

TRANSFORMADA DE FOURIER E FILTRAGEM NA FREQUÊNCIA

MATHEUS MORAES PEREIRA SALES DE AZEVEDO - 99892

matheus.m.sales@ufv.br

Resumo: Este relatório fundamenta-se em realizar um estudo de comandos, funções e aplicações, utilizando o software interativo MATLAB, com enfoque nas operações de cuja finalidade consistem no estudo introdutório acerca da transformada de Fourier e filtragem no domínio da frequência.

Palavras-chave: MATLAB, Fourier e filtragem.

Introdução

Em análise de sinais, o termo domínio da frequência, designa-se à análise de funções matemáticas com respeito à frequência, em contraste com a análise do domínio do tempo [1]. Um osciloscópio, por exemplo, é uma ferramenta utilizada para visualizar sinais do mundo real no domínio do tempo. Já um analisador de espectro é uma ferramenta usada para visualizar sinais no domínio da frequência.

Um gráfico no domínio do tempo mostra como um sinal varia ao longo do tempo. Já um gráfico no domínio da frequência mostra quanto do sinal reside em cada faixa de frequência. Uma função pode ser convertida do domínio do tempo para o da frequência através de um operador matemático chamado de transformada integral [2].

Em processamento de sinais, filtragem no domínio da frequência de um sinal consiste em transformar a representação do sinal no espaço para o domínio da frequência, aplicando, por exemplo, a transformada de Fourier, realizando-se em seguida a filtragem desejada e depois calculando-se a transformada inversa de Fourier para obter o resultado do sinal filtrado; González e Woods definem a filtragem no domínio da frequência como a multiplicação de uma função filtro, definida por $H(u,v)$, pela função $F(u,v)$, que é a transformada de Fourier do sinal que se deseja filtrar. A utilização da transformada de Fourier em sinais facilita alguns processos de definição de filtros, reconhecimento de texturas e compressão dos mesmos. Exemplos de filtros são os filtro passa baixa e passa alta [3].

Materiais e métodos

Tempo e frequência: Em primeira análise, aplicou-se a transformada de Fourier, através do comando *fft*, em um sinal senoidal ruidoso, no qual utilizou-se frequência de amostragem $F_s=8000$. É necessário ressaltar que tanto o sinal no domínio do tempo quanto na frequência tem o mesmo número de pontos e a resolução em frequência é inversamente proporcional a este número.

Em contrapartida, o comando supracitado retorna uma transformada não-simétrica em relação ao eixo horizontal. Sendo assim, com o intuito de centralizar o

resultado obtido anteriormente é necessário usar o comando *fftshift*.

Por conseguinte, realizou-se a plotagem do espectro dos sinais centralizado e não-centralizado. Por fim, através do comando *ifft*, aplicou-se a transformada de Fourier inversa a fim de ter uma perspectiva do sinal no domínio do tempo.

Filtragem Passa baixa: Filtro passa-baixa é o nome comum usado para caracterizar um circuito eletrônico, de cuja resposta em frequência caracteriza-se por atenuar a amplitude dos sinais de entrada em frequências maiores que a de corte [4]. Esta grandeza, consiste, na frequência limiar para a qual o filtro atua.

Dessa forma, realizou-se a filtragem do sinal $x(t)$ já criado anteriormente. Para tanto, definiu-se a variável H_b , explicitada na equação 1, a qual consiste no modelo referente ao filtro estudado.

$$H_L(\omega) = \frac{\alpha}{\alpha + j\omega} \quad (1)$$

Em seguida, descentralizou-se o sinal no domínio da frequência e multiplicou-se pela variável H_b , filtrando o mesmo. Por fim, plotou-se os resultados das filtrações.

Filtragem passa alta: De maneira contrária ao funcionamento do filtro anterior, o passa-alta fundamenta-se em um circuito eletrônico, capaz de intensificar a amplitude de um sinal de entrada no contexto da análise de resposta em frequência. Tal intensificação é limitada pela frequência de corte.

Sendo assim, de forma semelhante ao filtro passa-baixa, foi realizado-se a filtragem do sinal $x(t)$. Todavia, alterou-se o modelo utilizado para tal operação, como mostra a equação 2.

$$H_H(\omega) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + j\omega} \quad (2)$$

Aplicação do filtro passa baixa e passa alta: Com o intuito de realizar estudos acerca dos tipos de filtrações abordadas anteriormente, trabalhou-se com o arquivo *castanets44m.wav* a fim de aplicar os diferentes tipos de operações no mesmo sinal.

Sendo assim, o mesmo foi submetido às filtrações passa-alta e passa-baixa, através do processo citado anteriormente. Por fim, plotou-se os respectivos resultados espectrais dos sinais após a aplicação do filtro e gerou-se os respectivos áudios, para uma melhor interpretação.

Eliminação de instrumentos musicais: Por conseguinte, com o intuito de verificar a funcionalidade dos tipos de filtros, foi feita a filtragem de um sinal sonoro de uma única faixa constituída pelo som de uma bateria e um trompete, com o intuito de obter-se os mesmos separadamente, ou seja, duas faixas de som.

Sendo assim, utilizou-se os filtros passa-alta e passa-baixa e as suas respectivas combinações em cascata e paralelo. Por fim, foi feito um estudo sobre a verossimilhança do sinal filtrado com o sinal desejado e realizado os concernentes *plots* dos sinais.

Resultados

Atendendo aos requerimentos da primeira parte do roteiro, manipulou-se o sinal x a fim de dividir o espectro do mesmo em três partes, obtendo-se diferentes visualizações do mesmo, como mostra a figura 1.

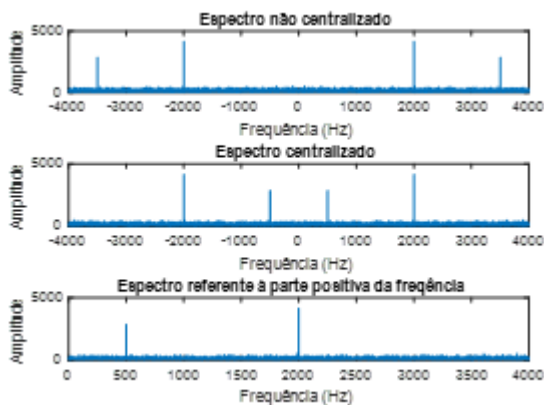


Figura 1: Espectro do sinal x em diferentes trechos.

Em seguida, implementou-se alguns tipos de filtros no sinal x . Em primeira análise, aplicou-se o filtro passa-baixa. Sendo assim, observou-se que em frequências próximas de 0, o sinal sofreu alguns picos de amplitude. Além disso, após aplicar o filtro, é necessário transformar o mesmo para o domínio do tempo, como mostra a figura 2.

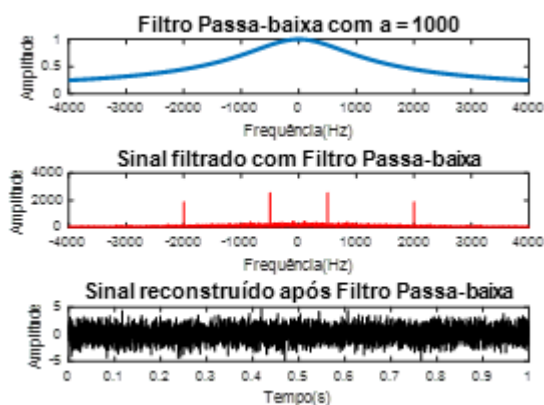


Figura 2: Aplicação do filtro passa-baixa.

Em segunda análise, foi aplicado o filtro passa-alta, em que observou-se um comportamento inverso ao citado anteriormente, ou seja, em frequências altas, a amplitude do sinal aumentou consideravelmente, como mostra a figura 3.

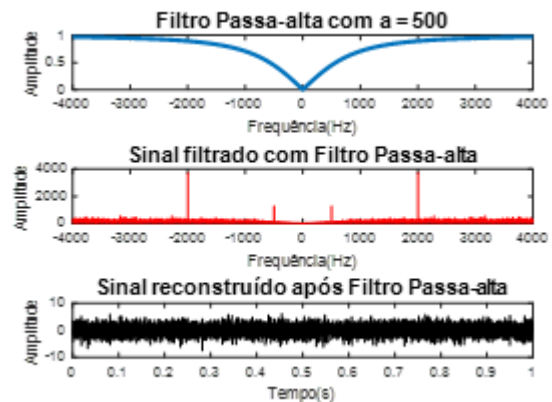


Figura 3: Aplicação do filtro passa-alta.

Em face às implementações aludidas, pode-se utilizar os filtros em sinais sonoros. Sendo assim, trabalhou-se alguns tipos de filtragem no sinal *castanets44m*. Para tanto, primeiramente plotou-se o espectro do mesmo em três diferentes perspectivas, como mostra a figura 4.

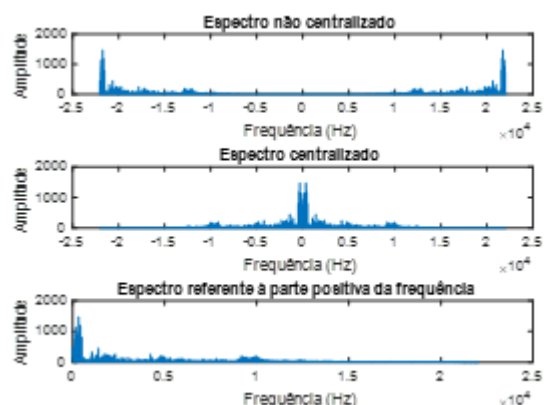


Figura 4: Espectro do sinal *castanet44m*.

Dando seguimento ao roteiro, aplicou-se um filtro passa-baixa no sinal sonoro, utilizando uma frequência de corte de 500Hz . Observando a plotagem do sinal filtrado no domínio da frequência, nota-se que em frequências próximas de 0, a amplitude do sinal apresenta valores elevados, como mostra a figura 5. Além disso, ao executar o sinal reconstruído, através do comando *audiowrite*, ficou notória uma maior suavidade.

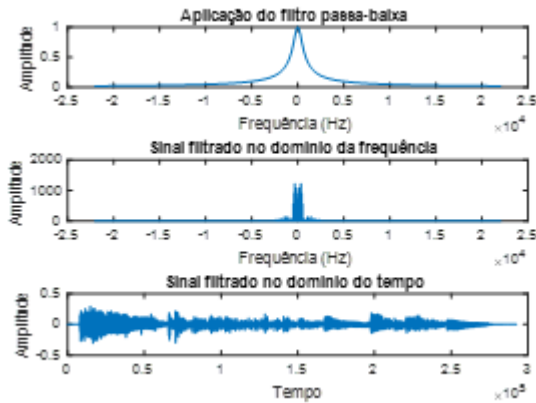


Figura 5: Filtragem passa-baixa no sinal *Castanets44m*.

Por conseguinte, utilizou-se a ferramenta aludida no mesmo sinal sonoro, todavia aplicou-se a filtragem passa-alta. De maneira oposta à citada anteriormente, notou-se picos de amplitude em frequências altas, como mostra a figura 6. Ademais, ao escutar o sinal reconstruído após a aplicação do filtro, observou-se uma atenuação em determinados trechos do áudio.

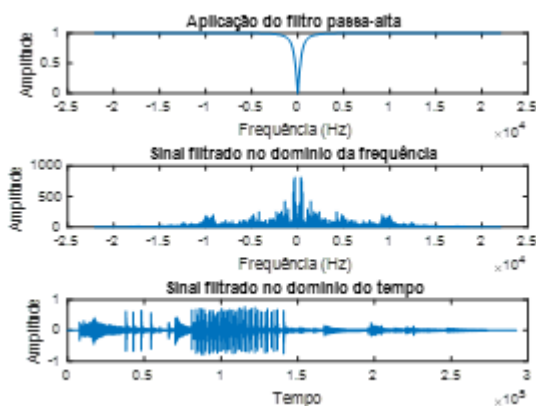


Figura 6: Filtragem passa-alta no sinal *Castanets44m*.

Na última parte do roteiro, trabalhou-se com o processamento de um sinal de áudio, o qual foi criado a partir da mixagem de outros sinais sonoros. Com a finalidade de observar melhor os detalhes dos sinais estudados, inicialmente plotou-se os mesmos no domínio da frequência, obtendo-se os respectivos espectros, como mostram as figuras 7 e 8.

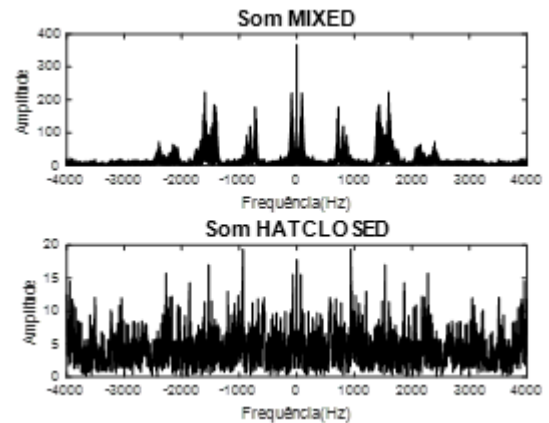


Figura 7: Espectros referentes a cada sinal sonoro.

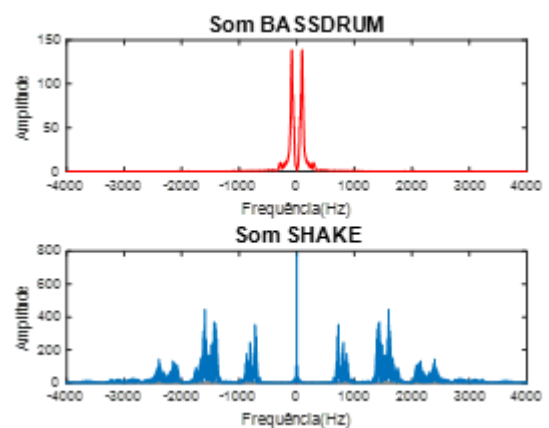


Figura 8: Espectros referentes a cada sinal sonoro.

Através da observação dos espectros citados anteriormente, com a finalidade de enaltecer o som do trompete, foi usado um filtro passa-faixa com frequências de corte de 600 e 900Hz, como mostra a figura 9, referente á escolhas de tal faixa do espectro.

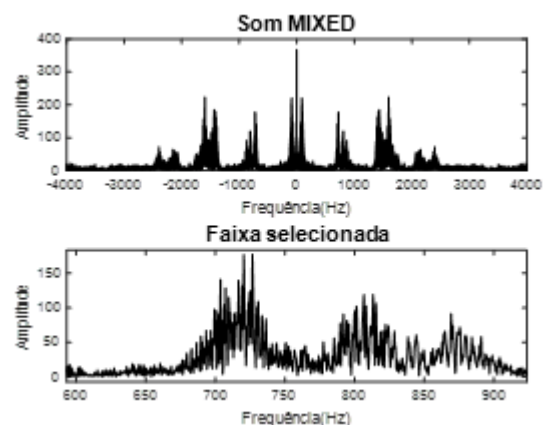


Figura 9: Escolha das frequências de corte para filtro passa-faixa.

Após aplicar o filtro, plotou-se o gráfico referente ao sinal reconstruído, tanto no domínio da frequência quanto

no tempo, como mostra a figura 10. Pode-se afirmar que ao escutar o áudio resultante foi possível perceber os traços referentes ao trompete.

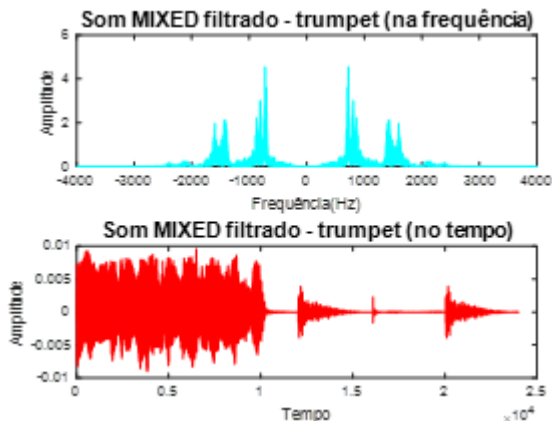


Figura 10: Sinal do trompete filtrado.

Por fim, com a finalidade de eliminar o som do trompete, preservando o da bateria, utilizou-se um filtro rejeita-faixa com frequências de corte de 30 e 300 Hz, como mostra a figura 11, referente à escolha de tal trecho do espectro.

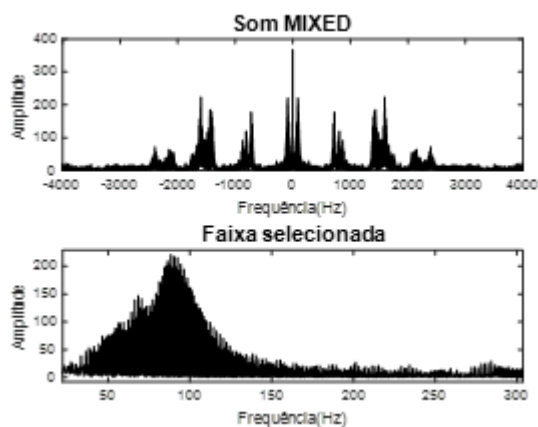


Figura 11: Escolha das frequências de corte para filtro corta-faixa.

Desta maneira, é necessário ressaltar que através da observação do gráfico referente ao sinal reconstruído após a aplicação do filtro, no domínio do tempo e da frequência, juntamente com o áudio gerado a partir do sinal, notou-se o resultado esperado, como mostra a figura 12.

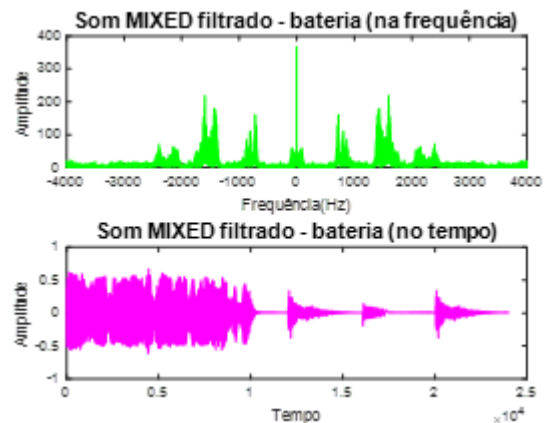


Figura 12: Sinal da bateria filtrado.

Discussão

Em primeira análise é necessário destacar a aplicabilidade da transformada de Fourier como uma ferramenta para manipulação de sinais, em que a mesma se mostrou muito útil em tais operações, possibilitando ao usuário o uso do mecanismo como um meio para estudar o comportamento de um sinal no domínio da frequência.

Ademais, é necessário afirmar que os trabalhos envolvendo a resposta em frequência de determinados sinais foram úteis nesta prática, haja visto que esta ferramenta é a base de aplicações envolvendo filtros, os quais constituem uma gama de operações no contexto do processamento de sinais.

Além disso, pode-se inferir que as filtrações realizadas com arquivos de som apresentaram um nível de eficiência satisfatório, uma vez que, em muitos casos, é possível manipular um determinado trecho do sinal sonoro, a fim de promover maior destaque a um instrumento, ou diminuir os efeitos do mesmo em uma certa parte da música.

Conclusão

Após realizar as manipulações dos sinais, pode-se inferir que as filtrações realizadas permitem um vasto campo de aplicações no contexto da Engenharia Elétrica. Em face a esta ideia, uma ferramenta muito útil trabalhada nesta prática foi a mixagem de um sinal sonoro realizada com o intuito de manipular os sons de alguns instrumentos, na qual utilizou-se a ferramenta citada anteriormente que realiza a filtração possibilitando a manipulação e reconstrução de um sinal sonoro.

Referências

- [1] B.P.LATHI, Sinais e sistemas lineares.
- [2] AZEVEDO, Eduardo; Aura (2003). Computação Gráfica: Teoria e Prática. Rio de Janeiro: CONCI.

- [3] GONZALEZ, Rafael C. WOODS, Richard C. Processamento Digital de Imagens. 3ªed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- [4] A.V.OPPENHEIM, Sinais e sistemas lineares.