

Optimisation Statique

2A Ingénierie des Systèmes Numériques - année 2017/18- session 2

Dans l'évaluation de votre travail, on attachera autant d'importance aux explications qu'aux résultats proprement dits

Les exercices sont indépendants.

Exercice 1 Soit le problème de minimisation

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2$$

sous la contrainte $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

Ecrire les conditions nécessaires de minimum et résoudre le problème.

Exercice 2 Résoudre le problème de minimisation sur \mathbb{R}^2

$$\max f(x) = 900x_1 + 1000x_2$$

sous les contraintes

$$11x_1 + 9x_2 \leq 9900 \quad (1)$$

$$7x_1 + 12x_2 \leq 8400 \quad (2)$$

$$6x_1 + 16x_2 \leq 9600 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2 \quad (4)$$

Exercice 3 Une entreprise fabrique deux modèles de petites voitures, les modèles X et Y . Le modèle X , le plus abordable, se vend à 1 euro pièce. Quant au modèle Y , beaucoup plus sophistiqué, il se vend à 3 euros. Le coût de fabrication, exprimé en euro, est donné par la fonction suivante :

$$C(x, y) = 5x^2 + 5y^2 - 2xy - 2x - 1000$$

où x est le nombre de petites voitures du modèle X et y est le nombre de petites voitures du modèle Y . On suppose que les jouets fabriqués sont tous écoulés sur le marché.

- Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^{2+}$. Déterminer le profit $P(x, y)$ réalisé par l'entreprise lorsqu'elle a vendu x jouets de modèle X et y jouets de modèle Y .
- La capacité de production de l'entreprise est au total de 20 jouets par jour. En supposant que l'entreprise tourne à plein régime, trouver la répartition optimale entre les modèles de type X et Y permettant de maximiser le profit quotidien. Calculer dans ce cas le profit réalisé.
- Le conseil d'administration de l'entreprise s'interroge sur la pertinence de vouloir produire à pleine capacité. Il se demande s'il ne peut pas augmenter le profit en produisant autrement. Pouvez-vous aider le conseil d'administration ?