习题12

12.1 解释群智能优化算法的特点。

解：略。

12.2 常见的群智能优化算法有哪些。

解：略。

12.3 解释“蚁周系统”（Ant-Cycle）模型、“蚁量系统”（Ant-Quantity）模型及“蚁密系统”（Ant-Density）模型。

解：略。

12.4 蚁群系统ACS（Ant Colony System）与基本蚁群算法的区别。

解：略。

12.5 粒子群算法有哪些主要参数。

解：1）种群规模 m

种群规模通常取 20-40，对于一些较难或特定类别的问题可以取到 100～200。

2）惯性权重 ω

惯性权重使粒子保持运动惯性，使其具有扩展搜索空间的趋势，有能力探索新的区域。

3）最大速度 $V_{\max}$

最大速度 $V_{\max}$ 决定当前位置与最好位置之间的区域的精度。如果太快，则粒子有可能越过极小点；如果太慢，则粒子不能在局部极小点之外进行足够的探索，会陷入到局部极值区域内。这种限制可以达到防止计算溢出、决定问题空间搜索的粒度的目的。

4）最大代数 $G_{\max}$

最大代数 $G_{\max}$ 根据工程应用实际情况决定。

5）学习因子 c_1、c_2

12.6 粒子群算法的更新规则。

解；位置向量公式：$x_j^i(k+1)=x_j^i(k)+v_j^i(k+1)$

速度向量公式：

$$v_j^i(k+1)=\omega(k)v_j^i(k)+c_1 rand(0,a_1)\left(p_j^i(k)-x_j^i(k)\right)+c_2 rand(0,a_2)\left(p_j^g(k)-x_j^i(k)\right)$$

12.7 已知函数 $y=f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2$，其中 $-10\le x_1,x_2\le 10$，用粒子群优化算法求解 y 的最小值。

解：初始化。假设种群大小是 N=3；在搜索空间中随机初始化每个解的速度和位置，计算适应函数值，并且得到粒子的历史最优位置和群体的全局最优位置：

$$p_1=\begin{cases}v_1=(3,2)\\x_1=(8,-5)\end{cases}\quad\begin{cases}f_1=8^2+(-5)^2=64+25=89\\\boldsymbol{pBest}_1=\boldsymbol{x}_1=(8,-5)\end{cases}$$

$$p_2=\begin{cases}v_2=(-3,-2)\\x_2=(-5,9)\end{cases}\quad\begin{cases}f_2=(-5)^2+9^2=25+81=106\\\boldsymbol{pBest}_2=\boldsymbol{x}_2=(-5,9)\end{cases}$$

$$p_3=\begin{cases}v_3=(5,3)\\x_3=(-7,-8)\end{cases}\quad\begin{cases}f_3=(-7)^2+(-8)^2=49+64=113\\\boldsymbol{pBest}_3=\boldsymbol{x}_3=(-7,-8)\end{cases}$$

$$\boldsymbol{gBest} = \boldsymbol{pBest}_1 = (8, -5)$$

粒子的速度和位置更新。根据自身的历史最优位置和全局的最优位置，更新每个粒子的速度和位置：

$$p_1 = \begin{cases} v_1 = \omega \times v_1 + c_1 \times r_1 \times (pBest_1 - x_1) + c_2 \times r_2 \times (gBest - x_1) \\ \Rightarrow v_1 = \begin{cases} 0.5 \times 3 + 0 + 0 = 1.5 \\ 0.5 \times 2 + 0 + 0 = 1 \end{cases} = (1.5, 1) \\ x_1 = x_1 + v_1 = (8, -5) + (1.5, 1) = (9.5, -4) \end{cases}$$

$$p_2 = \begin{cases} v_2 = \omega \times v_2 + c_1 \times r_1 \times (pBest_2 - x_2) + c_2 \times r_2 \times (gBest - x_2) \\ \Rightarrow v_2 = \begin{cases} 0.5 \times (-3) + 0 + 2 \times 0.3 \times (8 - (-5)) = 6.1 \\ 0.5 \times (-2) + 0 + 2 \times 0.1 \times ((-5) - 9) = 1.8 \end{cases} = (6.1, 1.8) \\ x_1 = x_1 + v_1 = (-5, 9) + (6.1, 1.8) = (1.1, 10.8) = (1.1, 10) \end{cases}$$

$$p_3 = \begin{cases} v_3 = \omega \times v_3 + c_1 \times r_1 \times (pBest_3 - x_3) + c_2 \times r_2 \times (gBest - x_3) \\ \Rightarrow v_3 = \begin{cases} 0.5 \times 5 + 0 + 2 \times 0.05 \times (8 - (-7)) = 3.5 \\ 0.5 \times 3 + 0 + 2 \times 0.8 \times ((-5) - (-8)) = 6.3 \end{cases} = (3.5, 6.3) \\ x_1 = x_1 + v_1 = (-7, -8) + (3.5, 6.3) = (-3.5, -1.7) \end{cases}$$

评估粒子的适应度函数值。更新粒子的历史最优位置和全局的最优位置：

$$f_1^* = 9.5^2 + (-4)^2 = 90.25 + 16 = 106.25 > f_1 = 89$$

$$\begin{cases} f_1 = 89 \\ \boldsymbol{pBest}_1 = (8, -5) \end{cases}$$

$$f_2^* = 1.1^2 + 10^2 = 1.21 + 100 = 101.21 < 106 = f_2$$

$$\begin{cases} f_2 = f_2^* = 101.21 \\ \boldsymbol{pBest}_2 = X_2 = (1.1, 10) \end{cases}$$

$$f_3^* = (-3.5)^2 + (-1.7)^2 = 12.25 + 2.89 = 15.14 < 113 = f_3$$

$$\begin{cases} f_3 = f_3^* = 15.14 \\ \boldsymbol{pBest}_3 = \boldsymbol{x}_3 = (-3.5, -1.7) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{gBest} = \boldsymbol{pBest}_3 = (-3.5, -1.7)$$