Step, Stride and Heading Determination for the Pedestrian Navigation System. J Glob Position Sys[J]. Positioning, 2004, 3(1&2):273-279.
- [19]刘峰丽. MIMU/GPS/磁力计单兵系统组合导航技术研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2013
- [20]崔留争. MEMS--SINS/GPS 组合导航关键技术研究[D]. 中国科学院研究生院(长春光学精密机械与物理研究所), 2014.
- [21]Bellusci G, Roetenberg D, Dijkstra F, et al. Xsens MVN Motiongrid: Drift-free human motion tracking using tightly coupled ultra-wideband and miniature inertial sensors[J]. Xsens Technologies White Paper, 2010.
- [22]Kok M, Hol J D, Schon T B. Indoor Positioning Using Ultrawide band and Inertial Measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(4):1293-1303.
- [23]Fan Q, Wu Y, Hui J, et al. Integrated navigation fusion strategy of INS/UWB for indoor carrier attitude angle and position synchronous tracking.[J]. The scientific world journal, 2013, 2014(2014):215303-215303.
- [24]Stachniss C, Grisetti G. GMapping project at OpenSLAM. org[J]. 2007.
- [25]Hardegger M, Roggen D, Mazilu S, et al. ActionSLAM: Using location-related actions as landmarks in pedestrian SLAM[C]. Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2012 International Conference on. IEEE, 2012: 1-10.

- [26] Blanco J L, Fernandez-Madrigal J A, Gonzalez J. Efficient probabilistic range-only SLAM[C]. Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2008: 1017-1022.
- [27] Mur-Artal R, Montiel J M M, Tardos J D. ORB-SLAM: a versatile and accurate monocular SLAM system[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1147-1163.
- [28] Forster C, Pizzoli M, Scaramuzza D. SVO: Fast semi-direct monocular visual odometry[C]. Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on. IEEE, 2014: 15-22.
- [29] Konolige K, Agrawal M, Sola J. Large-scale visual odometry for rough terrain[M]. Robotics research. Springer Berlin Heidelberg, 2010: 201-212.
- [30] Borrás Sillero J. Sensor fusion methods for indoor navigation using UWB radio aided INS/DR[J]. 2012.
- [31] Mathworks Corp. The Robotics System Toolbox[EB/OL]
<https://cn.mathworks.com/products/robotics.html>
- [32] Benini A. Localization and Navigation of Autonomous Systems in Complex Scenarios[J]. 2014.
- [33] Borrás Sillero J. Sensor fusion methods for indoor navigation using UWB radio aided INS/DR[J]. 2012.
- [34] GREJNER - BRZEZINSKA D A, Wang J. Gravity Modeling for High - Accuracy GPS/INS Integration[J]. Navigation, 1998, 45(3): 209-220.
- [35] Barrett J M. Analyzing and modeling low-cost mems imus for use in an inertial navigation system[D]. Worcester Polytechnic Institute, 2014.
- [36] MPU6050 N A. MEMS Motion Tracking Device[J].
- [37] Zhao Y, Horemuz M, Sjöberg L E. Stochastic modelling and analysis of IMU sensor errors[J]. Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji, 2011, 22.
- [38] 严恭敏. 捷联惯性导航与组合导航原理讲义[EB/OL].
<http://pan.baidu.com/s/1o8LG6CU>
- [39] El-Sheimy N, Hou H, Niu X. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance[J]. IEEE Transactions on instrumentation and measurement, 2008, 57(1): 140-149.
- [40] IEEE. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for

- Single- Axis Interferometric Fiber Optic Gyros[S], IEEE Std. 952-1997, 1998.
- [41]Decawave, DW1000 User Manual 2.02,[http://www.decawave.com/ support](http://www.decawave.com/support), 2015
- [42]Decawave, sources of error in dw1000 based two-way ranging(twr) schemes, [http://www.decawave.com/ support](http://www.decawave.com/support), 2015
- [43]游博. 矿井移动目标精确定位关键技术研究 and 实现[D]. 中科院自动化所, 2016
- [44]Meyer C D. Matrix analysis and applied linear algebra[M]. Siam, 2000.
- [45]Durrant-Whyte H. Introduction to estimation and the Kalman filter[J]. Australian Centre for Field Robotics, 2001, 28(3): 65-94.
- [46]Ribeiro M I. Kalman and extended kalman filters: Concept, derivation and properties[J]. Institute for Systems and Robotics, 2004, 43.
- [47]卞鸿巍, 李安, 覃方君. 现代信息融合技术在组合导航中的应用[J]. 2010.
- [48]Zhuang Y, Chang H W, El-Sheimy N. A MEMS multi-sensors system for pedestrian navigation[C]. China satellite navigation conference (CSNC) 2013 proceedings. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 651-660.
- [49]Skog I, Handel P, Nilsson J O, et al. Zero-velocity detection—An algorithm evaluation[J]. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 2010, 57(11): 2657-2666.
- [50]Nilsson J O, Zachariah D, Skog I, et al. Cooperative localization by dual foot-mounted inertial sensors and inter-agent ranging[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2013, 2013(1): 164.
- [51]Nilsson J O, Gupta A K, Handel P. Foot-mounted inertial navigation made easy[C]. Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2014 International Conference on. IEEE, 2014: 24-29.
- [52]Nilsson J O, Skog I, Handel P, et al. Foot-mounted INS for everybody-an open-source embedded implementation[C]. Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2012 IEEE/ION. IEEE, 2012: 140-145.
- [53]Skog I, Nilsson J O, Handel P. An open-source multi inertial measurement unit (MIMU) platform[C]. Inertial Sensors and Systems (ISISS), 2014 International Symposium on. IEEE, 2014: 1-4.

- [54]Skog I, Nilsson J O, Handel P. Pedestrian tracking using an IMU array[C]. Electronics, Computing and Communication Technologies (IEEE CONECCT), 2014 IEEE International Conference on. IEEE, 2014: 1-4.
- [55]Nilsson J O, Skog I. openshoe project at OpenShoe. org[J]. 2011
- [56]Grisetti G, Kummerle R, Stachniss C, et al. A tutorial on graph-based SLAM[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2010, 2(4): 31-43.
- [57]Kümmerle R. General framework for graph optimization (g2o): github version[J]. 2014.
- [58]Dellaert F. Factor graphs and GTSAM: A hands-on introduction[R]. Georgia Institute of Technology, 2012.
- [59]Agarwal S, Mierle K. Ceres solver: Tutorial & reference[J]. Google Inc, 2012, 2: 72.
- [60]Hol J D. Sensor fusion and calibration of inertial sensors, vision, ultra-wideband and GPS[D]. Linköping University Electronic Press, 2011.
- [61]Pittet S, Renaudin V, Merminod B, et al. UWB and MEMS based indoor navigation[J]. Journal of Navigation, 2008, 61(03): 369-384.
- [62]Ting J A, Theodorou E, Schaal S. A Kalman filter for robust outlier detection[C]. Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2007: 1514-1519.
- [63]Li Z, Chang G, Gao J, et al. GPS/UWB/MEMS-IMU tightly coupled navigation with improved robust Kalman filter[J]. Advances in Space Research, 2016, 58(11): 2424-2434.
- [64]刘建业, 曾庆化, 赵伟. 导航系统理论与应用[J]. 2010.
- [65]赵树杰, 赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 清华大学出版社有限公司, 2005.
- [66]秦永元. 惯性导航[M]. 科学出版社, 2014.
- [67]乔相伟, 周卫东, 吉宇人. 用四元数状态切换无迹卡尔曼滤波器估计的飞行器姿态[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 97-103.
- [68]Madsen K, Nielsen H B, Tingleff O. Methods for non-linear least squares problems[J]. 1999.
- [69]高翔, 张涛. 视觉SLAM十四讲: 从理论到实践[M]. 电子工业出版社, 2017.

