

## 习题 9

9.1 感知器的一个基本缺陷是不能执行异或（XOR）函数。解释造成这个局限的原因。

解：感知器由两层神经元组成，其中只包括一层 M-P 功能神经元，只能产生一个线性超平面。而异或函数是非线性可分问题，可考虑异或函数的函数图像，会发现仅由一个线性超平面无法将输出结果分开，感知器的学习过程不会收敛，因此感知器不能执行异或函数。

9.2 试用单个感知器神经元完成下列分类，写出其训练的迭代过程，画出最终的分类示意图。已知

$$\left\{P_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, t_1 = 1\right\}; \left\{P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, t_2 = 1\right\}; \left\{P_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, t_3 = 0\right\}; \left\{P_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, t_4 = 0\right\}$$

解：

第一次迭代： $W=[0, 0]$ ， $b=0$ ；

第二次迭代： $W=[0, 0]$ ， $b=0$ ；

第三次迭代： $W=[0, 2]$ ， $b=-1$ ；

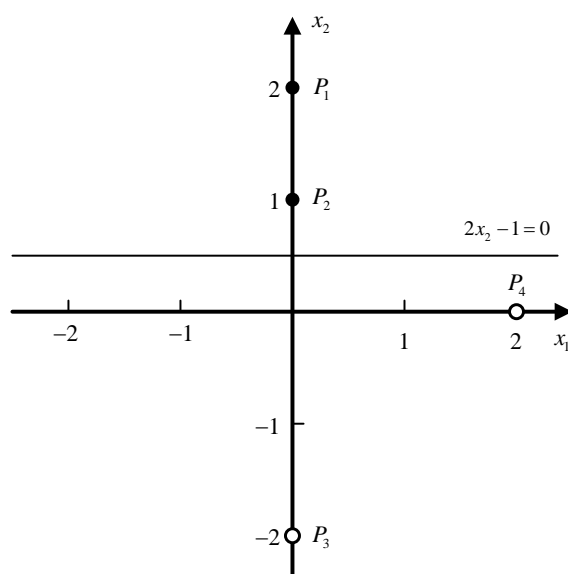
第四次迭代： $W=[0, 2]$ ， $b=-1$ ；

第五次迭代： $W=[0, 2]$ ， $b=-1$ ；

第六次迭代： $W=[0, 2]$ ， $b=-1$ ；

边界方程： $2x_2 - 1 = 0$

分类示意图



9.3 简述 BP 神经网络的基本学习算法。

解：略。

9.4 编写计算机程序，实现 BP 神经网络对 26 个英文字母的识别，通过实验给出网络的识别出错率。

解：略。

9.5 利用下述输入模式训练竞争网络：

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(1) 使用 SOM 学习规则，其中学习率初值  $\eta_0=0.5$ ，试将输入模式训练一遍（即每个输入按给定顺序提交一次）。假设初始权值矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

(2) 训练一遍输入模式之后，模式如何聚类？（即哪些输入模式被归入同一类中？）如果输入模式以不同顺序提交，结果会改变吗？解释其原因。

(3) 用  $\eta_0=0.5$  重复 (1)。这种改变对训练有何影响？

解：(1) 竞争层两个神经元，权值向量分别为

$$W_1(0)=[\sqrt{2},0], \quad W_2(0)=[0,\sqrt{2}]。$$

归一化：

$P_i$  与  $W_j$  分别除以各自的二范数，可得：

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.707 \\ -0.707 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.707 \\ 0.707 \end{bmatrix}, \quad P_3 = \begin{bmatrix} -0.707 \\ -0.707 \end{bmatrix}$$

$$W_1(0)=[1,0], \quad W_2(0)=[0,1]$$

输入  $P_1$ ：

$$\|P_1^T - W_1(0)\| = \sqrt{(0.707-1)^2 + (-0.707-0)^2} = 0.765$$

$$\|P_1^T - W_2(0)\| = 1.848$$

$$\|P_1^T - W_1(0)\| < \|P_1^T - W_2(0)\| \quad \text{神经元 1 获胜，} W_1 \text{ 调整。}$$

$$W_1(1) = W_1(0) + \eta_0(P_1^T - W_1(0)) = [1.854, -0.354]$$

$$W_2(1) = W_2(0) = [0,1]$$

输入  $P_2$ ：

由相同计算步骤可知，更新神经元 2。

$$W_1(2) = [1.854, -0.354]$$

$$W_2(2) = [0.354, 1.854]$$

输入  $P_3$ ：

由相同计算步骤可知，更新神经元 1。

$$W_1(3) = [2.427, -0.884]$$

$$W_2(3) = [0.354, 1.854]$$

(2) 训练一遍输入模式之后，计算各输入模式到竞争层节点的距离，找出各输入模式

距离最小的竞争层节点，有相同竞争层节点的为一个聚类。通过计算可知， $P_1$  为一类， $P_2$  和  $P_3$  为一类。

$$\|P_1^T - W_1(3)\| = 1.729, \quad \|P_1^T - W_2(3)\| = 2.585$$

$$\|P_2^T - W_1(3)\| = 2.343, \quad \|P_2^T - W_2(3)\| = 1.200$$

$$\|P_3^T - W_1(3)\| = 3.139, \quad \|P_3^T - W_2(3)\| = 2.771$$

数据的输入顺序会影响甚至决定了输出的结果，数据量少时尤为明显。由于 SOM 算法会根据不同的输入模式到竞争层节点的距离调整哪个竞争层节点的权值，那么不同的输入顺序会影响竞争层节点权值的调整，产生不同的模式，从而影响 SOM 的最终聚类输出。因此使用 SOM 算法的最佳实践是将输入模式顺序随机化。

(3) 重复 (1) 改变竞争层节点权值，使权值向更稳定的方向改变。

9.6 简述离散 Hopfield 网络的学习算法。

解：略。

9.7 试用脉冲耦合神经网络对图像进行分割。

解：略。