Prática 4 - Convolução 2D

Déric Augusto F. de Sales - 96718
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG.
Email: deric.sales@ufv.br

1. Introdução

Um sinal pode ser definido como uma informação, sobre o comportamento ou natureza de algum fenômeno [1], e pode ser representado por uma função de uma ou mais variáveis. A partir dessa definição, todos os sinais podem ser classificados como contínuos ou discretos no tempo e no valor. Se um sinal é discreto no valor, isso significa que seu valor varia de forma discreta no tempo, ou seja, possui valores de saída finitos em um determinado espaço de tempo. Já o sinal contínuo no valor, apresenta infinitos valores dentro de um intervalo de tempo. Para cada infinitésimo de tempo, terá um novo valor correspondente. Já a continuidade do sinal no tempo, tem relação com o número de coletas do sinal registradas no tempo. Um sinal discreto possui uma quantidade limitada de leituras em um intervalo de tempo, já o sinal contínuo, possui infinitos pontos de saída para qualquer intervalo de tempo.

Na natureza, grande parte dos sinais que podem ser observados são contínuos no tempo e no valor, mas ao se trabalhar com sistemas digitais como computadores, os sinais precisam ser discretizados para que seja possível fazer sua coleta, armazenamento e processamento. Assim, a quantidade de dados de um sinal sempre vai ser definida pelo tempo de amostragem e a frequência com que as amostras foram coletadas. Assim, por isso, no presente relatório todas as análises tratam de sinais discretos, já que são usadas ferramentas computacionais para o seu processamento.

Uma operação muito utilizada em sinais é a convolução, que se trata de um somatório do produto entre duas funções, que se sobrepõem ao longo de uma região, gerando uma terceira função. Através dessa operação é possível fazer a análise da resposta de um sistema ao longo do tempo ou de um espaço, a partir de uma ou mais entradas de impulso aplicadas em pontos ou instantes desses intervalos de trabalho. A entrada mais simples possível seria a função delta de Kronecker (de Dirac para sinais contínuos), e também é possível a aplicação da operação com funções de entrada mais complexas. Essa operação pode ser implementada de forma eficiente com o auxílio do MATLAB [2].

Nesta prática foram propostos exercícios para se analisar a resposta ao impulso de sinais discretos, além da implementação de funções que aplicam a operação de convolução discreta em uma ou duas dimensões. Assim, foi dado foco à aplicação da operação de convolução bidimensional à imagens.

2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar ao estudante métodos práticos de convolução, trabalhando a convolução em uma e duas dimensões, aplicando a convolução bidimensional à imagens. O estudante será estimulado à treinar suas habilidades de programação no *software* MATLAB, desenvolvendo seu entendimento a respeito da convolução e do processamento de sinais discretos.

3. Materiais e Métodos

Dentro do *software* MATLAB, foram desenvolvidos códigos de programação de acordo com as instruções do roteiro da aula prática correspondente [3].

De início, o roteiro propôs a análise de um algoritmo apresentado que era capaz de gerar o gráfico da resposta ao impulso de um sinal através do uso da função *filter*. Em seguida, foi proposto que a função delta de Kronecker fosse substituída pela função impulso e então, pela função $\frac{sen[n]}{n}$.

O segundo exercício do roteiro se constituiu na implementação da convolução discreta pelo aluno e comparação com as funções nativas do MATLAB. A operação da convolução discreta é definida da seguinte maneira:

$$y[n] = \sum_{k=1}^{\infty} x[k] \cdot h[k-n] \tag{1}$$

Portanto, a função deve receber os vetores correspondentes a $x[n]$ e $h[n]$ na Equação 1 e devolver como saída o vetor $y[n]$. Além disso, com o uso dos comandos *tic* e *toc* padrões do MATLAB, é possível comparar o tempo de processamento utilizado pelo MATLAB entre as funções implementadas e aquelas que vêm como padrão no *software*.

Na terceira parte do relatório, fez-se uso da operação de convolução bidimensional, dada pela Equação 2.

$$c[j,k] = \sum_p \sum_q A[p,q] \cdot B[j-p+1, K-q+1] \tag{2}$$

Nesta parte, o objeto de estudos é uma imagem, tratada como uma matriz de *pixels*, com linhas I e colunas J. Foi utilizado a filtragem como processo para realçar, corrigir ou suavizar as características da imagem. O processo é realizado em cada ponto da matriz por vez, ou seja, pixel à pixel da imagem, aplicando os filtros que funcionam como uma máscara que desliza sobre toda a imagem alterando o valor do pixel em função de uma combinação de pesos aplicados aos valores vizinhos.

4. Resultados

No primeiro exercício, a equação de diferenças foi usada a fim de se obter a resposta ao impulso através da aplicação de um filtro. Através da estrutura de *function randle* do MATLAB foi possível definir as funções propostas e calcular a sua multiplicação à função de transferência dada pela Equação 3 através do uso da função *filter*. A função **??** fui usada para gerar os gráficos de dados discretos e a função *subplot* para acoplá-los em uma só figura.

$$Y(z) = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + ... + b(n_b + 1)z^{-n_b}}{1 + a(2)z^{-1} + ... + a(n_a + 1)z^{-n_a}} \tag{3}$$

Teve-se então o seguinte resultado:

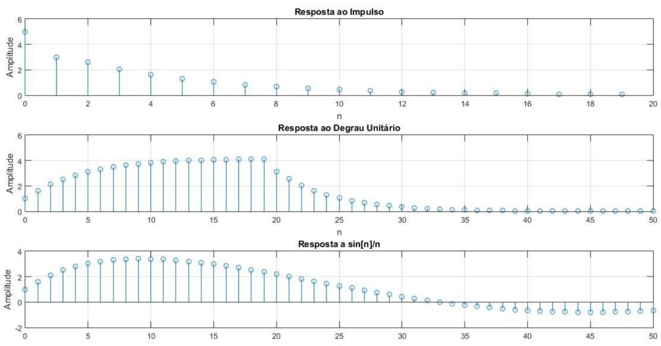


Figura 1: Respostas às funções de entrada.

Na implementação da função de convolução no segundo exercício, em comparação com a função padrão presente no MATLAB, obteve-se o seguinte resultado:

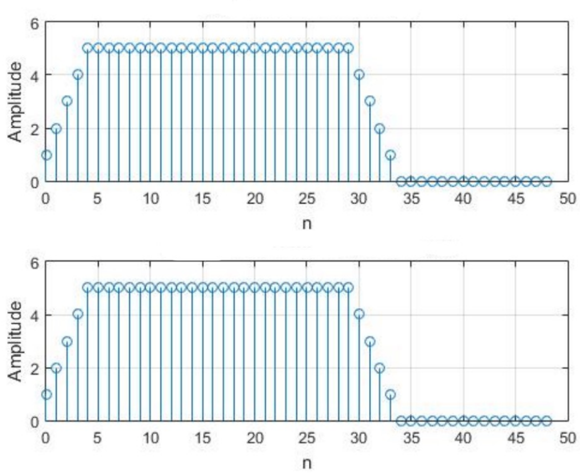


Figura 2: Comparação entre as respostas geradas pelas funções de convolução. A de cima é a resposta gerada pela função criada, e a de baixo é a função *conv()* do MATLAB.

é possível notar que a função criada apresenta resultado muito similar à função padrão otimizada do MATLAB. Para essa aplicação específica, usando os comandos *tic* e *toc* do MATLAB, soube-se que a função criada é cerca de 5 vezes mais rápida que a função *conv*, já que apresentou um tempo de execução de aproximadamente 9ms em comparação com os 50ms da função *conv*.

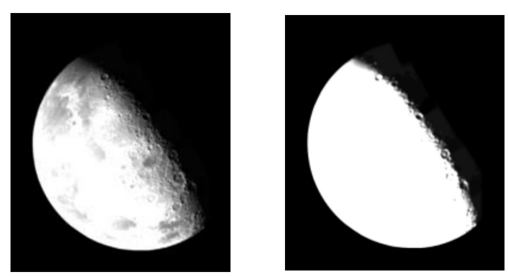
Enfim, abordando os resultados da função 2D criada, é possível notar as diferenças geradas após a aplicação dos filtros. Destaca-se nas imagens da Figura 3 o efeito gerado pela aplicação do filtro F1 dado por, capaz de gerar um realce na imagem:

$$F1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

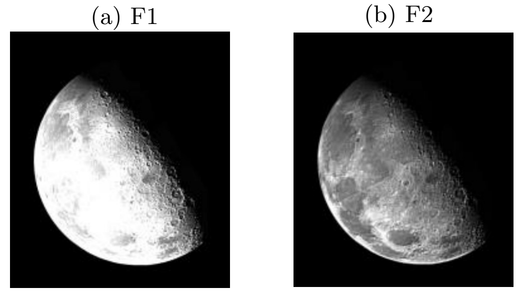
(a) Imagem original. (b) Imagem após a aplicação do filtro.

Figura 3: Imagem da lua fornecida.

Os demais resultados provenientes das aplicações dos filtros são dados a seguir pela Figura 4.



(a) F1 (b) F2



(c) F3 (d) F4

Figura 4: Imagem da lua após passar pelos demais filtros.

5. Discussões

É interessante perceber que a função de convolução 1D implementada teve uma eficiência melhor que a função nativa do MATLAB. Isso demonstra que nem sempre vale a pena a utilização das funções nativas, a depender da aplicação vale sima a pena entender o funcionamento da operação realizada e procurar gerar um algoritmo próprio para otimizar aquela aplicação.

Em relação aos filtros 2D aplicados, o filtro F1 (aplicado na Figura 3b) é do tipo passa-alta, responsável por eliminar as baixas frequências e enfatizar as altas frequências, tornando nítidas as transições entre regiões. por esse motivo que o filtro (de Laplace) é capaz de realçar a nitidez da imagem. O filtro F2 (Figura 4b), por sua vez, é do tipo passa-baixa, gerando uma imagem mais suavizada e mais clara em relação à original. O filtro em questão é responsável por atenuar frequências que estão relacionadas ao detalhamento da figura. O F4, por sua vez, é do tipo passa-baixa, que pode tornar a imagem mais nítida.

6. Considerações Finais

Através da prática em questão foi possível analisar e experimentar diferentes tipos de convolução, desenvolvendo uma noção mais prática de como os algoritmos podem ser aplicados por meio de *scripts* e em diferentes tipos de formas, úteis em formas gerais. Também, na etapa de convolução 1D fica claro a importância de se entender e implementar o passo a passo do algoritmo executado e na etapa de convolução 2D, foi possível perceber como os filtros de convolução agem para aplicarem efeitos às imagens.

7. Referências Bibliográficas

Referências

[1] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Aula Teórica 1 – Introdução e Propriedade de Sinais, DEL, Universidade Federal de Viçosa.*

[2] MathWorks. *Math. Graphics. Programming. Disponível em: https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab*.

[3] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Aula Prática 3 – Convolução 2D. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.*