Análisis de Complejidad

Por Ariel Parra.

La eficiencia de algoritmos consiste en el tiempo de ejecucion y la cantidad de recursos consumidos como la memoria.

Esta se puede medir en funcion de su eficiencia, el costo de escribirlo, leerlo y modificarlo.

Complejidad en el Tiempo

En la mayoria de algortimos el tiempo de ejecucion depende de la cantidad de elementos y no de su magnitud.

Por ejemplo: [1000000000,20000000000000,30000000000000] < [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]

Funcion de tiempo de ejecucion de un algoritmo con n entradas, T(n), esta funcion se expresa sin unidades.

Tal que n: numero de operaciones elementales echas por un algortimo.

Calculo por casos

Ejecucion del mejor de los casos: Es el numero de operaciones mas favorables en la ejecucion, la desventaja es que es muy optimista.

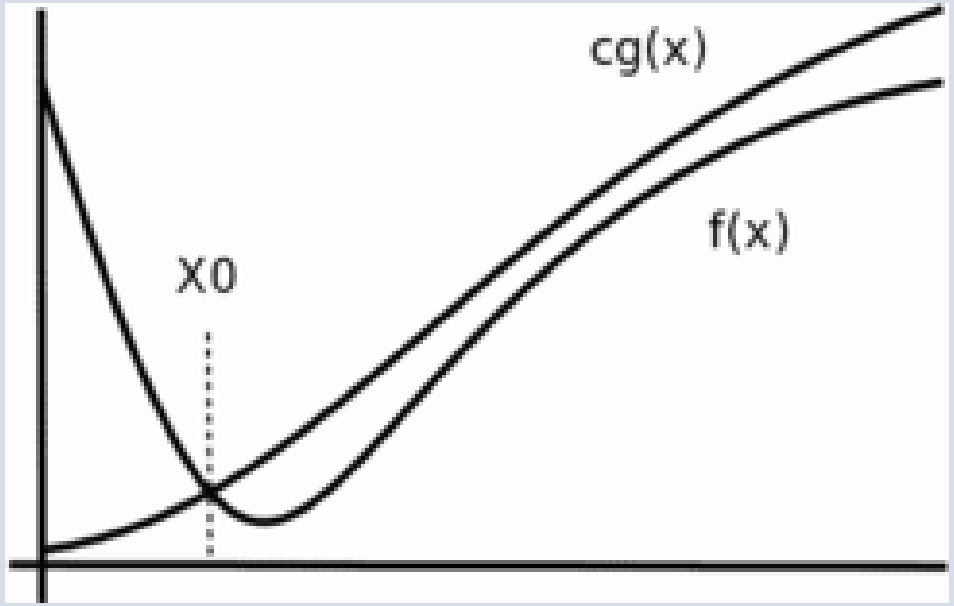
Ejecucion promedio: Utiliza la media de tiempos de la ejecucion del algortimo retornando la complejidad, la desventaja es que no siempre hay suficiente informacion para el calculo.

Ejecucion del peor de los casos: Es el mas recomendado ya que se contemplan todos los casos posinles al suponer el peor como el tiempo de ejecucion, para esto se usa la notacion de Big O.

Big O

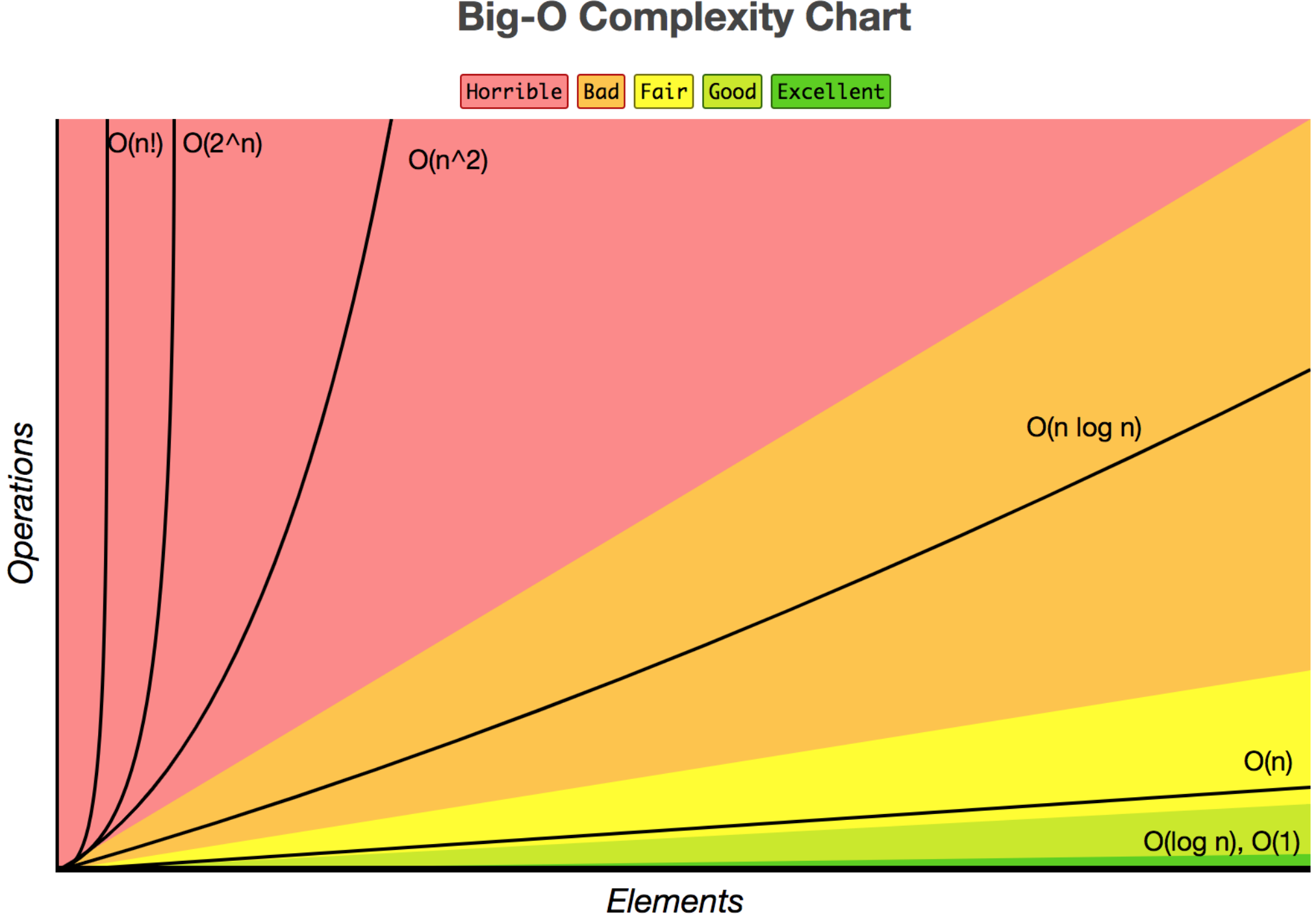
Cota superior asintótica

Define una cota superior o igual a la funcion del tiempo T(n) a partir de X0 tambien conocido como Xn la funcion del tiempo siempre sera igual a nuestra cota superior, en la imagen la cota superior seria cg(x) y f(x) representaria nuestra funcion de tiempo T(n). En palabras simples, definimos una funcion que siempre sera superior o igual a nuestra funcion del tiempo.



Analisis de algoritmos

notación	nombre
O(1)	constante
O(log n)	logarítmica
O(n)	lineal
O(n · log n)	lineal logarítmica o casi-lineal
O(n^2)	cuadrática
O(n^k)	potencial (k siendo cualquier constante)
O(k^n)	exponencial (k usualmente siendo 2 y n>1)
O(n!)	factorial


Big-O Complexity Chart
Horrible
Bad
Fair
Good
Excellent
O(n!)
O(2^n)
O(n^2)
O(n log n)
O(n)
O(log n), O(1)
Operations
Elements

Analisis de Complejidad por funcion

Para determinar la complejidad se suman las complejidades por cada linea o funcion y se simplifican al mayor exponente.

Ejemplo de complejidad O(1):

```
int n=1000;           //es O(1), ya que n ya esta declarada
if(n%2==0)            //O(1)
    cout<<"par";      //O(1)
else                  //O(1)
    cout<<"impar";    //O(1)
```

Complejidad = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = O(5) = O(1);

Ejemplo de complejidad O(n):

```
int n=0;                            // O(1)
cin>>n;                             // O(1)
for(int i=0;i<n;i++){               //es O(n) ya que n es el limite
    if(i%2==0)                      // O(n)
        cout<<i<<" es par";         // O(n)
    else                            // O(n)
        cout<<i<<" es impar";       // O(n)
}
```

Complejidad = 1 + 1 + n + n + n + n + n = O(2 + 5n) = O(n);

Otro ejemplo de complejidad O(n):

```
int n=0, j=0;                                   //O(1)
for(int i=0;i<n;i++){                           //O(n)
    if(i%2==0)                                  //O(n)
        cout<<i<<" es par";                     //O(n)
    else                                        //O(n)
        cout<<i<<" es impar";                   //O(n)
}
while(j<n){                                     //O(n)
    if(i%3==0)                                  //O(n)
        cout<<i<<" es mutliplo de 3";           //O(n)
    else                                        //O(n)
        cout<<i<<" no es multimplo d";          //O(n)
    j++;                                        //O(n)
}
```

Complejidad = 1 + n + n + ... + n = O(1+ 11n) = O(n)

Ejemplo de complejidad O(log(n)):

```
int n=0;                        //O(1)
cin>>n;                         //O(1)
for(int i=0;i<n;i*=2){          //O(log (n)) ya incrementa con multiplicaciones en lugar de sumas
    if(i%2==0)                  //O(log (n))
        cout<<i<<" es par";     //O(log (n))
    else                        //O(log (n))
        cout<<i<<" es impar"; //O(log (n))
}
```

Complejidad = 1 + 1 + log(n) + log(n) + log(n) + log(n) + log(n) = O(2 + 6log(n)) = O(log(n))

Ejemplo de complejidad O(n^2):

```
int n=0;                        //O(1)
cin>>n;                         //O(1)
for(int i=0;i<n;i++){           //O(n)
    for(int j=0;j<n;j++){ //O(n^2)
        cout<<i<<j<<endl; //O(n^2)
    }
}
```

Complejidad = 1 + 1 + n + n * n + n^2 = O(2 + n + 2n^2) = O(n^2)

Ejemplo de complejidad O(n^k):

```
int n=0;                                                                    //O(1)
cin>>n;                                                                     //O(1)
for(int i=0;i<n;i++){                                                       //O(n)
    for(int j=0;j<n;j++){                                                   //O(n^2)
        for(int ca=0;ca<n;ca++){                                            //O(n^3)
            for(int cb=0;cb<n;cb++){                                        //O(n^4)
                ...                                                         //O(n^5)
                    ...                                                     //O(n^6)
                        ...                                                 //O(n^7)
                            cout<<i<<j<<ca<<cb<<...<<...<<...<<k<<endl;     //O(n^k)
            }
        }
    }
}
```

Complejidad = 1 + 1 + n + n * n + n^3 ... + n^k = O(2 + n + n^2 + ... n^k) = O(n^k)

Ejemplo de complejidad O(n(log(n))):

```
int n=0;                                    //O(1)
cin>>n;                                     //O(1)
for(int j=0;j<n;j++){                       //O(n)
    for(int i=0;i<n;i*=2){                  //O(n(log(n)))
        if(i%2==0)                          //O(n(log(n)))
            cout<<i<<" es par";             //O(n(log(n)))
        else                                //O(n(log(n)))
            cout<<i<<" es impar";           //O(n(log(n)))
    }
}
```

Complejidad = 1 + 1 + n + n * log(n) + n(log(n)) + n(log(n)) + n(log(n)) + n(log(n))

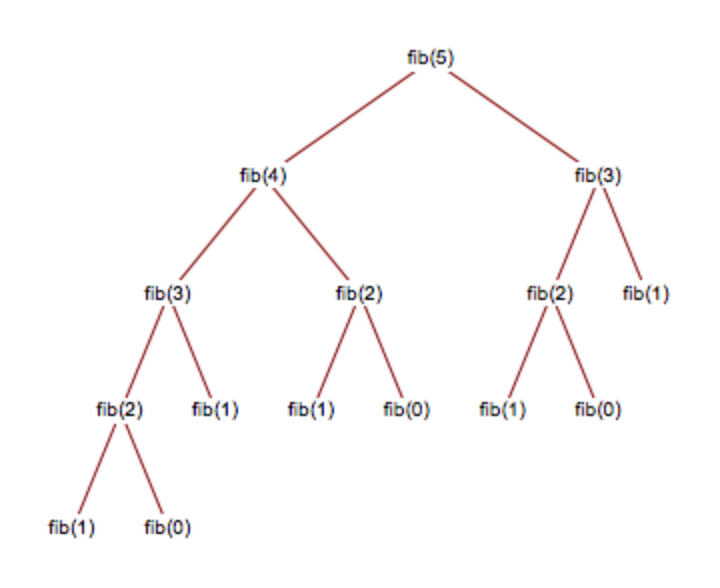
= O(2 + n + 5n(log(n))) = O(n(log(n)))

Recursividad

Muchos algoritmos recursivos suelen ser de complejidad O(k^n), siendo k la cantidad funciones recursivas dentro del return.

Ejemplo:

```
int fibonacci(int n){                                   //(2^n)
    if(n<=1)                                            //(2^n)
        return 1;                                       //(2^n)
    return fibonacci(n-1)+fibonacci(n-1);               //(2^n)
}
```


fib(5)
fib(4)
fib(3)
fib(3)
fib(2)
fib(2)
fib(1)
fib(2)
fib(1)
fib(1)
fib(0)
fib(1)
fib(0)
fib(1)
fib(0)

Ejercicios en Clase

1

```
string entrada;
cin>>entrada;
int x=5;
if(entrada=="holi")
    cout<<x;
```

2

```
int n;
cin>>n;
for (int i=1; i<=n; i++)
    cout<<"hola";
```

1 Solucion

```
string entrada;      // O(1)
cin>>entrada;        // O(1)
int x=5;             // O(1)
if(entrada=="holi") // O(1)
    cout<<x;         // O(1)
```

2 solucion

```
int n;                        //O(1)
cin>>n;                       //O(1)
for (int i=1; i<=n; i++) //O(n)
    cout<<"hola";             //O(n)
```

3

```
int n, c=5;
cin>>n;
for (int i=1; i<=n; i+=c){
    for (int j=1; j<=n; j+=c){
        cout<<i+j;
    }
}
```

4

```
int n;in>>n;
n=2;
for(int i=0;i<n;i++){
    for(int j=0;j<n;j++){
        for(int k=0;k<n;k*=j){
            cout<<i*j*k; }  }  }
```

3 solucion

```
int n, c=5;                          //O(1)
cin>>n;                              //O(1)
for (int i=1; i<=n; i+=c){           //O(n)
    for (int j=1; j<=n; j+=c){       //O(n^2)
        cout<<i+j;                   //O(n^2)
    }
}
```

4 solucion

```
int n;                                  //O(1)
cin>>n;                                 //O(1)
n=2;                                    //O(1)
for(int i=0;i<n;i++){                   //O(1)
    for(int j=0;j<n;j++){               //O(1)
        for(int k=0;k<n;k*=j){          //O(1)
            cout<<i*j*k; }  }  }//O(1)
```

5

```
int n,c=2;
cin>>n;
for(int i=0;i<n;i*=c){
    cout<<i;
}
```

6

```
int n,c=5,i=10;
cin>>n;
for(i=0;i<n;pow(i, c))
    cout<<i;
```

5 solucion

```
int n,c=2;                  //O(1)
cin>>n;                     //O(1)
for(int i=0;i<n;i*=c){      //O(log(n))
    cout<<i;                //O(log(n))
}
```

6 solucion

```
int n,c=5,i=10;             //O(1)
cin>>n;                     //O(1)
for(i=0;i<n;pow(i, c))      //O(log(log(n)))
    cout<<i;                //O(log(log(n)))
```

Bonus

```
/*Computer Game*/
    int t=0,n=0;//t de 'test cases'
    string uno,dos;
    bool cond;
    cin>>t;
    for(int i=0;i<t;i++){
        cond=true;
        cin>>n>>uno>>dos;
            for(size_t  k=0;k<n;k++){
                if(uno[k]=='1' \
                && dos[k]=='1'){
                    cond=false;
                    break;
                }
            }//n
            if(cond) cout<<"YES\n";
            else     cout<<"NO\n";
    }//t
```

Bonus Solucion

```
/*Computer Game*/
    int t=0,n=0;//t de 'test cases' //O(1)
    string uno,dos;                 //O(1)
    bool cond;                      //O(1)
    cin>>t;                         //O(1)
    for(int i=0;i<t;i++){           //O(t)=O(1)
        cond=true;                  //O(t)=O(1)
        cin>>n>>uno>>dos;           //O(t)=O(1)
            for(size_t k=0;k<n;k++){   //O(t)=O(1)
                if(uno[k]=='1' \    //O(n)
                && dos[k]=='1'){    //O(n)
                    cond=false;     //O(n)
                    break;          //O(n)
                }
            }//n
            if(cond) cout<<"YES\n"; //O(t)=O(1)
            else     cout<<"NO\n";  //O(t)=O(1)
    }//t
```

Referencias

https://yewtu.be/watch?v=CtpvpnYNNiE
https://yewtu.be/watch?v=HcDV5MGGrRE
https://www.geeksforgeeks.org/analysis-algorithms-big-o-analysis/
https://yewtu.be/watch?v=MyAiCtuhiqQ
https://yewtu.be/watch?v=IZgOEC0NIbw
https://en.wikipedia.org/wiki/Big_O_notation