



HPC

Loi de Gustafson

Programmation parallèle

Distributed systems

Last update: march. 2024



LOI DE GUSTAFSON

- Caractérisée par une **ACCÉLÉRATION GRADUELLE**, augmentation de la taille des données avec les ressources.
- La loi de Gustafson caractérise l'impact du parallélisme des données et remet en question la loi d'Amdahl en offrant un nouveau point de vue.
- Ici, nous ne supposons plus que la taille des données est constante, mais plutôt qu'elle dépend du nombre de processeurs P (les ressources disponibles).
- Le temps d'exécution est constant comparé à celui de la loi d'Amdahl

ARTICLES

Technical Note

REEVALUATING AMDAHL'S LAW

JOHN L. GUSTAFSON

At Sandia National Laboratories, we are currently engaged in research involving massively parallel processing. There is considerable skepticism regarding the viability of massive parallelism; the skepticism centers around *Amdahl's law*, an argument put forth by Gene Amdahl in 1967 [1] that even when the fraction of serial work in a given problem is small, say, s , the maximum speedup obtainable from even an infinite number of parallel processors is only $1/s$. We now have timing results for a 1024-processor system that demonstrate that the assumptions underlying Amdahl's 1967 argument are inappropriate for the current approach to massive ensemble parallelism.

If N is the number of processors, s is the amount of time spent (by a serial processor) on serial parts of a program, and p is the amount of time spent (by a serial processor) on parts of the program that can be done in parallel, then Amdahl's law says that speedup is given by

$$\begin{aligned} \text{Speedup} &= (s + p)/(s + p/N) \\ &= 1/(s + p/N), \end{aligned}$$

where we have set total time $s + p = 1$ for algebraic simplicity. For $N = 1024$ this is an unforgivingly steep function of s near $s = 0$ (see Figure 1).

The steepness of the graph near $s = 0$ (approximately $-N^2$) implies that very few problems will experience even a 100-fold speedup. Yet, for three very practical applications ($s = 0.4$ – 0.8 percent) used at Sandia, we have achieved speedup factors on a 1024-processor hypercube that we believe are unprecedented [2]: 1021 for beam stress analysis using conjugate gradients, 1020 for baffled surface wave simulation using explicit finite dif-

ferences, and 1016 for unstable fluid flow using flux-corrected transport. How can this be, when Amdahl's argument would predict otherwise?

The expression and graph both contain the implicit assumption that p is independent of N , which is *virtually never the case*. One does not take a fixed-sized problem and run it on various numbers of processors

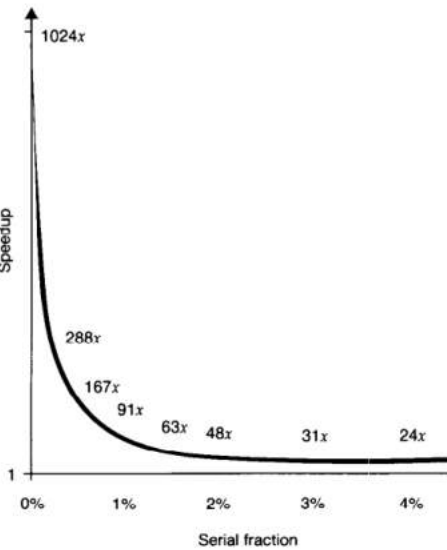


FIGURE 1. Speedup under Amdahl's Law

© 1988 ACM 0001-0782/88/0500-0532 \$1.50

CALCUL DE LA VITESSE

$$\text{speedup}(P) = \frac{t_{\text{seq}} + P \times t_{\text{par}}}{t_{\text{seq}} + t_{\text{par}}}.$$

**P = NOMBRE DE
PROCESSEURS**

**TEMPS PASSÉ PAR
UN PROGRAMME
SÉQUENTIEL**

**TEMPS PASSÉ PAR UN
PROGRAMME PARALLÈLE
ÉQUIVALENT SUR P
PROCESSEURS**

CALCUL DE LA VITESSE

Considérant ces deux égalités par définition,

$$\frac{t_{\text{seq}}}{t_{\text{seq}} + t_{\text{par}}} = \alpha_{\text{seq}} \qquad \frac{t_{\text{par}}}{t_{\text{seq}} + t_{\text{par}}} = \alpha_{\text{par}}$$

La vitesse selon Gustafson pourrait être exprimée comme par :

$$\text{speedup}_{\text{Gustafson}}(P) = \alpha_{\text{seq}} + P \times \alpha_{\text{par}} = \alpha_{\text{seq}} + (1 - \alpha_{\text{seq}})P.$$

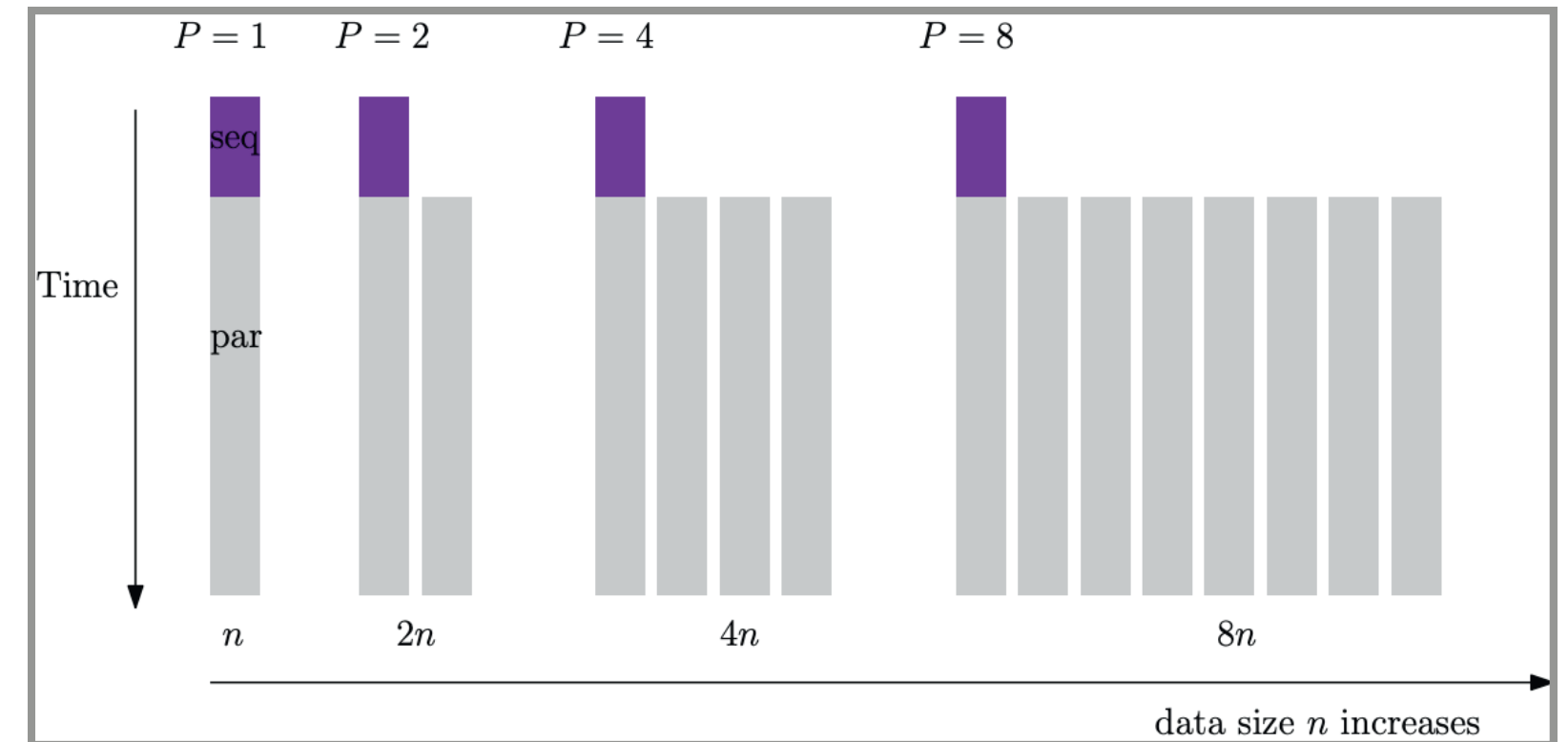
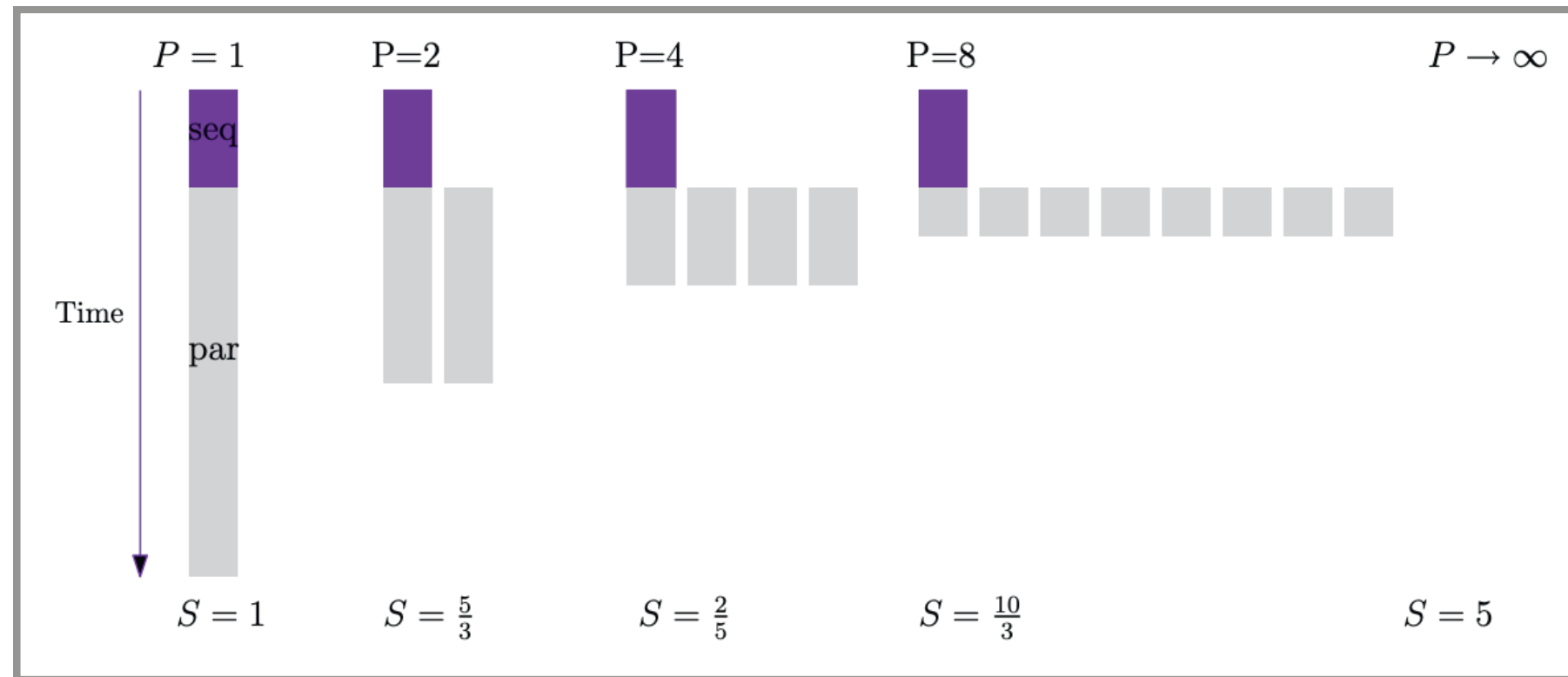
LOI D'AMDAHL : THÉORÈME ET RÉSUMÉ

Theorem 2 *Gustafson's law states that the optimal speedup is asymptotically $\text{speedup}(P) = P \times \alpha_{\text{par}}$, where $\alpha_{\text{par}} > 0$ denotes the proportion of the code that is parallelizable.*

La loi de Gustafson met en évidence les points suivants :

- Lorsque la taille du problème augmente pour une portion sérielle fixe, le speedup augmente à mesure que plus de processeurs sont ajoutés.
- Par conséquent, Gustafson a appelé son analyse de vitesse "scaled speedup". Nous observons que la charge de travail est augmentée avec le nombre de processeurs afin de maintenir un temps d'exécution fixe.
- Ainsi, la philosophie de Gustafson est que la véritable puissance d'un système parallèle est démontrée lorsque des problèmes de données suffisamment grands sont donnés en entrée.

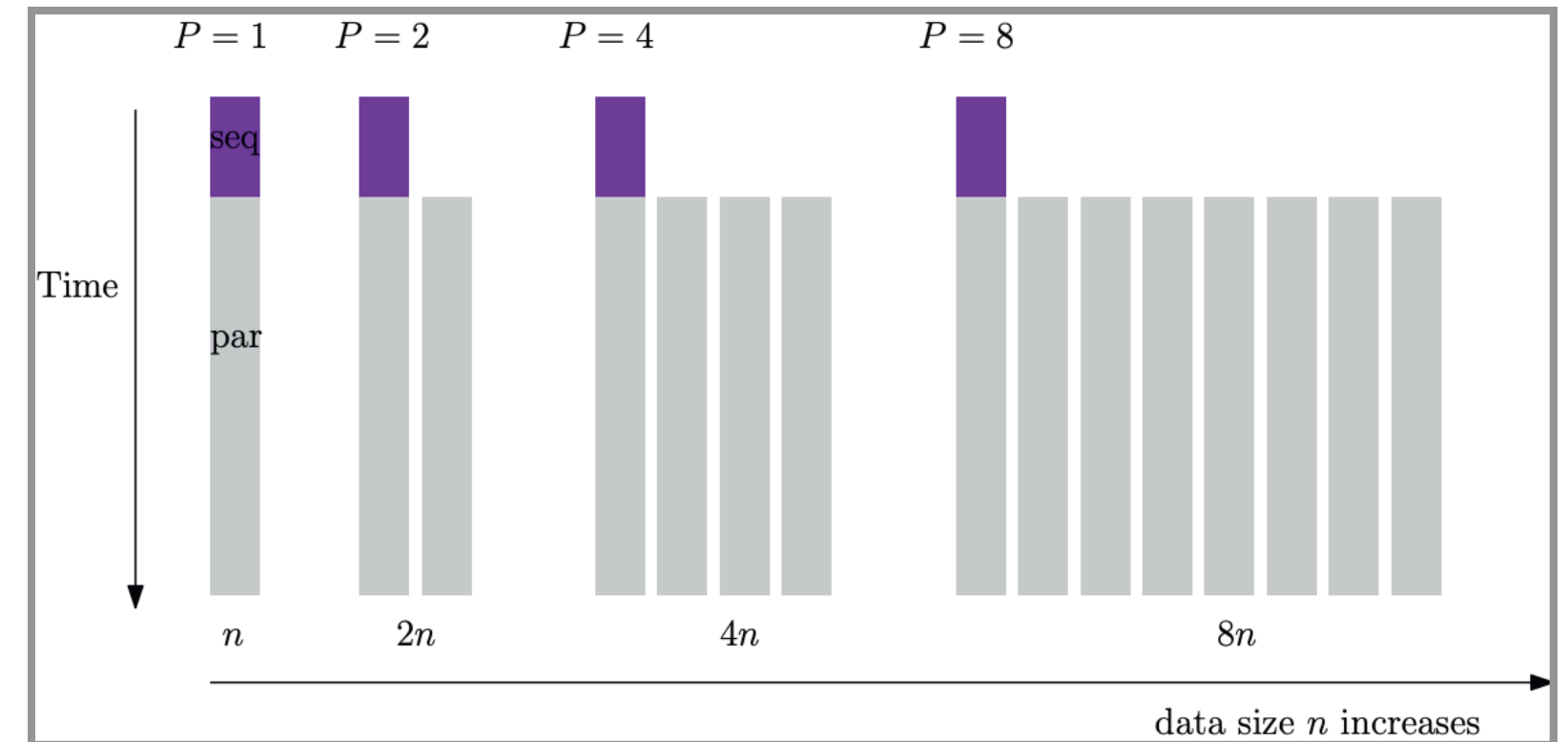
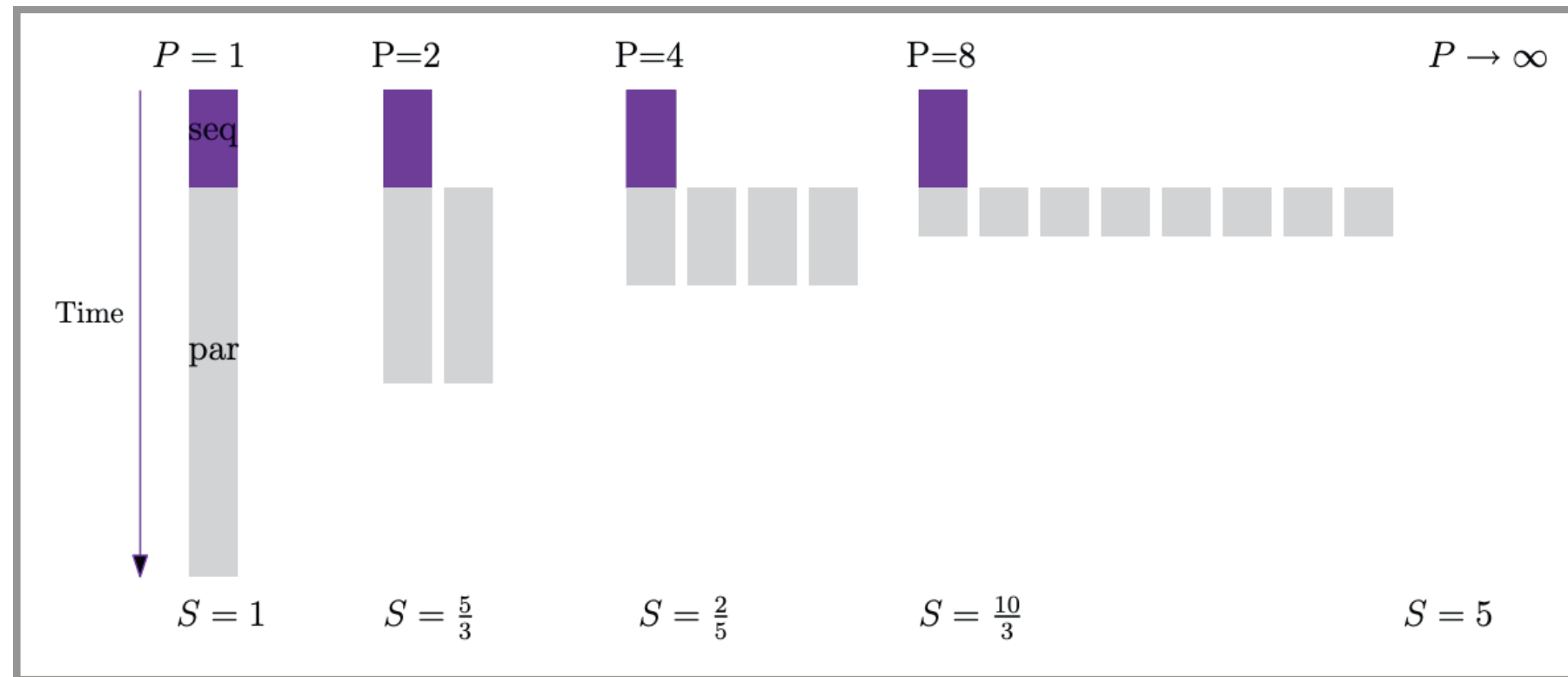
GUSTAFSON VS AMDAHL



La loi d'Amdahl considère la vitesse pour une taille de données fixe et fournit une borne supérieure sur la vitesse maximale comme l'inverse de la fraction de la proportion du code séquentiel.

La loi de la vitesse de Gustafson considère que la taille des données est augmentée avec le nombre de processeurs (ou suppose un temps d'exécution parallèle constant).

GUSTAFSON VS AMDAHL



CE QU'IL FAUT RETENIR !

La loi de Gustafson est pertinente lorsqu'un algorithme peut ajuster dynamiquement la quantité de calcul pour correspondre à la parallélisation disponible. En revanche, la loi d'Amdahl est plus adaptée lorsque la charge de calcul est fixe et ne peut pas être modifiée de manière significative par la parallélisation.

RÉFÉRENCES

Documentation

1. Une plongée approfondie dans la loi d'Amdahl et la loi de Gustafson
2. Gustafson Law
3. Amdahl Law
4. Nielsen, F. (2016). Introduction to HPC with MPI for Data Science. Springer.