ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Σήματα και Συστήματα - Εργασία Matlab (2022-23)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Στόχος της εργασίας είναι η εμπέδωση σημαντικών εννοιών του μαθήματος αλλά και γενικότερα η πρακτική εξοικείωση με εφαρμογές του μαθήματος ‘Σήματα και Συστήματα’ μέσω του υπολογιστικού περιβάλλοντος **Matlab**.
- Η εργασία είναι **ατομική**.
- Τρόπος παράδοσης: **Ηλεκτρονική υποβολή** μέσω της ιστοσελίδας του μαθήματος η οποία είναι διαθέσιμη στο https://helios.ntua.gr/.
- Παραδοτέα: Θα πρέπει να υποβληθεί **ένα αρχείο zip** το οποίο να περιλαμβάνει **όλα** τα ακόλουθα αρχεία:
  1. Ένα αρχείο .m που να περιέχει τον **κώδικα** Matlab που γράψατε. Το αρχείο να ονομαστεί `program.m`. Συμπεριλάβετε επεξηγηματικά σχόλια στον κώδικα όπου θεωρείτε απαραίτητο.
  2. **Αναφορά** σε pdf (μη χρησιμοποιήσετε άλλα formats όπως .doc, .docx, κτλ) η οποία να ονομαστεί `report.pdf`. Παρακαλώ **μην αποστείλετε χειρόγραφη** και κατόπιν **σαρωμένη** (scanned) αναφορά γιατί θα είναι δύσκολη η βαθμολόγησή της.
  3. Ένα αρχείο .txt με τα **προσωπικά στοιχεία** σας καταχωρημένα σε 3 γραμμές: η πρώτη γραμμή να περιλαμβάνει τον αριθμό μητρώου (ΑΜ) σας, η δεύτερη και τρίτη γραμμή να περιλαμβάνουν το επώνυμο και το όνομα σας, αντίστοιχα, γραμμένα με ελληνικούς κεφαλαίους χαρακτήρες (ή με λατινικούς κεφαλαίους χαρακτήρες σε περίπτωση αλλοδαπών ονοματεπωνυμικών στοιχείων). Τα στοιχεία πρέπει να ταυτίζονται με τα στοιχεία σας που είναι καταχωρημένα στη γραμματεία της Σχολής, π.χ., τρόπος γραφής, ορθογραφία ονόματος και επωνύμου. Το αρχείο να ονομαστεί `info.txt`.
  4. Ένα αρχείο .wav που να περιέχει το καταγεγραμμένο **σήμα** του ερωτήματος 1α). Το αρχείο να ονομαστεί `"myname".wav`, όπου το “myname” θα είναι το όνομα σας.

Βεβαιωθείτε πως το ονοματεπώνυμο και το ΑΜ σας περιλαμβάνονται τόσο στον κώδικα Matlab (εντός σχολίων), όσο και στην αναφορά. Το όνομα του αρχείου .zip που θα υποβάλετε πρέπει να ταυτίζεται με το ΑΜ σας, π.χ., `12345.zip`. Υπενθυμίζεται πως η τήρηση **όλων** των ανωτέρω χαρακτηριστικών των παραδοτέων είναι άκρως **απαραίτητη** για τη διεξαγωγή της βαθμολόγησης.

- Ημερομηνία παράδοσης: Παρασκευή 20/01/2023.
- Σημείωση: Για ερωτήσεις επικοινωνήστε με την Νάνσυ Ζλατίντση (nzlat@cs.ntua.gr) και με τη Νίκη Ευθυμίου (nefthymiou@central.ntua.gr).

---

1 Ανάλυση Σήματος Φωνής στα Πεδία Χρόνου και Συχνότητας

Στο πρώτο μέρος αυτής της άσκησης, θα αναλύσουμε, με χρήση του Matlab, σήματα φωνής (που θα τα ηχογραφήσετε οι ίδιοι) τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας.

α) Καταγράψτε ένα αρχείο ήχου με το μικρό όνομά σας, με ρυθμό δειγματοληψίας 8000 Hz. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για παράδειγμα τις εντολές **audiorecorder()**, **recordblocking()**, και **getaudiodata()** στο περιβάλλον Matlab σε συνδυασμό με το μικρόφωνο του υπολογιστή σας. Εναλλακτικά, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιοδήποτε άλλο πρόγραμμα για την καταγραφή (και υποδειγματοληψία στα 8000 Hz, π.χ., το πρόγραμμα Audacity). Στη συνέχεια να εισάγετε το καταγεγραμμένο αρχείο ήχου στο Matlab χρησιμοποιώντας την εντολή **audioread()**. Προσπαθήστε το αρχείο ήχου να μην έχει διάρκεια πάνω από 2-3 sec, ώστε τα επόμενα βήματα επεξεργασίας να μην απαιτούν πολύ χρόνο.

β) Σχεδιάστε το αρχείο ήχου που μόλις καταγράψατε στο πεδίο του χρόνου (χρησιμοποιήστε την εντολή **plot()**). Επιλέξτε ένα παράθυρο 50 msec από ένα τμήμα του σήματος που είναι (περίπου) **περιοδικό**. Ακούστε το ηχογραφημένο απόσπασμα από το ηχείο του υπολογιστή σας, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα την εντολή **sound()**. Σε ποιό φώνημα αντισχοιχεί; Υπολογίστε εποπτικά τη περίοδο του αποσπάσματος (παρατηρώντας την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών).

γ) Υπολογίστε την ενέργεια του αρχικού σήματος σε κυλιόμενα παράθυρα, αφού πρώτα το κανονικοποιήσετε στο διάστημα $[-1, 1]$. Σημειώνεται ότι η ενέργεια ενός σήματος $x[n]$ επικαλυπτόμενο από ένα παράθυρο $w[n]$ δίνεται από τον εξής τύπο:

$$E[n] = \sum_{m=1}^{M} x^2[m]w[n-m], \tag{1}$$

όπου ως σήμα $w[n]$ θα χρησιμοποιήσετε το παράθυρο Hamming (εντολή Matlab: **hamming()**) το οποίο δίνεται από την εξίσωση:

$$w[n] = 0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), 0 \leq n \leq M. \tag{2}$$

.

Θεωρήστε την παράμετρο M ίση με 200. Έπειτα, σχεδιάστε την ενέργεια του σήματος στο ίδιο διάγραμμα με το σήμα (κλιμακώστε το σήμα κατάλληλα). Τι παρατηρείτε;

Υπόδειξη: Παρατηρήστε ότι η παραπάνω εξίσωση μπορεί να εκφραστεί ως συνέλιξη, που μπορεί να υπολογιστεί στο Matlab μέσω της εντολής **conv()**.

δ) Εφαρμόστε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) του αποσπάσματος που απομονώσατε στο ερώτημα β), $X[k]$, υπολογισμένο σε $N = 1024$ δείγματα. Ο DFT μπορεί να προκύψει, δειγματοληπτώντας τον Μετασχηματισμό Fourier Διακριτού Χρόνου (DTFT) ενός σήματος, $X(\Omega)$, στις συχνότητες $\Omega = 2\pi k/N$, $k = 0, ..., N-1$, και υπολογίζεται στο Matlab μέσω της εντολής **fft()**. Σχεδιάστε το συχνοτικό περιεχόμενο (το μέτρο αυτού) του αποσπάσματος σε γραμμική και λογαριθμική κλίμακα, δηλαδή τα $|X[k]|$, $20\log_{10}|X[k]|$. Κλιμακώστε κατάλληλα τον οριζόντιο άξονα των διαγραμμάτων ώστε να αντιστοιχεί στις πραγματικές συχνότητες του σήματος (0-8000 Hz).

ε) Από το διάγραμμα που σχεδιάσατε, υπολογίστε (εποπτικά) την θεμελιώδη συχνότητα του σήματος. Επιβεβαιώστε την σχέση θεμελιώδους περιόδου που βρήκατε στο ερώτημα β) και της θεμελιώδους συχνότητας.

2 Ανακατασκευή Περιγράμματος Σχήματος (Shape Tracing) μέσω Σειρών Fourier

Έστω ένα περίγραμμα S που αποτελείται από ένα σύνολο σημείων $\{(x[n], y[n]) : n = 0, .., N-1\}$. Η δυαδική εικόνα $I[y, x]$ που αντιστοιχεί σε αυτό το περίγραμμα ορίζεται ως:

$$I[y,x] = \begin{cases} 1, & (x[n], y[n]) \in S \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{3}$$

Μπορούμε να παραμετροποιήσουμε τις συντεταγμένες που αντιστοιχούν στα σημεία του περιγράμματος ως μία διδιάστατη καμπύλη $(x[n], y[n])$, με συνολικό αριθμό σημείων N. Σε αυτή την περίπτωση, ορίζοντας το σήμα $z[n] = x[n] + jy[n]$, μπορούμε να αποσυνθέσουμε την τροχιά του μιγαδικού $z[n]$ ως την υπέρθεση κυκλικών τροχιών, με μεταβαλλόμενες ακτίνες $R_k = |Z[k]|$ και γωνιακές ταχύτητες $\omega_k = k\omega_0 = 2\pi k/N$, $k = 0, ..., N-1$:

$$z[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} Z[k]e^{jk\omega_0 n}, \quad Z[k] = R_k e^{j\phi_k} \tag{4}$$

και

$$x[n] = \mathrm{Re}(z[n])), \ y[n] = \mathrm{Im}(z[n]). \tag{5}$$

Ο παραπάνω τύπος αντιστοιχεί στον τύπο ανάλυσης ενός σήματος σε διακριτού-χρόνου μιγαδική σειρά Fourier με συντελεστές $Z[k]$. Στα πλαίσια αυτού του μέρους της άσκησης, θα βασιστούμε στην ανωτέρω ανάλυση με στόχο τη μερική ανακατασκευή περιγραμμάτων εικόνων.

α) Φορτώστε με χρήση της εντολής **imread()** στο Matlab το αρχείο εικόνας leaf.png, και απεικονίστε το με χρήση της εντολής **imshow()**.

β) Απομονώστε, βάσει του περιγράμματος, τα μονοδιάστατα σήματα $x[n]$, $y[n]$ που αντιστοιχούν στις συντεταγμένες της παραμετροποιημένης καμπύλης $(x[n], y[n])$ συναρτήσει της μεταβλητής n. Απεικονίστε τα σήματα σε κοινό διάγραμμα, με χρήση της εντολής **plot()**.

Χρήσιμες Εντολές: find(), bwtraceboundary(). Προσοχή στη σειρά με την οποία επιστρέφουν οι συναρτήσεις αυτές τις συντεταγμένες (x, y) των σημείων του περιγράμματος.

γ) Ορίστε το μιγαδικό σήμα $z[n] = x[n] + jy[n]$, αντιστοιχώντας τις συντεταγμένες x, y στο πραγματικό και το φανταστικό μέρος του. Υπολογίστε τους συντελεστές της διακριτής σειράς Fourier, $Z[k]$, που αντιστοιχούν σε αυτό με χρήση της εντολής **fft()**, και σχεδιάστε το μέτρο τους μέσω της εντολής plot().

δ) Επιχειρήστε να ανακατασκευάσετε το αρχικό περίγραμμα χρησιμοποιώντας τους πρώτους $M+1 < N$ συντελεστές της διακριτής σειράς Fourier, υπολογίζοντας αρχικά το σήμα:

$$z_M[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{M} Z[k] e^{j2\pi kn/N}, \tag{6}$$

απομονώνοντας στη συνέχεια τις συντεταγμένες $x_M[n]$ και $y_M[m]$ που αντιστοιχούν σε αυτό, και τέλος χρησιμοποιώντας τις για τη σχεδίαση των ανακατασκευασμένων περιγραμμάτων. Με χρήση της εντολής **imshow()**, απεικονίστε τις ανακατασκευασμένες εικόνες για $M = 10, 50, 200$. Τι παρατηρείτε και πώς το εξηγείτε;

Υπόδειξη: Τα σήματα $x_M[n], y_M[n]$ δεν έχουν ακέραιες τιμές, οπότε δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας ως συντεταγμένες για την οπτικοποίηση της εικόνας.

ε) Επαναλάβετε τη διαδικασία του ερωτήματος δ), αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας τους συμμετρικούς συντελεστές $Z[k]$, $Z[N-1-k]$ σε κάθε βήμα ανακατασκευής, δηλαδή:

$$\tilde{z}_M[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{M/2} Z[k] e^{j2\pi kn/N} + \frac{1}{N} \sum_{k=K}^{N-1} Z[k] e^{j2\pi kn/N}, \; K = N - \frac{M}{2}. \tag{7}$$

Πόσοι συντελεστές χρειάστηκαν για την ικανοποιητική ανακατασκευή του αρχικού περιγράμματος; Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με αυτά του ερωτήματος δ) για τις ίδιες τιμές της παραμέτρου M.

στ) Επαναλάβετε τα προηγούμενα ερωτήματα για μία ασπρόμαυρη εικόνα περιγράμματος της επιλογής σας, αντιστοίχων διαστάσεων, και παρουσιάστε τα αποτελέσματά σας.

Υπόδειξη: Η εικόνα που θα επιλέξετε, πρέπει να είναι δυαδική δηλαδή να παίρνει μόνο δύο τιμές, 0 και 1. Ανάλογα με το πρόγραμμα σχεδίασης μπορεί να χρειαστεί να κάνετε κάποιες μετατροπές. Προτείνονται τα εξής:

- Χρησιμοποιήστε απλό pen (όχι περίεργα brushes) για να μην υπάρχουν διακυμάνσεις στις τιμές του περιγράμματος που σχεδιάζετε. Αν υπάρχουν, κάντε ένα thresholding, π.χ. ως y=($y >$ 200), ώστε να μην υπάρχουν ενδιάμεσες τιμές.

– Μετατρέψτε/απεικονίστε τις τιμές της εικόνας σας σε 0 και 1. πχ. η εικόνα που κατασκευάσατε μπορεί να παίρνει τιμές 0 και 255, κάντε mapping στο 0 και 1.

– Βεβαιωθείτε ότι η εικόνα σας έχει ένα κανάλι χρώματος (ασπρόμαυρη) και όχι 3 (αποθηκευμένη ως RGB).

3 Σχεδίαση Φίλτρων και Εφαρμογή σε Σήμα Μουσικής

Ένα αιτιατό γραμμικό φίλτρο διακριτού χρόνου ορίζεται μέσω της εξίσωσης διαφορών:

$$y[n] + \sum_{i=1}^{M} a_i y[n-i] = \sum_{i=0}^{N} b_i x[n-i]. \tag{8}$$

Από την παραπάνω γενική εξίσωση διαφορών, μπορεί κανείς να εξάγει, μέσω του μετασχηματισμού Z, τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου ως:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{N} b_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^{M} a_i z^{-i}}, \tag{9}$$

μέσω της οποίας και προκύπτουν οι πόλοι και τα μηδενικά του συστήματος, ως οι ρίζες των πολυωνύμων του παρονομαστή και του αριθμητή αντίστοιχα.

3.1 Σχεδίαση Ζωνοπερατών Φίλτρων

α) Σχεδιάστε, με χρήση Matlab, ένα φίλτρο με ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων στις θέσεις $0.51 \pm 0.68i$, και μηδενικά στις θέσεις $\{0.8, -1\}$. Δώστε ένα διάγραμμα πόλων - μηδενικών του συστήματος, με χρήση της συνάρτησης **zplane()**. Βρείτε τα διανύσματα συντελεστών $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ που αντιστοιχούν σε αυτό το φίλτρο με χρήση της συνάρτησης **zp2tf()**, χρησιμοποιώντας παράμετρο κέρδους $K = 0.15$.

β) Σχεδιάστε την απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου, με χρήση της συνάρτηση **freqz()** και σχολιάστε τα αποτελέσματα.

γ) Σχεδιάστε την κρουστική απόκριση του συστήματος (με χρήση της συνάρτησης **impz()**), καθώς και τη βηματική απόκριση (με χρήση της **stepz()**), χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση του φίλτρου που προήλθε από χρήση της **zp2tf()**.

δ) Μετακινήστε τους πόλους του συστήματος στις θέσεις $\{0.57 \pm 0.76i\}$, $\{0.6 \pm 0.8i\}$, και τέλος $\{0.63 \pm 0.84i\}$, διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους στις ίδιες τιμές με πριν. Σχεδιάστε, για κάθε περίπτωση, τη βηματική απόκριση του συστήματος, καθώς και την απόκριση πλάτους για τις πρώτες δύο περιπτώσεις. Τι παρατηρείτε; Αιτιολογήστε την απάντησή σας με χρήση των διαγραμμάτων πόλων-μηδενικών.

ε) Διεγείρετε το σύστημα του ερωτήματος α) χρησιμοποιώντας, ως είσοδο, το σήμα

$$x[n] = \sin(0.3\pi n) + \sin(0.7\pi n) \tag{10}$$

Για τη διέγερση του συστήματος, χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση **filter()**, που χρησιμοποιεί τα διανύσματα συντελεστών b, a. Σχεδιάστε το σήμα εξόδου με χρήση της εντολής **plot()**, στο ίδιο διάγραμμα με το σήμα εισόδου. Τι παρατηρείτε και πώς το εξηγείτε;

Υπόδειξη: Για να δημιουργήσετε τα επιμέρους ημιτονοειδή, χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση **gensig()**, η οποία δέχεται ως ορίσματα τον τύπο του παλμού (για ημιτονοειδή παλμό, **sin**), την περίοδό του, T, τη διάρκεια του σήματος (σε sec), και τη χρονική απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά δείγματα (επίσης σε sec) - εδώ, χρησιμοποιήστε διάρκεια σήματος $t = 100s$ και απόσταση διαδοχικών δειγμάτων $t = 1s$.

στ) Επαναλάβετε τα ερωτήματα α), β) για διπλούς συζυγείς πόλους στις θέσεις $0.68 \pm 0.51i$, διατηρώντας τα μηδενικά ως έχουν. Τι παρατηρείτε σχετικά με τη ζώνη διέλευσης του φίλτρου;

3.2 Εφαρμογή Φίλτρων σε Μουσικά Σήματα

α) Φορτώστε στο Matlab, με χρήση της εντολής **audioread()**, το αρχείο *viola_series.wav* με συχνότητα δειγματοληψίας 44.1 kHz. Σχεδιάστε και ακούστε το σήμα με χρήση των εντολών **plot()** και **sound()**.

β) Με χρήση της εντολής **fft()**, σχεδιάστε το μέτρο του φάσματος του σήματος σε γραμμική κλίμακα. Τι παρατηρείτε ως προς τη μορφή του;

γ) Φορτώστε, όπως και προηγουμένως, το σήμα viola_note.wav, σχεδιάστε το μέτρο του φάσματός του, με χρήση της εντολής **fft()**, σε γραμμική κλίμακα, και υπολογίστε τη θεμελιώδη συχνότητά του (σε Hz). Τι παρατηρείτε σχετικά με τη μορφή του φάσματος, καθώς και την εμφάνιση αρμονικών υψηλότερης τάξης; Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας σε σχέση με τον DFT που σχεδιάσατε στο ερώτημα β).

Υπόδειξη: Για να υπολογίσετε απευθείας τη συχνότητα του σήματος από το φάσμα που σχεδιάσατε, μπορείτε να πάρετε αριθμό σημείων DFT ίσο με τη συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων.

δ) Υλοποιήστε ένα ζωνοπερατό φίλτρο, με στόχο να απομονώσετε τη 2η αρμονική του σήματος, ρυθμίζοντας κατάλληλα την παράμετρο K ώστε το κέρδος του φίλτρου να ισούται με 0dB στην κεντρική του συχνότητα. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για την 3η αρμονική. Σχεδιάστε τα φάσματα των προκύπτοντων σημάτων στο πεδίο της συχνότητας, καθώς και ένα απόσπασμά τους στο πεδίο του χρόνου. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε όσα είδατε στο **Μέρος 3.1.** τόσο σχετικά με τη σχέση της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου με τη φάση των πόλων, όσο και τη σχέση του εύρους της ζώνης διέλευσης του φίλτρου με το μέτρο τους.

4 Διαχωρισμός Μουσικών Νοτών

Τέλος, στο ερώτημα αυτό θα χρησιμοποιήσετε όσα είδατε στο προηγούμενο μέρος σχετικά με τη μορφή του φάσματος των μουσικών σημάτων (Μέρος 3.2) και τη σχεδίαση ζωνοπερατών φίλτρων (Μέρος 3.1) προκειμένου να αποσυνθέσετε ένα μουσικό σήμα στις επιμέρους νότες που το αποτελούν.

α) Φορτώστε στο Matlab το σήμα mixture.wav, το οποίο και έχει προκύψει από υπέρθεση δύο νοτών μεταξύ τους, με θεμελιώδεις συχνότητες 350 και 440 Hz αντίστοιχα και έχει δειγματοληπτηθεί σε συχνότητα 16000 Hz. Ακούστε το σήμα με χρήση της εντολής **sound()**, και πλοτάρετε το συνολικό του φάσμα με χρήση της εντολής **fft()**. Τι παρατηρείτε;

β) Υπολογίστε και καταγράψτε τις αναλογικές συχνότητες (σε Hz) που αναμένετε να αντιστοιχούν στις αρμονικές μέχρι και 5ης τάξης, καθώς και τις αντίστοιχες συχνότητες κανονικοποιημένες στο εύρος $[0, 2\pi]$, για τη καθεμία από τις δύο νότες.

γ) Στο ερώτημα αυτό, θα επιχειρήσετε να συνθέσετε τις δύο νότες που περιέχονται στο σήμα mixture.wav. Για το σκοπό αυτό, θα υλοποιήσετε για κάθε αρμονική κατάλληλο ζωνοπερατό φίλτρο, με κέρδος ζώνης διέλευσης ίσο με 0 dB, και θα φιλτράρετε με αυτό το αρχικό σήμα για να την απομονώσετε. Στη συνέχεια, προσθέστε τις επιμέρους αρμονικές που αντιστοιχούν σε κάθε νότα προκειμένου να την ανακατασκευάσετε.

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε τις κανονικοποιημένες συχνότητες εμφάνισης για την κάθε αρμονική, όπως τις υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

δ) Αξιολογήστε τα αποτελέσματα του αλγορίθμου σας τόσο εποπτικά, όσο και ακουστικά. Χρησιμοποιήστε εδώ και τα πηγιαία σήματα flute_acoustic_002-069-025.wav, reed_acoustic_037-065-075.wav, τα οποία δίνονται στο συμπληρωματικό υλικό της άσκησης, και αντιπαραβάλλετε ένα απόσπασμα της κάθε νότας με το αντίστοιχο απόσπασμα των απομονωμένων σημάτων. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

ε) Επιχειρήστε να επαναλάβετε τη διαδικασία αυτή για το σήμα mixture2.wav (συχνότητα δειγματοληψίας: 16kHz), το οποίο και αποτελείται από τα πηγιαία σήματα flute_acoustic_002-069-025.wav και reed_acoustic_037-057-127.wav, με θεμελιώδεις συχνότητες 440 και 220 Hz αντίστοιχα. Τι παρατηρείτε και που οφείλεται;