《工程硕士数学》第五次书面作业

> 软硕232 丁浩宸 2023213911

第二题

使用Matlab进行Lagrange插值法编程：

```
x0 = 0;
x1 = 0.6;

L1 = @(x)(x - x1) / (x0 - x1) * log(1 + x0) + (x - x0) / (x1 - x0) * log(1 + x1)
L1(0.45)

x2 = 0.9;
L2 = @(x)(x - x1) * (x - x2) / (x0 - x1) / (x0 - x2) * log(1 + x0) + (x - x0) *
(x - x2) / (x1 - x0) / (x1 - x2) * log(1 + x1) + (x - x0) * (x - x1) / (x2 - x0)
/ (x2 - x1) * log(1 + x2)
L2(0.45)

% 计算实际误差
log(1 + 0.45) - L1(0.45)
log(1 + 0.45) - L2(0.45)
```

计算结果：

	一次	二次
计算结果	0.3935	0.3753
实际误差	0.0213	0.0038
误差界	0.3754	0.0101

第七题

均差表：

x	$f(x)$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}]$
1	3			
$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{1}{2}$		
0	3	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	
2	$\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	-2

由均差表知：

- Newton插值多项式$N_3(x) = 3 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{3}(x-1)(x-\frac{3}{2}) - 2(x-1)(x-\frac{3}{2})x$

- 余项$R_3(x) = f(1, \frac{3}{2}, 0, 2, x)(x-1)(x-\frac{3}{2})x(x-2)$

第九题

使用Newton形式的Hermite插值多项式。

均差表：

x	$f(x)$	一阶重节点差商	二阶重节点差商	三阶重节点差商
1	1.1052			
1	1.1052	0.2210		
1.5	1.2523	0.2943	0.1465	
1.5	1.2523	0.3757	0.1628	0.0325

由均差表知：

- Hermite插值多项式
  $H_3(x) = 1.1052 + 0.2210(x-1) + 0.1465(x-1)^2 + 0.0325(x-1)^2(x-1.5)$

计算得$H_3(1.25) = 1.1691$，误差$|f(1.25) - H_3(1.25)| = 3.8043 \times 10^{-5}$

第十四题

- 解参数：$d_1 = 6f[x_0, x_1, x_2] = \frac{9}{2}$，$d_2 = -\frac{5}{3}$；$\lambda_1 = \frac{3}{4}$，$\mu_2 = \frac{1}{2}$
- 解M：$M_0 = 0$，$M_3 = 0$，$\begin{bmatrix} 2 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{9}{2} \\ -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$，解得$M_1 = \frac{82}{29}$，$M_2 = -\frac{134}{87}$
- 代入
  $s(x) = M_j \frac{(x_{j+1}-x)^3}{6h_j} + M_{j+1} \frac{(x-x_j)^3}{6h_j} + (f(x_j) - \frac{M_j h_j^2}{6}) \frac{x_{j+1}-x}{h_j} + (f(x_{j+1}) - \frac{M_{j+1} h_j^2}{6}) \frac{x-x_j}{6h_j}$
  ，得到：
  - $j = 0$：$s(x) = M_1 \frac{(x+3)^3}{6} - 2(x+2) + \frac{M_1(x+3)}{36}\ \ (-3 \leq x \leq -2)$
  - $j = 1$：$s(x) = M_1 \frac{(1-x)^3}{18} + M_2 \frac{(x-1)^3}{18} - \frac{M_j(1-x)}{2} + (3 - \frac{3M_2}{2}) \frac{x+2}{18}\ \ (-2 < x \leq 1)$
  - $j = 2$：$s(x) = M_2 \frac{(4-x)^3}{18} + (3 - \frac{3M_2}{2}) \frac{4-x}{3} + \frac{x-1}{18}\ \ (1 < x \leq 4)$