

week2

1. 将下列语句翻译成命题逻辑公式:

- (1) 明天晴到多云, 西北风四级
- (2) 没有共产党就没有新中国
- (3) “2 和 4 都是素数, 这是不对的” 是不对的

(1)

- P 表示明天晴到多云。
- Q 表示西北风四级。
- 这个句子可以表示为 $P \wedge Q$ 。

(2)

- R 表示共产党存在。
- S 表示新中国存在。
- 这个句子可以表示为 $R \rightarrow S$ 。

(3)

记 $P(x)$ 当且仅当 x 是素数时为真

这个句子可以表示为 $\neg (\neg (P(2) \wedge P(4)))$

2. 用真值表的方法证明下列各式:

- (1) $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = Q \rightarrow (P \rightarrow R)$
- (2) $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) = (P \vee R) \rightarrow Q$
- (3) $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$
- (4) $(P \vee Q) \wedge \neg P = \neg P \wedge Q$

依次如下所示, 由真值表知均成立

(1) $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = Q \rightarrow (P \rightarrow R)$

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow (P \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow (P \rightarrow R)$
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T

(2) $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) = (P \vee R) \rightarrow Q$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$R \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)$	$P \vee R$	$(P \vee R) \rightarrow Q$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F	T	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	F	T
F	F	T	T	F	F	T	F
F	F	F	T	T	T	F	T

(3) $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

(4) $(P \vee Q) \wedge \neg P = \neg P \wedge Q$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg P$	$(P \vee Q) \wedge \neg P$	$\neg P \wedge Q$
T	T	T	F	F	F
T	F	T	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	F

3. 设 P : 2 是素数; Q : 3 是素数; R : $\sqrt{2}$ 是有理数, 请指出下列复合命题中为假命题的有哪些, 并给出理由。

(1) $(P \vee Q) \rightarrow R$

(2) $R \rightarrow (P \vee Q)$

(3) $(P \wedge Q) \rightarrow P$

(4) $(R \wedge P) \leftrightarrow Q$

不难得知: $P \vee Q$ 为真命题; R 为假命题, 那么:

(1) 假命题, 由 $P \vee Q$ 为真、 R 为假得 (1) 为假

(4) 假命题, 由 $R \wedge P$ 为假、 Q 为真得 (4) 为假

4. 构造下列命题公式的真值表, 并据此说明哪些是其成真赋值, 哪些是其成假赋值。

(1) $\neg(P \vee \neg Q)$

(2) $P \wedge (Q \vee R)$

(3) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

1. $\neg(P \vee \neg Q)$

P	Q	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$\neg(\neg(P \vee \neg Q))$
T	T	F	T	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

成真赋值: 当 P 为假, Q 为真时

成假赋值: 当 P 为真, Q 为假时

2. $P \wedge (Q \vee R)$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

成真赋值：当 P 为真且 Q 或 R 之一为真时

成假赋值：当 P 为假或 Q 和 R 均为假时

3. $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$
T	T	T	F	F	F	F	T
T	F	T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	F	T	T	T	T	T

所有的赋值都是成真赋值