

Filtragem de imagens no domínio da frequência

Alexandre Gomes Caldeira - 96701
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG
E-mail: alexandre.caldeira@ufv.br

Abstract—Neste relatório são apresentadas mais aplicações da Transformada direta e inversa de Fourier, especificamente tratando de sinais senoidais e sonoros. Aplicando a Transformada de Fourier, são estudados sinais no domínio da frequência para que possam ser aplicados diferentes filtros elicitando suas características principais. Em seguida é aplicada a Transformada Inversa de Fourier para que os sinais sejam novamente representados no tempo e, a título de exemplificação, são reproduzidos sinais sonoros antes e após filtragem de alguns de seus componentes e até instrumentos.

I. INTRODUÇÃO

Dando continuidade aos estudos de Sinais e Sistemas no domínio da frequência, foram discutidos em trabalhos anteriores a aplicação da convolução como metodologia para obtenção da resposta de sistemas lineares invariantes no tempo genéricos à uma determinada entrada. Demonstrou-se que a multiplicação de sinais no domínio da frequência coincide com sua convolução no domínio do tempo e esta propriedade é frequentemente empregada para filtragem digital de sinais.

Ainda, discutiu-se sobre a transformada de Fourier como ferramenta matemática para obtenção do espectro de frequência em termos de magnitude de fase para qualquer sinal, demonstrando a possibilidade de reconstrução ou síntese do sinal original através da transformada inversa, diante das devidas minimizações do Efeito Gibbs. Além disso, em trabalhos passados foi apresentado o uso da convolução bidimensional como ferramenta para filtragem de imagens, podendo aumentar ou diminuir brilho, contraste ou outros detalhes em imagens digitais.

Assim, mostrou-se como maneira comum de se aplicar filtros à imagens o emprego da convolução, que coincide com a multiplicação na frequência, o que leva à ampla aplicação da transformada rápida de Fourier (discreta, bidimensional) para estudo e processamento de imagens digitais no domínio da frequência, conforme visto em [1] e discutido brevemente em [2].

II. OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo geral a aplicação de filtros digitais em sinais unidimensionais (de áudio). Especificamente, serão apresentados os conteúdos espectrais e no domínio do tempo de sinais antes após aplicação de filtros passa-baixa e passa-alta, seguida da demonstração da possibilidade de aplicação de filtros digitais para eliminação de partes do conteúdo sonoro de um sinal de áudio.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

De maneira similar a trabalhos anteriores, neste relatório será empregado o *software* MATLAB para demonstração das técnicas e exercícios requisitados no roteiro [2].

A. Tempo \leftrightarrow Frequência

Apesar de ter sido aplicada e discutida a série de Fourier em termos teóricos em [1], a aplicação da série e transformada de Fourier em sinais digitais é usualmente realizada através da Transformada Rápida de Fourier, desenvolvida como uma otimização computacional da ferramenta já conhecida. Sabe-se que a transformada é simétrica, gerando coeficientes idênticos e simétricos para frequências positivas e "negativas" que possuem sentido matemático mas não físico.

Assim, faz-se necessário a eliminação dos resultados repetidos e centralização do espectro na frequência ao se utilizar a transformada em contextos digitais. Especificamente, será utilizado o algoritmo MATLAB abaixo para sintetização de uma sinal senoidal ruidoso e demonstração da transformada rápida de Fourier (FFT), o descarte e a centralização descritos:

```
% APLICA FFT, CENTRALIZA E REMOVE COEF. SIMETRICOS
Fs = 8000; L = 8000;
t = 0:1/Fs:(L-1)/Fs;
x =
    0.7*sin(2*pi*500*t)+sin(2*pi*2000*t)+2*randn(1,L);

figure(1)
subplot(4,1,1); plot(t,x); grid on
title('SINAL ORIGINAL')
ylabel('x(t)')
X = fft(x);
freq = [-(L/2-1):L/2]*Fs/L;
pfreq = [0:L/2]*Fs/L;

subplot(4,1,2); plot(freq,abs(X)); grid on
title('MODULO'); ylabel('|X(j\omega)|');

subplot(4,1,3); plot(freq,abs(fftshift(X))); grid on
title('MODULO CENTRALIZADO'); ylabel('|X(j\omega)|');

subplot(4,1,4); plot(pfreq,abs(X(1:L/2+1))); grid on
title('SIMETRIA REMOVIDA'); ylabel('|X(j\omega)|');
```

B. Filtragem na Frequência

Conforme apresentado em disciplinas de circuitos elétricos no domínio da frequência [3], filtros analógicos passa-

baixa têm função de transferência dada por:

$$H_L(\omega) = \frac{\alpha}{\alpha + j\omega} \quad (1)$$

onde ω representa a frequência em radianos por segundo e α será a frequência de canto, para qual a função de transferência ultrapassa a marca de -3 dB. E também, similarmente, o filtro passa-alta têm sua função de transferência dada por:

$$H_H(\omega) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + j\omega} \quad (2)$$

cujas interpretação é idêntica àquela apresentada para a equação anterior, com a importante diferença de que agora frequências elevadas terão seus ganhos atenuados. Aplicando o algoritmo abaixo, podem ser construídas representações da magnitude destes filtros em função da frequência, por exemplo para uma frequência de canto de 500 Hz:

```
% Apresenta resposta de filtros passa baixa e alta
% a partir de um vetor de frequencias
figure(3)
subplot(211)
a = 500; Hb = a./(a+1j*freq);
semilogx(freq,20*log10(abs(Hb)))
hold on; yline(-3,'r--')
title('Magnitude da resposta em frequencia de
      filtros')
ylabel('PASSA-BAIXAS [dB]')
grid on; axis tight;

subplot(212)
Ha=1- a./(a+1j*freq);
semilogx(freq,20*log10(abs(Ha)))
hold on; yline(-3,'r--')
ylabel('PASSA-ALTAS [dB]')
xlabel('Frequencias [omega]')
grid on; axis tight;
```

Os filtros aqui construídos serão aplicados à sinais musicais, conforme desafio discutido na subseção seguinte.

C. Eliminação de instrumentos musicais

Supondo a necessidade de eliminação do som de uma bateria de um áudio já existente, serão aplicados os filtros descritos anteriormente à um sinal de áudio provido em conjunto ao roteiro [2], demonstrando a aplicabilidade dos filtros e da filtragem no domínio da frequência para o processamento de sinais digitais. O sinal original possui sons de trompete e bateria, e deseja-se filtrar totalmente os sons da bateria aplicando filtros rejeita-faixa através da multiplicação sequencial de filtros passa-baixa e passa-faixa.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Diante dos códigos e metodologias apresentadas, a presente seção discute os resultados obtidos em função dos resultados esperados.

A. Tempo \leftrightarrow Frequência

Conforme esperado, no topo da Figura 1 observa-se um sinal senoidal com bastante ruído, construído com duas frequências fundamentais de 200 e 500 Hz, com magnitudes diferentes. Aplicando a transformada rápida de Fourier, foi isolada a magnitude do sinal no espectro da frequência. Desta forma, centralizando esta resposta em frequência e removendo a sua simetria, observamos na imagem inferior da Figura 1 que há diferentes magnitudes baixas em quase todas as frequências observadas, mas dois picos em 500 e 2000 Hz, representando as senóides que geraram o sinal original.

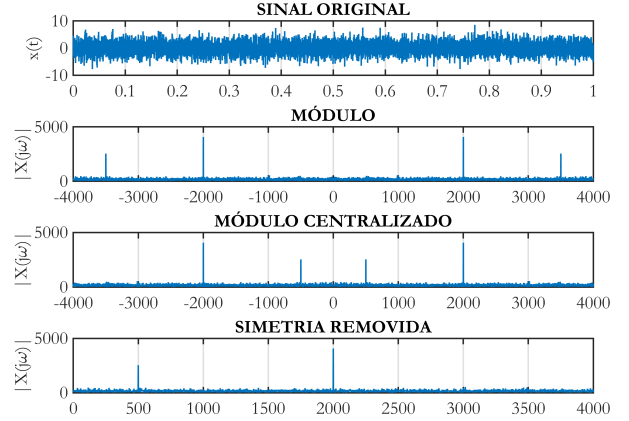


Fig. 1. Aplicação da transformada rápida de Fourier para melhor análise de sinais com ruído aleatório.

B. Filtragem na Frequência

Aplicando aos filtros descritos na seção de metodologia o código que constrói seus gráficos, obteve-se o resultado apresentado na Figura ??, na qual uma linha tracejada em vermelho apresenta a magnitude de corte de -3 dB, onde o filtro passa-baixa inicia sua atenuação e o filtro passa-alta finaliza sua atenuação. Neste exemplo, a frequência de canto escolhida foi de 500 Hz, como visto na Figura.

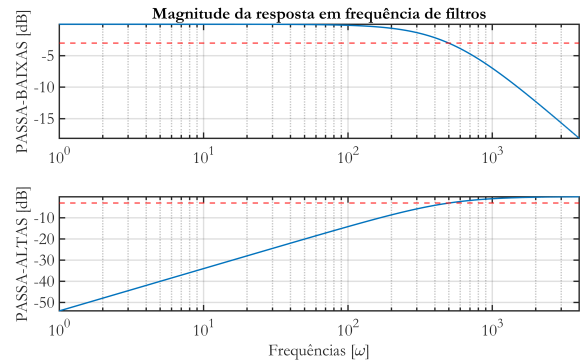


Fig. 2. Resposta em frequência para filtros analógicos (não-ideais) passa-baixa e passa-alta.

C. Eliminação de instrumentos musicais

Finalmente, replicando os resultados das duas seções anteriores no sinal de áudio fornecido, observou-se visualmente na Figura 3 as diferentes frequências que compunham os sinais de áudio da bateria, do trompete e do som completo ("mixed.wav").

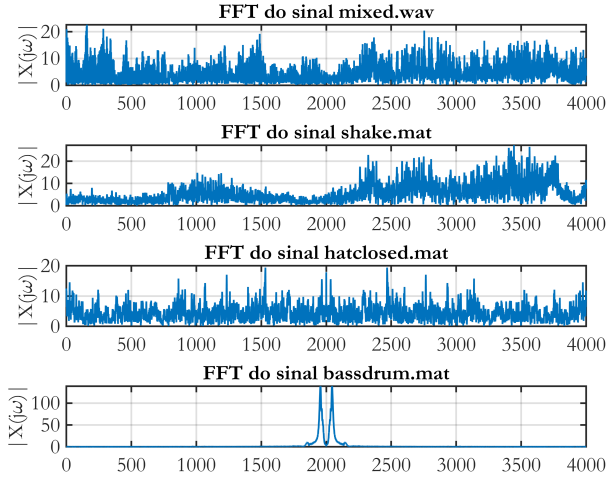


Fig. 3. Espectro na frequência dos sinais de áudio dados.

Aplicando filtros rejeita faixa construídos a partir de passa-altas e passa-baixas multiplicados, por tentativa e erro, foi possível obter um sinal que se aproximou do sinal original, apresentado na Figura 4. Porém vale destacar que devido à multiplicação de diferentes ganhos multiplas vezes, o sinal final possuía diversos "artefatos", ruídos e ecos, resultantes das múltiplas filtrações. Dessa forma, tanto o som da bateria quanto o do trompete pode ser isolado do áudio original, mas devido às várias componentes espectrais do som, não é uma técnica trivial e nem muito precisa a ser empregada.

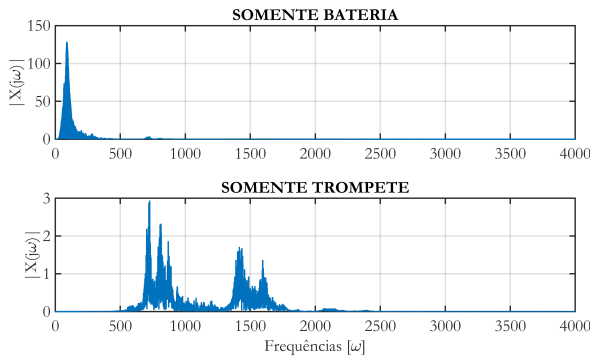


Fig. 4. Sinal somente do trompete e somente da bateria.

senoidais ruidosos e de áudio, além da discussão de como são construídos e aplicados filtros passa-baixas, passa-altas, passa-faixa e rejeita-faixa.

A partir da transformada rápida de Fourier, foi construído espectro na frequência de um sinal senoidal ruidoso e suas duas frequências principais foram apresentadas claramente. Em seguida, foram apresentados modelos e visualização para filtros capazes de atenuar diferentes faixas de frequência.

Finalmente, foram aplicados de forma iterativa diferentes filtros de maneira a isolar, a partir de um sinal original com diversos instrumentos, somente a bateria e somente o trompete em um dado áudio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. V. Oppenheim, *Sinais e sistemas*. Prentice-Hall, 2010.
- [2] L. B. Felix, *Roteiro da Aula Prática 6: Filtragem no domínio da frequência*. Departamento de Engenharia Elétrica Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal de Viçosa Universidade, 2022.
- [3] C. K. Alexander and M. N. Sadiku, *Fundamentos de circuitos elétricos*. AMGH Editora, 2013.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste relatório, foram apresentados exemplos de transformações diretas e reversas de Fourier em sinais digitais