

装
订
线
内

不
要
答
题

北京大学信息科学技术学院考试试卷

考试科目： 算法设计与分析 姓名： _____ 学号： _____

考试时间： 2015 年 4 月 27 日 大班教师： _____ 小班教师： _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								
阅卷人								

北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

答题要求：解答算法设计题目时，请先用一段话描述算法思想。若用动态规划算法，请写出递推方程、边界条件、标记函数等设计要素；贪心法需给出证明；回溯法需给出解向量、搜索树等、约束条件；各种算法需分析时间复杂度。阅卷时会根据算法的正确性和效率评分。

得分

一、(15 分) 按照阶递减的顺序排列下面的函数。如果函数 $f(n)$ 与 $g(n)$ 的阶相同, 就表示成 $f(n)=\Theta(g(n))$, 本题只需要给出结果。

$$2^{\sqrt{2\log n}}, \quad n \log n, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, \quad n2^n, \quad (\log n)^{\log n}, \quad 2^{2n}, \quad 2^{\log \sqrt{n}}$$

$$n^3, \quad \log(n!), \quad \log n, \quad \log \log n, \quad n^{\log \log n}, \quad n!, \quad n, \quad \log 10^n$$

得分

二、(10 分) 求解下述递推方程, 其中 k 是给定的正整数. 要求给出求解过程.

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \log^k n$$

$$T(1) = 1$$

得分

三、(15 分) 设 A 是 n 个实数的数组, 考虑下面的递归算法:

XYZ ($A[1..n]$)

1. if $n=1$ then return $A[1]$
2. else $temp \leftarrow \text{XYZ}(A[1..n-1])$
3. if $temp < A[n]$
4. then return $temp$
5. else return $A[n]$

1. 用简短的文字说明算法 XYZ 的输出是什么?
2. 以 A 中元素的比较作为基本运算, 列出算法 XYZ 最坏情况下时间复杂度 $W(n)$ 的递推方程, 并解出 $W(n)$ 。
3. 在求解这个问题的算法类中, 算法 XYZ 最坏情况下是不是效率最高的算法? 为什么?

得分

四、(15 分) 设 A 是 n 个数的序列, 如果 A 中的元素 x 满足以下条件: 小于 x 的数的个数 $\geq n/4$, 且大于 x 的数的个数 $\geq n/4$, 则称 x 为 A 的近似中值. 设计算法求 A 的一个近似中值. 说明算法的设计思想和最坏情况下的时间复杂度.

装
订
线
内

不
要
答
题

得分

五、（15 分）在一组服务器 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 上放置文件副本，如果副本放置在 s_i 上，则产生 c_i （正的整数值）的存储代价。当在 s_i 上发生对该文件的访问时，如果文件副本在 s_i 上，则无访问代价；如果不在 s_i 上，则需要顺序查找

$s_{i+1}, s_{i+2}, \dots, s_j$ ，直到在 s_j 上找到文件副本，这将产生 $j - i$ 的访问代价。规定副本至少一定要放置在 s_n 上，以便所有的访问均能成功。问当每个服务器上均发生对该文件的一次访问时，存储代价加访问代价之和最少是多少？设计一个算法，并分析算法的时间复杂度。

得分

六、(15 分) 一个公司需要购买 n 个密码软件的许可证，按规定每个月至多可得到一个软件许可证。每个许可证当前售价都是 1000 元，但是第 i 个许可证的售价将按照 $r_i > 1$ 的指数因子增长， $i=1,2,\dots,n$ 。例如，第 i 个许可证的售价在 1 个月后将 是 $r_i \times 1000$ 元，2 个月后将 是 $r_i^2 \times 1000$ 元， k 个月后将 是 $r_i^k \times 1000$ 元。假设 r_1, r_2, \dots, r_n 是给定正整数，试给出一个购买许可证的顺序，以使得花费的总钱数最少。设计一个算法求解这个问题，说明设计思想，证明其正确性并分析算法最坏情况下的时间复杂度。

装订线内

不要答题

得分

七、(15 分) 某会展中心有 m 行 n 列会议室阵列，每间会议室为边长为 10 米的正方形，现在要在会议室中设置无线路由器，假设只能在会议室的中心位置放置路由器，每个路由器的信号覆盖范围是一个半径为 25 米的圆形，请问如何设计路由器的位置，使得所有的会议室的中心点都有信号并使得路由器个数最少。