一个M × N的滤波器w(x,y)与图像$f(x, y)$的相关操作定义为

$$w(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

一个M × N的滤波器w(x,y)与图像$f(x, y)$的卷积定义为

$$w(x,y) * f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x-s, y-t)$$

$$\nabla^2 f = [f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)]-4f(x,y)$$

五 线性、移不变的退化

假设系统的退化模型为：

$$g(x,y) = H(f(x,y)) + \eta(x,y)$$

如果H是线性移不变的，则存在 $h(x,y)$ 使

$$H(f(x,y)) = f(x,y)*h(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha, y-\beta)d\alpha d\beta$$

由于 $H(\delta(x,y)) = \delta(x,y)*h(x,y) = h(x,y)$

因此，$h(x,y)$ 称为系统H的冲激响应.

- 也就是说$h(x,y)$是系统H对坐标 (x,y) 处强度为1的冲激的响应.
- 在光学中，冲激为一个光点，所以 $h(x,y)$ 也称为点扩散函数(PSF).
- 所有光学系统都一定程度模糊光点.

因此对于线性移不变系统的退化模型为:

- 空间域：$g(x,y) = h(x,y)*f(x,y)+\eta(x,y)$
- 频域：$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$

- 对这类模型复原的本质是去卷积的过程. 该滤波器也称为去卷积滤波器.

(2)形态学图像梯度

$$g = f \oplus b - f \Theta b$$

(3)形态学top-hat变换

作用：矫正不均匀的光照影响。

$$T_{hat} = f - f \circ b$$ 白顶帽变换

$$B_{hat} = f \bullet b - f$$ 黑底帽变换

七 逆滤波

对于线性移不变系统的退化模型为:

- 频域：$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$

如果知道 $H(u,v)$，则

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

如果 $H(u,v)$的值很小，则 $\frac{N(u,v)}{H(u,v)}$ 的值将很大，估计就会失败。

- 注意，$H(0,0)$ 的频域值最大.

3. 膨胀与腐蚀的关系

$$(A\Theta B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

- 击中或击不中变换是形状检测的基本工具.
- 令每种形状的重心为它的原点.

设形状X包含在一个小窗口W中，X的背景定义为W-X. 令B是由X和W-X组成的集合，使用结构元素B对集合A进行匹配操作的定义为:

$$A \circledast B = (A\Theta X) \cap [A^c \Theta (W-X)]$$

高斯拉普拉斯算子与Marr-Hidreth边缘检测

- 由于拉普拉斯算子的应用通常会放大图像的噪声，因此通常先平滑，再应用拉普拉斯算子。

假设$f(x,y)$ 为图像，$h(x,y)$为高斯平滑函数.

$$h(x,y) = -e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

则 $\nabla^2[f(x,y)*h(x,y)] = f(x,y)*\nabla^2 h(x,y)$

其中:

$$\nabla^2 h(x,y) = \frac{2}{\sigma^2}[1-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}]e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- Hough变换检测直线的原理和方法也可以用于检测其他的能用解析式表示的参数较少的曲线，如圆、椭圆、抛物线等。
- 例如圆的一般方程为：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

需要在参数空间中建立1个3D的累加数组A，即$A(a,b,r)$。让a,b变化，计算c，这时$A(a,b,c)=A(a,b,c)+1$

3.6.3 非锐化掩模和高提升滤波（Unsharp Masking and high-boost filtering）。非锐化掩模一般公式：

$$f_s(x,y) = f(x,y) - f(x,y)$$

公式的物理意义就是把原图的一个模糊过的图像从原图中减去，从而得到一个相对清晰的图像（就象一个模糊的负片和一个正片放在一起冲洗出相对清晰的照片）。更普遍形式就是所谓的高提升滤波处理，一般表达式为

$$f_{hb}(x,y) = Af(x,y) - f(x,y)$$

其中A≥1，目的是提升原图的亮度。上式还可以等价写成

$$f_{hb}(x,y) = (A-1)f(x,y) + f_s(x,y)$$

前一部分“调整”了原图的灰度，后一部分是锐化过的图像

对连续函数情形，最简单且各向同性的二阶微分算子是拉普拉斯（Laplacian）算子

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

(1)人的视觉是由眼睛中两部分光接收器(感觉细胞)组成的:锥状体和杆状体(2)在低的照明级别,亮度辨别较差(杆状体起作用).在背景照明增强时,亮度辨别得到明显的改善(锥状体起作用)(3)通常有三个基本量用于描绘彩色光源的质量:发光强度(从光源流出的能量)、光通量(观察者从光源感受的能量,例如:远红外光有实际的能量,但光通量为零)和亮度(亮度是描绘光感受的主观描绘,它实际上不能测量,包含无色的强度的概念,并且也是描述彩色感觉的参数之一)(4)出于处理、存储和硬件的考虑,灰度级别通常是 2 的整数幂 L=2^k. L 是最大的灰度级别.这时,图像中所有像素的灰度是区间[0，L-1]的整数.一幅数字图像占用的空间:M*N*k(5)空间分辨率是图像中可分辨的最小细节.广泛使用的分辨率的意义是在每单位距离可以分辨的最小线对数目.通常,空间分辨率即图像大小(最大行数*每行最大像素数)(6)灰度分辨率:一个像素值单位幅度上包含的灰度级数.灰度级数通常是 2 的整数幂级数,如:用一个 byte 存一个像素值,则 256 级.用一个 4bit 存一个像素值,则 16 级.(7) m 邻接(混合邻接):满足下列条件的任一个,则具有 V 中数值的 p 和 q 是 m 连接的.(i)q 在中 N4(p).(ii)q 在 ND(p)中,且集合 N4(p)∩N4(q)中没有 V 值的像素.(8)图像增强的目的是提高图像在特定应用领域的视觉质量.包括光滑,锐化,提取边缘,反转,去噪以及各种滤波处理.目的是经过处理后的图像更适合特定的应用(主要是主观的观察分析)没有通用的理论和方法,主观评价为主.图像增强共有两大类算法:空间域和频率域.空间域指图像平面本身.空间域处理分灰度变换、空间滤波两类.(9)幂次变换:s=cr^γ (10)伽玛校正:大量的图像设备如捕捉卡,打印机,数码相机以及显示装置的响应(输出)就对应一个幂函数,通常称这个幂函数的指数为伽玛.纠正这个幂次响应的处理称为伽玛校正.如果图像偏暗,可考虑用指数 y<1 的伽玛校正;反之,y>1 的校正对那些被”漂白”的细节会起作用(11)位图切割(比特平面分层):8 位灰度图象可以分割成 8 个位面.高位表示了重要的信息,低位给出了不同程度的细节(12)图像减法处理:其主要作用就是增强两幅图之间的差异.(13)图像平均处理:主要用于去除图像的随机噪声.(14)滤波的概念来自信号处理中的傅里叶变换.空间滤波指的是直接对图像像素进行处理的操作.大致分为线性和非线性两种情形.对像素灰度值的调整要利用该像素周围的像素信息(15)噪声模型有:高斯噪声、瑞利噪声、伽马噪声、指数分布噪声、均匀分布噪声、脉冲(椒盐)噪声(15)中值滤波器类似均值线性滤波器用于去噪,但中值滤波器在衰减噪声的同时不使边界模糊.(16)中值滤波器比均值滤波器更适合去除加性椒盐噪声.(17)锐化的目的和平滑相反,是为了突出图像中的细节或者增强被模糊了的细节.(18)图像复原是利用退化现象的某种先验知识来重建被退化的图像,是一个客观的过程. 图像增强是为了人类视觉系统的生理接受特点而设计的一种改善图像的方法,是一个主观的过程.(19)周期噪声是空间依赖型的噪声,可以通过频域滤波抑制.(20)几何均值滤波器与算术均值滤波器相比,更少模糊细节.谐波均值滤波器对”盐”噪声效果好,而不适应”胡椒”噪声.(21)逆谐波均值滤波器当 Q 为正时,用于消除”胡椒” 噪声,当 Q 为负时,用于消除”盐”噪声.当 Q=0 时,退化为算术均值滤波器;当 Q=-1 时,退化为谐波均值滤波器.(22)自适应中值滤波器的处理有三个目的:除去”椒盐”噪声,平滑其他非椒盐噪声,并减少诸如物体边界细化或粗化的失真.优点:自适应中值滤波器对噪声密度大时更有效,并且平滑非冲激噪声时可以保存细节.(23)有三种估计退化函数的方法:(1)观察法(2)实验法(3)数学建模法(24)彩色模型:(1)RGB(2)CMY 和 CMYK(3)HIS(HSB)(2)充满颜色时,为黑色;没有颜色时,为白色.使用 RGB 的补色做基本色:青(Cyan)、品红(Magenta)和黄(Yellow).C(青)=W(白)-R(红) M(品红)=W(白)-G(绿) Y(黄) = W(白)-B(蓝) .CMYK 是印刷业的标准,在印刷时,用这种方法显示黑色时,油墨很少能将颜色都吸收掉,深色效果较差，故加入一种黑色 K.(3)H (Hue)色调指光的颜色.如赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫为基色调.它是以单一波长得到的成分.S(Saturation)饱和度指色彩纯度的程度，加入的白光越多就饱和度越低。I (Intensity)亮度指彩色光对人眼引起的光刺激强度,它与光的能量有关.两个特点:1,I

其中灰度最大变化率：$M(x,y) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2}$

梯度方向：$\alpha(x,y) = \arctan(\frac{G_y}{G_x})$

边缘方向与梯度方向垂直。

梯度算子

- 图像一阶导数的代表.
- 梯度向量的定义:

$$\nabla \mathrm{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

2. 线检测

- 线检测通常采用如下4种摸板:

FIGURE 10.3 Line masks.

Horizontal

−1	−1	−1
2	2	2
−1	−1	−1

+45°

−1	−1	2
−1	2	−1
2	−1	−1

Vertical

−1	2	−1
−1	2	−1
−1	2	−1

−45°

2	−1	−1
−1	2	−1
−1	−1	2

- 如果上述4种模板产生的响应分别为：R_1, R_2, R_3, R_4，并且 $|R_i| > |R_j|, j \neq i$，则认为此点与模板i方向的线有关。

Canny[1968]边缘检测

- 目标：
1、低错误率。边缘一个不落，一个不多
2、边缘点应该被很好地定位。
3、单一边缘点响应。

- 算法步骤：
1、用一个高斯滤波器平滑输入图像；
2、计算梯度幅值图像和角度图像；
3、对梯度幅值图像应用非最大抑制；
4、用双阈值处理和连接分析来检测并连接边缘。

$$M(x,y) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} \quad \alpha(x,y) = \arctan(\frac{G_y}{G_x})$$

1. 点检测

- 如果 $|R| \geq T$，其中阈值 $T > 0$，则模板中心位置的点为所求的点。

拉普拉斯算子

- 拉普拉斯算子是各向同性的二阶微分算子，定义为：$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$

拉普拉斯算子是线性算子。

$$\because \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} = f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y)$$

$$\therefore \nabla^2 f = [f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)]-4f(x,y)$$

高斯差分滤波与Marr-Hildreth边缘检测

1、使用高斯差分DoG可以近似高斯拉普拉斯LoG

$$DoG(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}} - \frac{1}{2\pi\sigma_2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}}$$

其中 $\sigma_1 > \sigma_2$。可以使用标准方差比率1.6:1来建模，则可以获得LoG的工程近似。

选择 σ，可以使LoG与DoG有相同的零交叉。

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}\ln\left[\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right]$$

a b

1）边界连接条件：

用梯度算子对图像处理可以得到像素两个方面的信息：(1). 梯度的幅度; (2). 梯度的方向.

如果像素(s,t)在像素(x,y)的邻域内且满足:

$$|M(x,y) - M(s,t)| \leq E, \quad |\alpha(x,y) - \alpha(s,t)| \leq A$$

其中，E是幅度阈值，A是角度阈值.

则可以将(s,t)与(x,y) 连接起来.

Hough变换思想:

对于边缘点的直线拟合问题，是找一个(ρ,θ)，使得边缘点确定的正弦曲线相交最多的点(ρ,θ)。

- 可以建立 ρ,θ 空间的二维直方图来确定对于边缘点的最佳拟合直线参数(ρ_0,θ_0)。具体算法如下:

1）对于每个边缘点（x,y）。建立直线方程:

$$\rho = x\cos(\theta) + y\sin(\theta) \qquad (*)$$

2）假定 ρ,θ 的变化范围为$\rho \in [\rho_{\min}, \rho_{\max}], \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$，建立 $A(\rho,\theta)$累加器.

3）给定 θ，由方程（*）确定 ρ，则 $A(\rho,\theta) = A(\rho,\theta)+1$,

4）对于所有的边缘点，都执行1）--3）步，找出最大的 $A(\rho,\theta)$，则 ρ,θ 为所求。

阈值处理模型：

$$T = T[x, y, p(x,y), f(x,y)]$$

其中，f(x,y)是点（x,y）的灰度级，p(x,y)是该点的局部性质。经过阈值处理的图像为：

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & f(x,y) > T \\ 0 & f(x,y) \le T \end{cases}$$

➢当T取值于f(x,y)时，阈值是全局的。

➢当T取值于f(x,y)和p(x,y)时，阈值是局部的。

➢当T取值于空间坐标x和y时，阈值是自适应或动态的。

背景光照不均匀时阈值处理方法:

1）直接矫正方法：用恒定灰度的平坦表面成像获得光照模式，用相反的模式与图像相乘来矫正。

2）采用顶帽变换来获得全局阴影模式；

3）使用可变阈值近似处理非均匀性。

➢用试探法确定阈值:

1.选择一个 T 的初始估计值。

2.用 T 分割图像。这样做会生成两组像素：G_1 由所有灰度值大于 T 的像素组成，而 G_2 由所有灰度值小于或等于 T 的像素组成。

3.对区域 G_1 和 G_2 中的所有像素计算平均灰度值 m_1 和 m_2

4.计算新的门限值：$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$

5.重复步骤2到4，直到逐次迭代所得的 T 值之差小于实现定义的参数 T

5. 利用边缘来改进全局阈值处理

➢如果尖峰很高，对称且很深的波谷分开，则容易找阈值。

➢直观的思想：对于边界附近的邻域通常有满足上述性质的直方图。

➢梯度算法能够区分边缘区域与平坦区域；拉普拉斯算子可以确定给定的像素在边缘的亮一边还是暗一边。

➢局部阈值法：

$$s(x,y) = \begin{cases} 0 & \nabla f < T \\ + & \nabla f \ge T, \quad \nabla^2 f \ge 0 \\ - & \nabla f \ge T, \quad \nabla^2 f < 0 \end{cases}$$

利用边缘来改进全局阈值处理算法步骤:

1）计算图像f(x, y)的梯度图或者拉普拉斯绝对值图；

2）给定一个阈值；

3）用步骤2）的阈值对步骤1）的结果做阈值处理，产生二值图像 $g_T(x,y)$；

4）计算 $h(x,y) = f(x,y) * . g_T(x,y)$，计算h(x, y)的直方图；

5）在4）直方图基础上，用Otsu方法做图像分割。

注意：

1、第3）步骤的二值图可以是梯度二值图和拉普拉斯绝对值图二值图取“或”的组合。

2、阈值通常取第n个百分比。

四．基于区域的分割

1. 区域生长法

➢区域生长法是一种根据事前定义的准则将像素或子区域聚合成更大区域的过程。

1）取一组种子；

2）为区域生长选定规则，相似性准则，利用连同条件；

3）这是迭代算法，要考虑终止规则。

f(x, y)为图像；S(x, y)为种子阵列，种子处为1，其他为0。

Q为位置(x, y)的属性，基于8连通的区域生长算法为：

1、在S(x, y)中找连通分量，并把连 通分量腐蚀为一个像素；把找到的所有这种像素 标记为1，S的其他像素标记为0。

2、计算图像 f_Q：

$$f_Q(x,y) = \begin{cases} 1 & (x,y)\text{处属性Q为真;} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

3、分割后图像g为：把 f_Q 中与种子点8连通的所有1值点添加到S中每个种子点。

4、使用不同的区域标记 标出g中的每个连通分量。

一. 间断检测

➢ 寻找间断最一般方法是对整幅图像使用模板（滤波器）进行检测。

➢ 对于常用的3x3掩模，图像中任一点的响应公式为：

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \ldots + w_9 z_9 = \sum_{i=1}^{9} w_i z_i$$

分量与图像的彩色信息无关.2,H 和 S 分量与人感受颜色的方式是紧密相连的.3,将亮度(I)与色调(H)和饱和度(S)分开,避免颜色收到光照明暗(I)等条件的干扰,仅仅分析反映色彩本质的色调和饱和度.4,广泛用于计算机视觉、图像检索和视频检索.(25)伪色彩处理:也叫假彩色图像处理.根据一定的准则对灰度值赋以彩色的处理.区分:伪彩色图像、真彩色图像、单色图像.(26)强度分层：把一幅图像描述为三维函数（x, y, f(x, y)）.(26)分层技术:放置平行于(x, y)坐标面的平面.每一个平面在相交区域切割图像函数.(27)全彩色图像处理研究分为两大类(1)分别处理每一分量图像,然后,合成彩色图像.(2)直接对彩色像素处理:3 个颜色分量表示像素向量.令 c 代表 RGB 彩色空间中的任意向量.(28)补色:在彩色环上,与一种色调直接相对立的另一色调称为补色.作用:增强嵌在彩色图像暗区的细节.(29)HSI 彩色空间分割—直观:H 色调图像方便描述彩色.S 饱和度图像做模板分离感兴趣的特征区.I 强度图像不携带彩色信息(30)RGB 彩色空间—直接,结果更好.(31)数学形态学用于提取图像区域的形状和结构(32)开操作:先腐蚀后膨胀.闭操作:先膨胀后腐蚀.(33)开操作一般使对象的轮廓变得光滑,断开狭窄的间断和消除细的突出物.闭操作使对象的更为连通,它能消除小的孔洞,并填补轮廓线中的断裂.(34) 形态学图像平滑:先采用开操作,然后采用闭操作以去除亮和暗的噪声.(35)粒度测定:以某一特定的尺度对含有相近尺度颗粒的图像区域进行开操作,然后通过计算输入图像和输出图像之间的差异可以对相近尺寸颗粒的相对数量进行测算(36)灰度图像:开操作经常用于去除小的明亮的细节;闭操作经常用于去除小的黑暗的细节.(37)图像分割一般是基于亮度值的两种基本特性来分割: 1)不连续性;2)相似性. 2.根据不连续性分割图像:如奇异点检测,线检测和边缘检测.3.依据事先制定的准则将图像分割为相似的区域:如门限处理,区域生长,区域分离和聚合.(38)边缘检测：主要使用一阶导数和二阶导数检测图像中的边缘.边缘的种类:Delta 边缘、阶梯边缘和斜边缘.(40)边界检测=边缘检测和边缘连接.边缘连接:两个端点只有在边缘强度和走向相近的情况下才能连接(39)当噪声存在时,用平滑方法和跟踪虫方法.梯度跟踪虫方法仅在噪声很低时有效.用 3×3 区域平均值代替单像素点,称为虫.(40)基于形态学分水岭的分割:(1)将梯度值图像看成一幅地形图,梯度值对应海拔高度,图像中不同梯度值的区域就对应于山峰和山谷间盆地(2)设想在各个局部极小值点的位置打一个洞,让水以均匀上升速率从洞中涌出,从低到高淹没整个地形(3)水位逐渐升高漫过盆地,当相邻两个盆地的水即将合并时,这时在两个盆地间建坝拦截(4)此过程将图像划分为许多个山谷盆地,分水岭就是分隔这些盆地的堤坝(41)分水岭分割算法的缺点: (1)对图像中的噪声极为敏感.由于输入图像往往是图像梯度,原始图像中的噪声能直接恶化图像的梯度,造成分割的轮廓偏移.(2)易于产生过度分割.由于受噪声和平坦区域内部细密纹理的影响,致局部极值过多,在后续分割中出现大量的细小区域(42) 1)内部标记:平滑图像后 a)被更高海拔的点包围的区域 b)区域的点组成一个连通分量 c)连通分量中

2. 区域分离合并法

区域分离合并法即反复做下列操作：

1. 对于任何区域 R_i，如果 $P(R_i)$ = FALSE，就将每个区域都拆分为 4 个相连的象限区域。
2. 将 $P(R_j \cup R_k)$ = TRUE 的任意两个相邻区域 R_j 和 R_k 进行聚合。
3. 当再无法进行聚合或拆分时操作停止。

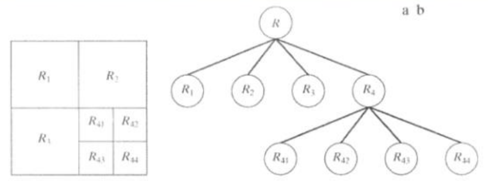


图 10.52 (a)被分割的图像；(b)对应的四叉树。R 表示整个图像区域

通常会给定一个可分裂区域的最小尺寸。

3. 分水岭分割算法

初始化： $C[\min+1] = T[\min+1]$

递归： 根据 $C[n-1]$ 求得 $C[n]$ 的过程如下：

Q 代表 $T[n]$ 中连通分量的集合

对每个连通分量 $q \in Q[n]$，有3种可能

（a） $q \cap C[n-1]$ 为空

（b） $q \cap C[n-1]$ 包含 $C[n-1]$ 中的一个连通分量。

（c） $q \cap C[n-1]$ 包含 $C[n-1]$ 多于一个的连通分量。

(1)遇到新的最小值，符合条件(a)

将q并入C[n-1]构成C[n]

(2)q位于某些局部最小值构成的汇水盆地中，符合条件(b)

(3)遇到全部或部分分离汇水盆地的山脊线，符合条件(c)

$q \cap C[n-1]$ **形态膨胀** **得到水坝**

在q内构造水坝，即得到分水线

解决方案：分割前预处理

分割时添加约束

分割后对图像进行再处理

标记概念：内部标记—与感兴趣对象相联系

外部标记—与背景相联系

基本过程：(1)预处理

(2)定义所有标记满足的准则集合

(3)在包含唯一内部标记的每个区域中单独使用分水岭分割算法

分割中运动的应用

1.空间技术

基本方法

- 差值图像
- 分别检测两帧图像 $f(x,y,t_1)$ 和 $f(x,y,t_2)$ 在时间 t_1 和 t_2 时的变化的最简单的方法是将两幅图像逐个像素的进行对比。这个过程将得到一幅差值图像
- 两幅图像在 $f(x,y,t_i)$ 和 $f(x,y,t_j)$ 的差值图像可以定义为：

$$d_{ij}(x,y) = \begin{cases} 1 & \left| f(x,y,t_i) - f(x,y,t_j) \right| > T \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中T是一个特定的门限。从定义可以看到：如果两幅图像中对应的坐标上的灰度差有相当的不同，则 $d_{ij}(x,y)$ 具有值1，差异成都取决于事先确定的门限T.

◆ 假设所有的图像具有相同的尺寸大小，则差值图像也具有相同的尺寸。

◆ 在动态处理过程中 $d_{ij}(x,y)$ 中所有值为1的像素被认为是对象运动的结果。

◆ 但是实际上，这些1值常常是由于噪声造成的，对于这种情况，我们可以使用一些简单的方法来除去他们。

差异的累积:

➢考虑三种累积差异图(ADI)：绝对ADI，正ADI和负ADI.

$$A_k(x,y) = \begin{cases} A_{k-1}(x,y)+1 & \left| f(x,y,1) - f(x,y,k) \right| > T \\ A_{k-1}(x,y) & \text{其他} \end{cases}$$

$$P_k(x,y) = \begin{cases} P_{k-1}(x,y)+1 & [f(x,y,1) - f(x,y,k)] > T \\ P_{k-1}(x,y) & \text{其他} \end{cases}$$

$$N_k(x,y) = \begin{cases} N_{k-1}(x,y)+1 & [f(x,y,1) - f(x,y,k)] < -T \\ N_{k-1}(x,y) & \text{其他} \end{cases}$$

的点的灰度级相同 2)外部标记:对平滑后的图像使用分水岭算法,并限制这些内部标记只能是允许的局部最小值,得到的分水线即为外部标记(43)(1)正 ADI 的非零区域等于运动对象的大小;(2)正 ADI 的位置对应于基准帧中运动对象的位置;(3)当运动对象在基准帧中相对于同一对象完全被移动时,正 ADI 停止计数; (4)绝对 ADI 包括正的和负的 ADI;(5)运动对象的速度和方向可以由绝对的和负的 ADI 决定。1-10 章额外补充(1)基本的图像重取样方法:图像内插.人们常选用双线性和双三次内插.(2)图像相加:取平均降噪.相减:增强差别.相乘和相除:校正阴影. (3)空间域:简单的包含图像像素的平面(4)频率域:图像像元的灰度值随位置变化的空间频率(5)中值滤波消除椒盐噪声,均值滤波消除高斯噪声.

图像处理中，对一幅图像进行滤波处理，若选用的频域滤波器具有陡峭的变化，则会使滤波图像产生“振铃”：指输出图像的灰度剧烈变化处产生的震荡，就好像钟被敲击后产生的空气震荡。

参考: 通过求平均值降噪

- 对于图象: $g(x,y)=f(x,y)+n(x,y)$

其中, 设f(x,y)为理想图像，n(x,y)为噪声.

- 考察一个静止场景的K幅图像:

$$g_i(x,y)=f(x,y)+n_i(x,y) \qquad i=1,2,\ldots,K$$

假定每幅噪声图像来自于一个互不相关的，噪声均值等于0的随机噪声样本集.

$$\therefore\ \sigma^2_{\bar g(x,y)}=\varepsilon\{(\bar g(x,y)-\varepsilon\{\bar g(x,y)\})^2\}$$

$$=\varepsilon\left\{\left(\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{K^2}\varepsilon\left\{\left(\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{K^2}\Big[\sum_{\substack{i=1\\ i=j}}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)^2\}+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{K}\sum_{j=1}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)n_j(x,y)\}\Big]$$

$$\sigma^2_{\bar g(x,y)}=\frac{1}{K^2}\sum_{i=1}^{K}\sigma^2_{n(x,y)}$$

$$=\frac{1}{K}\sigma^2_{n(x,y)}$$

- 故：当K增加时，在各（x,y）位置上像素值的噪声变化率将减小。

$$\because\ \bar g(x,y)=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}(f(x,y)+n_i(x,y))$$

$$=f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)$$

$$\varepsilon\{\bar g(x,y)\}=\varepsilon\{f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)\}$$

$$=f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)\}$$

$$=f(x,y)$$

- **时域的乘积等于频域的卷积；频域的卷积等于时域的乘积；**
- **时域做傅里叶变换到频域；频域可以做傅里叶反变换再返回时域；**

二维取样定理：如果一个二维带限连续函数在u和v两个方向上由以大于该函数最高频率两倍的取样率取样获得的样本表示，则没有信息丢失（无误地恢复）。$\frac{1}{\Delta T}>2\mu_{\max}$ $\quad \frac{1}{\Delta Z}>2v_{\max}$

拉普拉斯图像增强的基本方法为:

$$g(x,y)=\begin{cases}f(x,y)-\nabla^2 f, & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为负}\\ f(x,y)+\nabla^2 f, & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为正}\end{cases}$$

频率域

$$F(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j2\pi ut}dt$$

欧拉公式

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)[\cos(2\pi ut)-j\sin(2\pi ut)]dt$$

显示用幅值(傅里叶谱/频谱):

$$|F(u)|=[R^2(u)+I^2(u)]^{1/2}$$

反变换

空间域

$$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}F(u)e^{j2\pi ut}du$$

10

基于拉普拉斯算子的高提升滤波

$$f_{hb}(x,y)=\begin{cases}Af(x,y)-\nabla^2 f, & \text{拉普拉斯滤波中心系数为负}\\ Af(x,y)+\nabla^2 f, & \text{拉普拉斯滤波中心系数为正}\end{cases}$$

当A=1时就是拉普拉斯图像增强方法，当A足够大时，锐化效用将变得不明显

- 假设 S_{xy} 表示中心在(x,y)点,尺度为 $m\times n$ 的矩形子图象窗口的坐标组.

算术均值滤波器: $\hat f(x,y)=\frac{1}{mn}\sum_{(s,t)\in S_{xy}}g(s,t)$

几何均值滤波器: $\hat f(x,y)=\Big[\prod_{(s,t)\in S_{xy}}g(s,t)\Big]^{\frac{1}{mn}}$

谐波均值滤波器: $\hat f(x,y)=\dfrac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}}\frac{1}{g(s,t)}}$

逆谐波均值滤波器: $\hat f(x,y)=\dfrac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}}g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}}g(s,t)^{Q}}$

例4.1 矩形函数的傅氏变换

$$F(\mu)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j2\pi\mu t}dt=\int_{-W/2}^{W/2}Ae^{-j2\pi\mu t}dt$$

$$=\frac{-A}{j2\pi\mu}\left[e^{-j2\pi\mu t}\right]_{-W/2}^{W/2}=\frac{-A}{j2\pi\mu}\left[e^{-j\pi\mu W}-e^{j\pi\mu W}\right]$$

$$=AW\frac{\sin(\pi\mu W)}{\pi\mu W}$$

$$\operatorname{sinc}(m)=\frac{\sin(\pi m)}{\pi m}$$

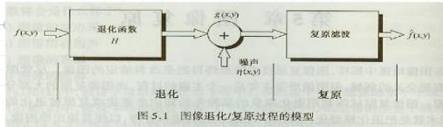


图 5.1 图像退化/复原过程的模型

- 图像退化模型:
- 空间域:

$$g(x,y)=h(x,y)*f(x,y)+\eta(x,y)$$

- 频域:

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$$

平滑空间滤波器（如下）:

$$g(x,y)=\frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)}$$

- 当图像的退化模型如下:

$$g(x,y)=f(x,y)+\eta(x,y)$$

或

$$G(u,v)=F(u,v)+N(u,v)$$

一般的空间滤波方法:

1. 均值滤波器
2. 排序统计滤波器
3. 自适应滤波器

2. 顺序统计滤波器

最大滤波器: $\hat f(x,y)=\max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}$

最小滤波器: $\hat f(x,y)=\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}$

中点滤波器: $\hat f(x,y)=\frac{1}{2}[\max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}+\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}]$

修正后的阿尔法均值滤波器:

$$\hat f(x,y)=\frac{1}{mn-d}\sum_{(s,t)\in S_{xy}}g_r(s,t)$$

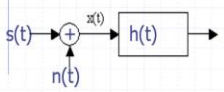
修正后的阿尔法均值滤波器对多种噪声的图像去噪有效.
其中去掉d/2个最大值和d/2个最小值.

因此对于线性移不变系统的退化模型为:

- 空间域: $g(x,y)=h(x,y)*f(x,y)+\eta(x,y)$
- 频域: $G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$
- 对这类模型复原的本质是去卷积的过程. 该滤波器也称为去卷积滤波器.

八、维纳滤波器(Wiener filter)设计

- 首先建立一套性能指标，然后通过选择合适的冲激响应（或传递函数）来最大化这些性能指标。



y(t), 求 $h(t)$, 使得 $y(t)\approx s(t)$。

非锐化掩蔽和高提升滤波

钝化模板: $g_{\text{mask}}(x,y)=f(x,y)-\bar f(x,y)$

$$g(x,y)=f(x,y)+k*g_{\text{mask}}(x,y)$$

非锐化掩蔽（k=1） 高提升滤波（k>1）

单变量离散傅里叶变换(如下):

$$F(u)=\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M} \qquad u=0,1,\cdots,M-1$$

$$f(x)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}F(u)e^{j2\pi ux/M} \qquad x=0,1,\cdots,M-1$$

二维离散变换:

两个M×N的离散函数f(x,y)和h(x,y)的卷积定义为

$$f(x,y)*h(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)h(x-m,y-n)$$

取样定理(哈里.奈奎斯特采样率)：如果以超过函数最高频率的两倍的取样率来获得样本，连续带限函数能完全由其样本集恢复, 即 $\frac{1}{\Delta T}>2\mu_{\max}$

频率域滤波基础 $f(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)$

步骤:

(1) 用$(-1)^{x+y}$乘以输入图像, 做频谱中心化处理;
(2) 计算(1)结果的DFT, 即$F(u,v)$;
(3) 用滤波器函数$H(u,v)$乘以$F(u,v)$(在频谱域处理图像) - 滤波器函数下面讨论;
(4) 计算(3)中结果的反DFT;
(5) 得到(4)结果中的实部;
(6) 用$(-1)^{x+y}$乘以(5)中的结果

滤波和滤波器: 滤波顾名思义就是阻止或减少信号或图像中的某些频率成分. 滤波器(函数)就是能起到这样作用的函数. 一般表达式:

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)$$

滤波后的结果图像可以从G(u,v)的反傅里叶变换得到.

$$g(x,y)=\Im^{-1}G(u,v)$$

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

$$f(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

傅里叶谱: $|F(u,v)|=[R^2(u,v)+I^2(u,v)]^{1/2}$

在频率域计算卷积的正确步骤

(1) 对两个函数作零延拓至适当的长度;
(2) 做两个序列的傅里叶变换(长度和延拓后的一致);
(3) 将两个序列的傅里叶变换相乘;
(4) 计算乘积的傅里叶反变换.

如何处理周期问题?

处理的方法是对要处理的函数作零延拓(Padding).假设函数f(x)和h(x)分别有A个点和B个点组成, 对两个函数同时添加零, 使它们具有相同的周期, 用P表示

$$f_e=\begin{cases}f(x) & 0\le x\le A-1\\ 0 & A\le x\le P\end{cases} \qquad h_e=\begin{cases}h(x) & 0\le x\le B-1\\ 0 & B\le x\le P\end{cases}$$

只要P≥A+B-1, 将$f_e(x)$和$h_e(x)$作周期化处理, 然后再用(4.6.20)作卷积, 就得到图4.37e的结果, 这个结果在0-799的范围内, 和原来的卷积结果(图4.36e)是相同的. 另一方面, 在作了适当的函数延拓后, 我们就可以利用傅里叶变换和反变换来计算相应的卷积(或者相应的滤波)了.

4.6.6 快速傅里叶变换

以一维为例作简单介绍, 二维情形可以通过两次一维计算实现. 将傅里叶变换

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M}$$

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)W_M^{ux}\qquad (W_M=e^{-j2\pi/M})$$

仅考虑M具有2的幂次方M=2ⁿ的形式, n为正整数. 故M还可以表示为2K, K = M/2也是正整数. 从而

$$F(u)=\frac{1}{2K}\sum_{x=0}^{2K-1}f(x)W_{2K}^{ux}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_{2K}^{u(2x)}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_{2K}^{u(2x+1)}\right]$$

注意: $W_K=e^{-j2\pi/K}$, K = M/2, 且$W_{2K}^{2ux}=W_K^{ux}$, 故有

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_K^{ux}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_K^{ux}W_{2K}^{u}\right]$$

对u = 0, 1, …, K-1, 定义

$$F_{even}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_K^{ux}\qquad\textbf{(4.6.41)}$$

$$F_{odd}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_K^{ux}\qquad\textbf{(4.6.42)}$$

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]\qquad\textbf{(4.6.43)}$$

再因为对任意的正整数K, 有$W_K^{u+K}=W_K^{u}$ 和 $W_{2K}^{u+K}=-W_{2K}^{u}$. 从上面几个公式可以得到

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]\qquad\textbf{(4.6.44)}$$

卷积定理的证明提示:

$$\mathrm{F}\{f(t)*g(t)\}=F(s)G(s)$$

$$\mathrm{F}^{-1}\{F(s)G(s)\}=f(t)*g(t)$$

证明: 由定义

$$\mathrm{F}\{f(t)*g(t)\}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(u)g(t-u)du\,e^{-j2\pi st}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)g(t-u)e^{-j2\pi s(t-u)-j2\pi su}dtdu$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}g(v)e^{-j2\pi s(v)}dv\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)^{-j2\pi su}du\qquad(令v=t-u)$$

$$=F(s)G(s)$$

3. 基于Otsu方法的最佳阈值处理

阈值处理实质上是分类问题，可以利用贝叶斯决策规则。

Otsu[1979]方法:

假设图像像素总数为NM，有L个灰度级别，第i个级别的像素个数为n_i (i = 0,1,...,L − 1)，有$p_i=\dfrac{n_i}{NM}$

于是有 $\sum_{i=0}^{L-1}p_i=1\quad p_i\ge 0$

若选择阈值 T(k) = k 0 < k < L − 1，把图像分为两类：C_1:[0, k]和C_2[k + 1, L − 1]

像素被分到C_1和C_2中的概率分别为$P_1(k)$和$P_2(k)$:

$$P_1(k)=\sum_{i=0}^{k}p_i\qquad(10.3\text{-}4)$$

$$P_2(k)=\sum_{i=k+1}^{L-1}p_i=1-P_1\qquad(10.3\text{-}5)$$

C_1中每个像素级出现的概率为$\dfrac{p_i}{P_1(k)}$,(i = 0,1,2,...,k)

C_2中每个像素级出现的概率为$\dfrac{p_i}{P_2(k)}$,(i = k + 1,,...,L − 1)

C_1中像素平均灰度值为:

$$m_1(k)=\sum_{i=0}^{k}i\frac{p_i}{P_1}=\frac{1}{P_1}\sum_{i=0}^{k}ip_i\qquad(10.3\text{-}6)$$

C_2中像素平均灰度值为:

$$m_2(k)=\sum_{i=k+1}^{L-1}i\frac{p_i}{P_2}=\frac{1}{P_2}\sum_{i=k+1}^{L-1}ip_i\qquad(10.3\text{-}7)$$

直至k的累加平均灰度值为:

$$m(k)=\sum_{i=0}^{k}ip_i\qquad(10.3\text{-}8)$$

整个图像的平均灰度值（全局均值）为:

$$m_G=\sum_{i=0}^{L-1}ip_i\qquad(10.3\text{-}9)$$

$$m_G=\sum_{i=0}^{k}ip_i+\sum_{i=k+1}^{L-1}ip_i$$

$$m_G=\frac{P_1}{P_1}\sum_{i=0}^{k}ip_i+\frac{P_2}{P_2}\sum_{i=k+1}^{L-1}ip_i$$

$$m_G=P_1m_1+P_2m_2\qquad(10.3\text{-}10)$$

和

定义阈值质量评价的归一化度量η:

$$\eta=\frac{\sigma_B^2}{\sigma_G^2}\qquad(10.3\text{-}12)$$

其中，σ_G^2是全局方差:

$$\sigma_G^2=\sum_{i=0}^{L-1}(i-m_G)^2p_i\qquad(10.3\text{-}13)$$

σ_B^2是类间方差，定义为:

$$\sigma_B^2=P_1(m_1-m_G)^2+P_2(m_2-m_G)^2\qquad(10.3\text{-}14)$$

$$\sigma_B^2=P_1P_2(m_1-m_2)^2$$

$$=\frac{(m_GP_1-m)^2}{P_1(1-P_1)}\qquad(10.3\text{-}15)$$

基本结论:

1) m_1和m_2相隔越大，则σ_B^2越大;

2) η是分割的可分性度量，σ_B^2越大，则η越大;

3) 式(10.3 − 12)隐含$\sigma_G^2>0$, $\sigma_G^2=0$意味图像只有一种像素则η = 0, （不可分）;

引进k,

$$\eta(k)=\frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}\qquad(10.3\text{-}16)$$

$$\sigma_B^2(k)=\frac{(m_GP_1(k)-m(k))^2}{P_1(k)[1-P_1(k)]}\qquad(10.3\text{-}17)$$

求最佳阈值 k*为:

$$\sigma_B^2(k^*)=\max_{0\le k\le L-1}\sigma_B^2(k)\qquad(10.3\text{-}18)$$

如果存在多个 k，则这些k取平均。

算法步骤:

1) 求p_1和p_2;

2) 求P_1和P_2;

3) 求m_1和m_2;

4) 求m和m_G;

5) 计算

$$\sigma_B^2(k^*)=\max_{0\le k\le L-1}\sigma_B^2(k)$$

如果存在多个 k，则这些k取平均。

6) 做图像分割:

$$g(x,y)=\begin{cases}1 & f(x,y)>k^*\\0 & f(x,y)\le k^*\end{cases}$$