# Filtragem no Domínio da Frequência

Déric Augusto F. de Sales - 96718 Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG. Email: deric.sales@ufv.br

## 1. Introdução

A sexta prática da disciplina de Sinais e Sistemas [1] teve foco na filtragem de sinais no domínio da frequência. Para migrar os sinais do domínio do tempo para o domínio da frequência, utilizou-se a transformada de Fourier, que é simplesmente a transformada de Laplace calculada apenas para valores imaginários no domínio complexo (apenas a parte complexa de  $s = \alpha + j\omega$ ). Assim, a transformada de Fourier mede apenas o caráter ondulatório de um sinal, restringindo-se à uma única dimensão do mapa de Laplace.

A filtragem de sinais é utilizada em diversas áreas, desde à análise de sinais biomédicos ruidosos, até em trabalhos com aplicações de instrumentos industriais ou mesmo à sinais sonoros. À análise de sinais oscilatórios ruidosos, os filtros são fundamentais, já que possibilitam eliminar certas frequências de um espectro, gerando um sinal mais limpo ou mesmo separando essas frequências. Daí a necessidade do uso da transformada de Fourier, para migrar a análise dos sinais entre os domínios do tempo e da frequência. É possível fazer operações mais simples em um dos domínios e depois usar a transformada de Fourier para retornar ao outro domínio.

Em relação à sinais sonoros, por exemplo, é possível a aplicação desta técnica descrita para a eliminação de um ruído de fundo gerado por uma gravação, a aplicação de filtros para gerar efeitos nos sinais sonoros, ou mesmo a separação de faixas de áudio contidas em um único áudio. É possível, por exemplo, identificar as frequências dominantes da voz e dos instrumentos em uma música e posteriormente separá-los, gerando faixas de áudio separadas contendo em cada uma, cada um dos elementos do áudio.

### 2. Objetivos

Os objetivos dessa prática estão relacionados à aplicação de filtros em sinais gerados artificialmente e sinais sonoros gravados. São eles:

- aplicação de filtros passa-altas e passa-baixas em um sinal ruidoso artificial;
- análise do efeito destes filtros em um sinal de áudio;
- aplicação de filtros na eliminação de instrumentos musicais em um sinal de áudio.

#### 3. Materiais e Métodos

Na aplicação das operações que serão descritas e também para a geração das figuras que serão apresentadas, foi utilizado o software MATLAB R2020a. Primeiramente foi gerado o sinal da Equação 1, que faz uso da função randn, que gera um vetor da largura L de amostras do sinal sonoro com valores aleatórios que seguem uma distribuição normal. O acréscimo dessa função nativa do MATLAB faz com que um ruído de distribuição normal seja acrescido ao sinal oscilatório.

$$x = 0.7 \cdot sen(2\pi \cdot 500 \cdot t) + sen(2\pi \cdot 2000 \cdot t) + 2 \cdot randn(1, L)$$

$$\tag{1}$$

A partir desse sinal ruidoso, foi aplicada a operação de transformada rápida de Fourier para identificar suas frequências dominantes. Essa operação permite a análise do espectro do sinal no domínio da frequência e assim, identificar quais são as frequências e amplitudes dos termos da série síntese de Fourier, estudada na prática 5 da disciplina [2]. Conhecendo as frequências que constroem o sinal, é possível a aplicação de filtros gerando os possíveis resultados já discutidos anteriormente.

Como já discutido, a transformada de Fourier permite a troca entre os domínios do tempo e da frequência, realizando uma operação em um dos domínios e depois o alterando. Em (2), é apresentada a propriedade que descreve que a operação de convolução de um filtro h(t) no domínio do tempo, é equivalente à multiplicação desse filtro ao sinal no domínio da frequência [3].

$$y(t) = x(t) * h(t)$$
  

$$Y(s) = X(s)H(s)$$
(2)

Em relação aos tipos de filtros existentes, um filtro passa-baixas (permite a passagem de frequências mais baixas) ideal corta frequências maiores que  $\alpha$  multiplicando-as por um ganho 0 e não altera as frequências menores ou iguais à  $\alpha$ , conforme demonstrado no Sistema 3. Um filtro real, no entanto, multiplica um ganho muito baixo para as altas frequências, mas que não é necessariamente 0, que seria o caso ideal. O filtro passa-baixas pode ser descrito no domínio da frequência conforme a Equação 4. Similarmente e de forma oposta, os filtros passa-altas são descritos por (5) e (6). O filtro passa-faixa será gerado pela combinação dos filtros passa-baixas e passa-altas (essa combinação pode ser gerada simplesmente multiplicando os filtros no domínio da frequência).

$$H_{Low}^{ideal}(s) = \begin{cases} 1, |\boldsymbol{\omega}| \le \alpha \\ 0, |\boldsymbol{\omega}| > \alpha \end{cases}$$
 (3)

$$H_{Low}(s) = \frac{\alpha}{\alpha + s}; \quad s = +j\omega$$
 (4)

$$H_{Low}^{ideal}(s) = \begin{cases} 0, |\boldsymbol{\omega}| \le \alpha \\ 1, |\boldsymbol{\omega}| > \alpha \end{cases}$$
 (5)

$$H_{High} = 1 - \frac{\alpha}{alpha + j\omega} \tag{6}$$

Após trabalhar com um sinal ruidoso gerado artificialmente, os filtros foram aplicados a sinais de áudio disponibilizados pelo professor responsável pela disciplina. Foram aplicados primeiramente ao áudio castanets44m.wav (música tocada em castanholas), a fim de estudar seus efeitos. Posteriormente, os filtros foram utilizados no áudio mixed.wav no intuito de separar os instrumentos musicais contidos no áudio. Foram também disponibilizados áudios contendo os elementos já separados para fins de comparação.

#### 4. Resultados

Abaixo são apresentados os resultados obtidos pelas saídas geradas pelo algoritmo desenvolvido no MATLAB.

## A. Sinal Ruidoso gerado artificialmente

A Figura 1 apresenta a curva no tempo do sinal ruidoso gerado no MATLAB. A Figura 2, por sua vez, analisa o espectro do sinal, identificando suas frequências dominantes com respectivas amplitudes. As Figuras 3 e 4 identificam as curvas do espectro do sinal e do filtro passa-baixas aplicado no domínio da frequência e seu resultado no domínio do tempo, respectivamente. De mesma forma, as Figuras 5 e 6, identificam as curvas relativas ao filtro passa-altas aplicado ao sinal sonoro.

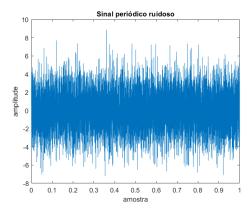


Figura 1: Sinal ruidoso gerado através da relação (1).

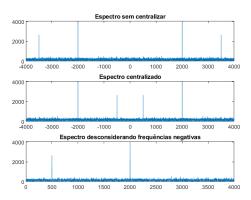


Figura 2: Espectro do sinal ruidoso.

No filtro passa-baixas das Figuras 3 e 4, foi utilizada uma frequência de corte de 1000 Hz e no filtro passa-altas, das Figuras 5 e 6, uma frequência de corte de 500 Hz.

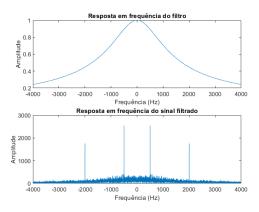


Figura 3: Espectro do filtro passa-baixas aplicado ao sinal ruidoso.

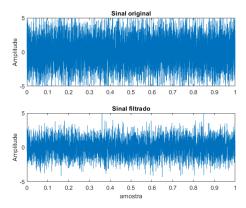


Figura 4: Resposta do sinal ruidoso no tempo após a aplicação do filtro passa-baixas.

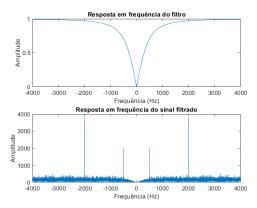


Figura 5: Espectro do filtro passa-altas aplicado ao sinal ruidoso.

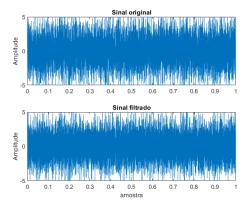


Figura 6: Resposta do sinal ruidoso no tempo após a aplicação do filtro passa-altas.

# B. Áudio das castanholas

Foram utilizados filtros passa-faixa no áudio *casta-nets44m.wav*. As Figuras 7 e 8 apresentam as respostas no domínio do tempo após a aplicação dos filtros.

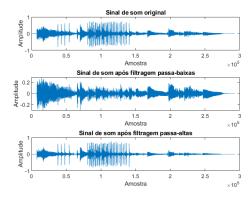


Figura 7: Áudio das castanholas e as respostas dos filtros a uma frequência de corte de 500 Hz.

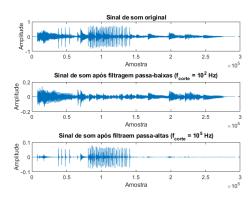


Figura 8: Áudio das castanholas e as respostas dos filtros a frequências de corte variadas.

## C. Áudio mixed

Através dos áudios disponibilizados dos elementos separados do áudio *mixed.wav*, foi gerada a Figura 9 que apresenta as curvas no domínio da frequência de cada um desses áudios.

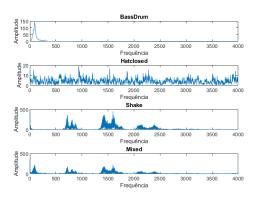


Figura 9: Curvas dos sinais sonoros trabalhados.

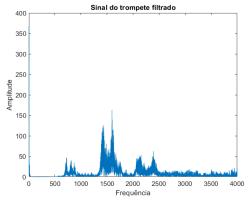


Figura 10: Resposta em frequência do áudio *mixed* após a aplicação de um filtro rejeita-faixa, com o objetivo de eliminar o som da bateria.

Os elementos do áudio mixed são um bumbo de bateria (BassDrum), um prato de bateria fechado (HatClosed) e a relação shake, que indica a ordem em que esses elementos foram tocados.

Após o conhecimento da curva de frequência dos sinais com o áudio integral e seus elementos separados, foi possível a criação de filtros e sua aplicação. A Figura 10, apresenta a resposta em frequência do sinal após a aplicação de um filtro rejeita-faixa, com frequências de corte superior de 500 Hz e inferior de 30 Hz. Já na Figura 11 a aplicação é de um filtro passa-baixa, com frequência de corte superior de 2700 Hz.

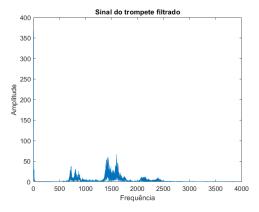


Figura 11: Resposta em frequência do áudio *mixed* após a aplicação de um filtro passa-baixas, com o objetivo de eliminar o som da bateria.

A Figura 12, por sua vez, apresenta a resposta em frequência do áudio *mixed* após a aplicação de um filtro passa-faixa com frequência de corte superior de 900 Hz e inferior de 600 Hz.

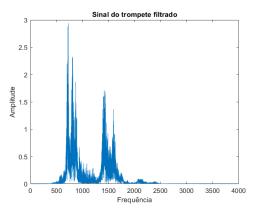


Figura 12: Resposta em frequência do áudio *mixed* após a aplicação de um filtro passa-faixa, com o objetivo de eliminar o som da bateria.

De mesma forma, a Figura 13 apresenta a resposta em frequência do áudio com a aplicação de um filtro passafaixa com frequência de corte superior de 300 Hz e inferior de 40 Hz.

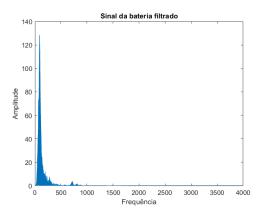


Figura 13: Resposta em frequência do áudio *mixed* após a aplicação de um filtro passa-faixa, com o objetivo de eliminar o som do trompete.

#### 5. Discussões

Em relação ao resultado das filtragens realizadas no sinal ruidoso, através da Figura 2 foi possível identificar as frequências dominantes do sinal, sendo as frequências mais altas em torno de 2000 Hz e as mais baixas em torno de 400 Hz. Assim, ao aplicar o filtro passa-baixas com frequência de corte de 1000 Hz, as frequências em torno de 2000 Hz encontradas foram atenuadas e as baixas frequências foram acentuadas, conforme é demonstrado no resultado da Figura 3. O oposto foi visto na Figura 5, de maneira similar, como esperado.

Em relação à resposta do áudio das castanholas, foi possível ver mais nitidamente na Figura 8 como as baixas frequências foram separadas das altas frequências aplicando os filtros. A mesma teoria foi aplicada ao áudio *mixed*, no uso dos filtros para a separação dos sinais sonoros com diferentes faixas de frequências (analisadas através da Figura 9). As respostas sonoras escutadas geradas pelos filtros se comportaram como respostas de filtros reais, atenuando as frequências não desejadas e realçando as desejadas. Foi possível atenuar, mas não acabar com os sinais não desejados. Foi interessante notar como também alguns filtros são mais efetivos, como o da Figura 12 em relação ao da 11, que gerou um sinal de baixa amplitude.

## Referências

- [1] Dr. Leonardo Bonato Felix. ELT 355 Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 6 - Filtragem no Domínio da Frequência. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [2] Dr. Leonardo Bonato Felix. ELT 355 Sinais e Sistemas - Roteiro de Aula Prática 5 - Série de Fourier - Efeito Gibbs. CCE, DEL, Universidade Federal de Viçosa.
- [3] Alan V Oppenheim, Alan S. Willsky, Syed Hamid Nawab, Gloria Mata Hernandez, et al. *Signals Systems*. Pearson Educacion, 1997.