

089109 - CÁLCULO 1 - TURMAS C
DÉCIMA QUINTA LISTA DE EXERCÍCIOS

Prof. Marcelo José Dias Nascimento

11 de junho de 2010

Exercício 1. Calcule o volume do sólido de revolução obtido pela rotação, em torno do eixo x , dos seguintes conjuntos:

(a) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 \leq y \leq x\};$

(b) $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$

(c) $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$

(Respostas: (a) $\frac{2\pi}{15}$ (b) $\frac{28\pi}{3}$ (c) $\frac{15\pi}{2}$)

Exercício 2. Calcule:

(a) o volume da esfera gerada pela rotação do semicírculo de raio R ao redor do eixo x .

(b) o volume do cone reto de revolução de raio R e altura h .

(c) o volume do tronco de cone reto de revolução de altura h e raios das bases r e R .

(Respostas: (a) $\frac{4\pi R^3}{3}$ (b) $\frac{\pi R^2 h}{3}$ (c) $\frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$)

Exercício 3. Encontre o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo x da região sob a curva $y = \sqrt{x}$ de 0 até 4.

(Resposta: 8π)

Exercício 4. Ache o volume de um sólido obtido pela rotação do eixo x do conjunto de pares (x, y) tais que $x^2 + y^2 \leq r^2$, $y \geq 0$ ($r > 0$).

(Resposta: $4\pi r^3/3$)

Podemos usar o mesmo método visto em sala de aula para determinar o volume de um sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y , de uma região compreendida entre o eixo y e uma curva $x = h(y)$, $c \leq y \leq d$, apenas substituindo x por y . Neste caso, cada secção transversal tem área $A(y)$ igual a

$$A(y) = \pi[h(y)]^2$$

e o volume V do sólido S é, portanto,

$$V(S) = \int_c^d A(y) dy = \int_c^d \pi[h(y)]^2 dy.$$

Exercício 5. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y , da região compreendida entre o eixo y e a curva $x = \frac{2}{y}$, $1 \leq y \leq 4$.

(Resposta: 3π)

Exercício 6. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo x , do conjunto

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{x} \leq y \leq x, 1 \leq x \leq 2 \right\}.$$

(Resposta: $\frac{11\pi}{6}$)

Exercício 7. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y , da região compreendida entre a parábola $y = x^2$ e a reta $y = 2x$ no primeiro quadrante.

(Resposta: $\frac{8\pi}{3}$)

Exercício 8. Ache o volume de um sólido obtido pela rotação do eixo y da região limitada por $y = x^3$, $y = 8$ e $x = 0$.

(Resposta: $96\frac{\pi}{5}$)

Exercício 9. Calcule o comprimento da curva $y = x^{3/2}$, $1 \leq x \leq 4$.

(Resposta: $\frac{8}{27} \left[10^{3/2} - \left(\frac{13}{4} \right)^{3/2} \right]$)

Exercício 10. Calcule o comprimento da curva $y = \sqrt{1 - x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(Resposta: $\frac{\pi}{4}$)

Exercício 11. Calcule o comprimento da curva $y = \frac{x^2}{2}$, $0 \leq x \leq 1$.

(Respostas: $\frac{1}{2}[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})]$)