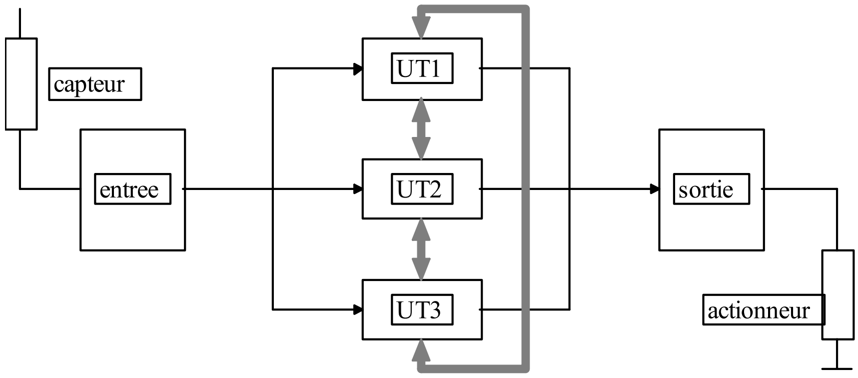
Travaux pratiques
Chaînes de Markov*

1. Système d'automatisme

On considère un système d'automatisme constitué d'une carte d'entrée, d'une carte de sortie et de trois unités de traitement montées en redondance 2 sur 3. Chacun de ces trois types de composants est caractérisé par un taux de défaillance constant. Ces taux sont notés respectivement λ_E, λ_T, λ_S.

Les unités de traitement communiquent entre elles par des liaisons série haute vitesse qui leur permet d'échanger leurs informations et de s'accorder sur la valeur à transmettre lorsqu'au moins deux sont d'accord. Chaque UT est maître d'une liaison, on peut donc considérer l'ensemble 1 UT + 1 liaison comme formant un tout (taux de défaillance global λ_T).



Le taux de réparation est commun à tous les éléments et on dispose d'un seul réparateur qui répare toujours le premier élément tombé en panne, sauf s'il s'agit d'une UT que l'on doit réparer en priorité.

On suppose en outre que dès que le système ne fonctionne plus, il est mis à l'arrêt pour réparation et par conséquent, une seconde défaillance ne peut intervenir. Les unités de traitement peuvent par contre être changées en cours de fonctionnement.

Application numérique : $\lambda_T = 4.10^{-5}$ h^{-1}, $\lambda_E = 1.10^{-4}$ h^{-1}, $\lambda_s = 1{,}2.10^{-4}$ h^{-1}, $\mu = 4.10^{-3}$ h^{-1}.

1.1. Déterminez la chaîne de Markov (CdM) à temps continu représentant les états du système et évaluez la disponibilité, la fiabilité et la maintenabilité de ce système†.
On suppose que le système démarre avec tous ses composants en état de marche.

1.2. Une défaillance de cause commune (DCC) qui affectent les cartes de traitement doit être prise en compte. Cette DCC est caractérisée par un facteur $\beta = 0{,}1$. Modifiez la chaîne de Markov précédente pour prendre en compte la DCC et évaluez la disponibilité du système dans ce cas.
On considère que la DCC affecte les composants du système lorsqu'ils sont en fonctionnement. Lorsqu'ils sont à l'arrêt, donc non connectés, l'occurrence d'une DCC n'a aucun effet sur eux.

---

*Vos remarques et commentaires à propos de ce sujet sont les bienvenus. Contact : Nicolae.Brinzei@univ-lorraine.fr

† L'architecture de ce système est une variante étendue des systèmes déjà traités en cours. Vous pouvez vous guider de CdM déjà établies pour les architectures étudiées en cours.

2. Redondance à la fois active et passive

Soit un système constitué de trois composants différents. Les deux premiers composants de taux (λ_1, μ_1) et respectivement (λ_2, μ_2) sont en redondance active. Le troisième composant de taux (λ_3, μ_3) est en redondance passive. Soit p sa probabilité de refus de démarrage. Pour la réparation, on considère qu'on a autant des réparateurs qu'on a besoin et la réparation est considérée parfaite (tout de suite après sa réparation le composant démarre sûrement). Le troisième composant est un composant de secours : il ne sera utilisé que si seulement les deux premiers composants sont défaillants.

Application numérique : $\lambda_1 = 2\ 10^{-5}\ h^{-1}$, $\lambda_2 = 2.5\ 10^{-5}\ h^{-1}$, $\lambda_3 = 4\ 10^{-6}\ h^{-1}$, $\mu_1 = 1.25\ 10^{-2}\ h^{-1}$, $\mu_2 = 10^{-2}\ h^{-1}$, $\mu_3 = 6.25\ 10^{-3}\ h^{-1}$, $p = 0.1$.

2.1. Modélisez ce système par une chaîne de Markov à temps continu.
2.2. Déterminez l'évolution de la disponibilité du système dans le temps.
2.3. Déterminez la fiabilité du système à 3 ans de fonctionnement. Tracez la courbe de l'évolution de la fiabilité dans le temps.
2.4. On considère que le système fonctionne à 100% de sa capacité si les deux premiers composants sont en marche (la contribution du premier composant est de 60% et celle du deuxième composant est de 40%). Le troisième composant de secours n'assure que 20% de la capacité du système. Déterminez l'évolution de la capacité de production du système.
2.5. Une défaillance de cause commune (DCC) qui affectent les composants actifs doit être prise en compte. Cette DCC est caractérisée par un facteur $\beta = 0,2$. Modifiez la chaîne de Markov précédente pour prendre en compte la DCC et évaluez la disponibilité du système dans ce cas.