EC « Sûreté de fonctionnement » *(SINERGIE + ISN)*

Mercredi 22 juin 2016

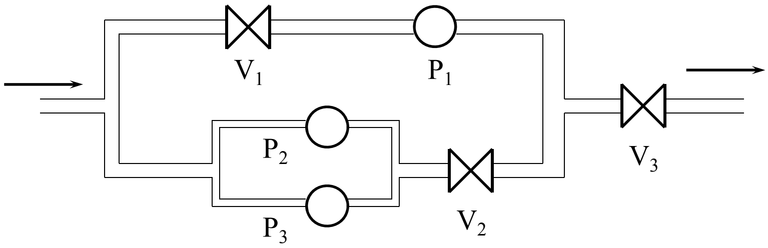
Nicolae Brinzei, Jean François PETIN

Durée : 2 heures - Supports de cours autorisés, calculatrice autorisée

La réponse à chaque exercice sera donnée sur une copie séparée.

Exercice I. Arbre de défaillances

Soit le circuit hydraulique, constitué de deux lignes redondantes, représenté sur la figure ci-dessous. La ligne n°1 est munie d'une pompe capable d'assurer à elle seule 100% de la fonction (Pompe P_1 de débit Q) et la ligne n°2 comporte deux pompes capables d'assurer 50% de la fonction (Pompe P_2 de débit Q/2 et pompe P_3 de débit Q/2).



L'événement redouté, qui sera analysé, est : « ER = débit inférieur à **100**% du débit requis». On considère les défaillances suivantes : fermeture intempestive des vannes et blocage des pompes.

1) Construire l'arbre de défaillance associé à l'ER.

2) Quelles sont les coupes minimales du système pour cet événement ? En déduire le ou les composants les plus critiques ?

3) On cherche à estimer la probabilité d'occurrence de l'événement redouté à partir des probabilités de défaillance des composants P(V1) = P(V2) = P(V3)= 10^{-3}, P(P1) = 10^{-3}, P(P2) = P(P3) = 10^{-2}

   a. Donnez une borne supérieure de cette probabilité en utilisant la méthode basée sur les coupes minimales (théorème de Sylvester-Poincaré).
   b. Proposez une valeur de cette probabilité en utilisant la méthode basée sur l'arbre de défaillance. Dans quelles conditions cette valeur peut être considérée comme exacte et justifiez en quoi ces conditions sont nécessaires ?

4) Que faut-il modifier dans l'arbre de défaillance si l'événement redouté devient "débit inférieur à 50% " ?

Exercice 2. Redondance passive avec deux éléments de secours (chaînes de Markov et réseaux de Petri stochastiques)[1]

Considérons le système d'alimentation en eau de la figure ci-dessous constitué de trois pompes en redondance. La pompe P_1 pouvant assurer 100% du débit requis représente l'entité principale du système et elle est normalement en fonctionnement. Les deux autres pompes P_2 et P_3 (identiques) n'assure que 50% du débit chacune et elles sont normalement à l'arrêt (pompes de secours, c.à.d. la pompe principale P_1 assure la fonction du système chaque fois qu'elle sera en état de le faire).

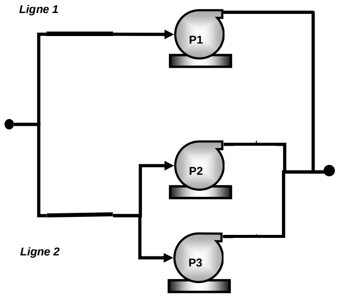
Lorsque la pompe principale P_1 tombe en panne on démarre les deux autres pompes simultanément.

On considère que le système assure sa mission, tant qu'il est capable d'assurer du débit à sa sortie.

Le taux de défaillance en fonctionnement de la pompe P_1 est $\lambda_1 = 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{h}^{-1}$, son taux de réparation est $\mu_1 = 2.5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}^{-1}$.

Le taux de défaillance en fonctionnement des pompes P_2 et P_3 est $\lambda = 2.5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{h}^{-1}$ et leur taux de réparation est $\mu = 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}^{-1}$.

[1] C'est le même système que précédemment restreint aux trois pompes seulement.



1) Fiabilité des composants : En considérant seulement la pompe P_1 (uniquement pour cette question) et qu'elle est en état de fonctionnement lors de sa mise en marche, calculez sa disponibilité et sa probabilité de défaillance après une année de fonctionnement (24h/24).

Pour la suite on considère les pompes comme des entités réparables et que la pompe principale est normalement en fonctionnement et les deux autres sont normalement à l'arrêt.

2) On considère qu'on dispose toujours d'autant des réparateurs que des composants à maintenir. Représentez ce système par une chaîne de Markov à temps continu[2] et donnez sa matrice des taux de transition.
3) Calculez le taux équivalent de réparation du système de trois pompes.
4) Que devient la chaîne de Markov précédente s'il n'y a qu'un seul réparateur et qu'il répare en priorité la pompe P_1 ?
5) Un mode commun de défaillance de ce système est la perte de l'alimentation électrique commune à toutes les trois pompes à cause d'un fort orage. Ce mode commun de défaillance est caractérisé par un facteur $\beta = 0.1$.
   Donnez la chaîne de Markov qui modélise le comportement de ce système en prenant en compte aussi le mode commun de défaillance. Donnez sa matrice de taux de transition (sous forme littérale et numérique afin qu'elle puisse être implémentée dans un logiciel de calcul numérique[3] en vue d'étudier l'évolution de la disponibilité du système dans le temps).
6) Modélisez ce système par un réseau de Petri[4] stochastique ou stochastique généralisé, si besoin.
   Sans faire les calculs, expliquez comment faire pour déterminer le nombre moyen de pompes de deuxième type (P_2 et P_3) en fonctionnement.
   Comment doit-on modifier votre réseau de Petri afin d'avoir un système constitué des 3 pompes P_1 et des 8 pompes P_2 ou P_3 ? Comment doit-on procéder pour modéliser ce nouveau système avec une chaîne de Markov ? Qu'en pensez-vous de deux modélisations ?

---

[2] Précisez la signification des états de votre modèle.
[3] Par exemple en Matlab ou Scilab.
[4] Précisez la signification des places et des transitions de votre modèle.