

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2020/21

Seconda sessione di esami – Secondo appello – 6 luglio 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i tre metodi dell'analisi ammortizzata, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 14 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di 3} \\ 9 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up.

Quindi si eseguano nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree la cui configurazione iniziale è quella di un albero binario completo contenente le 10 chiavi $\{4i : 1 \leq i \leq 10\}$:

- SEARCH 20, 40
- DELETE 24
- INSERT 30

Nota bene: Si ricorda che un albero binario si dice *completo* quando tutti i suoi livelli, con al più l'eccezione dell'ultimo, sono completi e tutti i nodi nell'ultimo livello si trovano il più a sinistra possibile.

ESERCIZIO 3

Si illustri un algoritmo efficiente (anche mediante pseudo-codice) per determinare i cammini minimi da una sorgente assegnata a tutti i nodi da essa raggiungibili in un grafo orientato aciclico con funzione peso a valori reali.

ESERCIZIO 4

Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e connesso, e sia $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione peso *iniettiva* su G . Si dimostri che G ha un unico minimum spanning tree.

ESERCIZIO 5

- (a) Si definiscano le nozioni di rete di flusso, flusso e suo valore, cammino aumentante, taglio e sua capacità.
- (b) Si illustri il procedimento di Ford-Fulkerson e lo si applichi alla rete G a lato utilizzando come criterio di scelta dei cammini aumentanti quello *lessicografico* (secondo il quale, ad es., il cammino (s, a, b, t) precede il cammino (s, a, t) che a sua volta precede il cammino (s, c, b, t) , ecc.).
- (c) Qual è il valore di un flusso massimo in G ?
- (d) Si determini inoltre un taglio in G di capacità minima calcolandone la capacità.

