

Análise de Similaridade

Déric Augusto F. de Sales - 96718
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG.
Email: deric.sales@ufv.br

1. INTRODUÇÃO

Após o estudo das séries de Fourier em [1], da filtragem de sinais unidimensionais no domínio da frequência em [2] e de sinais bi-dimensionais (imagens) em [3], a prática em questão trata da análise de similaridade de sinais, fazendo uso da coerência e correlação cruzada.

A função de coerência é uma medida da similaridade de dois sinais discriminada na frequência, podendo ser utilizada independente da existência ou não de atraso entre os sinais estudados. A correlação cruzada, por sua vez, (também chamada de produto interno deslizante) compara dois sinais analisando a similaridade entre seus perfis, através de um dado banco de amostra. É uma função que quantifica o grau de similaridade entre dois sinais no domínio do tempo [4].

As estimativas de similaridade de dois sinais tem ampla aplicação em processamento de sinais, na análise de sistemas ruidosos, como sonares, radares, sinais cósmicos, algoritmos de aprendizado automático ou mesmo sistemas biomédicos.

2. OBJETIVOS

Estudo e aplicação da análise de similaridade de sinais, apresentando a correlação cruzada e coerência de sinais em um sistema simulado de radar, comparando e discutindo as duas medidas de similaridade.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Assim como nas práticas anteriores, o software MATLAB R2020a [5], será utilizado para a análise matemática dos sinais, bem como para a criação de algoritmos e geração das figuras que serão aqui apresentadas.

A. Função de Coerência

A coerência entre dois sinais $x[n]$ e $y[n]$ é obtida através da Equação 1, onde M é o número de janelas em que os sinais são divididos e $X_i(f)$ e $Y_i(f)$ são as transformadas de Fourier das i -ésimas janelas de cada sinal [4]. Pode ser implementado no MATLAB através da função nativa *mascohere*.

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|\sum_{i=1}^M X_i^*(f) \cdot Y_i(f)|}{\sum_{i=1}^M |X_i(f)|^2 \cdot \sum_{i=1}^M |Y_i(f)|^2} \quad (1)$$

B. Função de Correlação Cruzada

A função de Correlação Cruzada tem definição similar à operação de convolução estudada em [6], e pode ser definida de acordo com a Equação 2.

$$\hat{R}_{xy}(k) = \frac{1}{N-k} \cdot \sum_{n=1}^{N-k} x[n] \cdot y[n+k] \quad (2)$$

onde k varia de 0 à m , no domínio dos números naturais, e N é o número de amostras utilizadas. Pode ser implementada no MATLAB através da função nativa *xcorr*.

C. Simulação

Através das esquemáticas e dos algoritmos apresentados em [4], foi possível a simulação do sistema dado e através deste foi realizada a estimativa da distância entre o sonar e o objeto descrito. Assim, é possível comparar um sinal atrasado, buscando determinar o intervalo de tempo entre sua emissão e detecção. Foi também um sistema com entrada impulso unitário, posteriormente atrasado propositalmente em 32 amostras e reduzindo a amplitude a um fator de $\alpha = 0.65$. Além disso, foram construídas amostras de um sinal Gaussiano $\omega(n)$ aleatório. Por fim, foi simulado um sinal refletido com ruído.

4. RESULTADOS

Através das definições apresentadas e dos métodos descritos, têm-se os seguintes resultados apresentados.

A. Estimativa de Similaridade Entre Sinais

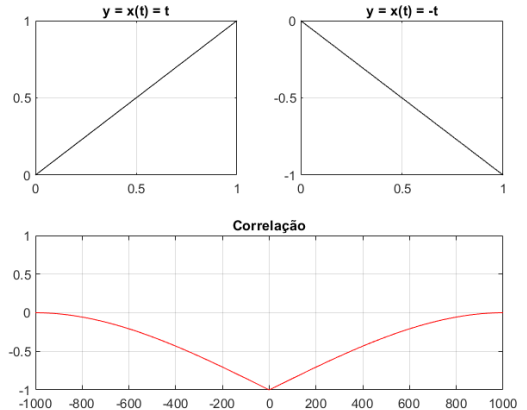


Figura 1: Correlação entre duas funções $x(t)$.

A relação (2) apresentada foi traduzida para a linguagem de programação dentro do software MATLAB a fim de calcular a correlação cruzada entre funções afim na Figura 1 e entre curvas de seno e cosseno na Figura 2.

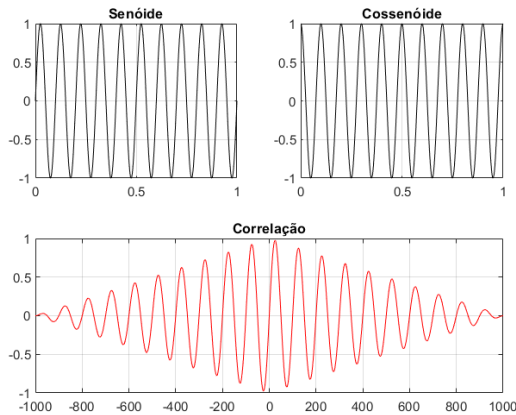


Figura 2: Correlação entre senoide e cossenoide.

A Figura 3, por sua vez, apresenta a correlação entre ruídos gaussianos e a Figura 4, a correlação entre uma senoide pura e uma senoide ruidosa.

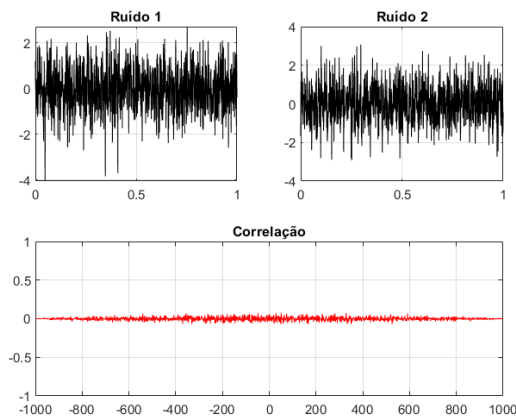


Figura 3: Correlação entre ruídos gaussianos (gerados de maneira aleatória).

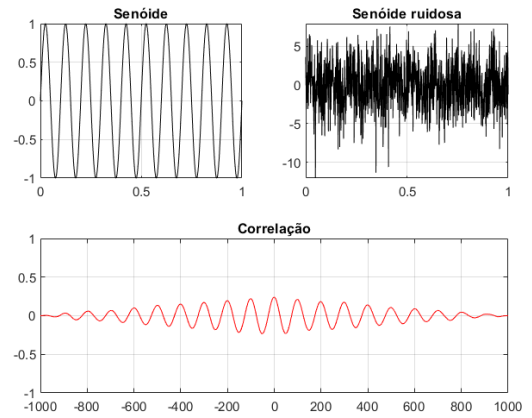


Figura 4: Correlação entre senoides, sendo uma pura e a outra acrescido de um ruído gaussiano (gerado de maneira aleatória).

Na Figura 5 são apresentados dois sinais compostos pela combinação de senoides em frequências diferentes e um ruído gaussiano. Na Figura 6 é gerada a curva de coerência entre esses dois sinais.

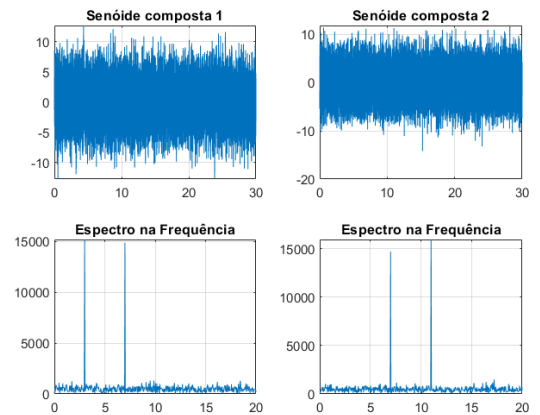


Figura 5: Espectros de sinais compostos por senoides em frequências distintas.

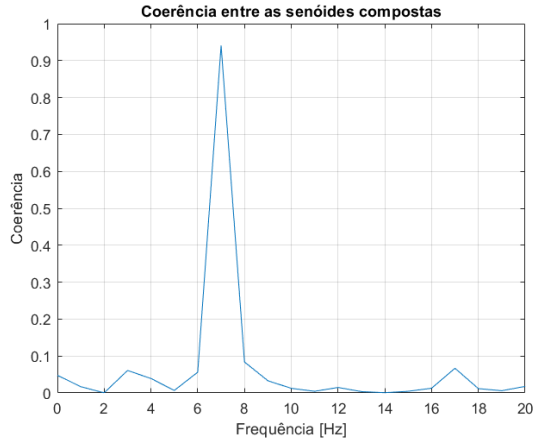


Figura 6: Coerência calculada a partir dos sinais da Figura 5.

B. Simulação Sonar

Conforme proposto em [4], foi simulado o sistema de sonar, onde seu pulso é somado a um ruído gaussiano e atrasado em 32 amostras, representando a medição em atraso feita em função da reflexão no objeto medido. A partir desse experimento foram geradas as Figuras 7 e 8.

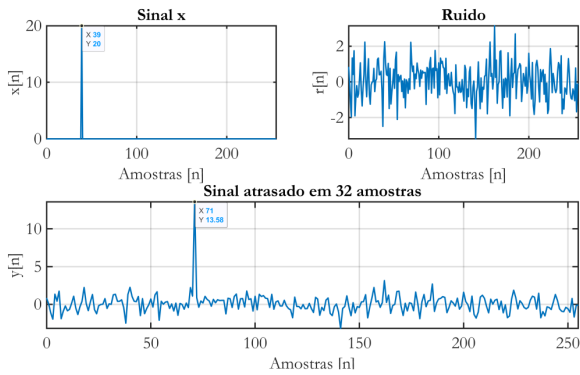


Figura 7: Simulação do sistema de sonar proposto.

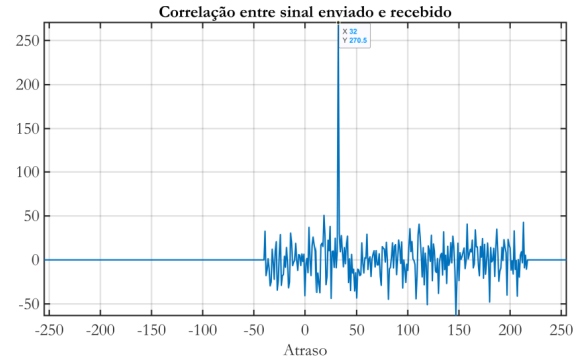


Figura 8: Estimativa de distância pela função de correlação cruzada.

C. Simulação Resposta ao Impulso

Por fim, foi construída a resposta média de 150 amostras de resposta ao impulso geradas pela correlação, tal qual desenvolvido na seção 4-B. Através do sistema proposto em [4], então, foi gerada a Figura 9.

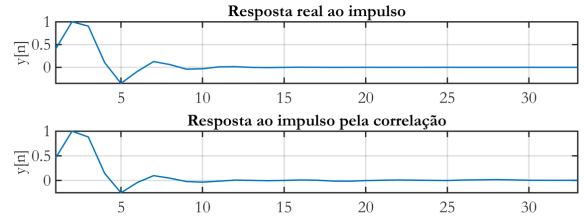


Figura 9: Estimativa de resposta ao impulso de um sistema através da média de 150 amostras.

5. DISCUSSÕES

Na seção dos resultados, foram apresentados diversas medidas de similaridade entre sinais. Foi possível notar que a fórmula de correlação é sensível à fase e periodicidade de de sinais, já que expressou curvas nas Figuras 1, 2 e 4. A curva de correlação da Figura 3 não foi expressiva em função dos dois sinais comparados serem gerados de maneira aleatória. Na curva 4, que mescla sinais oscilatórios com ruidosos, foi possível notar que a função é capaz de detectar similaridade entre as curvas mesmo com a presença de ruído.

Nas Figuras 5 e 6 são estudados sinais compostos por senóides em diferentes frequências com a adição de ruído

gaussiano gerado de forma aleatória. É possível notar através das curvas de resposta em frequência na Figura 5 que o sinal à esquerda apresenta em sua composição senoides de frequência de 3 Hz e 7 Hz, enquanto o da direita, apresenta componentes de 7 Hz e 11 Hz. Assim, no cálculo da coerência entre estes sinais na Figura 6, é possível notar um pico na curva de coerência em 7 Hz, onde ambos os sinais possuem frequências em sua construção. Fica evidente então a efetividade da operação de coerência entre sinais na identificação de similaridade.

Já na seção 4-B, foi testada a função de coerência entre os sinais atrasados que apresentou um pico na amostra de tempo discreto de número 32, de acordo com a Figura 8, demonstrando a eficiência da operação, já que identificou o atraso definido de forma manual no experimento.

Por fim, na seção 4-C, a Figura 9 apresentou uma resposta ao impulso visualmente idêntica para as respostas ao impulso reais e de correlação, demonstrando novamente a aplicabilidade da função de correlação de sistemas lineares invariantes no tempo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta prática foi responsável pela apresentação das técnicas matemáticas para análise comparativa de similaridade entre sinais. Foi demonstrado que as funções de coerência e correlação cruzada apresentam alta efetividade na mensuração de similaridade de sinais, com aplicações em sistemas diversos.

REFERÊNCIAS

- [1] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 5 – Série de Fourier - Efeito Gibbs*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [2] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 6 – Filtragem no Domínio da Frequência*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [3] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 7 – Transformada de Fourier - Processamento de Imagens*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [4] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 8 – Análise de Similaridade*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [5] MathWorks. *Math. Graphics. Programming*. Disponível em: https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab.
- [6] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Aula Prática 4 – Convolução 2D*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.