

- 考虑一个状态空间，其初始编号为 1，状态  $n$  的后继函数返回编号为  $2n$  与  $2n+1$  的两个状态。
  - 画出状态 1 到 15 的部分状态空间图。
  - 假设目标状态是 11，列出用以下算法访问节点的顺序：广度优先搜索、深度限制为 3 的有限深度搜索和迭代加深搜索
  - 双向搜索是否适合该问题？如适合，详述其工作原理
  - 在双向搜索中每个方向上的分叉因子是什么？
  - 对(c)的回答是否能提出该问题的另一种形式化，使得你可以几乎不用搜索来求解从状态 1 到达目标状态的问题？

作业 1:

a. 状态空间图:

```

    graph TD
      1 --- 2
      1 --- 3
      2 --- 4
      2 --- 5
      3 --- 6
      3 --- 7
      4 --- 8
      4 --- 9
      5 --- 10
      5 --- 11
      6 --- 12
      6 --- 13
      7 --- 14
      7 --- 15
  
```

b. 目标状态为 11.

广度优先: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

深度限制 3: 1, 2, 4, 8, 9, 5, 10, 11, ~~7, 6, 12, 13~~

迭代加深: 0: 1  
1: 1, 2, 3  
2: 1, 2, 4, 5, 3, 6, 7  
3: 1, 2, 4, 8, 9, 5, 10, 11

c. 双向搜索: 一个从初始状态正向搜索, 另一个从目标状态反向搜索. 当两者在中间汇合时搜索停止. 双向搜索的启发式函数可以定义为: 正向搜索为到目标节点的距离, 反向搜索为到初始节点的距离.

双向 BFS 广度

正向 BFS: 1, 2, 反向: 11, 10, 5, 2.

d. 分叉因子: ~~任意~~ 的分叉因子为 2.

e. 单源最短路径 Dijkstra

- 有名的传教士和野人问题 (Amarel, 1968): 三个传教士和三个野人需从河的一边用一条只能载最多 2 个人的船渡到对岸。但是需保证任意时刻野人的个数不大于传教士个数 (否则传教士会被野人吃掉)。
  - 精确地形式化该问题，画出完全的状态空间。
  - 用一个合适的搜索算法求该问题的最优解。检查重复状态是个好主意吗？
  - 既然该问题的状态空间如此简单，为何人们求解她却显得困难？

a.

(1) 设定状态变量及确定值域。

为了建立这个问题的状态空间，设**左岸传教士数**为  $m$ ，则

$$m = \{0, 1, 2, 3\};$$

对应右岸的传教士数为  $3 - m$ ；**左岸的野人数**为  $c$ ，则有

$$c = \{0, 1, 2, 3\};$$

对应右岸野人数为  $3 - c$ ；**左岸船数**为  $b$ ，故又有  $b = \{0, 1\}$ ，右岸的船数为  $1 - b$ 。

(2) 确定状态组，分别列出初始状态集和目标状态集。

问题的状态可以用一个三元数组来描述，以左岸的状态来标记，即

$$S_k = (m, c, b),$$

右岸的状态可以不必标出。

**初始状态一个：**  $S_0 = (3, 3, 1)$ ，初始状态表示全部成员在河的左岸；

**目标状态也只有一个：**  $S_g = (0, 0, 0)$ ，表示全部成员从河左岸渡河完毕。

(3) 定义并确定操作集。

仍然以河的左岸为基点来考虑，把船**从左岸划向右岸**定义为  $P_{ij}$  操作。其中,第一下标  $i$  表示船载的传教士数，第二下标  $j$  表示船载的野人数；同理，**从右岸将船划回左岸**称之为  $Q_{ij}$  操作，下标的定义同前。则共有 10 种操作，操作集为

$$F = \{P_{01}, P_{10}, P_{11}, P_{02}, P_{20}, Q_{01}, Q_{10}, Q_{11}, Q_{02}, Q_{20}\}$$

(4) 估计全部的状态空间数，并尽可能列出全部的状态空间或予以描述之。

在这个问题世界中， $S_0 = (3,3,1)$  为初始状态， $S_{31} = S_g = (0,0,0)$  为目标状态。

全部的可能状态共有 32 个，如表所示。

状态	m,c,b	状态	m,c,b	状态	m,c,b	状态	m,c,b
S <sub>0</sub>	3 3 1	S <sub>8</sub>	<del>1 3 1</del>	<del>S<sub>16</sub></del>	<del>3 3 0</del>	S <sub>24</sub>	<del>1 3 0</del>
S <sub>1</sub>	3 2 1	S <sub>9</sub>	<del>1 2 1</del>	S <sub>17</sub>	3 2 0	S <sub>25</sub>	<del>1 2 0</del>
S <sub>2</sub>	3 1 1	S <sub>10</sub>	1 1 1	S <sub>18</sub>	3 1 0	S <sub>26</sub>	1 1 0
<del>S<sub>3</sub></del>	<del>3 0 1</del>	<del>S<sub>11</sub></del>	<del>1 0 1</del>	S <sub>19</sub>	3 0 0	<del>S<sub>27</sub></del>	<del>1 0 0</del>
S <sub>4</sub>	<del>2 3 1</del>	S <sub>12</sub>	0 3 1	S <sub>20</sub>	<del>2 3 0</del>	<del>S<sub>28</sub></del>	<del>0 3 0</del>
S <sub>5</sub>	2 2 1	S <sub>13</sub>	0 2 1	S <sub>21</sub>	2 2 0	S <sub>29</sub>	0 2 0
<del>S<sub>6</sub></del>	<del>2 1 1</del>	S <sub>14</sub>	0 1 1	<del>S<sub>22</sub></del>	<del>2 1 0</del>	S <sub>30</sub>	0 1 0
<del>S<sub>7</sub></del>	<del>2 0 1</del>	<del>S<sub>15</sub></del>	<del>0 0 1</del>	<del>S<sub>23</sub></del>	<del>2 0 0</del>	S <sub>31</sub>	0 0 0

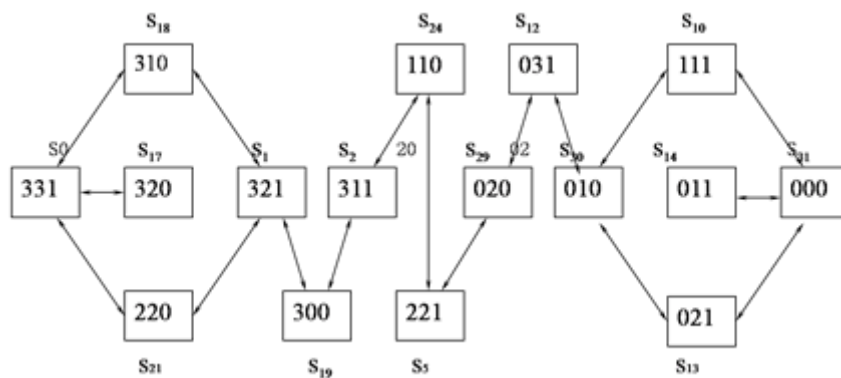
表 1 传教士和野人问题的全部可能状态

**注意：**按题目规定条件，应划去非法状态，从而加快搜索效率。

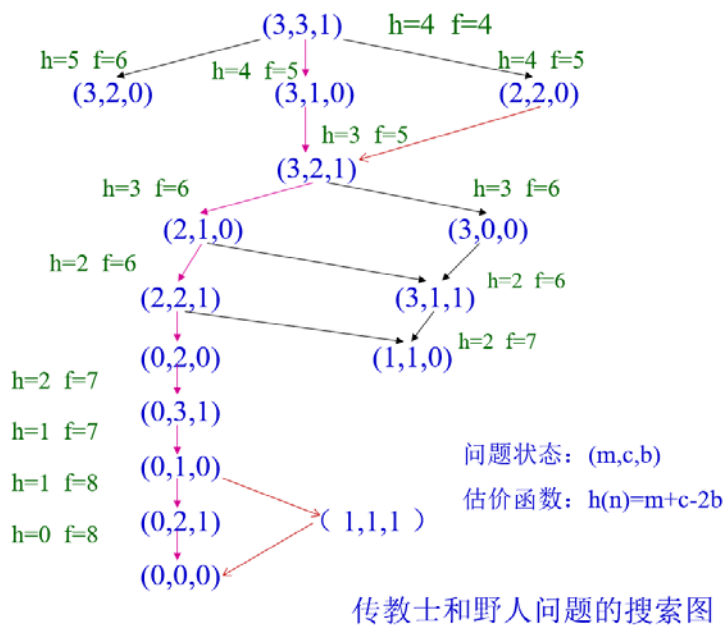
- 1) 首先可以划去左岸边**野人**数目超过传教士的情况，即 S<sub>4</sub>、S<sub>8</sub>、S<sub>9</sub>、S<sub>20</sub>、S<sub>24</sub>、S<sub>25</sub> 等 6 种状态是不合法的；
- 2) 应划去右岸边**野人**数目超过修道士的情况，即 S<sub>6</sub>、S<sub>7</sub>、S<sub>11</sub>、S<sub>22</sub>、S<sub>23</sub>、S<sub>27</sub> 等情况；
- 3) 应划去 4 种不可能出现状态：划去 S<sub>15</sub> 和 S<sub>16</sub>——船不可能停靠在无人的岸边；划去 S<sub>3</sub>——传教士不可能在数量占优势的**野人**眼皮底下把船安全地划回来；划去 S<sub>28</sub>——传教士也不可能数量占优势的**野人**眼皮底下把船安全地划向对岸。可见，在状态空间中，真正符合题目规定条件的**只有 16 个合理状态**。

(5) 当状态数量不是很大时，按问题的有序元组画出状态空间图，依照状态空间图搜索求解。

根据上述分析，共有 16 个合法状态和允许的操作，可以划出传教士和食人者问题的状态空间图，如图所示。



B.



C.

在讨论用产生式系统求解问题时，有时引入状态空间图的概念很有帮助。状态空间图是一个有向图，其节点可表示问题的各种状态(综合数据库)，节点之间的弧线代表一些操作(产生式规则)，它们可把一种状态导向另一种状态。这样建立起来的状态空间

图，描述了问题所有可能出现的状态及状态和操作之间的关系，因而可以较直观地看出问题的解路径及其性质。实际上只有问题空间规模较小的问题才可能作出状态空间图，例如  $N=3$  的 M-C 问题，其状态空间图如下图所示，此时采用的控制策略为顺序选取规则。由于每个摆渡操作都有对应的逆操作，即 pmc 对应 qmc，所以该图也可表示成具有双向弧的形式。

当空间规模较大的时候就不好求解

容许启发函数不好寻找

- 编写一个程序，当输入两个网页的 URL 后，试着找到从一个网页到另一个网页的链接路径。什么样的搜索策略比较合适？双向搜索是好主意吗？能用搜索引擎实现一个前驱函数？

基本原理：

迭代加深搜索是以 DFS 为基础的，它限制 DFS 递归的层数。

迭代加深搜索的基本步骤是：

- 1、设置一个固定的深度 depth，通常是  $\text{depth} = 1$ ，即只搜索初始状态，即只匹配 1 级网页，符合则找到
- 2、DFS 进行搜索，限制层数为 depth，如果找到答案，则结束，如果没有找到答案则继续下一步
- 3、如果 DFS 途中遇到过更深的层，则  $++\text{depth}$ ，并重复 2；如果没有遇到，说明搜索已经结束，没有答案

1. 利用迭代加深搜索比较合适：

如果用 DFS 的话，很可能进入一个网页后无限的深度下去，找不到想要的第二个网页。

利用 BFS，所需空间大

而迭代加深搜索，IDDFS 与广度优先算法是等价的，但对内存的使用会少很多；在每一步迭代中，它会按深度优先算法中的顺序，遍历搜索树中的节点，但第一次访问节点的累积顺序实际上是广度优先的。

2. 个人认为双向搜索不是个好主意，因为很可能存在一种情况，某个网页只是通过签一个网页搜索来的，本身不能继续搜索到另一个网页，或者找不到前驱网页，不适用于双向搜索

3. 将搜索到的路径存储起来，即作为父节点，通过寻找父节点可以找到前驱函数