

Material de Apoyo Física y Matemática

Diego Sarceño

16 de abril de 2022

Índice

1. Física	2
1.1. Vectores	2
1.2. Cinemática	2
1.2.1. MRU	2
1.2.2. MRUV	2
1.2.3. Movimiento Parabólico	3
1.3. Dinámica	4
1.4. Trabajo, Energía y Momentum Lineal	5
2. Matemática	6
2.1. Álgebra	6
2.1.1. Ecuaciones	6
2.1.2. Polinomios	7
2.2. Trigonometría	7
2.2.1. Triángulos y medición de Ángulos	7
2.3. Geometría	8
2.3.1. Áreas Sombreadas	8

1. Física

1.1. Vectores

1. Para los vectores:

$$\mathbf{A} = \hat{x} + \hat{y} - 2\hat{z}$$

$$\mathbf{B} = 3\hat{x} - 2\hat{y} - \hat{z}$$

$$\mathbf{C} = \hat{y} - 5\hat{z}$$

Calcule:

I) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$

II) $\mathbf{B} - \mathbf{C}$

III) $\mathbf{A} - \mathbf{B} - \mathbf{C}$

IV) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$

V) Encuentre el ángulo entre \mathbf{A} y \mathbf{B} .

2. Para un vector con magnitud 10 y ángulo respecto al eje y de $\pi/4$ rad, encuentre las componentes de dicho vector y escribalas en las dos notaciones aprendidas.
3. Para el vector $(-8, -6)$ encuentre el ángulo respecto al eje $+x$ y la magnitud de dicho vector.
4. Utilice el método gráfico para sumar los siguientes vectores (utilice hojas cuadriculadas para facilitar el trabajo): $(3, 4)$ y $(6, 2)$.

1.2. Cinemática

1.2.1. MRU

1. Tres niños en un estacionamiento lanzan un cohete que se eleva en el aire por un arco de $380m$ de longitud en $40s$. Determine la rapidez promedio.
2. Un automóvil viaja a razón de $25km/h$ durante $4min$, después a $50km/h$ durante $8min$, y por último a $20km/h$ durante $2min$. Encuentre la distancia total cubierta y la rapidez promedio del viaje.
3. Desde el centro de una ciudad, un vehículo viaja hacia el este durante $80.0km$ y luego da vuelta al sur durante otros $192km$, hasta que se le acaba la gasolina. Determinar el desplazamiento del automóvil detenido desde el centro de la ciudad.
4. Una embarcación viaja justo hacia el este a $10km/h$. ¿Cuál debe ser la rapidez de una segunda embarcación que se dirige 30° al noreste si siempre está directamente al norte de la primera embarcación?

1.2.2. MRUV

1. Un automóvil viaja a $20.0m/s$ cuando el conductor pisa los frenos y se detiene en una línea recta en $4.2s$. ¿Cuál es la magnitud de su aceleración media?
2. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba en la Luna y regresa a su punto de partida en $4.0s$. La aceleración debida a la gravedad en ese lugar es de $1.60m/s^2$. Encuentre la rapidez inicial.



3. Desde un globo que está a $300m$ sobre el suelo y se eleva a $13m/s$, se deja caer una bolsa de lastre. Para la bolsa, encuentre: a) la altura máxima que alcanza, b) su posición y velocidad después de $5.0s$ de haberse desprendido y c) el tiempo que tarda en bajar y golpear el suelo.
4. Un tren subterráneo en reposo parte de una estación y acelera a una tasa de $1.60m/s^2$ durante $14.0s$. Viaja con una rapidez constante de $70.0s$ y frena a $3.5m/s^2$ hasta detenerse en la siguiente estación. Calcule la distancia total cubierta.
5. Un vehículo espacial está descendiendo hacia la Base Lunar I , desciende lentamente gracias al retroempuje del motor de descenso. EL motor se apaga cuando el vehículo está a $5.0m$ sobre la superficie y tiene una velocidad descendente de $0.8m/s$. Con el motor apagado, el vehículo está en caída libre. ¿Qué rapidez tiene justo antes de tocar la superficie? La aceleración debida a la gravedad lunar es de $1.6m/s^2$.
6. El tripulante de un globo areostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud $5.0m/s$, suelta un saco de arena cuando el globo está a $40.0m$ sobre el suelo. No hay resistencia del aire. a) Calcule la posición y velocidad del saco a $0.250s$ y $1.00s$ después de soltarse. b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse? c) ¿Con que velocidad chocará? d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco en relación con el suelo? e) Dibuje cualitativamente las gráficas $v_y - t$ y $y - t$ para el movimiento. Recuerde dejar en claro cual es su sistema de referencia.
7. El maquinista de un tren de pasajeros que se mueve a $25.0m/s$ avista un tren de carga cuyo último vagón está $200m$ más adelante en la misma vía. El tren de carga se mueve con una rapidez de $15.0m/s$ en la misma dirección que el tren de pasajeros. El maquinista del tren de pasajeros aplica de inmediato los frenos, causando una aceleración constante de $0.100m/s^2$, en dirección opuesta a la de la velocidad del tren, mientras el tren de carga sigue con rapidez constante. Sea $x = 0$ el punto donde está la parte frontal del tren de pasajeros cuando el maquinista aplica los frenos. a) ¿Atestiguarán las vacas de los alrededores una colisión? b) Si es así, ¿dónde ocurrirá?

1.2.3. Movimiento Parabólico

1. Un mariscal de campo novato lanza un balón con una componente de velocidad inicial hacia arriba de $12.0m/s$ y una componente de velocidad horizontal de $20.0m/s$. Ignore la resistencia del aire. a) ¿Cuánto tiempo tardará el balón en llegar al punto más alto de la trayectoria? b) ¿A qué altura está este punto? c) ¿Cuánto tiempo pasa (desde que se lanza) para que el balón vuelva a su nivel original? ¿Cómo se compara este tiempo con el calculado en el inciso a)? d) ¿Qué distancia horizontal viaja el balón en este tiempo? e) Dibuje las gráficas $x - t$, $y - t$, $v_x - t$ y $v_y - t$ para el movimiento (dibujelas aproximadas no es necesario que las dibuje exactas).
2. En una feria, se puede ganar una jirafa de peluche lanzando una moneda a un platito, el cual está sobre una repisa más arriba del punto en que la moneda sale de la mano y a una distancia horizontal de $2.1m$ desde ese punto. Si usted lanza la moneda con velocidad de $6.4m/s$, a un ángulo de 60° sobre la horizontal, la moneda caerá en el platito. Ignore la resistencia del aire. a) ¿A qué altura está la repisa sobre el punto donde se lanza la moneda? b) ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?



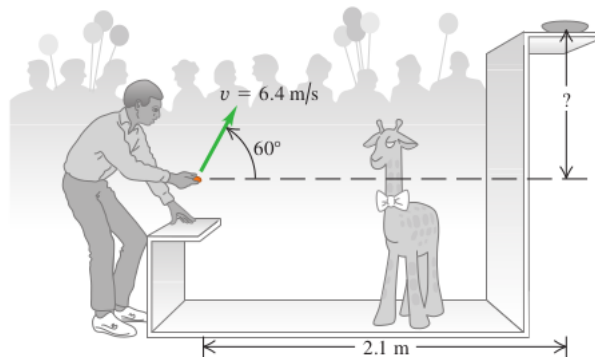


Figura 1: Figura del problema 1.2.3.2.

3. Conforme un barco se acerca al muelle a 45.0 cm/s , es necesario lanzarle la pieza de un equipo importante para que pueda atracar. El equipo se lanza a 15.0 m/s a 60.0° por encima de la horizontal desde lo alto de una torre en la orilla del agua, a 8.75 m por encima de la cubierta del barco. Para que el equipo caiga enfrente del barco, ¿a qué distancia D del muelle debería estar el barco cuando se lance el equipo? Se ignora la resistencia del aire.

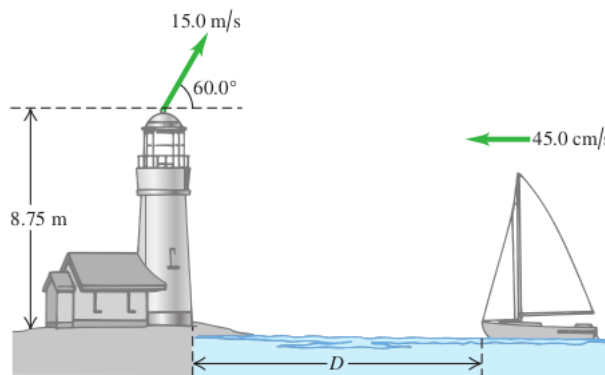


Figura 2: Figura del problema 1.2.3.3.

1.3. Dinámica

- Usted entra en un elevador, se para sobre una báscula y oprime el botón de “subir”. También recuerda que su peso normal es de 625 N . Comience a contestar cada una de las siguientes preguntas dibujando un diagrama de cuerpo libre. a) Si el elevador tiene una aceleración de 2.50 m/s^2 , ¿cuánto se lee en la báscula? b) Si usted sostiene desde el inicio un paquete de 3.85 kg con una cuerda vertical ligera, ¿cuál es la tensión en la cuerda una vez que el elevador comienza a acelerar?
- Un anuncio asegura que cierto automóvil puede “detenerse en una moneda de 10 centavos”. ¿Qué fuerza neta sería necesaria para detener un auto de 850 kg que viaja a 45.0 km/h en una distancia igual al diámetro (1.8 cm) de una moneda de 10 centavos de dólar?



3. Dos cuerdas están unidas a un cable de acero que sostiene una pesa que cuelga. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el nudo que une las dos cuerdas al cable de acero. Con base en su diagrama de fuerzas, ¿cuál cuerda estará sometida a mayor tensión? b) Si la tensión máxima que una cuerda resiste sin romperse es de 5000 N , determine el valor máximo de la pesa que las cuerdas pueden sostener sin riesgo. Puede despreciarse el peso de las cuerdas y del cable de acero.

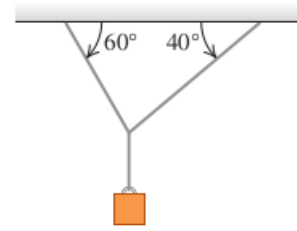


Figura 3: Figura del problema 1.3.3.

4. El bloque que se muestra en la figura 5a se desliza con una rapidez constante bajo la acción de la fuerza mostrada. a) ¿Cuán grande es la fuerza de fricción retardadora? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie?
5. El bloque que se muestra en la figura 5b se desliza hacia abajo con rapidez constante. a) ¿De cuánto es la fuerza de fricción que se opone a su movimiento? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción de deslizamiento (cinética) entre el bloque y el plano?
6. El bloque de la figura 5c empieza a deslizarse hacia arriba de la pendiente cuando la fuerza de empuje mostrada se incrementa a 70 N . a) ¿Cuál es la fuerza de fricción estática máxima sobre él? b) ¿Cuál es el valor del coeficiente de fricción estática?

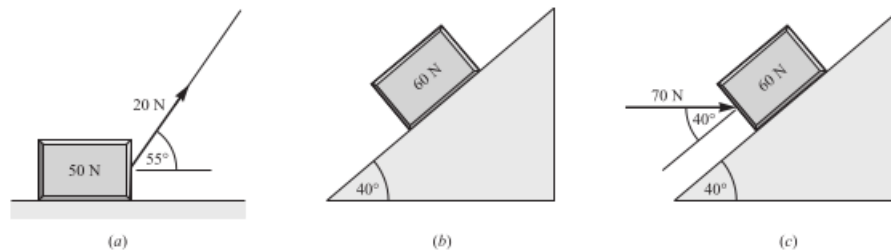


Figura 4: Problemas 1.3.4, 1.3.5 y 1.3.6

1.4. Trabajo, Energía y Momentum Lineal

1. Suponga que un objeto se jala con una fuerza de 75 N en la dirección de 28° sobre la horizontal. ¿Cuánto trabajo desarrolla la fuerza al tirar del objeto 8.0 m ?
2. Como se muestra en la figura siguiente, una cuenta se desliza sobre un alambre. Si la fuerza de fricción es despreciable y en el punto A la cuenta tiene una rapidez de 200 cm/s , a) ¿cuál será su rapidez en el punto B?, b) ¿cuál en el punto C?

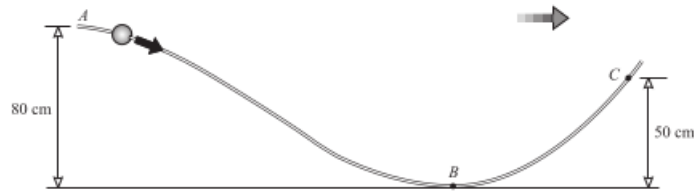


Figura 5: Problema 1.4.2

3. Justo antes de chocar con el piso, una masa de 2.00kg tiene 400J de EC. Si se desprecia la fricción, ¿de qué altura se dejó caer dicha masa?
4. El conductor de un automóvil de 1200kg observa que la rapidez de su automóvil disminuye de 20m/s a 15m/s mientras recorre una distancia de 130m sobre suelo nivelado. ¿De qué magnitud es la fuerza que se opone al movimiento del automóvil?
5. Una bomba de agua sube el líquido desde un lago hasta un gran tanque colocado 20m arriba del nivel del lago. ¿Cuánto trabajo contra la gravedad efectuará la bomba para transferir 5.0m^3 de agua al tanque? Un metro cúbico de agua tiene una masa de 1000kg .
6. Por lo general, una pelota de tenis golpeada durante un servicio viaja a alrededor de 51m/s . Si la pelota se encuentra en reposo en medio del aire al ser golpeada y tiene una masa de 0.058kg , ¿cuál es el cambio en su cantidad de movimiento al salir de la raqueta?
7. Un camión de carga vacío de 15000kg viaja por una pista plana a 5.00m/s . Súbitamente se dejan caer dentro del camión, directamente desde arriba, 5000kg de carbón. Inicialmente, la velocidad del carbón en la dirección horizontal es cero con respecto al suelo. Encuentre la rapidez final del camión.
8. Dos pelotas idénticas que viajan paralelas al eje x tienen rapidez de 30cm/s , en sentidos opuestos. Sufren una colisión perfectamente elástica fuera de sus centros. Después del choque, una de las pelotas se mueve en un ángulo de 30° sobre el eje $+x$. Encuentre su rapidez y la velocidad de la otra pelota.

2. Matemática

2.1. Álgebra

2.1.1. Ecuaciones

Resuelva 3 ejercicios por el método gráfico y el resto por el método analítico.

$$1. \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + 2y = 16 \\ x - 5y = 70 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x - 6y = 10 \\ -3x + 9y = -15 \end{cases}$$



$$5. \begin{cases} x + y = 4 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$$

2.1.2. Polinomios

1. Resuelva las siguientes divisiones de polinomios por el método que prefiera, escriba la respuesta de la siguiente forma $P(x) = D(X) \cdot Q(x) + R(x)$, donde $P(x)$ es el polinomio dividendo, $D(x)$ el divisor, $Q(x)$ el cociente y $R(x)$ el residuo.

- a) $P(x) = 3x^2 + 5x - 4$, $D(x) = x + 3$.
- b) $P(x) = x^3 + 4x^2 - 6x + 1$, $D(x) = x - 1$.
- c) $P(x) = x^4 - x^3 + 4x + 2$, $D(x) = x^2 + 3$.
- d) $P(x) = 2x^5 + 4x^4 - 4x^3 - x - 3$, $D(x) = x^2 - 2$.

2. Encuentre todos los ceros racionales posibles de los siguientes polinomios y verifique cuales de ellos son ceros.

- a) $P(x) = x^4 - 3x^3 - 6x + 8$.
- b) $P(x) = 12x^5 + 6x^3 - 2x - 8$.
- c) $P(x) = 6x^4 - x^2 + 2x + 12$.
- d) $P(x) = 8x^3 + 10x^2 - x - 3$.

3. Encuentre todos los ceros racionales posibles de los siguientes polinomios y verifique cuales de ellos son ceros y escriba el polinomio de forma factorizada. Además, bosqueje la grafica del polinomio utilizando toda la información útil (corte en y , multiplicidades y la tendencia inicial y final del polinomio).

- a) $P(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8$.
- b) $P(x) = 2x^3 - 10x^3 - 9x^2 + 40x - 12$.
- c) $P(x) = 20x^3 - 8x^2 - 5x + 2$.
- d) $P(x) = 6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x - 4$.
- e) $P(x) = 2x^6 - 3x^5 - 13x^4 + 29x^3 - 27x^2 + 32x - 12$.
- f) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.
- g) $P(x) = x^2 + 1$.
- h) $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$.
- i) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 4$.

2.2. Trigonometría

2.2.1. Triángulos y medición de Ángulos

1. Utilizando los catetos y la hipotenusa dada, encontrar todos los ángulos de su respectivo triangulo rectangulo:

- a) $c_1 = 3$, $c_2 = 4$ y $h = 5$.

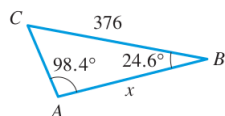


b) $c_1 = 6$, $c_2 = 6$ y $h = 6\sqrt{2}$.

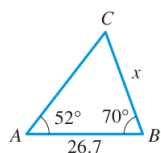
c) $c_1 = 8\sqrt{15}$, $c_2 = 14$ y $h = 34$.

d) $c_1 = \sqrt{5}$, $c_2 = 2$ y $h = 3$.

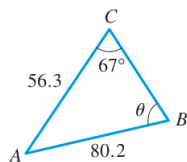
2. Encuentre el valor del lado o ángulo que se solicita.



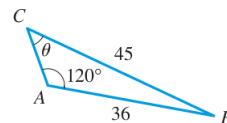
a)



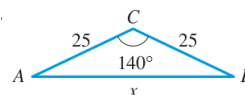
b)



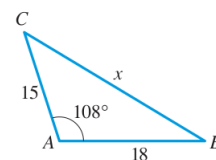
c)



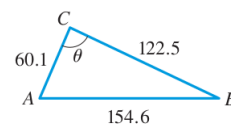
d)



e)



f)

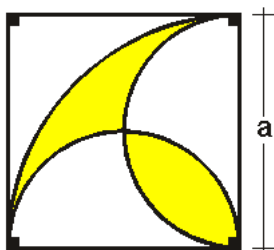


g) Para problemas de aplicación, se recomienda el libro de Stewart, capítulo 6.

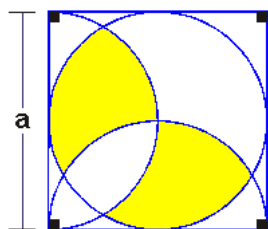
2.3. Geometría

2.3.1. Áreas Sombreadas

1. Encuentre el valor del área sombreada.

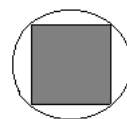


a)

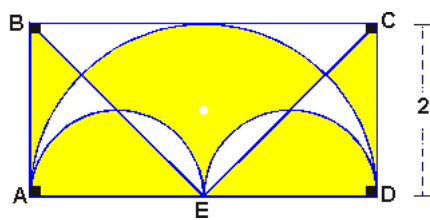


c)

d) Diametro 4



b)

e) Lado $l = 2$ 