

Logique floue

Exercice 1 Observation précise

On considère $X_U = X_V = \mathbb{R}$, deux sous-ensembles flous A et B triangulaires normalisés de points d'inflexion respectifs $(1, 2, 4)$ et $(3, 5, 6)$.

1. Calculer analytiquement la fonction d'appartenance de B' obtenu par MPG avec la règle $A \longrightarrow B$ dans le cas où A' est une observation précise x_0 .
2. Instancier $f_{B'}$ pour le cas des implications floues de Łukasiewicz, Kleene-Dienes et Brouwer-Gödel.
3. Représenter graphiquement les résultats obtenus dans le cas où $x_0 = 2.5, 3, 3.5, 6$ et 2 .

Exercice 2 Implication floue de Kleene-Dienes

On considère les 2 règles floues R_1 et R_2 données ci-dessous permettant de reconnaître le type de saké¹ en fonction de sa température.

R_1 : si le saké est *froid* alors Hiya

R_2 : si le saké à *environ 50°* alors Atsukan

Les sous-ensembles flous sont définis sur l'univers $X = [0, 100]$ des températures (en degrés Celsius), et sur l'univers discret $Y = \{a, h\}$ pour le type de saké (a pour “atsukan” et h pour “hiya”).

On considère les deux observations suivantes :

F_1 : Le saké est à *exactement 13°*

F_2 : Le saké est à *environ 49.5°*

Les sous-ensembles flous dont il est question sont définis dans la figure 1. Le sous-ensemble flou “environ x degrés” est donné de façon générique.

Pour chacune des questions suivantes, il est demandé de justifier la réponse fournie.

1. Pour mettre en œuvre le modus ponens généralisé, on choisit l'implication floue de Kleene-Dienes. Donner l'opérateur de modus ponens généralisé qui doit être utilisé dans ce cas. Pourquoi est-il important d'utiliser alors cet opérateur-là en particulier ?
2. Donner l'expression générale du sous-ensemble flou B' obtenu par la règle R_1 pour une observation A' de fonction d'appartenance $f_{A'}$.
3. Donner la conclusion que l'on peut déduire de la règle R_1 avec l'observation F_1 .
4. Donner la conclusion que l'on peut déduire de la règle R_1 avec l'observation F_2 .
5. Donner la conclusion que l'on peut déduire de la règle R_2 avec l'observation F_1 .

Exercice 3 Implication floue de Goguen

On considère les règles floues suivantes :

R_1 : si la durée du trajet est *courte*, alors arrivée à l'heure

R_2 : si la durée du trajet est *normale*, alors arrivée à l'heure avec une certitude de 0.75

La durée du trajet est définie sur l'univers $X = [0, 30]$, la conclusion des règles est définie sur l'univers discret $Y = \{h, r\}$ (on note h pour “arrivée à l'heure” et r pour “arrivée en retard”). Les sous-ensembles flous “*courte*” et “*normale*” de l'univers X sont donnés dans la figure 2.

Pour mettre en œuvre le modus ponens généralisé avec ces règles floues, on choisit d'utiliser l'implication floue de Goguen et l'opérateur de MPG de Łukasiewicz.

1. Donner l'expression générale du sous-ensemble flou B' obtenu par la règle R_1 pour une observation A' de fonction d'appartenance $f_{A'}$.

1. On rappelle que l'abus d'alcool est dangereux pour la santé.

2. Même question pour la règle R_2 .
3. La durée du trajet est de 11 minutes, quelle conclusion peut-on tirer de l'application des règles R_1 et R_2 ?
4. Si la durée du trajet est de 14 minutes avec une certitude 0.8, quelle conclusion peut-on tirer en utilisant la règle R_2 ?

Exercice 4 Implication floue de Kleenes-Dienes

Un ingénieur recrute un étudiant par l'intermédiaire des règles suivantes :

R1 Si la note obtenue est *bonne*, alors la candidature est envisageable,

R2 Si la candidature est envisageable et l'université est SU, alors l'étudiant est convoqué.

"bonne note" est définie sur l'univers des notes comme indiqué que la figure 3 ; "SU", "envisageable" et "convoqué" sont respectivement définis sur les univers $U = \{su, a\}$, où su représente "SU" et a les autres universités, $V = \{e, ne\}$, où e représente "envisageable" et ne "non envisageable", et $W = \{c, nc\}$, où c représente "convoqué" et nc "non convoqué".

On utilise l'implication de Kleenes-Dienes.

1. Quel opérateur de modus ponens peut-on utiliser ?
2. Clodomir est diplômé de SU avec une certitude 0.8 et sa note est 13. Par quel sous-ensemble flou peut-on le caractériser ? Quelle conclusion obtient-on sur le fait qu'il sera convoqué, en utilisant R1 et R2 ?
3. Gondebaud est diplômé de SU et sa note est excellente (décrite par le sous-ensemble flou représenté sur la figure 3). Mêmes questions qu'en 2.

Exercice 5 Implication floue de Kleenes-Dienes

Pour évaluer la saison dans laquelle on se trouve, il est possible d'utiliser la durée d'ensoleillement d'une journée en utilisant par exemple les 2 règles floues R_1 et R_2 ci-dessous.

R_1 : si la durée du jour est d'environ 9h alors c'est l'automne ou l'hiver

R_2 : si la durée du jour est d'environ 14h30 alors c'est l'été

Les sous-ensembles flous sont définis sur l'univers $X = [0, 24]$ pour la durée du jour en heures, et sur l'univers discret $Y = \{h, p, e, a\}$ pour les 4 saisons. (h pour "hiver", p pour "printemps", etc.).

On considère les deux observations suivantes :

F_1 : la durée du jour est d'exactement 8.5 heures

F_2 : la durée du jour est autour de 14h30

Les sous-ensembles flous dont il est question sont définis dans la figure 4.

Pour utiliser les règles à l'aide du modus ponens généralisé, on choisit l'implication floue de Kleene-Dienes.

Pour chacune des questions suivantes, il est demandé de justifier la réponse fournie. Pour les conclusions des règles, la solution doit être exprimée analytiquement et graphiquement.

1. Quel opérateur de Modus Ponens Généralisé doit être utilisé dans ce cas ?
2. Donner l'expression générale pour tout $y \in Y$ de $f_{B'}(y)$, le sous-ensemble flou B' obtenu pour une observation A' de fonction d'appartenance $f_{A'}$ pour la règle R_1 .
3. Donner la conclusion que l'on peut déduire de la règle R_1 avec l'observation F_1 .
4. Donner la conclusion que l'on peut déduire de la règle R_2 avec l'observation F_2 .

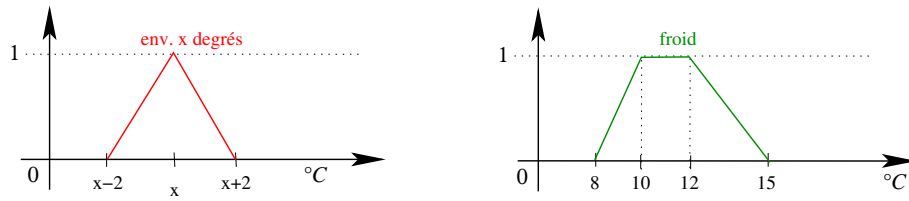


FIGURE 1 – Températures du saké, pour l'exercice 2

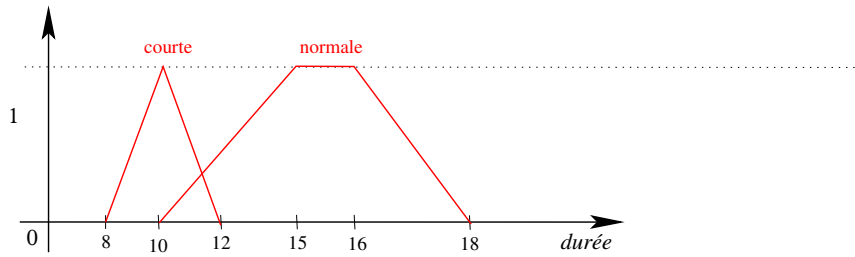


FIGURE 2 – Durée du trajet, pour l'exercice 3

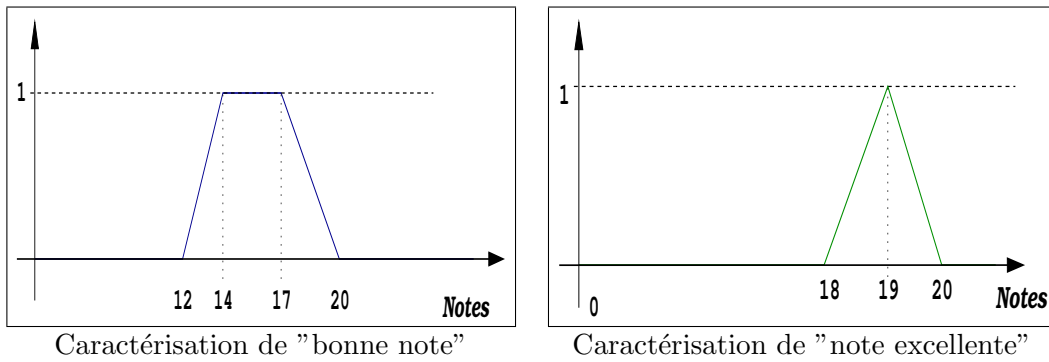


FIGURE 3 – Notes bonne et excellente, pour l'exercice 4

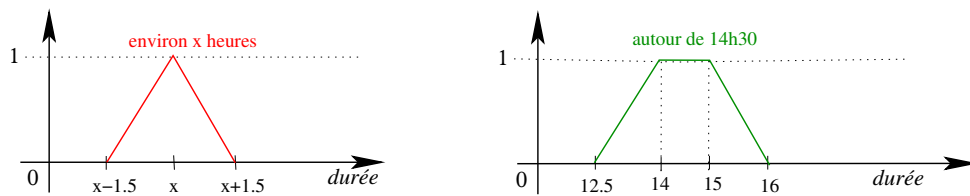


FIGURE 4 – Durée du jour, pour l'exercice 5