089109 - Cálculo 1 - Turma C

Décima Primeira lista de exercícios

Prof. Marcelo José Dias Nascimento — 2 de junho de 2010

Exercício 1. Calcule

(a) $\int x^3 \cos x^4 dx$ (b) $\int \operatorname{sen}^5 x \cos x dx$ (c) $\int \operatorname{tg} x \sec^2 x dx$

(d) $\int \frac{\sec^2 x}{3 + 2\operatorname{tg} x} dx$ (e) $\int \left(\frac{5}{x-1} + \frac{2}{x}\right) dx$ (f) $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$

(g) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ (h) $\int \frac{1}{x}\cos(\ln x) dx$.

(*Respostas:* (a) $\frac{1}{4}\operatorname{sen} x^4 + k$ (b) $\frac{1}{6}\operatorname{sen}^6 x + k$ (c) $\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 x + k$ (d) $\frac{1}{2}\ln|3 + 2\operatorname{tg} x| + k$
(e) $5\ln|x-1| + 2\ln|x| + k$ (f) $\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + k$ (g) $\ln|\ln x| + k$ (h) $\operatorname{sen}(\ln x) + k$.)

Exercício 2. Calcule

(a) $\int_{-2}^{2} (3s^2 + 2s - 1) ds$ (b) $\int_1^2 \left(x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx$

(c) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2x + \operatorname{sen} 5x) \mathrm{d}x$ (d) $\int_0^2 \frac{4}{1+u^2} du$

(e) $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ (f) $\int_{-1}^{0} x(2x+1)^{50} dx$

(g) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^5} dx$ (h) $\int_{-1}^{1} x^4(x^5+3)^3 dx$

(i) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\,(1 - \cos^2 x) dx$ (j) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{sen}^3 x dx$

(*Respostas:* (a) 12 (b) $\frac{33}{8} + \ln 2$ (c) $\frac{3\sqrt{3}}{20}$ (d) $4\operatorname{arctg} 2$ (e) $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$ (f) $-\frac{1}{102}$ (g) $\frac{15}{128}$ (h) 12
(i) $\frac{3}{8}\sqrt{3}$ (j) $\frac{5}{24}$))

Exercício 3. Nos itens abaixo, desenhe o conjunto A dado e calcule sua área:

(a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 - 1 \leqslant y \leqslant 0\}$.

(b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \leqslant y \leqslant |\operatorname{sen} \mathrm{x}|,\ 0 \leqslant \mathrm{x} \leqslant 2\pi\}$.

(c) A é a região delimitada pelos gráficos de $y + x^2 = 6$ e $y + 2x - 3 = 0$.

(d) A é a região delimitada pelos gráficos de $y - x = 6$, $y - x^3 = 0$ e $2y + x = 0$.

(*Respostas:* (a) $\frac{4}{3}$ (b) 4 (c) $\frac{32}{3}$ (d) 22)

Exercício 4. Sabendo-se que a função

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x^2+15} - 8}, & x \neq 7 \\ a, & x = 7. \end{cases}$$

é contínua em $x = 7$ e que $b = \int_0^{\pi/2} \cos 2x \;\operatorname{sen} 4x \, dx$, o valor de $\dfrac{a}{b}$ é:

(a) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ (b) $2\sqrt{7}$ (c) $\dfrac{6\sqrt{7}}{49}$ (d) $\dfrac{4\sqrt{7}}{49}$ (e) $7\sqrt{7}$

(*Resposta:* (c))

Exercício 5. (a) A equação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto $(1, 3)$ é $y = x + 2$. Se em qualquer ponto $(x, f(x))$ do gráfico de f temos $f''(x) = 6x$, encontre a expressão de f.

(b) Em qualquer ponto $(x, f(x))$ do gráfico de $y = f(x)$ temos $f''(x) = 2$. Encontre a expressão da função f , sabendo-se que o ponto $(1, 3)$ é um ponto do gráfico no qual o coeficiente angular da reta tangente é -2.

(*Respostas:* (a) $f(x) = x^3 - 2x + 4$ (b) $f(x) = x^2 - 4x + 6$)

Exercício 6. Suponha f contínua em $[-1, 1]$. Calcule $\int_0^1 f(2x - 1)dx$ sabendo que $\int_{-1}^1 f(u)du = 10$.

(*Resposta:* 5)