

QUINTA AULA PRÁTICA – QUANTIFICAÇÃO DA SIMILARIDADE ENTRE SINAIS (CORRELAÇÃO)

G. P. Calais, M. V. R. Campos

UFV, Viçosa, Brasil

E-mails: gabriel.calais@ufv.br, marciovonrondow96@gmail.com

Resumo: O presente relatório trata de uma aula prática sobre correlação no *software MATLAB*. O objetivo da aula foi aprender como funciona a correlação no *software* e suas finalidades. Para tanto, foram mostradas algumas aplicações da correlação, além da proposição de exercícios. Com os exercícios foi possível o aprendizado sobre o princípio da correlação como utilizá-la para verificar o grau de similaridade entre alguns sinais.

Palavras-chave: *MATLAB*, correlação, imagem, sinais, ruído.

Introdução

A quinta aula prática da disciplina de Processamento Digital de Sinais consistiu na apresentação e aplicação de conceitos sobre correlação no *software MATLAB*.

A estimativa de quanto dois sinais são parecidos tem muitas aplicações em processamento de sinais. Na prática em questão, o *software* foi usado para a compreensão do princípio da correlação cruzada além de suas diversas aplicações, através de orientações e utilizando o comando *help*.

Materiais e métodos

Foi utilizado o *software MATLAB* com a finalidade de aprender sobre correlação, como o *software* realiza tal cálculo e suas aplicações em diferentes sinais.

Através da janela *Editor* do programa, foram criados códigos em programação de acordo com as instruções do roteiro da aula prática no computador. Durante a implementação do código, foram selecionadas determinadas partes do mesmo e analisadas as respostas para que fosse possível testar e verificar êxito na realização das tarefas.

Alguns dos comandos mais importantes utilizados na aula prática constam na tabela 1.

Tabela 1: Comandos aprendidos na aula prática.

Comando	Função
<i>conv</i>	Realiza a convolução discreta unidimensional de dois sinais
<i>subplot</i>	Divide uma figura em vários gráficos
<i>imread</i>	Carrega uma imagem como matriz para a <i>workspace</i>

<i>axis</i>	Define o tamanho dos eixos
<i>plot</i>	Plota um gráfico em uma figura
<i>xcorr</i>	Função utilizada para calcular a correlação de sinais unidimensionais
<i>xcorr2</i>	Função utilizada para calcular a correlação de sinais bidimensionais
<i>max</i>	Calcula o valor máximo de um arranjo.

A correlação cruzada é uma operação que mede a similaridade entre dois sinais em função de um atraso aplicado em um deles. Ela faz uma média dos produtos entre os sinais retornando amplitudes para toda a amostragem, e quanto mais próximo de um a amplitude é, mais similar é a onda.

A correlação cruzada é semelhante ao processo de convolução entre dois sinais A e B. Ela é identificada da seguinte forma:

$$c[n] = \frac{1}{N-n} \sum_{m=1}^{N-n} x[m]g[n+m] \quad (1)$$

Onde $n = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ e N é o número de amostras.

Essa operação é executada obtendo $g[m]$ (sinal B) e fazendo o deslocamento de n unidades para obter $g[n+m]$. Para $n > 0$ o deslocamento é para direita (atrasado), e para $n < 0$ o deslocamento é para esquerda (adiantado). Feito isso, deve-se multiplicar $x[m]$ (sinal A) por $g[n+m]$ e somar todos os produtos para obter $c[n]$. O procedimento é repetido para o valor de N em uma faixa de $-\infty$ a $+\infty$.

Todas as operações de correlação cruzada feitas no trabalho prático foram através de uma função implementada *xcorr* (Tabela 1), ela foi extraída do *site PVAnet* junto com a função *xcorr2* (Tabela 1).

Feita a verificação analítica da equação discreta (1), seguiu-se para as resoluções dos exercícios propostos no roteiro. No primeiro exercício foi ordenado a correlação cruzada entre um sinal de onda de senoide e cossenoide, ambas com frequência de 8Hz. Em seguida a correlação entre dois ruídos e, por fim, entre uma senoide pura e uma contaminada por ruído fazendo uma comparação com a menor variância e a maior variância de ruído aplicada.

Em seguida, foi solicitado a criação de um código que relacionava o nível de correlação entre o sinal senoidal *x1* puro e outro de mesma característica com variação de ruído *r1* usando o comando *randn*. Definiu-

se a variável “a” como a correlação entre os dois sinais, o ruído foi variado com k de 1 a 20 pontos discretos da seguinte forma:

$$a = \text{xcorr}(x1, x1 + r1 * k, 'coeff');$$

O gráfico plotado foi definido como vetor $R(k) = \max(a)$; que obtinha os vetores máximos das amplitudes retornadas na correlação.

Na próxima etapa, foi estudado o efeito da autocorrelação entre um sinal formado pela função exponencial a^i , com a igual a 0.1, 0.5 e 0.8 e com i variando de 0 a 19 pontos discretos para os três casos. Nessa operação, foi realizada a correlação entre o mesmo sinal e verificou-se os resultados obtidos plotados em um gráfico de amostragem.

No exercício seguinte foi utilizado técnicas de filtragem com convolução para melhorar a relação entre o sinal e ruído. Utilizando um sinal que consistia em aplicar a média de um grupo de amostras do sinal ruidoso ao ser convoluido com ele, foi realizado a correlação com o sinal senoidal puro e comparado os resultados.

Foi utilizado também a técnica de promediação, o qual consistia em tirar a média do sinal ruidoso dividindo-o em janelas e aplicando a sua correlação com o sinal puro fazendo as devidas análises.

No último exercício proposto foi ordenado o download de um banco imagens de impressões digitais a fim de executar a correlação entre uma digital específica de amostra (alvo) e as digitais dos “suspeitos” a fim de verificar a similaridade entre elas. Para a operação da correlação cruzada bidimensional foi usado a função `xcorr2`, a partir da qual utilizou-se o comando `max` para associar as correlações a um certo valor numérico e, posteriormente, esses valores foram comparados para a identificação do “suspeito”.

Resultados

Após os testes feitos implementou-se o código de programação com suas devidas finalidades. Nas figuras constam os resultados da resolução dos problemas propostos.

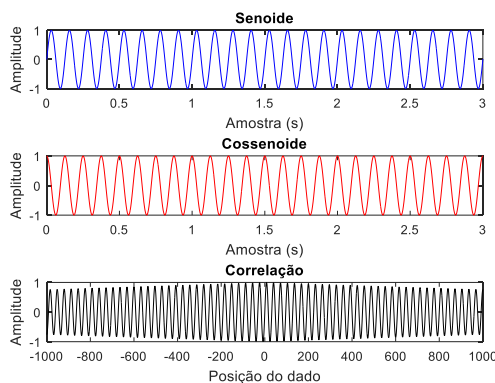


Figura 1: Senóide, cossenoide e correlação entre elas.

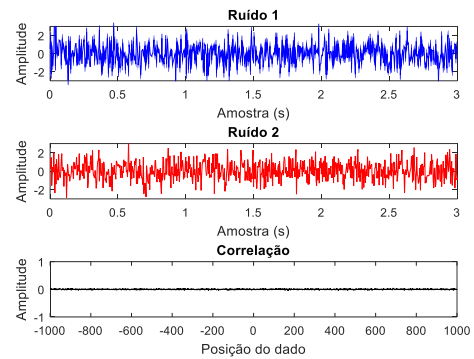


Figura 2: Diferentes ruídos e correlação entre eles.

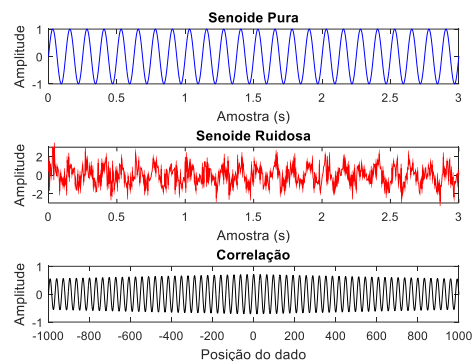


Figura 3: Senóides com e sem ruído (com variância pequena) e correlação entre elas.

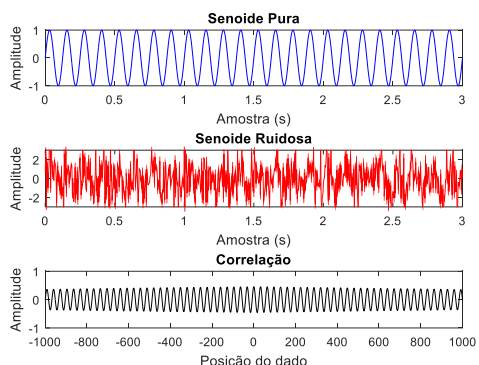


Figura 4: Senóides com e sem ruído (com maior variância) e correlação entre elas.

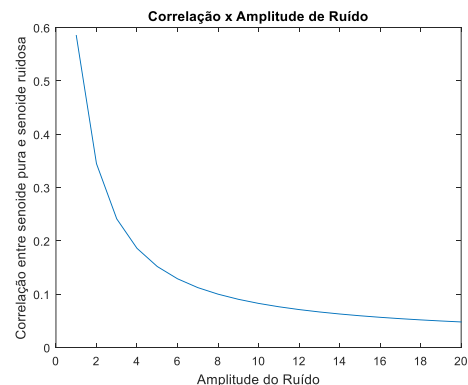


Figura 5: Comportamento da correlação com o aumento da amplitude do ruído.

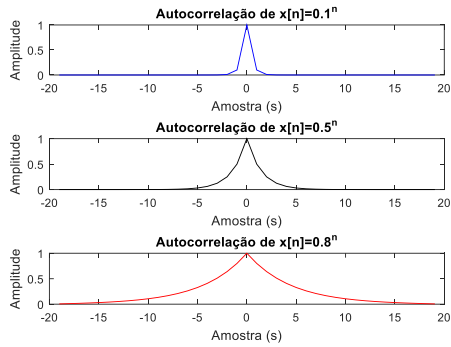


Figura 6: Autocorrelação de três funções exponenciais de índices diferentes.

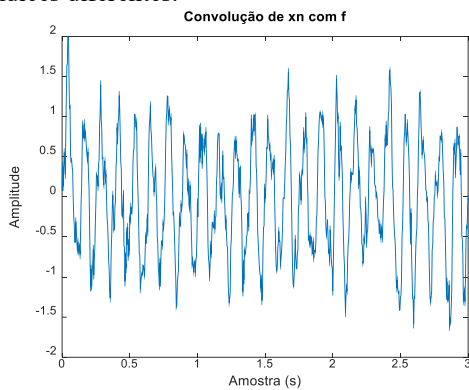


Figura 7: Filtragem realizada com convolução.

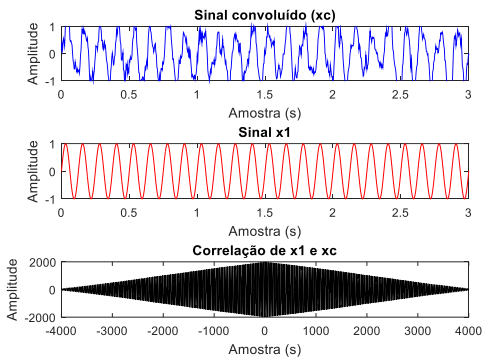


Figura 8: Sinal convoluido, sinal original e correlação entre eles.

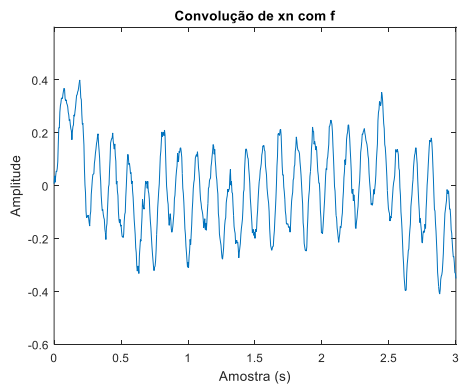


Figura 9: Filtragem realizada com convolução (para um F maior).

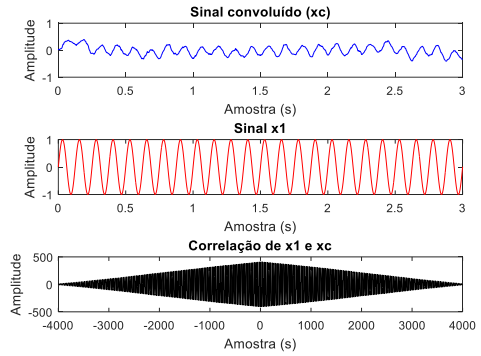


Figura 10: Sinal convoluido, sinal original e correlação entre eles (para um F maior).

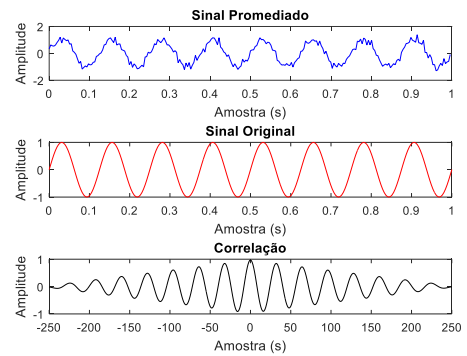


Figura 11: Sinal promediado, sinal original e correlação entre eles.

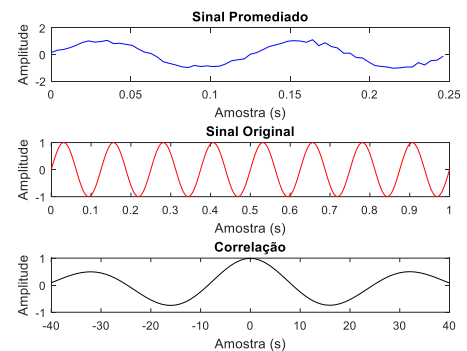


Figura 12: Sinal promediado, sinal original e correlação entre eles (para um número maior de janelas).

A digital do suspeito 4 tem maior semelhança com a digital de amostra.

Figura 13: Resultado da correlação entre as imagens de impressões digitais.



Figura 14: Comparação das impressões digitais indicadas como correspondentes.

Discussão

Na correlação cruzada entre a senoide e a cossenoide de 8Hz plotada no gráfico da Figura 1, percebe-se que as amplitudes ficaram mais próxima de 1 em amostras um pouco maiores que zero. As amostras indicam o valor de n , ou seja, de acordo com a equação (1), $g[m + n]$ indica o sinal da cossenoide deslocado para a direita (atrasado) n amostras a fim de entrar em fase com a onda senoidal e obter amplitudes unitárias como mostra a Figura 1, por isso a correlação é periódica.

A correlação cruzada entre dois ruídos indicada na Figura 2 teve amplitudes próximas a zero em toda a amostragem, isso é devido à falta de similaridade entre as ondas ruidosas. Enquanto que a correlação entre um sinal puro com um ruído mostrou que essa operação identifica a semelhança entre eles devido a média do produto dos sinais feita em cada amostra retornando amplitudes próximas a um para valores de n próximos de zero, indicando, ainda, que os dois sinais estão em fase.

Foi feito em seguida uma comparação entre as correlações de um sinal senoidal puro com sinais ruidosos do mesmo. Na análise feita, concluiu-se que a medida que a variância dos ruídos aumenta, menor são as amplitudes das correlações nas amostras, pois a média realizada entre os produtos retornou resultados menores indicando pouca similaridade entre as ondas.

Para entender melhor o comportamento das amplitudes das correlações em função da variância dos ruídos presentes em um sinal senoidal, foi realizado uma função que plotou os resultados conforme o esperado na Figura 5.

Verificando os resultados obtidos na autocorrelação entre dois sinais exponenciais, concluiu-se que quanto maior for o coeficiente a entre 0 e 1, maior será a banda de amostras em torno do zero com amplitudes positivas. Isso foi ao fato de que o vetor i tinha o intervalo de 0 a 19 e quanto menor o valor do coeficiente a mais rápido é o seu decaimento em valores de $i > 0$. Considerando que a correlação cruzada aplica uma operação de $-N$ a N amostras, para $i = 0$ o valor da função a^0 é “um”, e a média realizada pela soma do produto entre ela mesma será “um” como esperado. A medida que a amostra desloca um dos sinais, menor é a média dos produtos até chegar a zero de amplitude como mostra a Figura 6.

No exercício seguinte foi usada a convolução para filtragem de um sinal ruído. Com um “F” menor a média do sinal teve maior amplitude em comparação com a amplitude do sinal ao usar-se um “F” maior. Esse fato impactou na correlação dos sinais, já que quando a amplitude foi diminuída a correlação também diminuiu, como pode ser observado nas figuras 7, 8, 9 e 10.

No exercício de promediação, foi definido um número de janelas para que o cálculo fosse realizado. Como se pode observar nas figuras 11 e 12, para um maior número de janelas o sinal se torna mais suave e similar ao sinal original e, consequentemente, a correlação entre eles se torna mais uniforme.

O último exercício proposto consistiu em realizar a correlação cruzada bidimensional entre uma digital do “alvo” e uma digital de oito “suspeitos” de acordo com o roteiro. Feita as correlações e obtendo seu resultado, extraiu-se a imagem do “suspeito” quatro, que apresentou maior similaridade com o “alvo”, verificando as mesmas características como esperado, de acordo com o observado na figura 14.

Conclusão

A prática em questão focou no conceito de correlação e na forma com que o *software MATLAB* realiza tal cálculo. De acordo com os resultados obtidos e discutidos, foi possível observar as variadas aplicações da correlação cruzada para diferentes tipos de sinais, como os de imagem. Assim, pode-se concluir que tal recurso matemático pode ser amplamente utilizado na comparação de sinais em geral, checando a similaridade entre eles, comparando a defasagem de sinais periódicos e detectando padrões em sinais ruidosos.

Referências

- [1] LATHI, B.P. Sinais e Sistemas Lineares. 2ª edição. Porto Alegre, Bookman, 2007.
- [2] Mathworks. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/matlab/>. Acessado em 21/09/2019