SU Année 2023-2024	XAI - TME 4	M2 DAC

Théorie des sous-ensembles flous et logique floue

L'objectif du TME est d'implémenter quelques outils de manipulation, ensemblistes ou logiques, des sous-ensembles flous (sef).

Représentation des sous-ensembles flous

On considère des sous-ensembles flous définis sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ (ou sur un sous-ensemble de $\mathbb{R}$) et dont les fonctions d'appartenance sont linéaires par morceaux, données par la liste de leurs points d'inflexion, sous la forme $(x, f_A(x))$. Ainsi,

- un sef triangulaire : par exemple (1, 0) (4,1) (6, 0)
- un sef trapézoïdal : par exemple (1, 0) (4, 1) (6, 1) (8, 0)
- un sef quelconque : par exemple (1, 0) (4, 1) (6, 0.6) (7, 0.3) (9, 1) (10, 0.5) (15, 0)

Une représentation interne des sefs par discrétisation, selon un pas fixé, sur un univers dont les bornes sont fixées peut être utile pour les fonctionnalités demandées.

Opérations de base

1. Ecrire la fonction permettant de calculer le degré d'appartenance de tout point de l'univers à un sous-ensemble flou.
2. Ecrire une fonction de visualisation qui permet de tracer plusieurs sous-ensembles flous donnés sur un intervalle de $\mathbb{R}$ donné.

Opérations ensemblistes

1. Ecrire une fonction qui construit le complémentaire d'un sef fourni en argument.
2. Définir deux classes, permettant de représenter respectivement des t-normes et des t-conormes, et implémenter plusieurs exemples de chacune.
3. Définir les fonctions d'intersection et d'union : étant donné un intervalle de $\mathbb{R}$, deux sous-ensembles flous A et B et une t-norme (respectivement t-conorme), elles doivent respectivement renvoyer le sous-ensemble flou $A \cap B$ (respectivement $A \cup B$), obtenu après discrétisation de l'univers considéré.
4. Représenter les résultats de $A \cap A^c$ et $A \cup A^c$ pour plusieurs sous-ensembles flous choisis et plusieurs t-normes et conormes et observer la préservation/l'abandon des propriétés de non-contradiction et de tiers exclu.

Principe d'extension

1. Définir une classe permettant de représenter une fonction mathématique φ considérée pour l'extension. Elle doit contenir une fonction `calcule` qui, pour une valeur réelle donnée, rend son image par la fonction, ainsi que la fonction `antecedent` qui, pour une valeur réelle donnée, rend la liste de ses antécédents. Cette liste peut être vide.
2. Définir une fonction `extension` qui, pour un sous-ensemble flou A et une fonction φ donnés, calcule l'image floue de A par φ.

Opérations logiques

1. Définir une fonction qui, étant donné deux sous-ensembles flous, A, B, une valeur x_0, une fonction d'implication F et une t-norme associée renvoie le sous-ensemble flou B' résultat de l'application du Modus Ponens Généralisé à la règle $A \longrightarrow B$ et à l'observation précise x_0.
2. Pour aller plus loin : écrire une fonction implémentant un MPG dans le cas général, qui considère en entrée non pas une observation précise, mais une observation floue A'.