

习题 11

11.1 设论域 $U = \{x_1, x_2, x_3\}$ 在 U 定义模糊集 $A = \frac{0.9}{x_1} + \frac{0.5}{x_2} + \frac{0.1}{x_3}$ 表示“质量好”，

$B = \frac{0.1}{x_1} + \frac{0.2}{x_2} + \frac{0.9}{x_3}$ 表示“质量差”，

①写出模糊集“质量不好”的表达式

②分析“质量好”与“质量差”是否为相同的模糊集

解：① $\sim A = \frac{0.1}{x_1} + \frac{0.5}{x_2} + \frac{0.9}{x_3}$

②很明显 $\sim A \neq B$ ，所以“质量不好”与“质量差”不是相同的模糊集。

11.2 已知 $R = \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.5 \\ 0.2 & 1 & 0.8 \\ 0.5 & 0.8 & 1 \end{pmatrix}$,

①证明： R 不是等价的模糊关系

②将 R 改造成等价的模糊关系

解：①首先 $I \leq R$ ，说明 R 满足自反性；其次 $(R)^T = R$ ，说明 R 满足对称性；

但是 $(R)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.8 \\ 0.5 & 0.8 & 1 \end{pmatrix} > R$ ，不满足传递性。

②在第①问中，我们已经计算了 $(R)^2$ ，现在需要计算 $(R)^4$ ，看 $(R)^4$ 是否等于 $(R)^2$ ，等于就终止计算得到等价的模糊关系，要是不相等就一次继续计算 $(R)^8$ ， $(R)^{16}$ ，...，直到

$(R)^{2^{n-1}} = (R)^{2^n}$ 。经计算 $(R)^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.8 \\ 0.5 & 0.8 & 1 \end{pmatrix} = (R)^2$ ，故 $(R)^2$ 即为所求。

11.3 证明结合律： $R \bullet (Q \bullet S) = (R \bullet Q) \bullet S$

解：证明略。

11.4 A_1 表示“不热”， A_2 表示“不冷”，且隶属函数分别是

$$A_1 = \begin{cases} 1 & x \leq 15 \\ [1 + (\frac{x-15}{10})^4]^{-1} & x > 15 \end{cases}, A_2 = \begin{cases} 0 & x \leq 10 \\ [1 + (\frac{x-10}{2})^2]^{-1} & x > 10 \end{cases}$$

- ①写出“舒适”的隶属函数
- ②识别 $x = 20^\circ$ ，最可能属于哪一类型？
- 解：

①舒适的隶属函数是 $(A_1 \wedge A_2)(x) = A_1(x) \wedge A_2(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 10 \\ [1+(\frac{x-10}{2})^2]^{-1} & x > 10 \end{cases}$

②当 $x = 20$ 时， $A_1(20) = \frac{16}{17}, A_2(20) = \frac{1}{26}, (A_1 \wedge A_2)(20) = \frac{1}{26}$

当温度为 20° 时，气温属于“不冷”状态

11.5 茶叶质量分类如表 11.1 所示：论域为“茶叶”，标准有 5 种，待识别茶叶为 B ，反映茶叶质量的 6 个指标为：条索，色泽，净度，汤色，香气，滋味，确定 B 属于哪种茶。

表 11.1 茶叶质量分类表

质量 指标	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	B
条索	0.5	0.3	0.2	0	0	0.4
色泽	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2
净度	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1
汤色	0.6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.4
香气	0.5	0.2	0.1	0.1	0.1	0.5
滋味	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1	0.3

解：

$$\sigma(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{\sum_{i=1}^n \min(A(x_i), B(x_i))}{\sum_{i=1}^n \max(A(x_i), B(x_i))}$$

计算得 $\sigma(A_1, B) = 0.70$

$\sigma(A_2, B) = 0.55$

$\sigma(A_3, B) = 0.45$

$\sigma(A_4, B) = 0.25$

$\sigma(A_5, B) = 0.26$

故茶叶 B 为 A_1 型茶叶。