1. Calcule os limites:

(a)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1}$$

(c) $\lim_{x \to 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$

(c)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \lg x}{x^3}$$

(e)
$$\lim_{x \to +\infty} x^3 e^{-4x}$$

(g)
$$\lim_{x\to 0^+} [\cos 3x] \frac{1}{\sin x}$$

(i)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 + \tan^3 x}{\sin^3 x}$$

$$(k) \lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$$

$$(m) \lim_{x \to \infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)$$

$$(o) \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$(q) \lim_{x \to +\infty} x^{\frac{1}{x}}$$

(m)
$$\lim_{x \to \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$$

(o)
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$(q) \lim_{x \to +\infty} x^{\frac{1}{a}}$$

(s)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$
.

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3}$$

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3}$$
(d)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{e^{3x}}$$
(f)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sec^3 x}{x^3}$$

(f)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sec^3 x}{1 - \cos x}$$

(f)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sec^3 x}{1 - \cos x}$$

(h) $\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

(j)
$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$$

$$x \to 1 \qquad x^2 - 2x + 1$$
(j)
$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$$
(l)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3}}{4x + 2}$$

(n)
$$\lim_{x \to -\infty} \left(1 + \frac{7}{x} \right)^x$$

(p)
$$\lim_{x\to 0^+} x^x$$

(p)
$$\lim_{x \to 0^+} x^x$$

(r) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{\ln x}\right)^{x+1}$

2. Verifique que:

(a)
$$\frac{d}{dx} \left[x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) \right] = \arctan x$$

(b)
$$\frac{d}{dx} \left[\frac{\sqrt{27x^2 + 6x - 1}}{x} - 3 \arcsin\left(\frac{1 - 3x}{6x}\right) \right] = \frac{1}{x^2 \sqrt{27x^2 + 6x - 1}}.$$

3. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento, calcule todos os limites necessários e esboce o gráfico de f, onde

(a)
$$f(x) = x + \frac{2}{x^2}$$

(b)
$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x}{2 + x^2}$$

(c)
$$f(x) = x^2 e^x$$

(d)
$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

(e)
$$f(x) = x^x, x > 0$$
.

4. Para cada uma das funções abaixo

- (1) determine os intervalos de crescimento e decrescimento;
- (2) estude a concavidade e pontos de inflexão;
- (3) esboce o gráfico, utilizando as técnicas do Cálculo Diferencial.

(a)
$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x$$

$$(b) f(x) = xe^{-2x}$$

(c)
$$f(x) = e^{-x} - e^{-2x}$$

(d)
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$$

(d)
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$$

(e) $f(x) = \frac{x^3}{1 + x^2}$

(f)
$$f(x) = x \ln x$$

- 5. Prove que a equação $x^3-3x^2+6=0$ admite uma única raiz real. Determine um intervalo de amplitude 1 que contenha tal raiz.
- 6. Seja $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$. Prove que f admite um único ponto de inflexão.