

Exercice 1. Diagrammes de fiabilité. Chaînes de Markov

On considère un système constitué de cinq composants dont son diagramme de fiabilité est représenté dans la figure suivante.

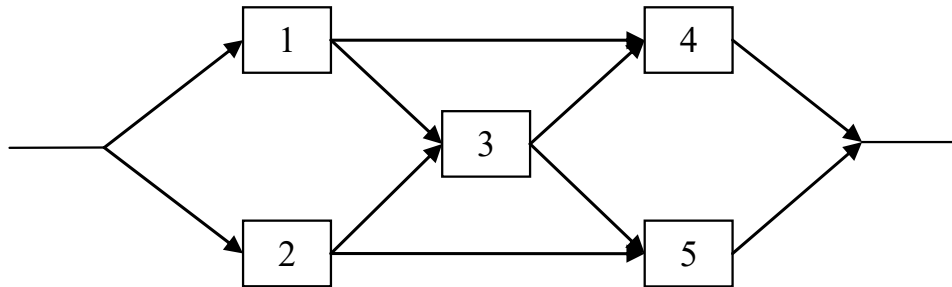


Figure. Diagramme de fiabilité d'un système¹.

Données numériques :

- taux de défaillance en fonctionnement : $\lambda_1 = \lambda_2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_3 = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$, $\lambda_4 = \lambda_5 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$;
- taux de réparation identique pour tous les composants est égal à $\mu = 2 \cdot 10^{-2} \text{ h}^{-1}$.

Questions :

1. On considère que le système et ses composants sont non-réparables (seulement pour cette question). En partant du diagramme de fiabilité donné dans la figure ci-dessus, déterminez l'expression de la fiabilité du système en fonction de fiabilités de ses composants.
Calculez la valeur de la fiabilité du système après trois ans de fonctionnement (24h/24). Déterminez aussi la valeur asymptotique de la fiabilité du système.

Pour la suite on considère les composants du système comme des entités réparables et ils ont un comportement binaire (marche ou panne). Lorsque le système ne fonctionne plus (il n'y a plus de signal à la sortie du système), il est mis à l'arrêt et d'autres défaillances ne peuvent plus intervenir.

2. On considère qu'on dispose toujours d'autant des réparateurs que des composants à maintenir. Représentez ce système par une chaîne de Markov à temps continu² et donnez sa matrice des taux de transition.
3. Sans faire les calculs numériques, expliquez comment calculer la disponibilité et l'indisponibilité de ce système à partir de votre chaîne de Markov établie précédemment. Exprimez la disponibilité et l'indisponibilité du système sous forme de somme des probabilités d'état de cette chaîne de Markov.
4. On souhaite maintenant calculer la fiabilité de ce système. Comment doit être modifiée la chaîne de Markov précédente afin de pouvoir calculer la fiabilité de ce système ?
Exprimez la fiabilité du système sous forme de somme des probabilités d'état de cette nouvelle chaîne de Markov.
Sans faire les calculs numériques, d'après-vous, la valeur de la fiabilité du système, après trois ans de fonctionnement (24h/24), dans ce cas d'utilisation du système doit être égale, plus grande ou plus petite que la valeur obtenue à la question 1 ? Justifiez votre réponse.
5. On considère maintenant qu'on dispose seulement d'un seul réparateur qui répare en priorité le composant 3, sinon il répare le premier composant tombé en panne. Que devient la chaîne de Markov de la question 2 dans ce cas ?

¹ Il s'agit d'une structure de système qui est rencontré souvent dans le cas des systèmes présentant des redondances. Cette structure est également souvent rencontrée dans les cas des circuits électroniques, tel que les ponts de Wheatstone.

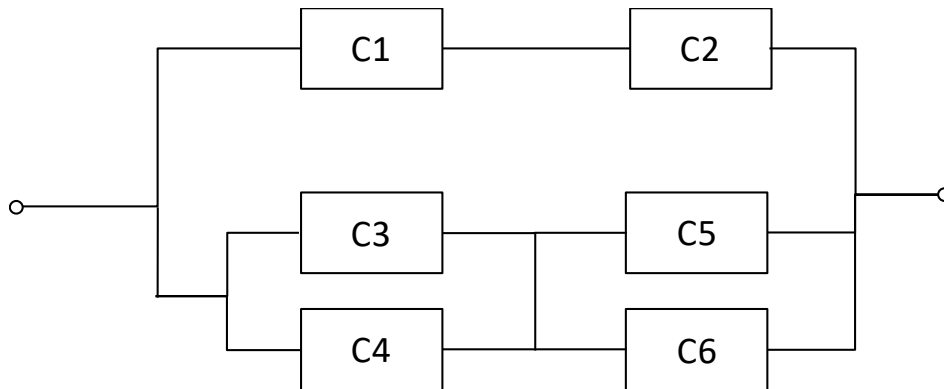
² Précisez la signification des états de votre modèle.

6. Un mode commun de défaillance de ce système est une surtension qui fait défaillir simultanément et instantanément tous les composants en marche du système. Ce mode commun de défaillance est caractérisé par un facteur $\beta = 0.2$.

Donnez la chaîne de Markov qui modélise le comportement de ce système en prenant en compte aussi le mode commun de défaillance (on considère qu'il y a autant de réparateurs que de composants à maintenir).

Déterminez les valeurs de différents taux qui sont associés aux transitions de la chaîne de votre chaîne de Markov.

Exercice 2. Arbres de défaillances



Questions

1. Etablir l'arbre de défaillance pour l'événement redouté « échec de la mission », la mission en question étant celle représentée par le diagramme de succès ci-dessus.
2. Donner les coupes minimales. En déduire quels sont le ou les équipements de ce système les plus critiques.
3. Donner la probabilité d'occurrence de l'événement redouté à partir des probabilités de défaillance des composants $C1 = C2 = 10^{-2}$, $C3 = C4 = C5 = C6 = 10^{-1}$:
 - a. à l'aide des coupes et du théorème de Sylvester – Poincaré ?
 - b. par propagation sur l'arbre de défaillance ?
 - c. indiquez quelles sont les limites et avantages de chacune de ces deux techniques.
4. On cherche à améliorer les indicateurs obtenus à la question 3 :
 - a. proposez une modification de l'architecture permettant de réduire la probabilité d'échec.
 - b. quelles modifications induit cette modification sur l'arbre de défaillances ?