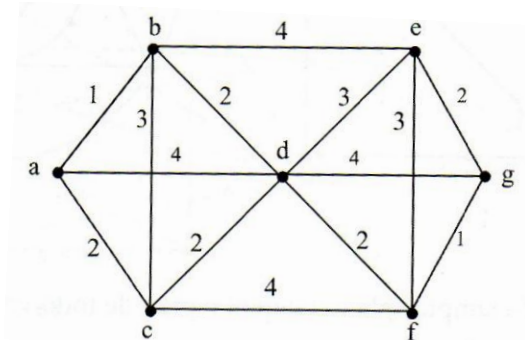


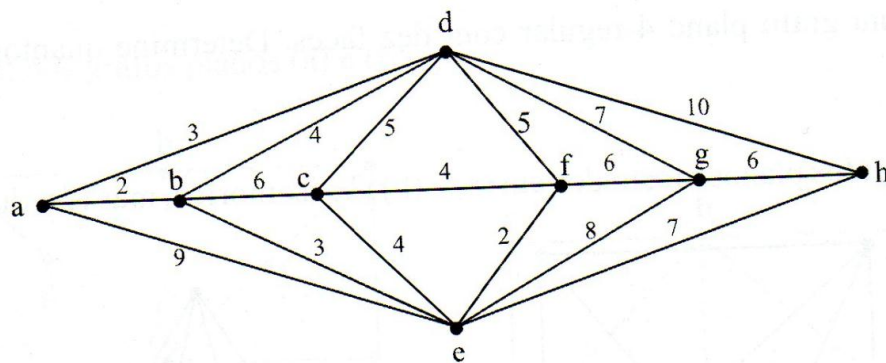
7ª Série de exercícios – Teoria dos Grafos

1) Resolva o problema do carteiro chinês para os dois grafos a seguir.

a)

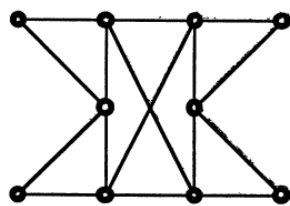


b)

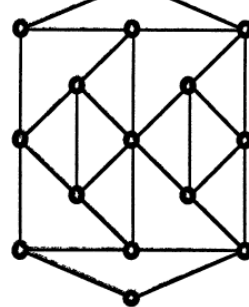


2) Quais dos seguintes grafos são Eulerianos ? Para os que forem, indique uma possível decomposição em ciclos.

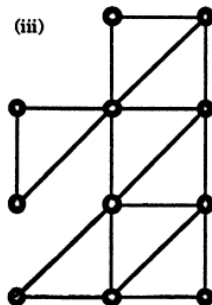
(i)



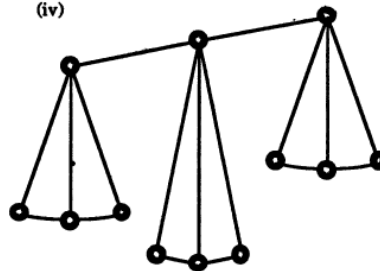
(ii)



(iii)



(iv)



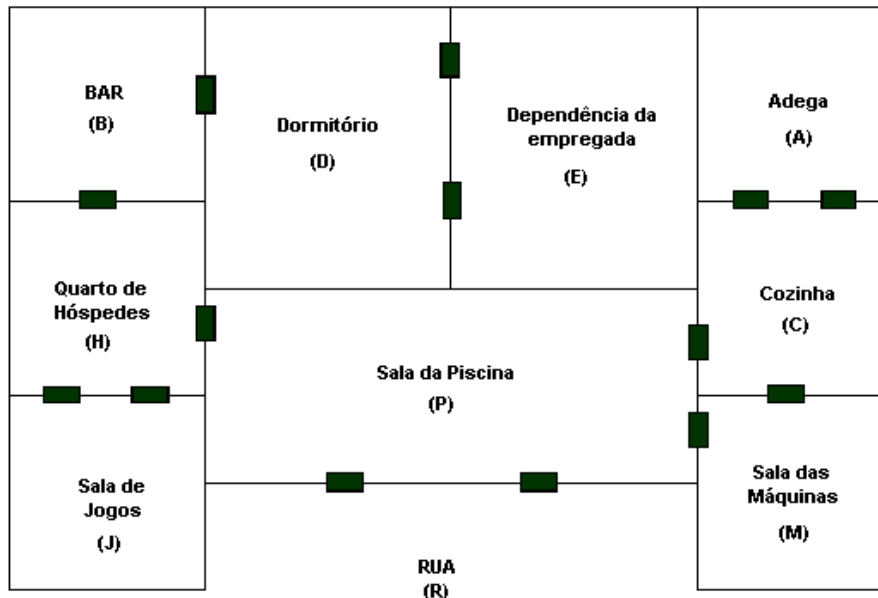
3) Supondo um grafo completo K_n e um grafo bipartido completo $K_{m,n}$, responda:

a) Para quais valores de $n > 2$, K_n é Euleriano ?

b) Para quais valores de $m, n > 1$, $K_{m,n}$ é Euleriano ?

4) **O problema do assassinato do bilionário Van Diamond:** A figura abaixo é a planta da residência do bilionário Van Diamond, que acaba de ser assassinado. Sherlock Gomes (um conhecido detetive que nas horas vagas é um estudioso da Teoria de Grafos) foi chamado para investigar o caso. O mordomo alega ter visto o jardineiro entrar na sala da piscina (lugar onde ocorreu o assassinato) e logo em seguida deixar aquela sala pela mesma porta que havia entrado. O jardineiro, contudo, afirma que ele não poderia ser a pessoa vista pelo mordomo, pois *ele havia entrado na casa, passado por todas as portas uma única vez e, em seguida, deixado a casa*. Sherlock Gomes avaliou a planta da residência (conforme figura) e em poucos minutos declarou solucionado o caso.

Quem poderia ser o suspeito indicado por Sherlock Gomes ? Explique qual o raciocínio utilizado pelo detetive para apontar o suspeito utilizando conceitos da Teoria dos Grafos.



5) *Friendship graphs*, são grafos em que todo par de vértices adjacentes tem exatamente um vizinho, de forma que esse vizinho é comum. Tais grafos foram descobertos por Erdős e Renyi em 1966 durante a prova de um teorema, que ficou conhecido como “*The Friendship Theorem*”. O resultado prático desse teorema nos diz que, se num grupo de pessoas todo par de indivíduos tem exatamente um amigo em comum, então deverá haver alguém que é amigo de todos. Tais grafos são construídos pela junção de k grafos completos K_3 , sendo tipicamente denotados por F_k .

- Desenhe três exemplos de F_k .
- Mostre que para todo k , F_k é Euleriano.

6) As peças de um jogo de dominó possuem rótulos que variam de 0 até 6, perfazendo um total de 28 peças. Explique, utilizando conceitos da Teoria dos Grafos, como você pode utilizar um grafo Euleriano para encontrar uma sequência contínua de peças que formam um anel, conforme ilustra a figura a seguir.

