《工程硕士数学》第五次计算实习

> 软硕232 丁浩宸 2023213911

第二题

理论依据

- n次Lagrange插值法
- 有自然边界的三次样条插值法

算法推导

- n次Lagrange插值法：$L_n(x_k)=\sum_{i=0}^{n}f(x_k)l_i(x_k)=f(x_k),k=0,1,\ldots,n$，式中$l_i(x)$为n次插值基函数。在Matlab中，`polyfit` 函数即是使用Lagrange插值法实现的。
- 有自然边界的三次样条插值法：$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_1 & & & \\ \mu_2 & 2 & \lambda_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mu_{n-2} & 2 & \lambda_{n-2} \\ & & & \mu_{n-1} & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d_1-\mu_1M_0 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-2} \\ d_{n-1}-\lambda_{n-1}M_n \end{bmatrix}$$。解出M_1到M_{n-1}，代入$s(x)=M_j\frac{(x_{j+1}-x)^3}{6h_j}+M_{j+1}\frac{(x-x_j)^3}{6h_j}+(f(x_j)-\frac{M_jh_j^2}{6})\frac{x_{j+1}-x}{h_j}+(f(x_{j+1})-\frac{M_{j+1}h_j^2}{6})\frac{x-x_j}{6h_j}$即可。在Matlab中，`spline` 函数即是使用三次样条插值法实现的。

计算代码

```
x = [0, 0.5, 1, 6, 7, 9];
y = [0, 1.6, 2.0, 1.5, 1.5, 0];
xx = 0:0.02:9;
P = polyfit(x, y, 5)
P2 = spline(x, [0, y, 0], xx)
L5 = polyval(P, xx);
plot(x, y, '*', xx, L5, 'k', xx, P2, 'k')
```

结果分析