Simulación de materia oscura colisional con un método Lattice-Boltzmann

Javier Alejandro Acevedo Barroso
201422995

Director: Jaime Ernesto Forero Romero

2 de mayo de 2018

1. Introduccion

La cosmología moderna infiere que la materia ordinaria (materia bariónica) representa sólo el 5 % de la energía del universo, la energía oscura representa el 69 % y la materia oscura el 26 % [1].

El principal problema a la hora de estudiar la materia oscura es que al día de hoy solo se ha podido observar su interacción gravitacional. Afortunadamente, gracias al desarrollo de la cosmología moderna y la computación, se ha podido simular numéricamente diferentes tipos posibles de materia oscura. En particular, las simulaciones numéricas permitieron estudiar candidatos relativistas (calientes) y no relativistas (fríos) de materia oscura y, comparando las estructuras generadas en la simulación con los surveys galácticos disponibles, se concluyó que la materia oscura debía ser no relativista. Tras este éxito inicial, nace el campo de las simulaciones numéricas de materia oscura.[2]

Tradicionalmente, las simulaciones de materia oscura asumen que esta interactua solo gravitacionalmente. Tal paradigma ha sido bastante exitoso explicando el universo a larga escala, sin embargo se observan inconsistencias para el universo a pequeña escala. En primer lugar, las mediciones más precisas de galaxias enanas muestran distribuciones de materia oscura con nucleos en lugar de cuspides, que es lo predicho por el paradigma no colisional. Así mismo, se ha observado que los subhalos más masivos en las simulaciones no colisionales de la Vía Láctea son demasiado densos pasa albergar las galaxias satélite más brillantes[5]. Por lo anterior, hay razones para considerar simulaciones de materia oscura colisional. Adicionalmente, la física de partículas tiene límites para la sección transversal de la partícula de materia oscura que pueden ser utilizados en la simulación.

Para el operador colisional, se asume que hay equilibrio dinámico, por lo tanto, la distribución de equilibrio es una distribución de Fermi-Dirac o de Bose-Einstein. Usando la definición estándar de la sección transversal de dispersión y la velocidad relativa entre las partículas, se obtiene para el término colisional[3]:

$$\dot{n} = \langle v\sigma \rangle \left(n_{eq}^2 - n^2\right) \tag{1}$$

El método de Lattice-Boltzmann es un método computacional en el cual se discretiza el espacio de fase y se resuelve numéricamente la ecuación de Lattice-Boltzmann. Esta ecuación no es más que la versión discreta de la ecuación de Boltzmann y converge a esta para una resolución lo suficientemente alta. Existen numerosos métodos para simular el espacio de fase como los métodos de N-cuerpos con Particle Mesh o los esquemas de integración directa con Volumenes Finitos. Se elige usar el método de Lattice-Boltzmann porque; además de ser un método conservativo, lagrangiano, no difusivo y reversible; la literatura respecto a su uso en materia oscura es escasa.

Las principales ventajas del algoritmo es que es lagrangiano, conservativo y completamente reversible.[4] Adicionalmente, la reversibilidad del algoritmo permite reducir el costo de memoria a cambio de aumentar el costo computacional. La principal desventaja del algoritmo es el costo en memoria al aumentar las dimensiones de la simulación, pues este es proporcional a N^{2d} donde N es la resolución por dimensión lineal del espacio de fase y d es el número de dimensiones espaciales.

2. Objetivo General

Simular el espacio de fase de un fluido de materia oscura colisional con un método de Lattice-Boltzmann.

3. Objetivos Específicos

- Implementar una simulación de lattice-Boltzmann en 2D con término colisional.
- Implementar una simulación de lattice-Boltzmann en 3D con término colisional
- Estudiar el comportamiento dinámico de la materia oscura con diferentes distribuciones de equilibrio para el término colisional.
- Comparar la evolución del espacio de fase para el fluido colisional, con su versión no colisional.

4. Metodología

Partiendo de la naturaleza computacional de la monografía, esta se realizará en un computador de escritorio comercial. No se requiere el uso de un cluster ni de recursos computacionales especiales.

La implementación comienza discretizando el espacio de fase y definiendo los límites a usar. El espacio de fase se convierte en un arreglo $2d$ dimensional, donde d es el número de dimensiones espaciales a simular.

Tras la discretización del espacio se procede a inicializar la distribución, en este caso se utiliza por simplicidad una distribución gaussiana. Para esto, cada punto del arreglo (i, j) equivale a una velocidad, una posición y una densidad de masa. Acto seguido, se integra respecto a la velocidad para obtener la densidad espacial de masa.

Con la distribución de masa, se resuelve la ecuación de Poisson a través del método de transformada de Fourier para calcular el potencial gravitacional, esto se hace con ayuda de la librería FFTW3 (Fastest Fourier Transform in the West) debido a su fácil uso y alta velocidad[6]

Una vez se tiene el potencial, se deriva numéricamente para calcular la aceleración y luego se procede a actualizar el espacio de fase. Primero, se calcula el cambio de velocidad en un tiempo $\mathrm{d}t$, luego, usando el operador "entero más cercano" $\lfloor . \rceil$, se calcula el traslado en el arreglo del espacio de fase. Por último, se repite el proceso para el cambio de posición.

Adicionalmente, cuando la posición de una partícula sale del arreglo, se considera que una partícula idéntica entra al arreglo con la misma velocidad por el extremo opuesto. Cuando la velocidad de una partícula sale del arreglo se considera que la partícula se perdió.

Una vez actualizado el espacio de fase, se procede al cálculo del término colisional. De la introducción tenemos 1:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \langle v\sigma \rangle \left(n_{eq}^2 - n^2\right) \tag{2}$$

Utilizando distribuciones de Fermi-Dirac y de Bose-Einstein como distribución de equilibrio, se resuelve para $n_{t+\mathrm{d}t}$

$$n_{t+\mathrm{d}t} = n_t + \langle v\sigma \rangle \left(n_{eq}^2 - n_t^2\right)\mathrm{d}t \tag{3}$$

5. Consideraciones Éticas

Dada la naturaleza computacional de la monografía, el proyecto no debe pasar a estudio por el comité de ética de la Facultad de Ciencias.

6. Cronograma

Tareas \ Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	X	X	X													
2			X	X	X											
3					X	X	X	X								
4								X	X	X	X					
5							X	X								
6							X	X			X	X	X	X	X	

- Tarea 1: implementar la simulación en 2D sin término colisional.
- Tarea 2: implementar el término colisional en 2D.
- Tarea 3: implementar la simulación en 3D sin término colisional.
- Tarea 4: implementar el término colisional en 3D.
- Tarea 5: preparar y presentar el avance del 30 %.
- Tarea 6: escribir el documento de monografía.

7. Personas Conocedoras del Tema

- Jaime Ernesto Forero Romero (Universidad de los Andes)
- Carlos Andrés Flórez Bustos (Universidad de los Andes)
- Juan Carlos Sanabria Arenas (Universidad de los Andes)

Referencias

[1] P. A. R. Ade et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron. Astrophys.*, 571:A1, 2014.

[2] Gianfranco Bertone and Dan Hooper. A History of Dark Matter. *Submitted to: Rev. Mod. Phys.*, 2016.

[3] Mariangela Lisanti. Lectures on Dark Matter Physics. In *Proceedings, Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: New Frontiers in Fields and Strings (TASI 2015): Boulder, CO, USA, June 1-26, 2015*, pages 399–446, 2017.

[4] Philip Mocz and Sauro Succi. Integer lattice dynamics for Vlasov–Poisson. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 465(3):3154–3162, 2017.

[5] Sean Tulin, Hai-Bo Yu, and Kathryn M. Zurek. Beyond Collisionless Dark Matter: Particle Physics Dynamics for Dark Matter Halo Structure. *Phys. Rev.*, D87(11):115007, 2013.

[6] Sebastián Franco Ulloa. Simulaciones de un fluido débilmente auto-interactuante con métodos de lattice-boltzmann, 5 2017.

Firma del Director