

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2020/21

Terza sessione di esami – Primo appello – 8 settembre 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i tre metodi dell'analisi ammortizzata, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 4 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 9 \\ \frac{3}{2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Si illustri l'algoritmo di Kruskal (anche mediante il suo pseudocodice) e se ne dimostri la correttezza.

ESERCIZIO 3

In analogia con la nozione di *distanza* (minima) tra due nodi, si proponga una definizione della nozione di *distanza massima* tra due nodi in un grafo orientato pesato.

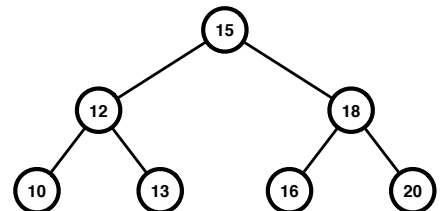
Quindi si descriva un algoritmo per determinare le distanze massime di tutti i nodi da una data sorgente $s \in V$ in un grafo orientato aciclico $G = (V, E)$ con funzione peso $w : E \rightarrow \mathbf{R}$ e se ne valuti la complessità computazionale.

ESERCIZIO 4

- (a) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up.

Quindi si eseguano nell'ordine dato le seguenti operazioni sullo splay tree a lato:

- SEARCH 10, 16
- INSERT 17
- DELETE 15



- (b) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig*, nonché l'operazione di assemblaggio finale, in un splay tree di tipo top-down.

ESERCIZIO 5 (Reti di flusso)

- (a) Si definiscano le nozioni di rete di flusso, flusso e suo valore, cammino aumentante, taglio e sua capacità.
- (b) Quindi si illustri il procedimento di Ford-Fulkerson e lo si applichi alla rete G a lato utilizzando come criterio di scelta dei cammini aumentanti quello *lessicografico* (secondo il quale, ad es., il cammino (s, a, b, t) precede il cammino (s, c, d, t)).
- (c) Qual è il valore di un flusso massimo in G ?
- (d) Si determini inoltre un taglio in G di capacità minima e se ne calcoli la capacità.

