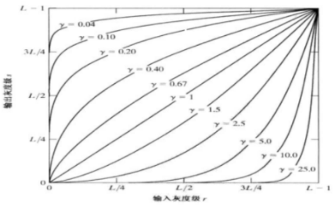
Chap1:(1)一幅图像可定义为一个二维函数 f(x, y),其中 x 和 y 是空间(平面)坐标,而在任何一对空间坐标(x, y)处的幅值 f 称为图像在该点处的强度或灰度。 (2)数图实例：伽马射线，X 射线，紫外波段等等成像。(3)数字图像从数学的角度是二维矩阵，本质上是矩阵运算。**Chap2**:(1)两类光感受器：锥状体和杆状体，锥状体视觉称为亮视觉，杆状体视觉称为暗视觉。(3)

$\Delta I_c / I$ 称为韦伯比。(4)亮度不是简单的强度函数:欠调，过调，同时对比。(5)波长=光速/频率，E=hv。

(6) f(x,y)= i(x, y)r(x, y)，入射分量和反射分量，入射 0-∞，反射 0-1(全吸收和全反射)。(7)图像对比度：一幅图像中最高和最低灰度级间的灰度差为对比度。(8)空间分辨率:图像中可辨别的最小细节的度量.(9)dpi：每英寸点数。(10)灰度分辨率：灰度级中可分辨的最小变化。(11)基本的图像重取样方法:图像内插。人们常选用双线性和双三次内插。(14)图像相加：取平均降噪。相减：增强差别。相乘和相除：校正阴影。(15)三个基本量用于描绘彩色光源的质量：发光强度、光通量和亮度。(16)一幅数字图像占用的空间：M×N×k。(17)灰度级数通常是 2 的整数幂级数，如：用一个 byte 存一个像素值，则 256 级；用一个 4bit 存一个像素值，则 16 级。**Chap3**：(1)空间域：简单的包含图像像素的平面。(2)频率域：图像像元的灰度值随位置变化的空间频率。(3)中值滤波消除椒盐噪声，均值滤波消除高斯噪声。

$$g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)$$

灰度变换 s = T(r)
基本灰度变换函数（假设灰度范围[0, L-1]）
图像反转变换 s=L-1-r
对数变换 s = c log(r+1)
幂律变换(伽马变换) s = cr^{γ}
r 看作[0,1]的数,
γ > 1 时，图像变暗，γ < 1 时，图像变亮



参考: 通过求平均值降噪

- 对于图象：$g(x,y)=f(x,y)+n(x,y)$

其中, 设f(x,y)为理想图像，n(x,y)为噪声.

- 考察一个静止场景的K幅图像:

$$g_i(x,y)=f(x,y)+n_i(x,y) \qquad i=1,2,\ldots,K$$

假定每幅噪声图像来自于同一个互不相关的，噪声均值等于0的随机噪声样本集.

即: $\varepsilon\{n_i(x,y)\}=0$

$$\varepsilon\{n_i(x,y)n_j(x,y)\}=\varepsilon\{n_i(x,y)\}\varepsilon\{n_j(x,y)\} \qquad i\neq j$$

$\varepsilon\{\ \}$为期望，$\varepsilon\{n_i(x,y)\}$为样本集中所有噪声图像在点（x,y）处的平均值。

拉普拉斯图像增强的基本方法为:

$$g(x,y)=\begin{cases}f(x,y)-\nabla^2 f, & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为负}\\ f(x,y)+\nabla^2 f, & \text{当拉普拉斯滤波中心系数为正}\end{cases}$$

基于拉普拉斯算子的高提升滤波

$$f_{hb}(x,y)=\begin{cases}Af(x,y)-\nabla^2 f, & \text{拉普拉斯滤波中心系数为负}\\ Af(x,y)+\nabla^2 f, & \text{拉普拉斯滤波中心系数为正}\end{cases}$$

当A=1时就是拉普拉斯图像增强方法，当A足够大时，锐化效果将变得不明显。

$$\because\ \bar{g}(x,y)=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}(f(x,y)+n_i(x,y))$$
$$=f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)$$
$$\varepsilon\{\bar{g}(x,y)\}=\varepsilon\{f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y)\}$$
$$=f(x,y)+\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)\}$$
$$=f(x,y)$$

$$\therefore\ \sigma^2_{\bar{g}(x,y)}=\varepsilon\{(\bar{g}(x,y)-\varepsilon\{\bar{g}(x,y)\})^2\}$$
$$=\varepsilon\left\{(\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y))^2\right\}$$
$$=\frac{1}{K^2}\varepsilon\left\{(\sum_{i=1}^{K}n_i(x,y))^2\right\}$$
$$=\frac{1}{K^2}[\underbrace{\sum_{i=1}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)^2\}}_{i=j}+\underbrace{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}\varepsilon\{n_i(x,y)n_j(x,y)\}}_{i\neq j}]$$
$$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)}=\frac{1}{K^2}\sum_{i=1}^{K}\sigma^2_{n(x,y)}$$
$$=\frac{1}{K}\sigma^2_{n(x,y)}$$

- 故：当K增加时，在各（x,y）位置上像素值的噪声变化率将减小。

非锐化掩蔽和高提升滤波

钝化模板: $g_{mask}(x,y)=f(x,y)-\bar{f}(x,y)$

$$g(x,y)=f(x,y)+k*g_{mask}(x,y)$$

非锐化掩蔽（k=1） 高提升滤波（k>1）

频率域

$$F(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j2\pi ut}dt$$
$$\overset{\text{欧拉公式}}{=}\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)[\cos(2\pi ut)-j\sin(2\pi ut)]dt$$

显示用幅值(傅里叶谱/频谱):

$$|F(u)|=[R^2(u)+I^2(u)]^{1/2}$$

反变换

空间域

$$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}F(u)e^{j2\pi ut}du$$

10

卷积：

$$w(x,y)*f(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x-s,y-t)$$

Chap4：

- **时域的乘积等于频域的卷积；频域的卷积等于时域的乘积；**
- **时域做傅里叶变换到频域；频域可以做傅里叶反变换再返回时域；**

单变量离散傅里叶变换：

$$F(u)=\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M} \qquad u=0,1,\cdots,M-1$$

$$f(x)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}F(u)e^{j2\pi ux/M} \qquad x=0,1,\cdots,M-1$$

平滑空间滤波器：

$$g(x,y)=\frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)}$$

取样定理(哈里.奈奎斯特采样率)：如果以超过函数最高频率的两倍的取样率来获得样本，连续带限函数能完全由其样本集恢复, 即$\frac{1}{\Delta T}>2\mu_{\max}$

二维取样定理：如果一个二维带限连续函数在u和v两个方向上由以大于该函数最高频率两倍的取样率取样获得的样本表示，则没有信息丢失（无误地恢复）。 $\frac{1}{\Delta T}>2\mu_{\max}$ $\frac{1}{\Delta Z}>2v_{\max}$

例4.1 矩形函数的傅氏变换

中山大

$$F(\mu)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j2\pi\mu t}dt=\int_{-W/2}^{W/2}Ae^{-j2\pi\mu t}dt$$
$$=\frac{-A}{j2\pi\mu}[e^{-j2\pi\mu t}]_{-W/2}^{W/2}=\frac{-A}{j2\pi\mu}[e^{-j\pi\mu W}-e^{j\pi\mu W}]$$
$$=AW\frac{\sin(\pi\mu W)}{\pi\mu W}$$
$$\operatorname{sinc}(m)=\frac{\sin(\pi m)}{\pi m}$$

二维离散变换：

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

$$f(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

傅里叶谱: $|F(u,v)|=[R^2(u,v)+I^2(u,v)]^{1/2}$

图像处理中，对一幅图像进行滤波处理，若选用的频域滤波器具有陡峭的变化，则会使滤波图像产生“振铃”：指输出图像的灰度剧烈变化处产生的震荡，就好像钟被敲击后产生的空气震荡。

4.3.2 巴特沃斯(Butterworth)低通滤波器

n阶巴特沃思低通滤波器(BLPF)的传递函数定义为

$$H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}}$$

其中: $D(u,v)=[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2]^{1/2}$

在通带和被滤除的频率之间没有明显的截断.截止频率在这里是定义一个位置, 使得频率$H(u,v)$的幅度降到最大值的一半, 例如这里的50%.

一阶 BLPF 没有振铃，二阶的 BLPF 振铃很小

两个M × N的离散函数$f(x,y)$和$h(x,y)$的卷积定义为

$$f(x,y)*h(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)h(x-m,y-n)$$

4.5 同态滤波器 - Homomorphic Filter

➢图象成像模型

$$f(x,y)=i(x,y)r(x,y)$$

其中 $0<i(x,y)<\infty$ 为照射分量，
$0<r(x,y)<1$ 为反射分量。

➢同态滤波器的作用是控制图象亮度的变化范围，增强对比度。

如何处理周期问题?

处理的方法是对要处理的函数作零延拓(Padding).假设函数f(x)和h(x)分别有A个点和B个点组成, 对两个函数同时添加零, 使它们具有相同的周期, 用P表示

$$f_e=\begin{cases}f(x) & 0\le x\le A-1\\ 0 & A\le x\le P\end{cases}\qquad h_e=\begin{cases}h(x) & 0\le x\le B-1\\ 0 & B\le x\le P\end{cases}$$

只要P ≥ A+B-1, 将$f_e(x)$和$h_e(x)$作周期化处理, 然后再用(4.6.20)作卷积, 就得到图4.37e的结果, 这个结果在0-799的范围内, 和原来的卷积结果(图4.36e)是相同的. 另一方面, 在作了适当的函数延拓后, 我们就可以利用傅里叶变换和反变换来计算相应的卷积(或者相应的滤波)了.

频率域滤波基础 $f(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)$

步骤:

(1) 用$(-1)^{x+y}$乘以输入图像, 做频谱中心化处理;
(2) 计算(1)结果的DFT, 即$F(u,v)$;
(3) 用滤波器函数$H(u,v)$乘以$F(u,v)$(在频谱域处理图像) - 滤波器函数下面讨论;
(4) 计算(3)中结果的反DFT;
(5) 得到(4)结果中的实部;
(6) 用$(-1)^{x+y}$乘以(5)中的结果

滤波和滤波器: 滤波顾名思义就是阻止或减少信号或图像中的某些频率成分. 滤波器(函数)就是能起到这样作用的函数. 一般表达式:

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)$$

滤波后的结果图像可以从$G(u,v)$的反傅里叶变换得到.

$$g(x,y)=\Im^{-1}G(u,v)$$

4.3.3 高斯低通滤波器(Gaussian Lowpass Filter)

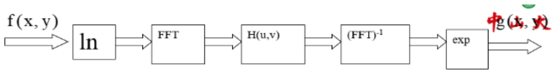
没有振铃的滤波器(正反变换不改变滤波器的正负符号)

$$H(u,v)=e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

4.3.1 理想低通滤波器(Ideal Lowpass Filters)

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & D(u,v)\le D_0\\ 0 & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

$$D(u,v)=[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2]^{1/2}$$



算法步骤为:

1） $\ln f(x,y)=\ln i(x,y)+\ln r(x,y)$
2） $F(u,v)=I(u,v)+R(u,v)$
3） $H(u,v)F(u,v)=H(u,v)I(u,v)+H(u,v)R(u,v)$
4） $h_f(x,y)=h_i(x,y)+h_r(x,y)$
5） $g(x,y)=\exp|h_f(x,y)|=\exp|h_i(x,y)|\cdot\exp|h_r(x,y)|$

其中 $H(u,v)$ 称为同态滤波函数

在频率域计算卷积的正确步骤

(1) 对两个函数作零延拓至适当的长度;
(2) 做两个序列的傅里叶变换(长度和延拓后的一致);
(3) 将两个序列的傅里叶变换相乘;
(4) 计算乘积的傅里叶反变换.

4.6.6 快速傅里叶变换

以一维为例作简单介绍, 二维情形可以通过两次一维计算实现. 将傅里叶变换

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M}$$

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)W_M^{ux}\qquad (W_M=e^{-j2\pi/M})$$

仅考虑M具有2的幂次方M=2ⁿ的形式, n为正整数. 故M还可以表示为2K, K = M/2也是正整数. 从而

$$F(u)=\frac{1}{2K}\sum_{x=0}^{2K-1}f(x)W_{2K}^{ux}$$
$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_{2K}^{u(2x)}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_{2K}^{u(2x+1)}\right]$$

注意: $W_K=e^{-j2\pi/K}$, **K = M/2, 且**$W_{2K}^{2ux}=W_K^{ux}$, **故有**

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_K^{ux}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_K^{ux}W_{2K}^{u}\right]$$

对$u=0,1,\dots,K-1$, 定义

$$F_{even}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x)W_K^{ux}\qquad(4.6.41)$$

$$F_{odd}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1}f(2x+1)W_K^{ux}\qquad(4.6.42)$$

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]\qquad(4.6.43)$$

再因为对任意的正整数K, 有$W_K^{u+K}=W_K^u$ **和** $W_{2K}^{u+K}=-W_{2K}^u$.
从上面几个公式可以得到

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]\qquad(4.6.44)$$