

Introdução à Probabilidade 1:
Laboratório 4

Simulação:

- Jogo com dois dados: Crape game
- Regras do jogo: www.online-craps-gambling.com/craps-rules.html
- Formulação do jogo: Suponhamos o seguinte jogo com dois dados: Se o jogador tira 7 ou 11 pontos ele ganha. Se ele tira 2, 3 ou 12 ele perde. Nos outros casos ele continua jogando os dois dados até sair 7, caso em que ele perde, ou então sair o resultado do primeiro lançamento antes de sair 7, caso em que ele ganha (Crap game).

► Probabilidade de um jogador ganhar o jogo: 0.4929

- Probabilidade de ganhar o jogo na 1a. tentativa:

Sejam d_{1j} e d_{2j} as faces resultantes dos dados 1 e 2 respectivamente, na j -ésima jogada. Então, para cada jogada dos dois dados temos como resultado o conjunto de pares ordenados dados abaixo

$$\left\{ \begin{array}{cccccc} (6,6) & (6,5) & (6,4) & (6,3) & (6,2) & (6,1) \\ (5,6) & (5,5) & (5,4) & (5,3) & (5,2) & (5,1) \\ (4,6) & (4,5) & (4,4) & (4,3) & (4,2) & (4,1) \\ (3,6) & (3,5) & (3,4) & (3,3) & (3,2) & (3,1) \\ (2,6) & (2,5) & (2,4) & (2,3) & (2,2) & (2,1) \\ (1,6) & (1,5) & (1,4) & (1,3) & (1,2) & (1,1) \end{array} \right\} \quad (1)$$

- Simulação: Para "estimar" esta probabilidade no R podemos usar o seguinte procedimento: Define-se um vetor de dimensão n (quantidade de vezes em que os dois dados são lançados), onde, para $i = 1, 2, \dots, n$, a i -ésima componente do vetor é 1 se a i -ésima jogada dos dois dados der soma 7 ou 11, e zero caso contrário. Soma-se as componentes e o resultado é dividido por n .

- Mostre que a probabilidade de ganhar o jogo na primeira tentativa é $p = \frac{8}{36} = 0.222$.
- Estime a probabilidade de ganhar na primeira tentativa para $n=10,100,1000,10000$. Qual é a sua conclusão? O programa no R é dado a seguir.

```
wins <- -rep(0,n)
```

```
for(i in 1:n)
```

```
{d < -sample(1:6,2,replace=T) if (sum(d) == 7 || sum(d) == 11) wins[i] < -1}
```

```
f < -sum(wins)/n
```

f: estimativa de ganhar o jogo na primeira tentativa

- Compare a frequência observada para ganhar o jogo na 1a. tentativa após 1000 repetições do lançamento dos dois dados com a frequência esperada correspondente a $p = 0.222$. Qual é a sua conclusão?
- Suponha que o espaço amostral de um experimento aleatório (Ω) contenha n resultados igualmente prováveis. Defina a seguinte função de conjuntos $A \subset \Omega$:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

onde m é o número de elementos do subconjunto A . Mostre que $P(A)$ é uma probabilidade e verifique as suas propriedades (ver slides).

- Se dois dados são lançados calcule a probabilidade que a soma seja par. Confirme o seu resultado através de uma simulação.

Referência: Lavine, M. (2005). Introduction to statistical thought.