

CONVOLUÇÃO DISCRETA 1D

O. L. Iure Rosa, 90688
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG
Email: iure.oliveira@ufv.br

Abstract—Dado um sistema qualquer, pode-se encontrar sua saída através da convolução de sua entrada com a resposta impulso. Dessa forma, é imprescindível o conhecimento sobre esse operador linear e sua utilização no *MATLAB*. Este conceito é a base para todo estudo envolvendo sistemas lineares invariantes no tempo, sendo evidente a sua importância para esse curso. Nesta prática, realizaram-se operações de convolução tanto para funções discretas como também em sinais de áudio.

Palavras-chave: Convolução, sinais, sistemas, *MATLAB*.

I. INTRODUÇÃO

Um sinal pode ser descrito como uma função de uma ou mais variáveis que contém informações sobre algum fenômeno. O sinal pode ser contínuo ou discreto, o que significa existir ou não, respectivamente, para todos os valores de tempo. Também se pode classificar um sinal como analógico ou digital, sendo que um sinal digital possui um número finito de amplitudes possíveis.

Quando se trabalha com ferramentas computacionais em geral, tem-se o uso de sinais discretos, com o número de pontos definido pela amostragem do sinal. Por isso, todas as funções trabalhadas foram definidas e representadas como discretas.

A convolução é um operador linear que, a partir de duas funções dadas, resulta em uma terceira que mede a soma de seu produto ao longo da região comum entre ambas devido ao deslocamento existente entre elas. Quando aplicado este operador na entrada e na resposta ao impulso de um sistema, tem-se como resultado o sinal de saída do mesmo. Essa operação é realizada facilmente com o auxílio do *MATLAB*.

Nessa prática foram propostas diversas funções, inclusive uma que descreve um áudio. Elas foram convoluídas de diversas maneiras e, a partir disso, os resultados obtidos foram analisados e discutidos.

II. OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS

O objetivo deste trabalho é apresentar ao estudante métodos práticos de convolução, afim de torná-lo capaz de realizar as práticas subsequentes da disciplina Processamento Digital de Sinais, além de desenvolver e exercitar práticas de programação, conhecimentos que serão muito úteis no dia-a-dia de um engenheiro, o estudante será capaz de trabalhar com sinais discretos, compreendendo de forma mais clara as diferenças entre sistemas contínuos e sistemas discretos.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

Em razão das múltiplas aplicabilidades dessa ferramenta matemática na análise de sinais e sistemas, essa prática consistiu, inicialmente, na apresentação mais detalhada da convolução no domínio discreto. Sendo assim, foram abordados alguns comandos necessários para a realização da prática, os quais estão descritos na Tabela I.

Comandos	Descrição
<i>audiowrite</i>	Cria um arquivo de áudio, no workspace.
<i>conv</i>	Realiza a convolução entre dois sinais.
<i>sound</i>	Reproduz um sinal de áudio, normalizando se necessário. Para isso é preciso informar a frequência de amostragem do sinal.
<i>stem</i>	Plota dados em sequência discreta, não interpolando um ponto com outro.

TABELA I: Comandos Úteis

Vale ressaltar que todos os gráficos criados durante essa prática foram feitos com o uso da função *stem*, já que a função *plot*, vista anteriormente, realiza a interpolação dos pontos, o que não é desejado nesse caso.

A. Convolução 1D

Após a familiarização com os comandos úteis, o desenvolvimento da prática se baseou na execução de alguns exercícios, na qual, o primeiro deles, abordou a **Convolução Unidimensional**, ou, Convolução 1D, propriamente dita.

Para a sua realização, foi necessário criar um sistema com resposta ao impulso mostrado na Equação 1. Em seguida, foi criada a entrada representada na Equação 2. Após isso foi realizado através do comando *conv(x, h)*, a convolução discreta entre o impulso $h(n)$ e a entrada $x(n)$.

$$h = [1\text{zeros}(1,20)0.5\text{zeros}(1,10)] \quad (1)$$

$$x = [01 : 10\text{ones}(1,5) * 5\text{zeros}(1,10)] \quad (2)$$

Ao final, foi mostrado o resultado dessa convolução em forma de gráfico. É válido ressaltar que, com o uso do comando *subplot*, foi possível exibir a resposta ao impulso, a entrada e a saída em conjunto. Além disso, foi necessária a concatenação de um vetor nulo aos vetores x e h , de tal forma que os três possuísem as mesmas dimensões. Isso proporcionou uma melhor comparação visual, afinal, dessa forma os pontos dos gráficos ficam alinhados.

B. Convolução de um sinal sonoro

Nesse momento foi necessária a criação de um novo *script* para solucionar esse problema. Inicialmente, foi preciso fazer o download do arquivo *"trumpet.mat"* disponibilizado via *PVAnet*.

A função *load* foi utilizada para carregar o arquivo no *MATLAB* enquanto o comando *sound* foi necessário para reproduzir o sinal desse áudio. Após isso, criou-se um sistema com resposta a impulso igual à Equação 3, sendo que esse foi convoluido com o som do *trumpet* e, posteriormente, representado graficamente. Em seguida, esse mesmo sinal de resposta obtido foi salvo em forma de áudio, utilizando-se do comando *audiowrite* para fins de comparação.

Após isso, foi proposta uma alteração no sinal de *h2* do coeficiente 0.25, resultando na Equação 4, a qual também foi convoluida com o som do *trumpet* e logo em seguida plotado. É válido ressaltar que esse sinal também foi salvo utilizando-se do comando *audiowrite*.

$$h2 = [1, \text{zeros}(1, 10000)0.25\text{zeros}(1, 1000)] \quad (3)$$

$$h2 = [1, \text{zeros}(1, 10000) - 0.25\text{zeros}(1, 1000)] \quad (4)$$

Por fim, fez-se uma alteração no sistema com a inserção de $\frac{Fs}{4}$ zeros antes do segundo impulso, tendo como objetivo atrasar o eco em $\frac{1}{4}$ de segundo, o que resulta na Equação 5.

$$h3 = [1\text{zeros}(\text{round}(\frac{Fs}{4}))0.25\text{zeros}(1, 1000)] \quad (5)$$

Nesse caso também foi realizada uma convolução desse último sinal com a função *"trumpet.mat"*, a qual foi salva fazendo-se uso do comando *audiowrite*, visto anteriormente e definido na Tabela I para fins comparativos. Além desses arquivos de áudio, criou-se também, gráficos de cada uma delas.

C. Resposta ao impulso quadrado

Nesse terceiro exercício foi preciso, inicialmente, criar uma resposta ao impulso, sendo ela representada pela Equação 6. A partir disso foi realizada uma convolução entre o sinal de áudio *"trumpet.mat"* e *h4*, de forma a gerar um novo sinal. Esse novo sinal também foi reproduzido e plotado utilizando o comando *stem*, cuja definição se encontra na Tabela I. Ao final do exercício foi solicitado realizar a alteração do número de uns e zeros para fins de comparação, proporcionando um melhor entendimento dessa ferramenta matemática.

$$h4 = [\frac{\text{ones}(1 : 50)}{50}\text{zeros}(1, 20)] \quad (6)$$

arquivos_m/imagens/Resposta ao Impulso, Entrada e Saída

Fig. 1: Função *x(t)*, *h(t)* e a convolução de ambas as funções, *y(t)*.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao se realizar a primeira convolução 1D, com as Equações 1 e 2, obteve-se o gráfico da Figura 1.

Para o exercício do áudio *trumpet*, foram obtidos e reproduzidos três arquivos de som. Além dos áudios, foram plotados também os gráficos dos resultados das convoluções, os quais podem ser vistos na Figura 2.

Vale ressaltar nessa figura que, além da diferença clara nas formas de cada um dos gráficos, há também diferença entre os intervalos.

Para o exercício 3, foi feita a convolução do mesmo arquivo *trumpet*, com uma função retangular. Variou-se o número de uns e de zeros na resposta ao impulso, com o intuito de observar sua relação com a saída. Os gráficos obtidos encontram-se na Figura 3.

No primeiro exercício fica evidente a relação da resposta impulso com a entrada em relação à saída. O formato das ondas da saída é semelhante às da entrada, porém com diferentes valores de amplitudes. É possível notar, também, que no mesmo momento em que se tem um pico na função *h(t)*, tem-se também o início de uma onda na saída.

Nos exercícios 2 e 3, analisou-se os áudios gerados. Para o arquivo original *trumpet*, ouviu-se um som contínuo, sem alterações perceptíveis em sua amplitude. Quando convoluido pela resposta ao impulso 3, perceberam-se algumas alterações, como por exemplo, um áudio com maior duração, porém com amplitude reduzida e uma sobreposição com um eco em uma certa faixa do áudio.

Porém, ao mudar o sinal da resposta ao impulso,

arquivos_m/imagens/Exercício II.pdf

Fig. 2: Resultado das convoluções do exercício 2.

arquivos_m/imagens/Exercício III.pdf

Fig. 3: Convolução com resposta a impulso quadrada.

Equação 4, as diferenças foram muitos sutis quando comparada ao exercício anterior, não sendo percebidas entre os áudios gerados.

Quanto à terceira convolução, na qual se deslocou o pulso, Equação 5, foi percebida a superposição do eco com o áudio em um menor instante de tempo do que nos outros exercícios, de forma a ouvi-lo separadamente em um menor intervalo de tempo no término do áudio.

O áudio obtido pela convolução da resposta ao impulso retangular, Equação 6, resultou em uma amplitude muito menor do que os outros, devido ao seu comportamento de filtro. Quando se muda o número de zeros dessa função, aumenta-se o comprimento da resposta e, quando se adiciona valores 1 a mesma, tem-se uma distorção no sinal obtido.

O uso dos gráficos foi de extrema importância, pois as diferenças nos áudios não são tão perceptíveis, podendo variar sua interpretação dependendo do indivíduo. Foi realizada, também, uma comparação visual entre os gráficos, o que ajudou na confirmação das constatações feitas anteriormente.

V. CONCLUSÕES (OU CONSIDERAÇÕES FINAIS)

Esse trabalho baseou-se nas aplicações de convolução discreta, bem como na análise de seus resultados, seja de forma sonora ou através de gráficos. Foi possível notar, também, que qualquer alteração em um sistema com resposta ao impulso, seja em sua amplitude, frequência ou um deslocamento no tempo, resulta em um sinal distinto do obtido inicialmente.

VI. REFERÊNCIAS

- [1] Lathi, B. P. Sinais e Sistemas lineares. 2.ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2008.
- [2] MATLAB. (2020). (R2020b). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- [3] U.Porto. Processamento digital de Sinal.
- [4] UNESP. Sinais e Sistemas. p. 01-13.