

# QUARTA AULA PRÁTICA – CONVOLUÇÃO DISCRETA E PROCESSAMENTO DE IMAGENS

G. P. Calais, M. V. R. Campos

UFV, Viçosa, Brasil

E-mails: gabriel.calais@ufv.br, marciovonrondow96@gmail.com

**Resumo:** O presente relatório relata uma aula prática sobre convolução discreta unidimensional e bidimensional no *software MATLAB*. O objetivo da aula foi aprender como funciona a convolução discreta no *software* e suas finalidades. Para tanto, foram apresentados alguns comandos úteis e mostradas aplicações dos mesmos no processo de convolução, além da proposição de exercícios. Com os exercícios foi possível o aprendizado sobre o princípio da convolução discreta e como aplicar os conhecimentos adquiridos para convoluir alguns sinais de imagem.

**Palavras-chave:** *MATLAB*, convolução, imagem, sinais, filtro.

## Introdução

A quarta aula prática da disciplina de Processamento Digital de Sinais consistiu na apresentação e aplicação de conceitos sobre convolução discreta no *software MATLAB*.

O *MATLAB* é um *software* com diversas aplicações em diferentes áreas da engenharia, especialmente na Engenharia Elétrica, podendo ser utilizado para processar sinais, fazer operações matemáticas e para programação e simulação de inteligências computacionais.

Na prática em questão, o *software* foi usado para aprender alguns novos comandos para que pudessem ser usados na compreensão o princípio das convoluções discretas uni e bidimensionais além do processamento de imagens, através de orientações e utilizando o comando *help*.

## Materiais e métodos

Foi utilizado o *software MATLAB* com a finalidade de aprender sobre as convoluções discretas uni e bidimensionais, como o *software* as realiza e seus efeitos em imagens.

Através da janela *Editor* do programa, foram criados códigos em programação de acordo com as instruções do roteiro da aula prática no computador. Durante a implementação do código, os foram selecionadas determinadas partes do mesmo e analisaram as respostas para que pudessem testar e verificar se obtiveram êxito na realização das tarefas.

Alguns dos comandos mais importantes utilizados na aula prática constam na tabela 1.

Tabela 1: Comandos aprendidos na aula prática.

Comando	Função
<i>conv</i>	Realiza a convolução discreta unidimensional de dois sinais
<i>subplot</i>	Divide uma figura em vários gráficos
<i>imread</i>	Carrega uma imagem como matriz para a <i>workspace</i>
<i>imshow</i>	Plota uma figura com uma imagem
<i>tic toc</i>	Verifica o tempo que determinada tarefa gasta para ser realizada
<i>conv2</i>	Realiza a convolução discreta bidimensional de dois sinais
<i>inline</i>	Cria um certo tipo de função
<i>stem</i>	Plota uma sequência de dados discretos

Com os comandos apresentados, iniciou-se o exercício 1 do roteiro com a implementação de uma resposta a um sistema discreto através da filtragem do sinal de entrada como é descrito a seguir:

$$y[n] - 0,6y[n - 1] - 0,16y[n - 2] = 5x[n] \quad (1)$$

Em que  $y[n]$  é o sinal de saída (causal) e  $x[n]$  é o sinal de entrada (efeito).

A partir da relação desse sistema foi analisado e comparado as respostas correspondentes a uma entrada impulso, função degrau e senoidal. Na qual para a função impulso foi utilizado “ $x = @n \ n == 0;$ ”, para degrau “ $x2 = inline('n >= 0')$ ” e “ $x3 = inline('(sin(n + eps))./(n + eps)')$ ” para uma entrada senoidal.

Após a análise do primeiro exercício, foi solicitado no exercício 2 a implementação das convoluções discretas uni e bidimensional por definição e pelo comando *conv* e *conv2* a fim de comparar o tempo gasto na execução de cada operação usando o código *tic toc* descrito na Tabela 1. Nesse exercício, o foco principal era a resolução da operação bidimensional necessária para o entendimento do exercício 3 sobre a implementação de filtros em imagens. A operação da convolução bidimensional por definição é dada da seguinte forma:

$$c[j, k] = \sum_p \sum_q A[p, q] B[j - p + 1, k - q + 1] \quad (2)$$

Essa operação é executada espelhando a matriz B (imagem) girando-a 180°. Em seguida desloca-se a matriz A (filtro ou máscara) pela matriz B invertida e realiza-se a soma dos produtos em cada termo de B (pixels).

Para a resolução do terceiro exercício proposto pelo roteiro, foi feito o download de duas imagens. Após esse procedimento, as imagens foram discretizadas com o comando *imread* e representadas na forma matricial, em que cada termo de sua matriz representa um pixel.

Feita a discretização, foi analisada e comparada as mudanças ocorridas nas imagens através do uso de filtros ou máscaras por convolução bidimensional, como filtro de Laplace, filtros de suavização para ruídos e aumento da intensidade da imagem. Foi extraída a figura convoluída e somada em seguida com a original a fim de obter a resposta esperada executando o comando *imshow*.

O filtro Laplaciano utilizado é um filtro passa-altas, o qual apresenta respostas mais acentuadas a detalhes finos e pontos isolados devido a sua configuração que utiliza derivadas de segunda ordem definido a seguir:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (3)$$

Pela equação (3), observa-se que a resposta independe da direção da descontinuidade na imagem em que o filtro é aplicado (invariante à rotação), por essa razão o filtro também é denominado como “filtro isotrópico”.

O filtro de suavização são filtros passa-baixas usados para a eliminação de ruídos e para o borrimento da imagem. Para a eliminação de ruídos, um dos filtros utilizados é o filtro de mediana, o qual substitui o *pixel* da imagem de maior intensidade (ruído) e substitui pela mediana dos *pixels* vizinhos de menor intensidade.

## Resultados

Após os testes feitos implementou-se o código de programação com suas devidas finalidades. Nas figuras constam os resultados da resolução dos problemas propostos.

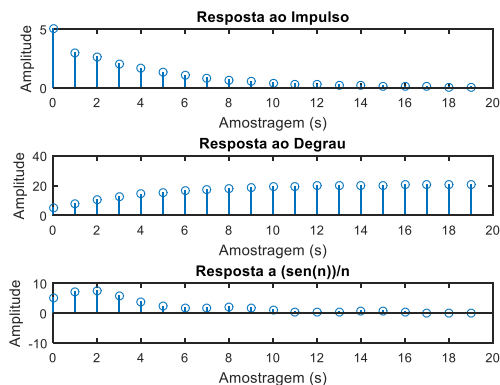


Figura 1: Respostas às diferentes entradas.

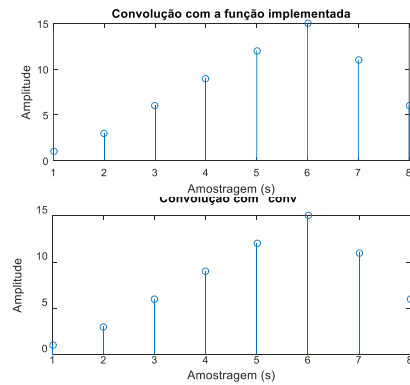


Figura 2: Comparação da convolução unidimensional.

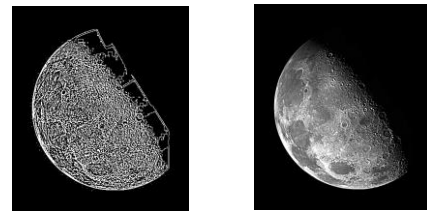


Figura 3: Filtro passa-altas e imagem realçada pelo filtro.

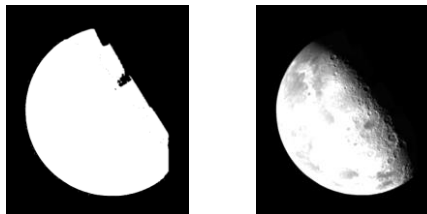


Figura 4: Filtro passa-baixas e imagem suavizada pelo filtro.



Figura 5: Filtro intensificador e imagem intensificada.

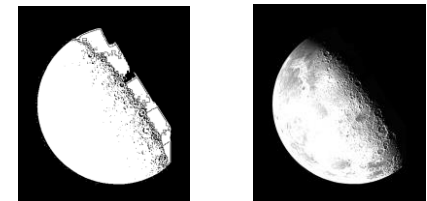


Figura 6: Filtro passa-altas intensificado e imagem filtrada.

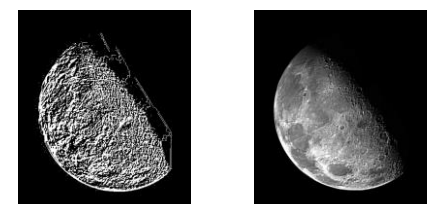


Figura 7: Filtro com zeros e imagem realçada.



Figura 8: Imagem levemente intensificada após somar 0.5 à imagem da figura 7.

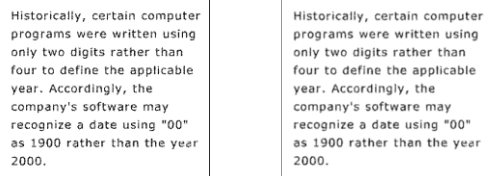


Figura 9: Filtro passa-baixas aplicado na imagem com texto.

Além dos resultados mostrados nas figuras, também se verificou o desempenho das funções de convolução implementadas com relação ao tempo de execução comparado ao tempo que as funções já nativas do *software MATLAB* levaram para realizar uma mesma tarefa.

## Discussão

No primeiro exercício, analisando o sistema (1) e a resposta gerada por uma entrada impulso mostrada na Figura 1 podemos confirmar os resultados efetuando os cálculos para  $n \geq 0$ , visto que em condições iniciais o sistema possui respostas nulas, ou seja,  $y[-1]$  e  $y[-2] = 0$ , verifica-se os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} n = 0: \\ \rightarrow y[0] - 0,6y[-1] - 0,16y[-2] &= 5x[0] \\ \rightarrow y[0] &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1: \\ \rightarrow y[1] - 0,6y[0] - 0,16y[-1] &= 5x[1] \\ \rightarrow y[1] &= 3 \end{aligned}$$

Comparando os seguintes resultados com a resposta no gráfico da Figura 1 conclui-se que retornaram o esperado.

Da mesma forma, comparou-se os resultados obtidos analiticamente com os gráficos da Figura 1 usando como entrada a função degrau e a função senoidal, obtendo-se os mesmos resultados.

No segundo exercício, realizou-se a operação da convolução discreta uni e bidimensional por definição e através do comando *conv* e *conv2* respectivamente. Embora obteve-se os mesmos resultados após a realização de diversos testes com vetores de entrada, pôde-se concluir pelo comando *tic toc* que a diferença nos tempos varia devido a verificação de erro presente nas funções existentes no *software MATLAB*. Portanto,

essas funções tiveram maior eficiência no cálculo da convolução discreta.

No exercício 3, foi analisado as modificações na suavização, realce, distorção e intensidade das imagens do anexo após a convolução delas com diversos filtros. Utilizando o filtro de Laplace, notou-se maior destaque nas regiões de borda da imagem, visto que este tipo de filtro passa-altas realça bordas ou descontinuidades da imagem amenizando regiões com nível de cinza constante. O fundo da imagem pôde ser reconstruído em seguida somando a imagem convoluída a original e obtendo uma figura mais realçada como mostra a Figura 3. Além disso, em alguns destes exercícios, para realizar a soma descrita, foi necessário o uso do comando *imresize*, responsável por redimensionar a imagem filtrada pelo processo de convolução, fazendo com que esta ficasse com o tamanho compatível com o da imagem original.

Nas figuras de 5 a 8, foram aplicados diferentes filtros com a propriedade de intensificação, o que fez com os *pixels* tivessem maior brilho.

Quanto ao filtro passa-baixas, foi analisado, como mostra a Figura 4, a suavização da imagem apresentando maior borramento e menos distorções presentes. O mesmo filtro foi utilizado na Figura 9, o qual diminuiu a presença de ruídos e desgastes no texto apresentado na figura, o que ajudou a identificar melhor as letras presentes. Da mesma que citado anteriormente, o comando *imresize* foi necessário para realizar a soma da imagem original com o filtro, reconstruindo seu fundo.

## Conclusão

A prática em questão focou no conceito de convolução e na forma com que o *software MATLAB* realiza tal cálculo. De acordo com os resultados obtidos e discutidos, foi possível observar os variados efeitos gerados ao convoluir-se diferentes tipos de sinais, como os de imagem. Assim, pode-se concluir que tal recurso matemático pode ser amplamente utilizado na filtragem de imagens, realçando, suavizando ou intensificando-as.

## Referências

- [1] LATHI, B.P. Sinais e Sistemas Lineares. 2ª edição. Porto Alegre, Bookman, 2007.
- [2] Mathworks. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/>>. Acessado em 15/09/2019
- [3] Filtragem Espacial – UFU. Disponível em: <http://www.facom.ufu.br/~backes/gsi058/Aula06-FiltragemEspacial.pdf>