

《工程硕士数学》第五次计算实习

软硕232 丁浩宸 2023213911

第二题

理论依据

- n次Lagrange插值法
- 有自然边界的三次样条插值法

算法推导

- n次Lagrange插值法: $L_n(x_k) = \sum_{i=0}^n f(x_i)l_i(x_k) = f(x_k), k = 0, 1, \dots, n$, 式中 $l_i(x)$ 为n次插值基函数。在Matlab中, `polyfit` 函数即是使用Lagrange插值法实现的。

- 有自然边界的三次样条插值法:

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_1 & & & \\ \mu_2 & 2 & \lambda_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mu_{n-2} & 2 & \lambda_{n-2} \\ & & & \mu_{n-1} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 - \mu_1 M_0 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-2} \\ d_{n-1} - \lambda_{n-1} M_n \end{bmatrix}。解出M_1到M_{n-1}, 代入$$

$$s(x) = M_j \frac{(x_{j+1}-x)^3}{6h_j} + M_{j+1} \frac{(x-x_j)^3}{6h_j} + (f(x_j) - \frac{M_j h_j^2}{6}) \frac{x_{j+1}-x}{h_j} + (f(x_{j+1}) - \frac{M_{j+1} h_j^2}{6}) \frac{x-x_j}{6h_j}$$

即可。在Matlab中, `spline`、`csape` 函数即是使用三次样条插值法实现的。

计算代码

```
x = [0, 0.5, 1, 6, 7, 9];
y = [0, 1.6, 2.0, 1.5, 1.5, 0];
xx = 0:0.02:9;

P = polyfit(x, y, 5)
L5 = polyval(P, xx);

P2 = csape(x', y', "variational")
s = ppval(P2, xx)

plot(x, y, 'k', xx, L5, 'k', xx, s, 'k')
```

结果分析

