COMPILANDO CONOCIMIENTO

Análisis Númerico

MATEMÁTICAS

Oscar Andrés Rosas Hernandez

Noviembre 2018

Índice general

Parte I

Raíces de Funciones

Capítulo 1

Tolerancias

1.1. Ideas

Lo que estamos haciendo es aproximar una raíz, no encontrarla, así que habrá que decidir cuando nuestra estimación ξ se parece suficiente a la raíz.

Tendremos 3 opciones:

- $f(\xi_k) < \epsilon$: Estamos muy cerca de que la función valga cero
- $\frac{\|\xi_k\| - \|\xi_{k-1}\|}{\|\xi_k\|} < \epsilon$: Las estimaciones son muy parecidas y no podemos mejorar.
- El número de iteraciones k es mayor del que el número de iteraciones máximas.

Capítulo 2

Bisección

2.1. Algoritmo

Suponte que tienes una linda función $f(x) = 0$ y tienes dos números a, b tal que $f(a)$ sea de un signo diferente al $f(b)$ entonces estamos seguros de que existe una raíz ξ por ahí en medio.

Entonces, puedes tomar el punto intermedio de ambos $c = a + (b - a)/2$. Ahora pueden pasar 3 cosas:

- Si c es la raíz entonces ya estas
- Si $[a, c]$ tienen signos diferentes entonces la raíz anda por ahí
- Si $[c, b]$ tienen signos diferentes entonces la raíz anda por ahí

En general, basta con suponer que el signo de a es igual que el signo de c, de ser así, entonces c cumple el trabajo de a entonces el intervalo es $[c, b]$. De no ser así entonces tiene que hacer el trabajo de b y entonces el intervalo es $[a, c]$.

Capítulo 3

Punto Fijo

3.1. Ideas

Sea una función $g(x)$ entonces decimos que ξ es un punto fijo si es que $f(\xi) = \xi$.

Suponte que podemos escribir a $f(x) = 0$ como $f(x) = g(x) - x = 0$.

Entonces cualquier punto fijo ξ será una raíz de $f(x)$.

La idea es entonces bastante intuitiva, toma un elemento inicial x_n entonces $x_{n+1} = g(x_n)$ será una mejor aproximación a la raíz.

3.1.1. Propiedades

- Sea $f(x) = 0$ escrita de forma $f(x) = g(x) - x = 0$, es decir $g(x) = x$.

  Entonces si $\forall x \in [a, b]$ se cumple que:

  - $g(x) \in [a, b]$
  - $g(x)$ toma todos los valores entre a y b
  - $g(x)'$ existe en (a, b) y existe una constante $0 < r < 1$ tal que $\|g'(x)\| \leq r$

  Va a pasar que:

  - Existe un único punto fijo $x = \xi$ de g(x) entre $[a, b]$
  - La sequencia $x_{k+1} = g(x_k)$ converge siempre a ξ

3.2. Algoritmo

Suponte que tienes una linda función $f(x) = 0$ y tienes dos números a, b tal que $f(a)$ sea de un signo diferente al $f(b)$ entonces estamos seguros de que existe una raíz ξ por ahí en medio.

Entonces, puedes tomar el punto intermedio de ambos $c = a + (b - a)/2$. Ahora pueden pasar 3 cosas:

- Si c es la raíz entonces ya estas
- Si $[a, c]$ tienen signos diferentes entonces la raíz anda por ahí
- Si $[c, b]$ tienen signos diferentes entonces la raíz anda por ahí

En general, basta con suponer que el signo de a es igual que el signo de c, de ser así, entonces c cumple el trabajo de a entonces el intervalo es $[c, b]$. De no ser así entonces tiene que hacer el trabajo de b y entonces el intervalo es $[a, c]$.

Parte II

Interpolantes

Capítulo 4

Interpolante de Lagrange

4.1. Definición