XAI
eXplainable Artificial Intelligence
IA explicable

Cours 5 - mardi 17 octobre 2023

Marie-Jeanne Lesot
Christophe Marsala
Jean-Noël Vittaut
Gauvain Bourgne

LIP6, Sorbonne Université

Au programme du jour

- 1. Logique floue
  - valeurs de vérité
  - conjonction, disjonction, implication
  - raisonnement : Modus Ponens Généralisé
- 2. Interrogation flexible de bases de données

Le raisonnement naturel

- Connaissances imparfaites
  - règles **imprécises**
    - si vitesse **élevée** et obstacle **proche** alors freiner **fort**
    - et non : si $v \geq 42.0$ km/h et $d \leq 31.58$m alors $f = 9.6$N
  - connaissances **incertaines**
    - il est à **peu près sûr** que le métro arrive dans 2 mn
    - et non : la probabilité que le métro arrive dans 2 mn est 0.742
- Faits **ne correspondant pas** tout à fait aux règles
  - si le livre vaut moins de 10 euros, alors l'acheter
  - mais le livre vaut 10.25 euros
- Raisonner avec des **connaissances imprécises et incertaines**
  - la vérité des propositions n'est souvent pas **binaire**
  - $\Longrightarrow$ **plus ou moins vrai**, plus ou moins faux

Principe de la logique floue

- Structure $M = \langle \mathcal{D}, \bullet^M \rangle$, $\mathcal{D} = |M|$
  - **sens d'un prédicat :** P^M **sous-ensemble flou** de $\mathcal{D} \times \dots \mathcal{D}$ défini par sa fonction d'appartenance

$$P^M : \mathcal{D} \times \dots \mathcal{D} \longrightarrow \mathbf{[0,\ 1]}$$

- **Valeur de vérité** de F : $[F]_v^M \in [0, 1]$
  - formule atomique
    si $F = P(t_1, \dots t_n)$, alors $[F]_v^M = P^M([t_1]_v^M, \dots, [t_n]_v^M)$
  - formule avec connecteur : utilisation des **opérateurs flous**
    si $F = F_1 \oplus F_2$, alors $[F]_v^M = op_\oplus([F_1]_v^M, [F_2]_v^M)$
  - formule avec quantificateur:
    utilisation du sup pour $\exists$
    du inf pour $\forall$

Opérateurs flous : problème considéré

- Logique classique :

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \longrightarrow q$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1

- **En logique floue, comment évaluer ??**

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \longrightarrow q$
0.8	0.9	??	??	??	??
0.8	0.1	??	??	??	??
α	β	??	??	??	??

Opérateurs flous

- Etant donné
  - une t-norme $\top$ et une t-conorme $\perp$ duales
- Négation : $[\neg F]^M = 1 - [F]^M$
- Conjonction : $[F \wedge G]^M = \top([F]^M, [G]^M)$
- Disjonction : $[F \vee G]^M = \perp([F]^M, [G]^M)$
- Implication : $[F \rightarrow G]^M = op_{\rightarrow}([F]^M, [G]^M)$
  - pleins de variations !

Classes d'implications floues

- **Trois classes** principales : selon l'interprétation de $F \longrightarrow G$
  1. $\neg F \vee G$ — on note $u = [F]^M$ et $v = [G]^M$
     - Łukasiewicz : $op_{\rightarrow L}(u, v) = \min(1 - u + v, 1)$
     - Kleene-Dienes : $op_{\rightarrow KD}(u, v) = \max(1 - u, v)$
     - Reichenbach : $op_{\rightarrow R}(u, v) = 1 - u + u \cdot v$
  2. $\neg F \vee (F \wedge G)$
     - Willmott : $op_{\rightarrow W}(u, v) = \max(1 - u, \min(u, v))$
  3. $[F]^M \leq [G]^M$
     - Brouwer-Gödel : $op_{\rightarrow BG}(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \leq v \\ v & \text{sinon} \end{cases}$
     - Goguen : $op_{\rightarrow G}(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u = 0 \\ \min(\frac{v}{u}, 1) & \text{sinon} \end{cases}$
     - Rescher-Gaines : $op_{\rightarrow RG}(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \leq v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Au programme du jour

- 1. La théorie des sous-ensembles flous
  - fonction d'appartenance et éléments caractéristiques
  - opérations ensemblistes
  - principe d'extension
- 2. Logique floue
  - valeurs de vérité
  - conjonction, disjonction, implication
  - **raisonnement : Modus Ponens Généralisé**

Principe et puissance

- Modus Ponens classique

implication	:	si V est A	alors	U est B
observation	:	V est A		
conclusion	:			U est B

- Généralisation : l'observation n'est **pas exactement** la prémisse

implication	:	si V est A	alors	U est B
observation	:	V est A'		
conclusion	:			U est **??**

$\Longrightarrow$ on peut déclencher la règle quand même !

Formellement

implication	:	si V est A	alors	U est B
observation	:	V est A'		
conclusion	:			U est **??**

- Connaissant
  - f_A, f_B et l'implication $op_\rightarrow$ entre A et B
  - $f_{A'}$ l'observation
- **Déduire** $f_{B'}$: pour tout $y \in X_U$

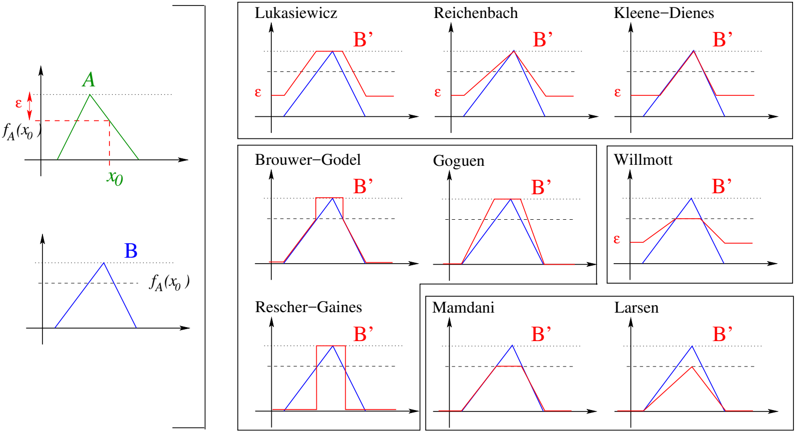
$$f_{B'}(y) = \sup_{x \in X_V} \top_{op}\big(f_{A'}(x), op_\rightarrow(f_A(x), f_B(y))\big)$$

  - $\top_{op}$ choisi en fonction de $op_\rightarrow$
    pour garantir la compatibilité dans le cas crisp
    (cf formulaire)

TD sur le MPG

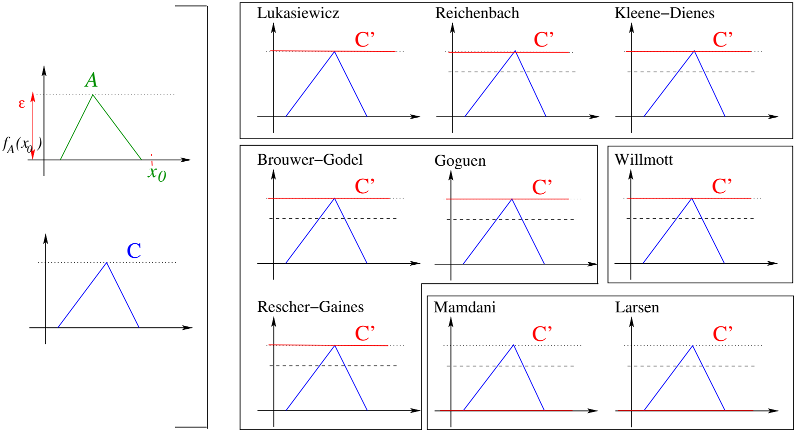
- voir feuille jointe

Exemples : cas d'observation précise



Exemples : cas d'observation précise

- En dehors de la prémisse : $f_A(x_0) = 0$



Exemples : cas d'observation précise

- Complètement dans la prémisse : $f_A(x_0) = 1$