

### 习题 3

3.1 什么是推理、正向推理、反向推理？试列出常用的几种推理方式并列出每种推理方式的特点。

解：略。

3.2 在产生式系统中解决冲突的策略有哪些？

解：略。

3.3 判断下列公式是否为可合一，若可合一，则求出其最一般合一。

(1)  $P(a, b), P(x, y)$

(2)  $P(f(x), b), P(y, z)$

(3)  $P(f(x), y), P(y, f(b))$

(4)  $P(f(y), y, x), P(x, f(a), f(b))$

(5)  $P(x, y), P(y, x)$

解：(1) 可， $\sigma = \{a/x, b/y\}$ 。

(2) 可， $\sigma = \{y/f(x), b/z\}$ 。

(3) 可， $\sigma = \{f(b)/y, b/x\}$ 。

(4) 不可。

(5) 可， $\sigma = \{y/x\}$ 。

3.4 把下列谓词公式分别化为相应的子句集。

(1)  $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$

(2)  $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \vee Q(x, y) \rightarrow R(x, y))$

(3)  $(\forall x)\{(\forall y)P(x, y) \rightarrow \neg(\forall y)[Q(x, y) \rightarrow R(x, y)]\}$

(4)  $(\forall x)((\exists y)(A(x, y) \wedge B(y)) \rightarrow (\exists y)(C(y) \wedge D(x, y)))$

(5)  $\neg(\exists x)C(x) \rightarrow (\forall x)(\forall y)(A(x, y) \rightarrow \neg B(y))$

解：(1)  $\{\neg P(x, y) \vee Q(x, y)\}$

(2)  $\{P(x, f(x)) \vee \neg Q(x, f(x)) \vee R(x, f(x))\}$

(3)  $\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))$

$Q(x, g(x))$

$\neg P(g(x))$

(4)  $\neg A(x, y) \vee \neg B(y) \vee C(f(x, y))$

$\neg A(u, v) \vee \neg B(v) \vee D(u, f(u))$

(5)  $C(A) \vee (\neg A(x, y) \vee \neg B(y))$

3.5 用归结反演法证明下列公式的永真性。

(1)  $(\exists x)\{[P(x) \rightarrow P(A)] \wedge [P(x) \rightarrow P(B)]\}$

(2)  $(\forall x)\{P(x) \wedge [Q(A) \vee Q(B)]\} \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$

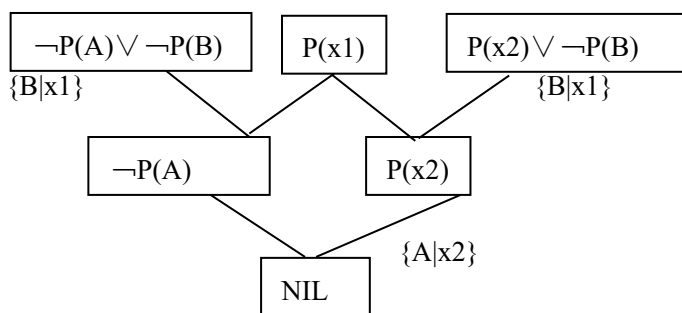
解：(1) 目标取反化子句集，得子句集：

$P(x1)$

$\neg P(A) \vee P\{x2\}$

$P(x3) \vee \neg P(B)$

$\neg P(A) \vee \neg P(B)$

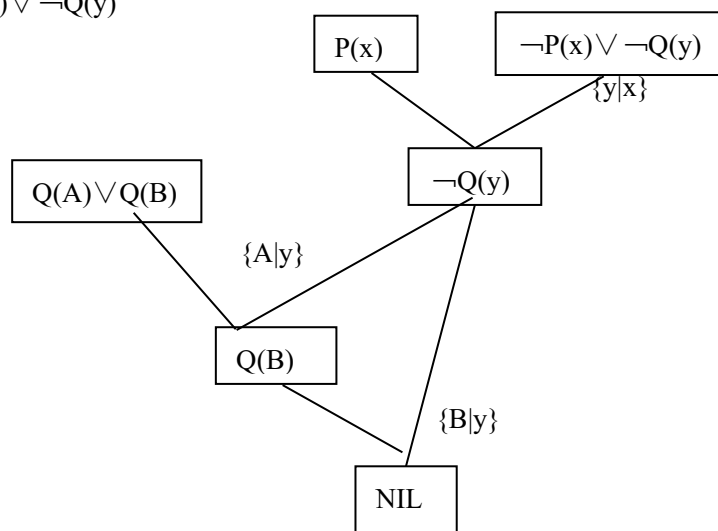


(2) 目标取反化子句集,得子句集:

$P(x)$

$Q(A) \vee Q(B)$

$\neg P(y) \vee \neg Q(y)$



3.6 设已知:

(1) 如果  $x$  是  $y$  的父亲,  $y$  是  $z$  的父亲, 则  $x$  是  $z$  的祖父;

(2) 每个人都有一个父亲;

使用归结演绎推理证明: 对于某人  $u$ , 一定存在一个人  $v$ ,  $v$  是  $u$  的祖父。

解: 定义谓词

$F(x, y)$ :  $x$  是  $y$  的父亲

$GF(x, z)$ :  $x$  是  $z$  的祖父

$P(x)$ :  $x$  是一个人

已知:

$F_1: (\forall x)(\forall y)(\forall z)(F(x, y) \wedge F(y, z) \rightarrow GF(x, z))$

$F_2: (\forall y)(P(y) \rightarrow F(x, y))$

求证:

$G: (\exists u)(\exists v)(P(u) \rightarrow GF(v, u))$

$F_1, F_2$  和  $\neg G$  化成子句集:

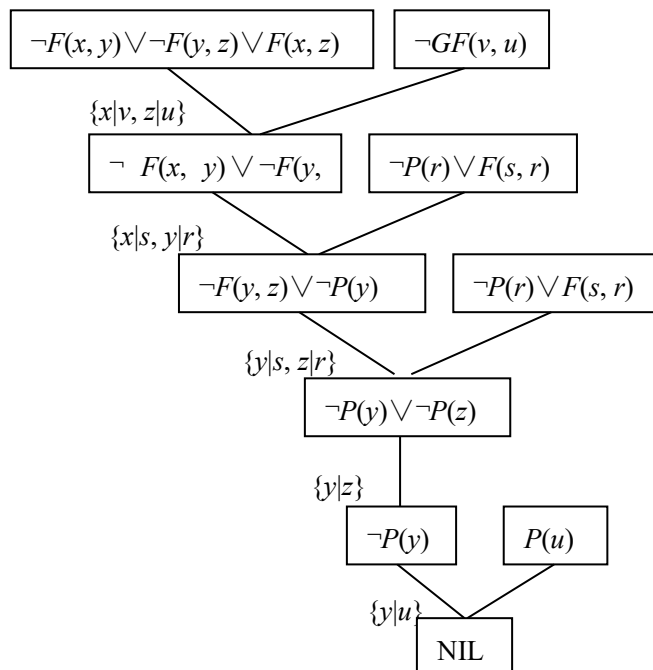
①  $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee GF(x, z)$

②  $\neg P(r) \vee F(s, r)$

③  $P(u)$

④  $\neg GF(v, u)$

对上述扩充的子句集，其归结推理过程如下：



得证。

3.7 判断下列子句集中哪些是不可满足的：

- (1)  $\{\neg P \vee Q, \neg Q, P, \neg P\}$
- (2)  $\{P \vee Q, \neg P \vee Q, P \vee \neg Q, \neg P \vee \neg Q\}$
- (3)  $\{P(y) \vee Q(y), \neg P(f(x)) \vee R(a)\}$
- (4)  $\{\neg P(x) \vee Q(x), \neg P(y) \vee R(y), P(a), S(a), \neg S(z) \vee \neg R(z)\}$
- (5)  $\{\neg P(x) \vee Q(f(x), a), \neg P(h(y)) \vee Q(f(h(y)), a) \vee \neg P(z)\}$
- (6)  $\{P(x) \vee Q(x) \vee R(x), \neg P(y) \vee R(y), \neg Q(a), \neg R(b)\}$

**解：**(1) 不可满足。

(2) 不可满足。

(3) 不是不可满足的。

(4) 不可满足。

(5) 不是不可满足的。

(6) 不可满足。

3.8 假设张被盗，公安局派出 5 个人去调查。案情分析时，调查员 A 说：“赵与钱中至少有一个人作案”，调查员 B 说：“钱与孙中至少有一个人作案”，调查员 C 说：“孙与李中至少有一个人作案”，调查员 D 说：“赵与孙中至少有一个人与此案无关”，调查员 E 说：“钱与李中至少有一个人与此案无关”。如果这 5 个调查员的话都是可信的，请使用归结演绎推理求出谁是盗窃犯。

**解：**(1) 先定义谓词和常量：设  $C(x)$  表示  $x$  作案，Z 表示赵，Q 表示钱，S 表示孙，L 表示李。

(2) 将已知事实用谓词公式表示出来：

赵与钱中至少有一个人作案： $C(Z) \vee C(Q)$

钱与孙中至少有一个人作案： $C(Q) \vee C(S)$

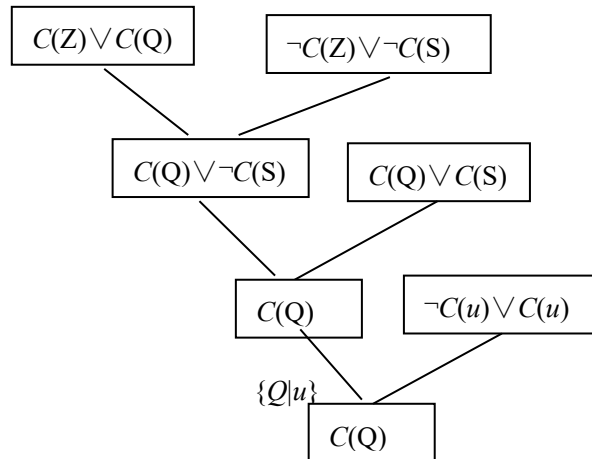
孙与李中至少有一个人作案： $C(S) \vee C(L)$

赵与孙中至少有一个人与此案无关： $\neg(C(Z) \wedge C(S))$ ，即  $\neg C(Z) \vee \neg C(S)$

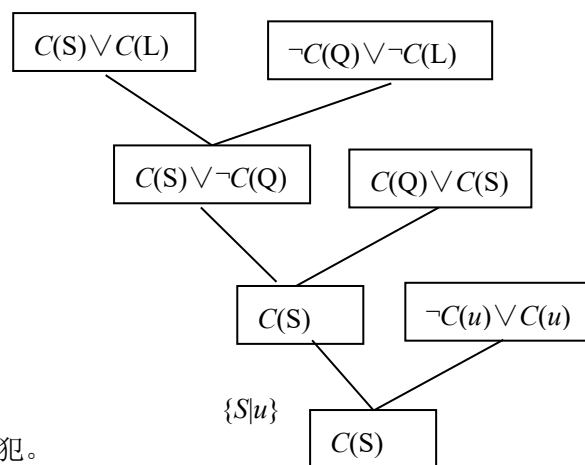
钱与李中至少有一个人与此案无关： $\neg(C(Q) \wedge C(L))$ ，即  $\neg C(Q) \vee \neg C(L)$

(3) 设作案者为  $u$ ，则要求的结论是  $C(u)$ 。将其与其否定取析取，得： $\neg C(u) \vee C(u)$

(4) 对上述扩充的子句集，按归结原理进行归结，其修改的证明树如下：



因此，钱是盗窃犯。实际上，本案的盗窃犯不止一人。根据归结原理还可以得出：



因此，孙也是盗窃犯。