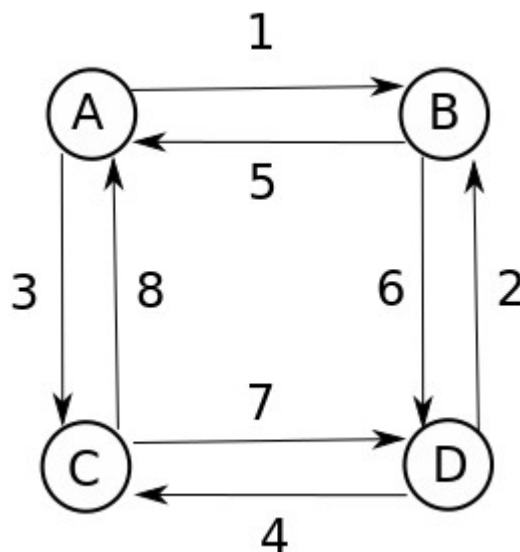


Teoria dos Grafos  
Lista de Exercícios – Conceitos

- 1) Explique o problema do isomorfismo entre grafos.
- 2) Caracterize passeios, trilhas e caminhos em grafos.
- 3) O que é a distribuição estacionária de uma caminhada aleatória num grafo  $G$ ? O que os coeficientes do vetor  $w$  representam? Como podemos obter tais coeficientes de maneira teórica?
- 4) Explique como podemos estimar a distribuição estacionária de uma caminhada aleatória de maneira prática:
  - a) tendo conhecimento da matriz de adjacência
  - b) sem o conhecimento da matriz de adjacência
- 5) O que é uma árvore geradora mínima (MST)? Um problema relevante em diversas aplicações computacionais consiste obter uma MST a partir de um grafo  $G$ . Existem diversos algoritmos para solucionar esse problema. Responda:
  - a) Explique o funcionamento do algoritmo de Kruskal para a construção de uma MST.
  - b) Explique o funcionamento do algoritmo de Prim para a construção de uma MST.
  - c) Podemos afirmar que a MST obtida será única, ou seja, em todas as execuções o algoritmo retornará a mesma solução? Porque?
- 6) Considere o dígrafo a seguir: (dígrafo = grafo direcionado)



- a) Aplique o algoritmo de Kruskal conforme visto em aula. O que acontece com o resultado?
  - b) Aplique o algoritmo de Prim com origem no vértice A. Qual a diferença com o caso anterior?
- 7) A busca em grafos é uma das tarefas mais importantes em computação pois nos fornece maneiras de percorrer um grafo  $G$  acessando seus elementos (vértices) em uma determinada “ordem”. Quais são os dois principais algoritmos para busca em grafos? Explique cada um dos algoritmos mencionando a estrutura de dados utilizada para gerenciar os vértices em cada caso.
- 8) O problema do caminho mínimo em grafos ponderados é um dos mais recorrentes em várias áreas da computação, com aplicações que vão desde processamento de imagens e aprendizado de máquina até redes de computadores. Qual algoritmo visto no curso resolve esse problema? Explique seu funcionamento mencionando a maneira com que os vértices devem ser visitados para garantir

que a solução desejada seja encontrada. Podemos afirmar que a solução encontrada é sempre ótima? Porque?

9) Sobre problemas de conectividade em grafos, responda:

a) O que é um grafo Euleriano? Como podemos decidir de um dado grafo  $G$  é Euleriano ou não em tempo polinomial?

b) O que é um grafo Hamiltoniano? Se um grafo  $G$  é Hamiltoniano, o que podemos dizer dos graus de seus vértices? Existe uma maneira eficiente de decidir se um grafo  $G$  é Hamiltoniano ou não? Explique brevemente.

c) O problema do caixeiro-viajante consiste em obter o ciclo Hamiltoniano mínimo de um grafo  $G$ . Explique o funcionamento do algoritmo 2-otimal. Esse método encontra sempre a solução ótima? Justifique.

d) Explique o funcionamento do algoritmo Twice-Around. Qual a motivação por trás desse método?

10) Grafos planares são importantes pois sua estrutura topológica pode ser imersa no plano, ou seja, existe uma representação planar (em que não há intersecção de arestas). Diversas aplicações práticas como por exemplo o projeto de placas de circuito impresso precisam transformar a configuração gerada pelas portas lógicas numa representação plana. Explique como podemos utilizar o resultado do Teorema de Kuratowski para identificar se um dado grafo  $G$  é planar ou não na prática.

11) Sobre emparelhamentos em grafos bipartidos, responda:

a) Dado um emparelhamento  $M$  definido num grafo  $G$ , o que é um caminho  $M$ - aumentado? Explique como podemos melhorar  $M$  encontrando tais caminhos num grafo  $G$ . Que operação é essa?

b) A operação definida no item acima é a base do algoritmo Húngaro para encontrar um emparelhamento máximo (que satura todos vértices de  $X$ ) num grafo bipartido. Existe uma condição de parada do algoritmo em que esse emparelhamento máximo não pode ser obtido. Explique que condição é essa, discutindo qual o problema associado a ela.

“Há coisas que não se pode ensinar a um homem; pode-se apenas ajudá-lo a descobrir por si só”.  
(Galileo)