

我保证没有抄袭别人作业

1. 已知某电文中出现了 10 种不同的字母 (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J), 每种字母出现的次数分别为 6、8、5、3、7、22、10、9、1、40, 现在对这段电文用三进制进行非定长前缀编码 (码字由 0、1、2 组成), 请问 Huffman 电文编码总长度至少有多少位? 相应于等长编码, 只需要多少空间? 请画出相应编码方案的图示 (不需要画中间过程, 只需要最终的结果)。

解: 最少的 Huffman 编码需要 201 位

由于等长编码需要 333 位, 所以节省了 132 位的空间

[111]									
40	[24]			47					
	7	8	9	22	10	[15]			
						6	5	[4]	
								1	3

2. 证明: 判断以下三种情况是否成立, 并给出证明, 对于不成立的, 需要给出反例:

- 1) 已知先序遍历序列和中序遍历序列可以确定唯一一棵二叉树。
- 2) 已知中序遍历序列和后序遍历序列可以确定唯一一棵二叉树。
- 3) 已知先序遍历序列和后序遍历序列可以确定唯一一棵二叉树。

证明:

1) 成立

(归纳法)对序列的长度进行归纳, 当长度为 1 时, 可以唯一确定一棵二叉树

先假设对任何的 $k < N$, 都可以唯一确定, 则当长度为 N 时, 由先序序列的第一个元素可以确定二叉树的根节点, 在中序序列中找到该根节点, 则其在中序序列中它左面的序列对应它的左子树, 且左面的序列长度 $l < N$, 且在前序序列中前 1 到 $l+1$ 个字符 (从零开始计算下标) 确定的是左子树序列的前序序列, 右面的序列同理, 都可以唯一确定该根节点的子树, 所以是可以唯一确定二叉树的。

2) 成立

类似 1) 的证明, 利用归纳法, 假设对任何的 $k < N$, 都可以唯一确定, 则当长度为 N 时, 此时后序序列的最后一个元素是根节点, 在中序序列中找到它, 就可以确定它的左子树和右子树, 并且可以找到左子树和右子树的中序遍历序列和后序遍历序列, 由归纳法, 这时也是可以唯一确定的。

3) 不成立

反例: A 的左子节点为 B, B 的左子节点为 C 和右子节点为 C 时两种情况的前序遍历和后序遍历的序列相同

3. 在一棵表示有序集 S 的二叉搜索树中, 任意一条从根到叶子结点的路径将 S 分为 3 个部分: 在该路径左边结点中的元素组成的集合 S_1 ; 在该路径上的结点中的元素组成的集合 S_2 ; 在该路径右边结点中的元素组成的集合 S_3 。 $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ 。若对于任意的 $a \in S_1$, $b \in S_2$, $c \in S_3$ 是否总有 $a \leq b \leq c$? 为什么?

解: 不是

8							
4				12			
2		6		10		14	
1	3	5	7	9	11	13	15

如图的搜索树中 5 在路径的左面, 但路径上的 4 比它小

4. 下面的算法是使用非递归的方法中序遍历二叉树。请填充算法中的空格, 使其成为完整的算法。

```
enum Tags{Left, Right};
template <class T>
class StackElement           //栈元素定义
{
public:
    BinaryTreeNode<T> *pointer;
    Tags tag;
};

template <class T>
void BinaryTree<T>::InOrderWithoutRecursion(BinaryTreeNode<T> *root)
{
    using std::stack;
    StackElement<T> element;
    stack<StackElement<T>> aStack;
    BinaryTreeNode<T> *pointer = root;
    do
    {
        while(pointer != NULL)
        {
            element.pointer = pointer;
            element.tag = Left;
            aStack.push(element);
            pointer = pointer->leftchild();
        }
        while ( aStack.top().tag == Right )    aStack.pop();
        if (!aStack.empty() && aStack.top().tag == Left)
        {
```

```

        Visit(aStack.top().pointer);
        pointer = aStack.top().pointer->rightchild();
        aStack.top().tag = Right;
    }
}
while(!aStack.empty());
}

```

5. 下面的算法是从根节点开始广度优先遍历二叉树。若二叉树有 n 个结点，设遍历过程中的队列的最大长度是 $f(t)$ ， t 可以是任意一棵二叉树。当 t 为完全二叉树时， $f(t)$ 取得最大值，这种说法对吗？如果正确，请给出证明；如果错误，请举出反例。（完全二叉树的定义：只有最后一层的节点是可能为空的，且最后一层中左边是满的）

```

void BinaryTree<T>::LevelOrder(BinaryTreeNode<T>* root){
    using std::queue;                                // 使用 STL 的队列
    queue<BinaryTreeNode<T>*> aQueue;
    BinaryTreeNode<T>* pointer = root;              // 保存输入参数
    if (pointer) aQueue.push(pointer);               // 根结点入队列
    while (!aQueue.empty()) {                        // 队列非空
        pointer = aQueue.pop();                       // 当前结点出队列
        Visit(pointer->value());                     // 访问当前结点
        if(pointer->leftchild())
            aQueue.push(pointer->leftchild());        // 左子树进队列
        if(pointer->rightchild())
            aQueue.push(pointer->rightchild());       // 右子树进队列
    }
}

```

解：

正确

完全二叉树的广度优先遍历,由于完全二叉树的性质,可知,一定先遍历到度为 2 的结点,之后遍历到 1 或 0 个度为一的结点,最后遍历度为零的结点,所以队列的长度 $l(i)$ 看做关于结点序号的函数的话,图像会是一个不完整的底角 45° 的等腰梯形(因为初值为 1,最后取 0),且最大值为 $[(n+1)/2]$ (向下取整),因为每遍历到一个度为 2 的结点, $l(i) += 1$,类似的,度为一 $l(i)$ 不变,度为零 $l(i) -= 1$;

又对任何 $l(i)$,其中 i 定义在 $0 \sim n-1$ 之间的函数,且满足 $|l(i+1) - l(i)| = 1$,最开始取 1(根节点入列)和最后函数值都为零的函数,最多有 $[(n-1)/2]$ 个结点会增加函数值,所以最大值会小于 $[(n-1)/2] + 1 = [(n+1)/2]$ (向下取整)

所以完全二叉树确实是可以取到最大值的一种情况,

6. 初始关键码序列为{49, 38, 27, 49, 76, 13, 65, 97}，试给出用筛选法所建立的最大堆，并写出其相应的序列。在建堆过程中，移位次数是多少？

解:

```

      97
     /  \
    76   65
   /  \ /  \
  49  49 13 27
 /
36
97 76 65 49 49 13 27 38
6 次
    
```