

Transformada de Fourier no Processamento de Imagens

Déric Augusto F. de Sales - 96718
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG.
Email: deric.sales@ufv.br

1. INTRODUÇÃO

A sexta prática da disciplina de Sinais e Sistemas [1] trabalhou com a filtragem de sinais sonoros no domínio da frequência, através do uso das transformadas de Fourier, com o objetivo de separar espectros sonoros em diferentes faixas de frequência em um sinal de áudio, além da eliminação de ruído. Esta sétima prática, no entanto, faz uso das transformadas de Fourier para se trabalhar com imagens, através de uma abordagem diferente. Como a imagem apresenta pelo menos duas dimensões (se tratando de uma imagem em tons de cinza), será necessária a aplicação de uma versão da transformada de Fourier para duas dimensões.

No mundo atual, cada vez mais digital, as imagens tomam papel importante, seja no uso em fotos nas redes sociais, vídeos no geral (que são gerados por um conjunto de imagens), ou mesmo para uso em algoritmos inteligentes de visão computacional. Com a transformada de Fourier em duas dimensões, é possível ter um leque maior de operações para se trabalhar com o processamento de imagens. Há a possibilidade desde à aplicação de efeitos, até tratamento para identificar as bordas de um objeto, por exemplo, que pode ser usada no treinamento de redes convolucionais. No roteiro da aula prática [2], se discute também o uso da transformada bi-direcional de Fourier na compactação de imagens.

2. OBJETIVOS

Verificar o papel do módulo e da fase da transformada de Fourier na representação de imagens e o efeito de distorções nestas variáveis para reconstrução de imagens [2].

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Uma imagem em preto e branco pode ser interpretada como um sinal $x(t_1, t_2)$, em que t_1 e t_2 denotam as coordenadas vertical e horizontal da imagem. As imagens coloridas possuem em cada ponto de coordenada de duas dimensões, três valores referentes aos *pixels* vermelho, verde e azul. A imagem cinza, no entanto, possui apenas um valor que representa o nível de intensidade de branco do *pixel*, que varia de 0 à 255. Assim, dado o sinal bidimensional, é possível a aplicação da Transformada de Fourier gerando um sinal $X(j\omega_1, j\omega_2)$, que representa a decomposição da

imagem em diferentes componentes que capturam as variações espaciais de $x(t_1, t_2)$ em diferentes frequências nas direções de cada uma das coordenadas [2].

A transformada de Fourier pode ser escrita conforme a Equação 1:

$$X(j\omega) = |X(j\omega)| \cdot e^{j\angle X(j\omega)} \quad (1)$$

A partir desta, é possível o cálculo do par de transformadas discretas de Fourier aplicada em uma função bidimensional através da Equação 2:

$$F_{(u,v)} = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} f_{(u,v)} \cdot \exp \left[-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right] \quad (2)$$

Onde u e v são variáveis no domínio dos números naturais, com u variando de 0 à $M-1$ e v variando de 0 à $N-1$, sendo M o tamanho do eixo x discreto e N , do eixo y discreto. Sua inversa, no entanto, será dada tal qual a Equação 3:

$$f_{(x,y)} = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F_{(u,v)} \cdot \exp \left[-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right) \right] \quad (3)$$

Na prática, dentro do ambiente do software MATLAB [3], foi utilizada a operação da transformada de Fourier através da função que aplica a operação *Fast Fourier Transform* p^a variáveis de duas dimensões (*fft2*).

Para a realização do exercício proposto em [2], foram extraídas duas imagens do arquivo virtual da Universidade da Califórnia [4] de processamento de imagens, de dimensões 256x256 *pixels*. Uma das imagens representa uma mulher (código 4.1.03) e a outra imagem, um relógio sob um móvel (código 5.1.12). A imagem da mulher, como estava em RGB, foi aplicado o comando `"rgb2gray"` do MATLAB para transformá-la em uma figura com escala de tons de cinza.

Após obtidas as imagens, foram geradas as saídas destas após a aplicação da transformada de Fourier bi-dimensional. Primeiramente foi aplicada a operação para ambas as imagens considerando seus módulos e fases, de acordo com a expressão (1). Logo após, foi aplicada a transformada inversa de Fourier nas imagens. Então, foi feita a operação no par de imagens considerando apenas

sua fase e depois apenas o seu módulo. E por fim, Foram geradas imagens combinando o módulo da primeira com a fase da segunda e vice versa.

4. RESULTADOS

Na Figura 1 é disposta a imagem da mulher original escolhida, que foi convertida para escala de cinza e disponibilizada na Figura 2, que também apresenta a imagem do relógio à direita.



Figura 1: Imagem de uma mulher em RGB extraída de [4].



Figura 2: Imagens em escala de cinza utilizadas na prática, extraídas de [4].

Após a escolha das imagens no banco de dados exposto, foram aplicadas as transformadas de Fourier conforme solicitado em [2], gerando as Figuras 3, 4, 5, 6 e 7

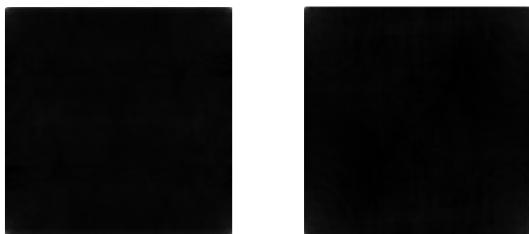


Figura 3: Imagens da Figura 2 após a aplicação da transformada de Fourier no módulo e fase.



Figura 4: Imagens da Figura 3 após a aplicação da transformada inversa de Fourier.

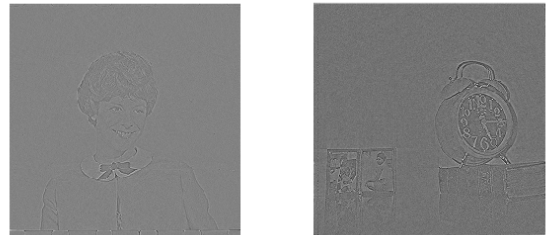


Figura 5: Imagens da Figura 2 após a aplicação da transformada de Fourier na fase.

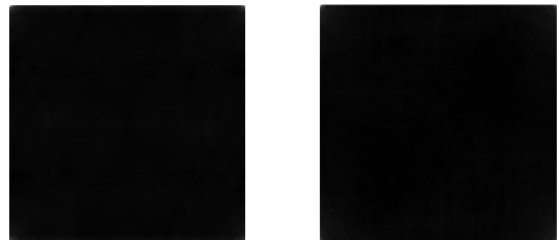


Figura 6: Imagens da Figura 2 após a aplicação da transformada de Fourier no módulo.

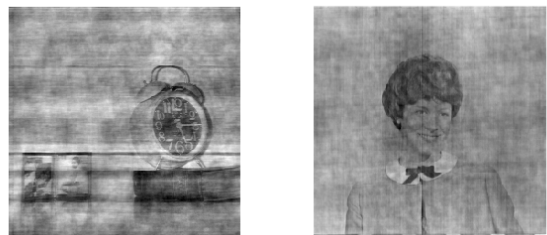


Figura 7: Imagens da Figura 2 após a aplicação da transformada de Fourier. A gravura da esquerda utiliza o módulo da imagem da mulher e a fase da imagem do relógio. A gravura da direita o oposto.

5. DISCUSSÕES

Analisando a Figura 5 é possível notar que a fase das imagens no domínio da frequência é responsável pela informação das texturas da imagem, delineando as formas do relógio sobre a estante e da mulher. Então, consequentemente, o módulo de fase das imagens no domínio da frequência fica responsável pela geração do contraste na imagem, reforçando os contornos criados pela fase. No entanto, não é possível ver essa constatação através das imagens geradas pela Figura 6. As Figuras 3 e 5, demonstram a efetividade da transformada de Fourier na execução da operação e sua inversa, sem perda de informação, já que as imagens das Figuras 2 e 6 são idênticas, por uma análise visual.

As imagens da Figura 7, por fim, demonstram a predominância da informação contida nos dados de fase das imagens no domínio da frequência, já que é possível ver um relógio na imagem da esquerda (que têm as informações de fase do relógio) e o oposto ocorre na imagem da direita.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dado o exposto, a prática em questão teve como foco a transformada bi-dimensional de Fourier para análise de sinais no domínio da frequência. Especificamente foi possível observar os efeitos gerados pela operação quando aplicada em fotografias, que têm a parte predominante de sua informação gráfica armazenada em sua fase, no domínio da frequência. Assim, foi possível desenvolver maior prática no uso dos comandos do software MATLAB, que é uma ferramenta muito utilizada na análise de sinais e do desenvolvimento de intuições de análise de imagens no domínio da frequência. De mesma forma que estas operações foram geradas para a transformação das fotografias, é possível o estudo e uso de outras fórmulas matemáticas capazes de extrair informações úteis das características visuais da imagem, bem como trabalhá-las para serem utilizadas por exemplo em algoritmos de aprendizagem automática, como discutido inicialmente.

REFERÊNCIAS

- [1] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 6 - Filtragem no Domínio da Frequência*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [2] Dr. Leonardo Bonato Felix. *ELT 355 - Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 7 - Transformada de Fourier - Processamento de Imagens*. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [3] MathWorks. *Math. Graphics. Programming*. Disponível em: https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab.
- [4] University of Southern California School of Engineering. *Archive - Signal and Image Processing Institute - Ming Hsieh Department of Electrical and Computer Engineering*. Disponível em: <https://sipi.usc.edu/database/database.php?volume=misc&image=3#top>.