

CONVOLUÇÃO DISCRETA

MATHEUS MORAES PEREIRA SALES DE AZEVEDO - 99892

matheus.m.sales@ufv.br

Resumo: Este relatório fundamenta-se em realizar um estudo de comandos, funções e aplicações, utilizando o software interativo MATLAB, com enfoque nas operações de cuja finalidade consiste no estudo introdutório acerca da convolução discreta em duas dimensões, especificamente no processo de filtragem de imagens.

Palavras-chave: MATLAB, convolução, filtro, imagem.

Introdução

A convolução discreta consiste em um operador linear, capaz de realizar a soma de produtos de dois termos de entrada, gerando um sinal de saída [1]. Desta maneira, pode-se estender tal ferramenta matemática para trabalhos envolvendo entradas de duas dimensões, ou seja, aplicar este recurso matemático com duas matrizes como entradas.

Um grande número de filtros usa a matriz de convolução internamente, como os de desfocagem, nitidez, mapa de relevo, dentre outros [2]. Com o filtro de matriz de convolução, é possível criar um filtro personalizado e modificar o sinal de entrada para sinais desejados.

Desta maneira, no processamento de imagens, pode-se fazer uma analogia entre uma imagem e uma matriz, em que cada elemento da tabela corresponde a um pixel, portanto é possível convoluir alguns filtros aleatórios com uma figura e perceber as alterações presentes na saída de tal operação.

Materiais e métodos

Resposta ao impulso: Um sinal discreto é um sinal em que o domínio do tempo é discreto ou, em outras palavras, contém informação apenas em instantes específicos do tempo, que são múltiplos inteiros de um intervalo de amostragem T [3]. Um sistema discreto é um conjunto de operações matemáticas que realizam uma transformação sobre um sinal discreto. Dessa forma, com o intuito de obter a resposta de um sistema discreto foi realizada uma filtragem em cima de um determinado sinal de entrada usando o comando *stem* e *filter*.

Por conseguinte, foi calculada a expressão da resposta ao impulso e comparado com os resultados obtidos acima. Além disso, foram realizados os mesmos procedimentos mas com os sinais de entrada $u(n)$ e $\sin(n)/n$, para tal foi necessário o uso do comando *eps* para contornar a possível indeterminação causada pela função de entrada.

Implementação da convolução discreta: Esta parte do relatório teve como proposta a realização de uma função que efetuasse o

cálculo utilizando a definição de convolução. Primeiramente, temos por definição que, convolução é dado pelo somatório infinito da multiplicação dos vetores da seguinte forma $x[n]=x1[n]*x2[n]=\sum x1[k]x2[n2/-k]$ [4].

Sendo assim, para realizar o cálculo matemático foi necessário adaptar a equação mencionada acima para os parâmetros do software, para isso foram usados os comando *for* e *if*.

Ademais, para fins de comparação, também foi utilizado o comando *conv* sob as mesmas funções utilizadas para o teste da função supracitada. Por fim, foram utilizados o comando *tice toc* para mensurar o tempo de processamento de acordo com o número de pontos dos sinais; tanto da função criada quanto do comando já existente.

Implementação da função discreta bidimensional: Nesta parte da prática, o objetivo é submeter imagens a filtros específicos e realizar as possíveis análises. Primeiramente, é de fundamental importância ressaltar que uma imagem, uma vez discretizada, pode ser escrita na forma matricial em que $f(m; n)$ indica um pixel específico na imagem e $M \times N$ especifica a resolução da mesma.

Sendo assim, para efetuar o processo aludido, é necessário realizar a convolução da imagem discretizada com a matriz filtro. Para que se tornasse possível a realização desse processo, foi realizado um incremento na matriz imagem, a fim de torná-la quadrada $M \times M$; utilizando o *zeros()*

Entretanto, a convolução referida será a matricial. Dessarte, é devida a criação de uma função que realizasse a lógica matemática aludida. Para tal, foi usado o comando *for*, que rondava os termos da matriz.

Dando continuidade, foi realizado o download da imagem “lua.jpg” e carregado para o *workspace* usando o comando *imread()* e exibindo-a com *imshow()*.

A imagem referida foi passada por dois processos de filtragem com os objetivos de realçar e aumentar a intensidade. O processo de filtragem é dado pela convolução da matriz filtro com a matriz da imagem. Uma vez que se é feito a convolução entre ambas, para obter o resultado é preciso somente somar o sinal (imagem) resultante com o original.

Dando seguimento, foi efetuado o download da imagem *texto.jpg* e realizado processo semelhante com o relatado. Entretanto, foi usado um sistema com características de um filtro passa-baixas, com o intuito de melhorar a qualidade de leitura do texto. Para tal, foi necessário o uso do comando *imresize*.

Por fim, foi efetuado um balanço sobre cada etapa do processamento e as funções necessárias para tal.

Resultados

Após finalizar o *script* da primeira parte deste relatório, na qual trabalhou-se a resposta de um determinado sistema a partir de três tipos de entradas, observou-se que ao aplicar um sinal de impulso no sistema, foi possível perceber variações na amplitude de saída somente no tempo discreto $t=0$, como prevê a definição de tal função. Já com o degrau, o comportamento foi diferente, uma vez que o mesmo retorna um sinal em nível alto para valores de tempo maiores do que 0. A terceira entrada abordada foi a função $f(n) = \sin(n)/n$, se analisarmos o comportamento se tal sinal para valores de n tendendo ao infinito, é possível inferir que a mesma converge para 0, como podemos ver na comparação dos sinais de entrada mostrada na figura 1.

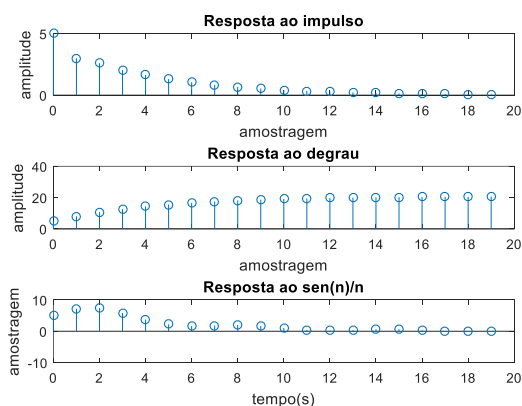


Figura 1: Resposta aos sinais de entrada

No segundo *script* trabalhou-se com a criação de uma função que aplica a ferramenta matemática de convolução discreta em uma dimensão através da entrada de dois vetores fornecidos pelo usuário. Sendo assim, através do comando *tic* e *toc* observou-se o tempo de

processamento da mesma a fim de compara-lo com o mesmo parâmetro aplicado com a função *conv*. Desta maneira, pode-se inferir que ao fornecer vetores de comprimento pequenos, a função criada se mostrou mais lenta, considerando uma precisão na ordem de milésimos de segundos, já para vetores maiores ocorreu o inverso.

Em face a criação da função de convolução em 2 dimensões, chamou-se o comando *convolucao2D* no *script* principal com a finalidade de compara-lo com a função *conv2* e testar a sua eficácia. Sendo assim, introduzindo duas matrizes aleatórias, obteve-se o mesmo resultado em ambos os casos, evidenciando o êxito do novo código.

Aplicando-se o primeiro filtro requisitado pelo roteiro, utilizou-se a função *convolucao2D* para convoluir a imagem de entrada (*lua.jpg*) com a matriz F, observou-se que a mesma comporta-se como um filtro laplaciano, conseguindo realçar as bordas da imagem, como mostra a figura 2.



Figura 2: Aplicação do filtro F.

O filtro F1 aplicou um efeito na imagem deixando-a com uma iluminação muito forte, fazendo com que não seja possível notar os detalhes da mesma, uma vez que tal aspecto força a visão do observador, de maneira que o mesmo não consegue distinguir as imperfeições da fotografia, como mostra a figura 3.



Figura 3: Aplicação do filtro F1.

Multiplicando-se a intensidade da imagem por 2 através da criação do filtro F2, foi possível notar que a mesma perdeu vários detalhes, devido ao alto grau de iluminação, tornando-se difícil a percepção de detalhes da superfície lunar, como mostra a figura 4.



Figura 4: Aplicação do filtro F2.

Com o intuito de criar um filtro combinando F1 e F2, foi criado F3, definido como $F3 = 5F1 - (1/4)F2$, após realizar a convolução desta matriz com a imagem, obteve-se um realce nos tons mais claros da lua, como mostra a figura 5.



Figura 5: Aplicação do filtro F3.

Dando seguimento ao roteiro, realizou-se a convolução utilizando uma imagem aleatória como entrada e o filtro FT que combina F1 e F2, entretanto vale ressaltar que foi necessário trabalhar com uma imagem na qual cada pixel é representado por um bit, pois a função criada trabalha somente com este tipo de matriz, os resultados estão evidenciados na figura 6.



Figura 6: Aplicação com o filtro FT.

Com a criação do filtro F4, pode-se perceber um destaque maior nas bordas da parte inferior da lua, todavia estes detalhes não foram perceptíveis em toda extensão da imagem, o que é notório na figura 7.



Figura 7: Aplicação com o filtro F4.

Em última análise, após carregar o arquivo *texto.jpg* e aplicar o filtro com característica passa-baixas, foi possível ver a imagem com mais clareza, como mostra a figura 8.

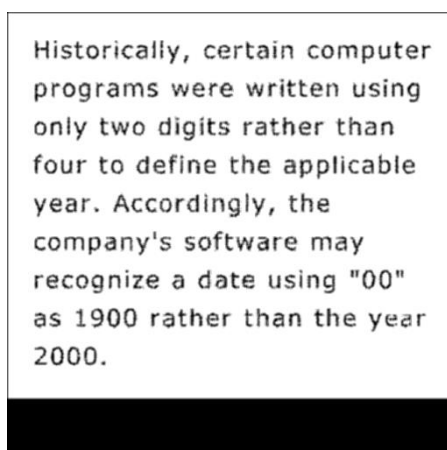


Figura 8: aplicação do filtro F5.

Discussão

Em primeira análise, é necessário afirmar que o software se mostrou muito eficaz na geração de sinais de degrau e impulso, que são ferramentas intrínsecas da Engenharia Elétrica. Além disso, o MATLAB teve um desempenho muito interessante na aplicação de ferramentas matemáticas de alta complexidade como a convolução em 1 e 2 dimensões.

Ademais, pode-se afirmar que as convoluções realizadas em duas dimensões apresentaram um nível de eficiência bastante satisfatório, uma vez que, em muitos casos, o observador consegue perceber certas diferenças nas aplicações dos tipos de filtros, os quais são capazes de enaltecer determinadas características da imagem.

Todavia pode-se citar algumas limitações das funções criadas, haja visto que não é possível trabalhar com imagens as quais são representadas por pixels de 3 bits, o

que dificulta o processamento de fotografias coloridas, por exemplo.

Conclusão

O software se mostrou muito eficiente em trabalhos envolvendo manipulação de sinais, haja visto que o MATLAB apresenta certa facilidade em operações abrangendo ferramentas matemáticas como a convolução e a discretização, as quais apresentam certa complexidade de serem realizadas manualmente. Em face a esta ideia, outra ferramenta muito útil trabalhada nesta prática foi a filtragem realizada em cima de determinadas imagens, utilizando a convolução em duas dimensões entre a matriz da imagem discretizada e os filtros propostos, possibilitando a análise em cima dos tipos de filtros e suas aplicações.

Referências

- [1] B.P.LATHI, Sinais e sistemas lineares.
- [2] Matriz de Convolução
<https://docs.gimp.org/2.8/pt_BR/plugin-convmatrix.html>
Acesso em 18 de setembro de 2019.
- [3] A.V.OPPENHEIM, Sinais e sistemas lineares
- [4] MATLAB, Disponível em
<<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/conv2.html>>
Acesso em 18 de setembro de 2019.