

Fonte: <http://www.techspot.com/article/904-history-of-the-personal-computer-part-5/>

ULA / Circuitos Somadores

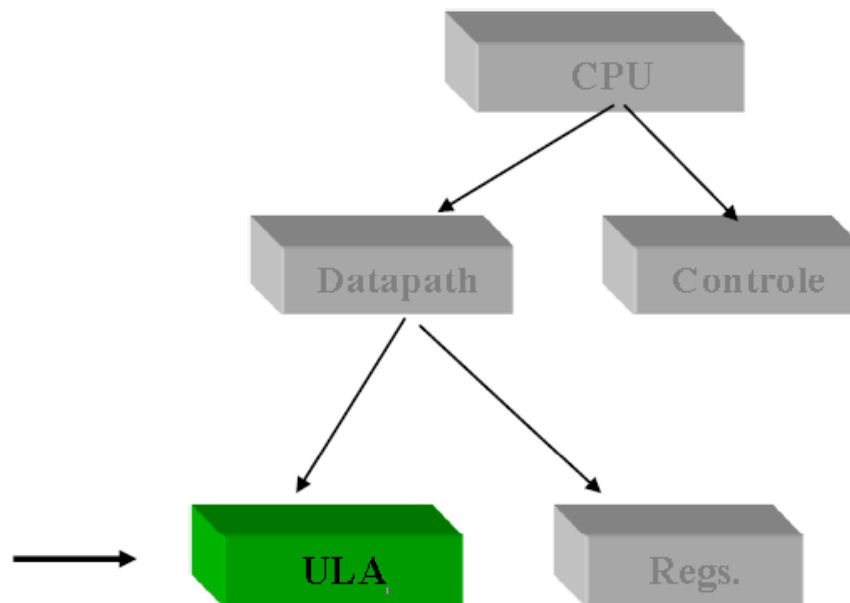
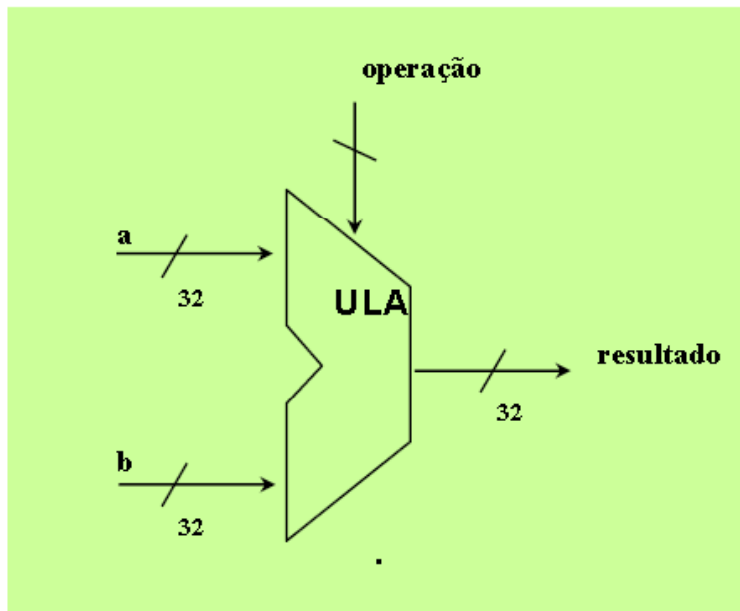
Luciano de Oliveira Neris

luciano@dc.ufscar.br

Adaptado de slides do prof. Marcio Merino Fernandes

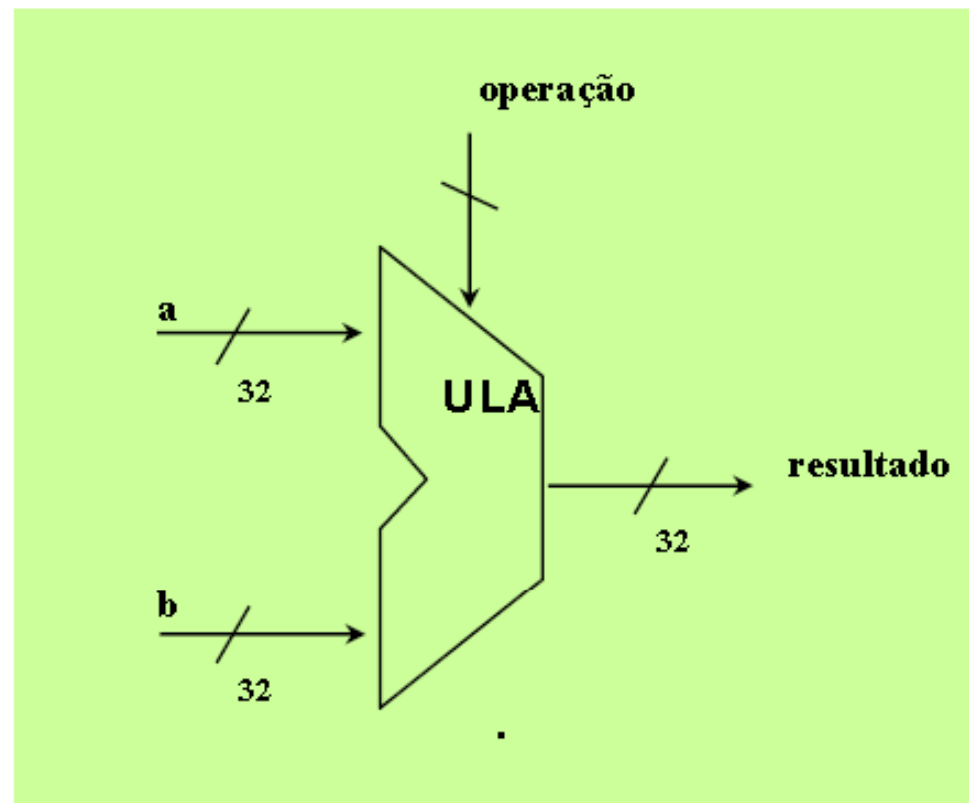
Unidade Lógica e Aritmética (ULA)

- **ULA: “Motor” do computador** -> dispositivo que executa operações aritméticas (add, sub, etc) e lógicas (AND, OR, etc).



Unidade Lógica e Aritmética (ULA)

- Como projetar e implementar uma ULA ?





Números

Números

- Bits são apenas bits (sem nenhum significado inerente)
 - convenções definem a relação entre bits e números
- Números Binários (base 2)
 - 0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001...
 - decimal: $0 \dots 2^n - 1$
- Naturalmente resultam em algumas sofisticacões:
 - números são finitos (overflow)
 - números fracionários e reais
 - números negativos
- Como representamos números negativos?
... ou seja, que padrões de bits representam os números?

Números Negativos

- Representação em Complementode 2 (C2):
 - Desenvolvida para tornar os circuitos aritméticos mais simples (e consequentemente mais rápidos)
- Se o número for positivo:
 - Representação binária normal (bit mais significativo= 0)
- Se o número for negativo:
 - Comece com o número binário positivo
 - Inverta todos os bits
 - Adicione 1 ao resultado
 - * Número Negativo em C2: primeiro bit = 1

Números

- Números com Sinal x Números sem Sinal
 - unsigned 1-byte: 0:255
 - signed 1-byte: -128:+127
- Inteiros são armazenados utilizando-se a notação complemento de 2.
 - Ex: Como armazenar -23 utilizando-se 2-bytes ?
 - 23 em binário usando 2 bytes é 0000 0000 0001 0111
 - Calculando o complemento: 1111 1111 1110 1000
 - Somar 1: 1111 1111 1110 1001
 - -23 representado como complemento de 2 em 2 bytes = FFE9
- **Vantagem** do C-2: O mesmo hardware para efetuar adição trabalha da mesma forma, independente de se interpretar o número como sendo com ou sem sinal.
- A ISA normalmente contém instruções distintas para se trabalhar com números com ou sem sinal.

Números na Arquitetura MIPS

- Números de 32 bits com sinal em C2:

0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	$_{two}$	=	0_{ten}	
0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	$_{two}$	=	$+ 1_{ten}$	
0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0010	$_{two}$	=	$+ 2_{ten}$	
...											
0111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1110	$_{two}$	=	$+ 2,147,483,646_{ten}$	<i>maxint</i>
0111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	$_{two}$	=	$+ 2,147,483,647_{ten}$	
1000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	$_{two}$	=	$- 2,147,483,648_{ten}$	
1000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	$_{two}$	=	$- 2,147,483,647_{ten}$	<i>minint</i>
1000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0010	$_{two}$	=	$- 2,147,483,646_{ten}$	
...											
1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1101	$_{two}$	=	$- 3_{ten}$	
1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1110	$_{two}$	=	$- 2_{ten}$	
1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	$_{two}$	=	$- 1_{ten}$	

Sequencia: 0000...00 até 1111...11:

começa em 0, soma-se 1 até maxint (0111..11), soma-se 1 até minint (1111..11)

Operações em Complemento de 2

■ Números Binários Negativos - Complemento de 2

(a) 01010110

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	1	0	1	0	1	1	0

$$64 + 16 + 4 + 2 = +86$$

(b) 10101010

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0	1	0	1	0

$$-128 + 32 + 8 + 2 = -86$$

Operações em Complemento de 2

- Negar um número em complemento de 2:
inverter todos os bits e somar 1

Um método mais fácil de obter a negação de um número em complemento de dois é o que se segue:

	Exemplo 1	Exemplo 2
1. A partir da direita, encontre o primeiro '1'	010100 1	0101 1 00
2. Inverte todos os bits à esquerda deste '1'	10101 1 1	1010 1 1 00

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Representação_de_números_com_sinal#Complemento_para_dois

Operações em Complemento de 2

- Convertendo um número de n bits em números com mais de n bits:
 - ▣ Um dado imediato de 16 bits do MIPS é convertido para 32 bits
 - ▣ Copiar o bit mais significativo (o bit de sinal) para outros bits
 - 0010 -> 0000 0010
 - 1010 -> 1111 1010
 - ▣ Operação conhecida como “**extensão de sinal** (sign extension) “
- Exercício: Converter os seguintes números de 4 bits em 8 bits:
 - ▣ 5
 - ▣ -6

Adição & Subtração

- Como no ensino fundamental: vai-um/ vem/um (carry/borrow)

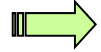
$$\begin{array}{r} 0111 \\ + 0110 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0111 \\ - 0110 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0110 \\ - 0101 \\ \hline \end{array}$$

- Operações em complemento de 2
 - subtração usando soma de números negativos

$$\begin{array}{r} 0111 \\ + 1010 \\ \hline \end{array}$$

- Overflow (resultado muito grande para ser armazenado em x bits):
 - P.ex., somando dois números de n-bits não resulta em n-bits

$$\begin{array}{r} 0111 \\ + 0001 \\ \hline 10000 \end{array}$$



Detectando Overflow

- **Teste Eficiente p/ detectar o overflow:** Se o "vai-um" que chega no bit de sinal for igual ao "vai-um" que sai do bit de sinal, não ocorreu overflow. **Se forem diferentes. overflow!**

$$\begin{array}{r} \text{vai 1} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} & (126) \\ + \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} & (8) \\ \hline \text{vai 0} \leftarrow \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} & (-122) ??? \text{ overflow} \end{array}$$

• **Exercício:** Utilize as regras acima para detectar (ou não) o overflow nas seguintes operações usando inteiros de 4 bits:

- $2 + 3$
- $7 + 5$
- $-3 - 1$
- $-4 - 5$

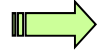
Efeitos do Overflow

- Dispara uma exceção (interrupt)
 - A instrução salta para endereço predefinido para a rotina de exceção
 - O endereço da instrução interrompida é salvo para possível retorno
- Nem sempre se requer a detecção do overflow



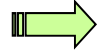
Números sem sinal são normalmente usados para calcular endereços de acesso à memória, e neste caso o overflow não é considerado um problema, pois os números em questão são limitados pelo tamanho da memória endereçável.

Obs: Ling. C não especifica a detecção de overflow.



Números

- **Representação hexadecimal:** *Forma de representação numérica utilizando 16 dígitos:*
 - ▣ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- *Conveniente para a representação de grupos de bits (bit-patterns).*
 - ▣ **4 bits = 1 dígito hexadecimal**
- *Computadores são normalmente organizados utilizando uma quantidade de bits que é um múltiplo de 4 → Notação hexadecimal é conveniente para representar endereços de memória, instruções, etc.*

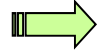


Números

Bit pattern	Hexadecimal representation
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Arrows pointing from the hexadecimal column to the decimal column:

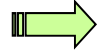
- A → 10
- B → 11
- C → 12
- D → 13
- E → 14
- F → 15



Números

- Exemplo: Calcule a representação hexadecimal da seguinte sequência de bits:

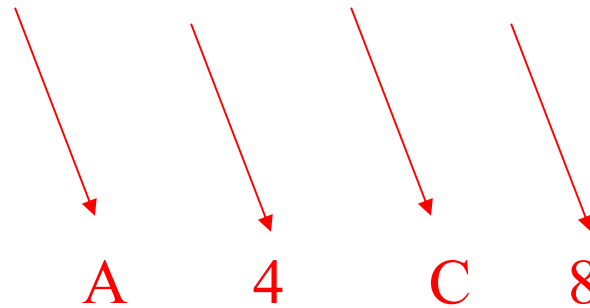
1010010011001000



Números

- Exemplo: Calcule a representação hexadecimal da seguinte sequência de bits:

1010 0100 1100 1000 = A4C8



Revisão sobre Álgebra Booleana e Portas

- **Exercício:** Considerar uma função lógica com 3 entradas: A, B, e C.

A saída D é "true" se pelo menos uma entrada é "true"

A saída E é "true" se exatamente duas entradas são "true"

A saída F é "true" somente se todas as três entradas são "true"

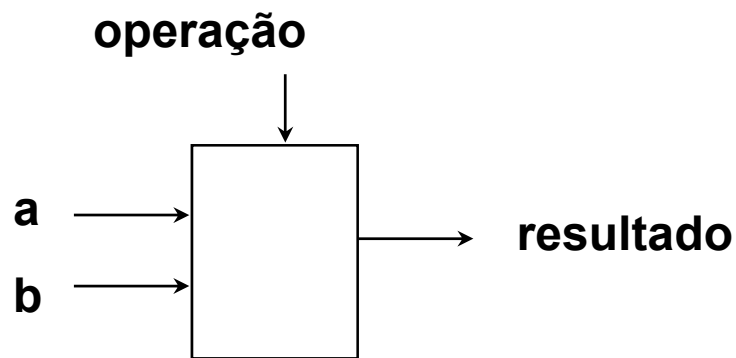
- Mostrar a tabela verdade para essas três funções.
- Mostrar as equações Booleanas para as três funções.
- Mostrar uma implementação consistindo de portas inversoras, AND, e OR.



ULA

Construindo uma ULA de 1 bit

- Considere uma ULA para suportar apenas as instruções **AND** e **OR**

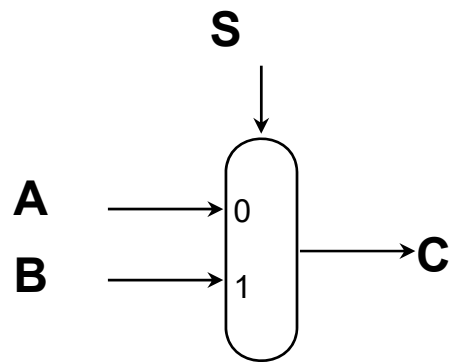


op	a	b	res

- Possível implementação: ?

Construindo uma ULA de 1 bit

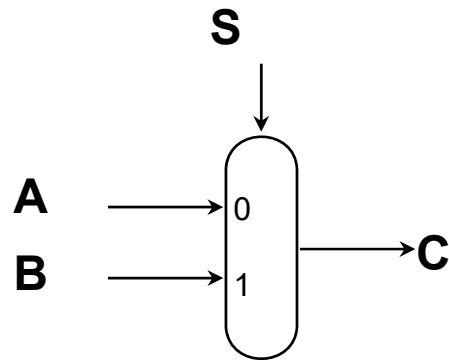
- Multiplexador (MUX): Seleciona uma das entradas para a saída, baseado numa entrada de controle



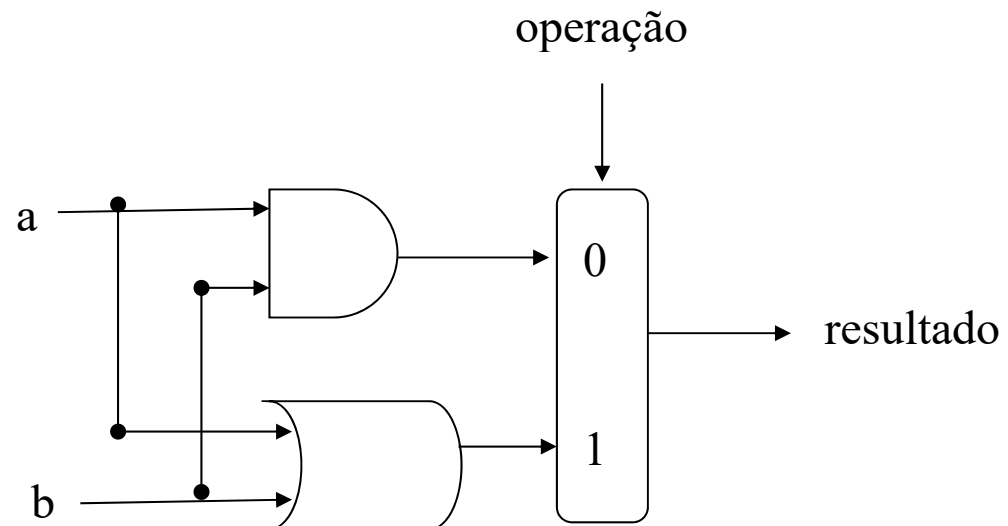
- Nossa ULA pode ser construída usando um MUX

Construindo uma ULA de 1 bit

- Considere uma ULA para suportar apenas as instruções **AND** e **OR**

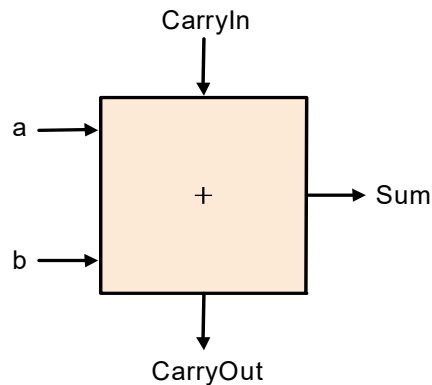


- Possível implementação:



Construindo uma ULA de 1 bit

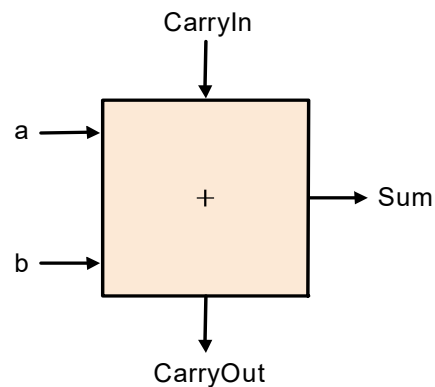
- Incluir recursos para executar a operação de **Adição** na nossa ULA:
- Considere um circuito somador de 1-bit:



- **Exercício:** Construir a tabela verdade e o circuito correspondente para o somador de 1 bit definido acima.
 - Obs: 3 entradas (a, b, CarryIn)
 - Obs: 2 saídas (CarryOut, Sum)

Construindo uma ULA de 1 bit

- Incluir recursos para executar a operação de **Adição** na nossa ULA:
- Seja a ULA de 1-bit para soma:



Expressões p/ CarryOut e Sum:

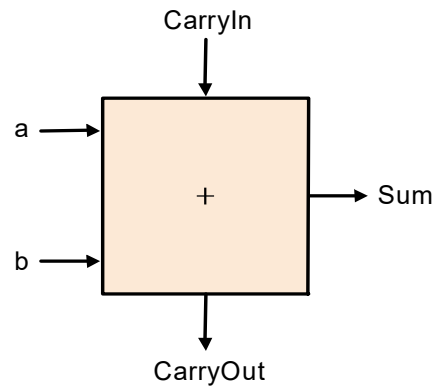
$$\text{CarryOut} = a b + a \text{ xor } b \text{ CarryIn}$$

$$\text{Sum} = a \text{ xor } b \text{ xor } \text{CarryIn}$$

- **Exercício:** Verificar que a expressão acima corresponde à tabela verdade para o somador de 1 bit. Construir o circuito correspondente.

Construindo uma ULA de 1 bit

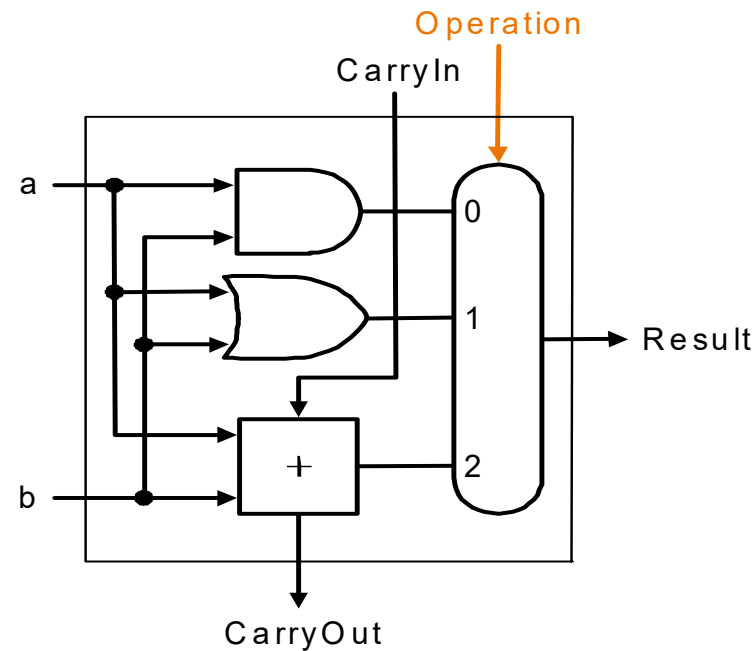
- Incluir recursos para executar a operação de **Adição** na nossa ULA:
- Temos o somador de 1 bit:



- Agora, podemos acoplar o somador de 1 bit à ULA p/ AND e OR anteriormente projetada:

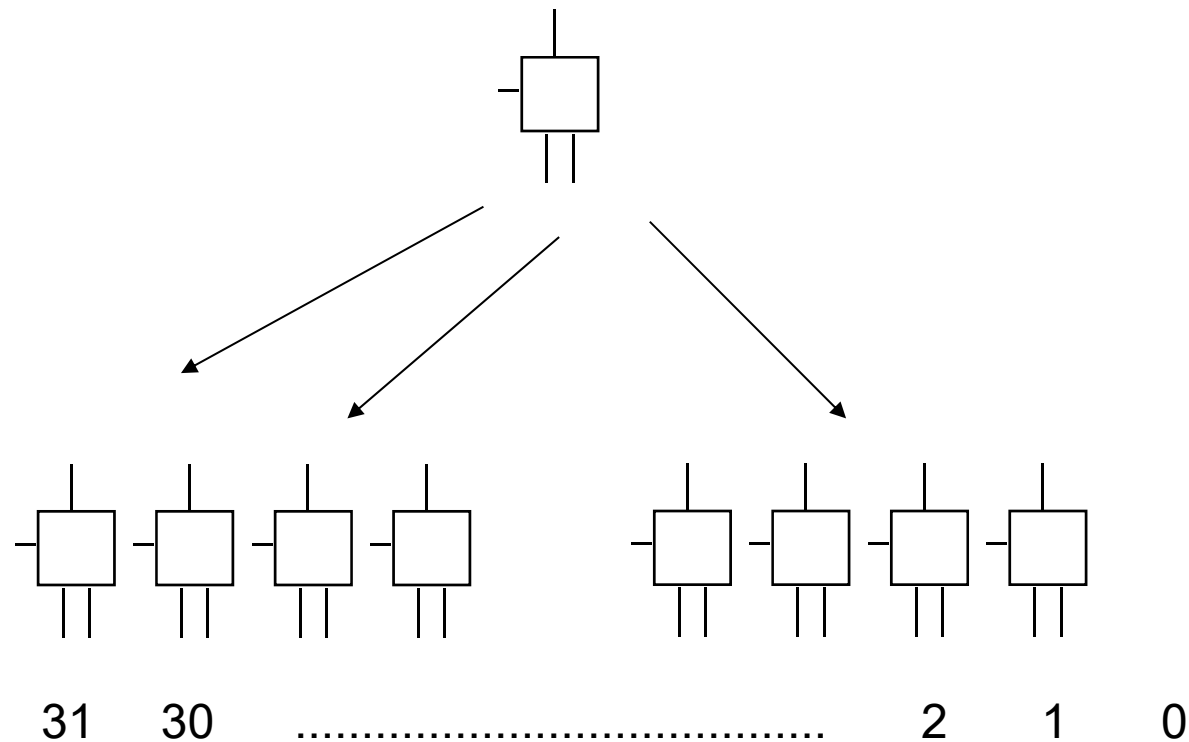
Construindo uma ULA de 1 bit

ULA para efetuar ADD, AND e OR com duas entradas de 1 bit:

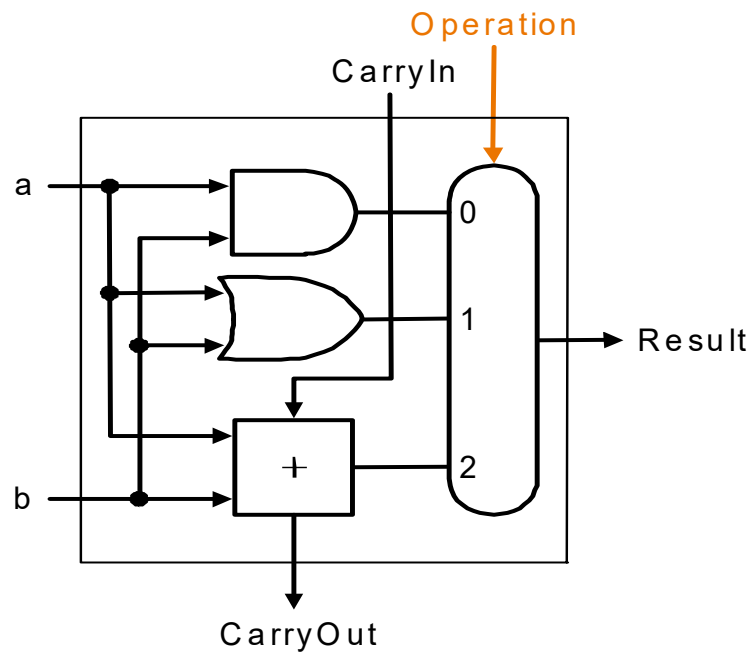


Construindo uma ULA de 32 bits

Projetar uma ULA de 1 bit, e replicá-la 32 vezes



Construindo uma ULA de 32 bits



Obs: este esquema é conhecido como somador *ripple carry* (vai-um-propagado)

